doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2026.23.020

卡车-植保无人机协同不规则农田全覆盖喷洒路径优化研究

葛显龙　谢大凯　田　强　张洛彬
（重庆交通大学经济与管理学院，重庆 400074）

摘要：现代农业规模化发展进程中，作业效率提升需求与复杂农田环境间的矛盾日益凸显。传统人工植保喷洒模式在应对不规则多区域作业任务时存在效率低、成本高、精准度不足等固有缺陷。小型无人机虽具备高效、低成本作业能力，但其有限续航严重制约了大规模农田场景的连续作业效能。为此构建多卡车-植保无人机协同作业模式，突破单无人机作业性能局限，通过卡车作为移动基站与多无人机协同调度实现多农作物均匀覆盖效能跃升。分析问题特点，建立考虑无人机飞行的多卡车无人机协同路径优化模型。针对问题特性设计两阶段启发式算法，先依次规划多无人机区域覆盖路径和卡车协同路径，快速构造初始解，而后融合改进自适应大邻域搜索算法进行优化。最后设计 10 组包含了若干农作物种类和若干个区域的随机案例进行模式优劣性和算法有效性研究，优化结果表明：相较于传统卡车-人工喷洒模式，协同作业模式任务成本降低 30% ~42%，相比初始解总成本缩小 18% ~28%。对比实验验证了移动基站支持下多无人机协同作业的高效性，构建了载具资源协同配置的理论模型，为低空经济在精准农业中的应用提供了可量化的技术范式。

关键词：植保无人机；协同作业模式；路径优化；启发式算法
中图分类号：S251　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1000-1298(2026)23-0215-11　　**OSID**：

Path Optimizing for Full Coverage Spraying in Irregular Farmland Based on Truck – Plant Protection Drone Collaboration

Ge Xianlong　Xie Dakai　Tian Qiang　Zhang Luobin
(*School of Economics and Management*, *Chongqing Jiaotong University*, *Chongqing* 400074, *China*)

Abstract: In the process of large-scale development of modern agriculture, the contradiction between the need to improve operational efficiency and the complex farmland environment is becoming more and more prominent. The traditional manual plant protection spraying mode has inherent defects such as low efficiency, high cost, and lack of precision when dealing with irregular multi-area operation tasks. Although small drones have high efficiency and low-cost operation capability, their limited endurance severely restricts the continuous operation efficiency in large-scale farmland scenarios. To this end, a multi-truck-agricultural drone collaborative operation mode was established to break through the performance limitations of single drone operations. By utilizing trucks as mobile base stations for collaborative scheduling with multiple drones, the uniform coverage efficiency of multiple crops was significantly improved. Based on the analysis of the characteristics of the problem, a multi-truck-agricultural drone collaborative path optimization model that took into account of drone flight was established. A two-stage heuristic algorithm was designed for the problem characteristics, which firstly planned the multi-drone area coverage path and the truck cooperative path in turn, quickly constructed the initial solution, and then integrated the improved adaptive large neighborhood search algorithm for optimization. Finally, totally ten sets of random cases involving multiple crop types and various regions were designed to study the superiority of the model and the effectiveness of the algorithm. The optimization results showed that compared with the traditional truck-manual spraying mode, the collaborative operation mode reduced task costs by 30% ~42%. Compared with the initial total cost, it could be reduced by 18% ~28%. The comparison experiment verified the efficiency of multi-drone

收稿日期：2025-09-01　修回日期：2026-01-20
基金项目：重庆市教育委员会科学技术研究重点项目(KJZD-K202400705)和重庆市教育委员会人文社会科学研究项目(25KGH096)
作者简介：葛显龙(1984—)，男，教授，博士，主要从事物流与供应链优化和智能算法研究，E-mail：gexianlong@cqjtu.edu.cn

cooperative operation supported by mobile base station, constructing a theoretical model of carrier resource cooperative allocation, and providing a quantifiable technical paradigm for the application of low-altitude economy in precision agriculture.

Key words: plant protection drone; collaborative operation mode; route optimization; heuristic algorithm

0 引言

耕地是粮食安全这一国家战略的根基所在[1]，高效的耕地喷洒作业是降低农业生产成本的关键环节。传统人工植保在复杂地形和不规则田块中存在作业强度大、人工需求高和农药浪费等问题[2]，难以满足智慧农业对高效、精准作业的需求。相比之下，农业植保无人机凭借其快速机动能力、小巧灵活等特点，能有效克服农田不规则地形限制，显著提升喷洒作业效率和覆盖率，并降低作业难度与成本[3-4]。例如，面向果园及高障碍密度环境的植保无人机航迹规划显示出良好的应用潜力[5]。但无人机的续航能力是其主要应用瓶颈。为解决此问题，引入卡车作为移动基站，为无人机提供电池更换和药液补充的协同保障。因此，面对多作物、大规模复杂农田环境，设计高效的多卡车-植保无人机协同路径规划方案，实现全域无缝覆盖、作业成本最小化和喷洒效率最大化，构成了一项亟需深入研究的科学问题。

在无人机覆盖路径规划领域，学者针对不规则地形提出多维度的解决方案[6-10]。但当作业规模突破单机能力阈值时，多机协同成为必然选择[11-12]。多无人机可以同时执行覆盖任务，大大缩短作业时间。

为突破无人机续航瓶颈，研究者提出任务优化方法[13]，但引入卡车充当“无人机航母”角色展现出显著优势。卡车-无人机协同最早由 Murray 等[14]通过引入无人机与传统送货卡车合作的独特场景，提出经典车辆路径问题的新变体。Schermer 等[15]对其进行扩展，从而形成了在行驶途中搭载无人机操作的车辆路径问题。Dumez 等[16]通过允许配送客户指定多个收货地点的偏好和时间窗口来提高“最后一公里”的送货效率。文献[17-19]也对其进行更多研究。而针对卡车-无人机的区域覆盖路径优化，夏阳升等[20]开创性地将协同模式引入区域侦察，刘瑶等[21]将车机协同的区域覆盖扩展为车载多无人机协同完成多区域覆盖。

以上研究为多农作物的不规则农田车机协同覆盖路径规划奠定良好基础，梳理文献，发现以下可拓展的研究方向：①无人机规模化应用政策推动下，相关研究多聚焦物流配送，农业植保领域卡车-无人机协同研究不足。②当前无人机覆盖方面文献多聚焦单机覆盖规则或多机协同机制，超大规模农田场景下纯无人机作业存在耗时久、成本高、覆盖完整性差等缺陷。③已有卡车-无人机研究多为点到点访问顺序优化，文献[20-21]仅涉及区域访问，但聚焦侦查场景且为单卡车-无人机优化。

针对上述问题，本文提出创新方案：面向多作物大规模不规则农田的均匀喷洒需求，构建多卡车-多植保无人机协同系统，以卡车作为移动补给平台实现无人机快速部署与能源补给，无人机则执行区域覆盖任务，形成双层路径规划架构：地面层卡车路径规划属带容量约束的车辆路径问题（Capacitated vehicle routing problem，CVRP），需优化访问分布式补给节点；空域层多无人机协同覆盖属完全覆盖路径规划（Complete coverage path planning，CCPP）。以总覆盖作业成本最小为目标构建数学模型，并根据模型特性设计一种两阶段启发式算法求解。以期科学规划多卡车-多植保无人机的不规则农田均匀喷洒路径，降低喷洒作业成本，提高喷洒效率，助力农田作业智能化转型。

1 数学模型

1.1 问题描述

在不同农作物的不规则农田进行无人机喷洒作业，由于喷洒区域面积大且与配制中心的距离较远，无人机在续航约束下无法完成一个区域的喷洒作业，所以采用卡车搭载多架无人机的方式协同完成作业。同时不同农作物的喷洒需求是不同的，所以使用多辆卡车服务种植有不同农作物或处在不同生长周期农作物的农田，如图 1 所示。

多辆卡车搭载多架植保无人机从配制中心出发，每辆车行驶到目标区域附近后，选择一个卡车停靠点作为进入无人机初始起飞点，无人机开始执行喷洒任务，在最后一架无人机起飞后，卡车行驶至下一个停靠点对无人机进行回收，回收操作完成后去往下一个目标区域。以此循环，直到所有卡车将不同农作物的所有目标区域覆盖完成后回到配制中心。由于要考虑无人机的续航能力约束，所以每个区域都需要划分为若干个子区域，每个子区域由一架无人机进行喷洒服务。如何规划多辆卡车的行驶路径及其搭载的多植保无人机覆盖路径并以最小的

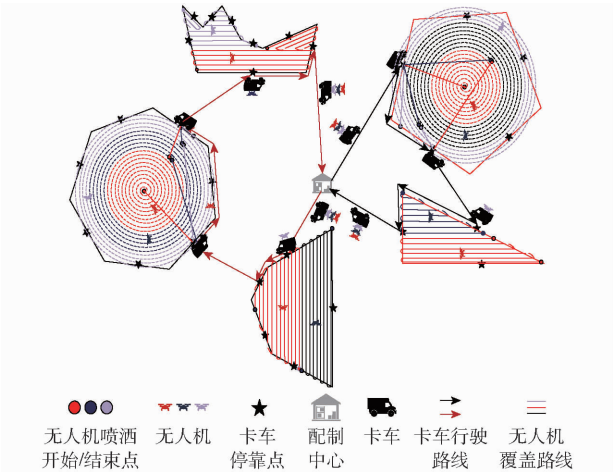

图 1　不同农作物喷洒路径 2D 示例

Fig. 1　2D example of spray path for different crops

成本完成对不同农作物全部目标区域的覆盖任务是问题的目标。

根据问题模型做了如下假设：

(1)无人机为同质无人机，最大载质量相同。

(2)卡车为其专用无人机配备足够的电池。

(3)忽略了无人机发射和回收前所需的安装时间，因为它与旅行时间相比是极短的。

(4)假设卡车到达回收节点时无人机能够完成当前区域的覆盖任务。

(5)假设一辆卡车只能携带一种喷洒物质。

(6)假设配制中心为唯一喷洒物质存储点与卡车基础维护点(农田作业区域无其他补给设施)，且作业结束后所有卡车需返回配制中心进行统一调度，因此卡车需从配制中心出发并返回。

1.2　模型建立

1.2.1　集合

为建立模型，设计以下集合：G 为定义问题的无向图；E 为所有弧的集合；V 为所有农作物区域的顶点集合；B 为农作物种类集合；K 为卡车索引集合；F 为所有农作物区域集合；$M_n^{f^k}$ 为第 k 辆卡车农作物作业区域 f 中的第 n 个子区域的集合，其中 $f^k \in F$，$n = \{1,2,\cdots,m_{f^k}\}$；$V^{f^k}$ 为第 k 辆卡车农作物作业区域 f 的顶点集合；N_0 为配制中心；N 为所有区域附近停靠点的集合；N^k 为第 k 辆卡车农作物作业区域附近停靠点集合；N^{f^k} 为第 k 辆卡车农作物区域 f 附近停靠点集合；$l_c^{f^k}$ 为第 k 辆卡车农作物作业区域 f 中被选中的发射停靠点集合，其中 $f^k \in F$；$r_c^{f^k}$ 为第 k 辆卡车农作物作业区域 f 中被选中的回收停靠点集合，其中 $f^k \in F$；P^{f^k} 为第 k 辆卡车农作物作业区域 f 中所有扫描路径的起点和终点的集合；$SC_{f^k}^d$ 为第 k 辆卡车农作物作业区域 f 中第 d 架无人机所有扫描路径的集合；$P_{f^k}^d$ 为第 k 辆卡车农作物作业区域 f 中第 d 架无人机覆盖路径的起点和终点的集合；$PM_n^{f^k}$ 为第 k 辆卡车农作物作业区域 f 中子区域 n 中无人机覆盖路径的起点和终点的集合；E^T 为车辆可以行进的一组弧线集合，其中 $E^T \subseteq E$。

1.2.2　参数

为建立模型，设计以下参数：L_{ij} 为点 i 到点 j 的欧氏距离；L_{fix}^d 为无人机的固定扫描距离；$L_{\max}^d$ 为无人机的最大续航距离；Z 为完成异质喷洒作业所需的总成本；λ_1 为每辆卡车的固定使用成本系数；λ_2 为卡车的单位距离成本系数；λ_3 为每一架无人机的固定使用成本系数；λ_4 为无人机的单位距离成本系数；D 为每辆卡车携带无人机数量，其中 $d = \{1,2,\cdots,|D|\}$；Q_k 为卡车的最大载质量；H 为无人机的扫描宽度；h 为无人机的飞行高度；q_b^k 为第 b 种农作物第 k 辆卡车携带喷洒物质质量；M^d 为喷洒无人机的机身质量；A_k 为第 k 辆卡车需要完成农田区域总面积；A_{f^k} 为第 k 辆卡车农田作业区域 f 面积。

1.2.3　决策变量

为建立模型，设计以下决策变量：x_{ij}^k 为如果车辆 k 从点 i 行驶到点 j，则为 1，否则为 0，其中 $f^k \in F$；$y_{ijf^k}^d$ 为第 k 辆卡车农作物区域 f 中如果第 d 架无人机从点 i 飞到点 j，则为 1，否则为 0，其中 $f^k \in F$；$y_{f^k}^d$ 为第 k 辆卡车农作物作业区域 f 中，如果发射使用到无人机 d，则为 1，否则为 0，其中 $f^k \in F$。

以多卡车-植保无人机对不规则农田均匀喷洒覆盖总成本最小为优化目标建立数学规划模型，目标函数为

$$\mathrm{Min}Z = C_1 + C_2 \tag{1}$$

其中

$$C_1 = \lambda_1 \sum_{j\in N} x_{0j}^k + \lambda_2 \sum_{i\in N, j\in N} x_{ij}^k L_{ij} \tag{2}$$

$$C_2 = \lambda_3 \sum_{f^k\in F} y_{f^k}^d + \lambda_4 \left\{ P_h \left[\sum_{f^k\in F} \left(\sum_{i\in l_c^{f^k}, j\in P_{f^k}^d} y_{ijf^k}^d L_{ij} + \sum_{i\in P_{f^k}^d, j\in P_{f^k}^d} y_{ijf^k}^d L_{fix}^d + \sum_{i\in P_{f^k}^d, j\in r_c^{f^k}} y_{ijf^k}^d L_{ij} \right) \right] \Big/ v_f + P_v \left(\frac{2h}{v_c}\right) \right\} \tag{3}$$

约束条件为

$$\sum_{j\in N} x_{0j}^k = 1 \quad (\forall k \in K) \tag{4}$$

$$\sum_{i\in N} x_{i0}^k = 1 \quad (\forall k \in K) \tag{5}$$

$$\sum_{i\in N, i\neq j} x_{ij}^k - \sum_{i\in N, i\neq j} x_{ji}^k = 0 \quad (\forall k \in K) \tag{6}$$

$$\sum_{i\in N^k/N_j^{f^k}} \sum_{j\in N^{f^k}} x_{ij}^k = 1 \quad (\forall f^k \in F) \tag{7}$$

$$\sum_{i\in N^k/N_j^{f^k}} \sum_{j\in N^{f^k}} x_{ji}^k = 1 \quad (\forall f^k \in F) \tag{8}$$

$$\sum_{d=1}^{m_f} \sum_{i\in P_{f^k}^d} y_{ijf^k}^d \leqslant \sum_{i'\in N^{f^k}} x_{i'j}^k \quad (\forall j \in N^{f^k}, i' \neq i) \tag{9}$$

$$\sum_{d=1}^{m_f}\sum_{i\in P_{fk}^d} y_{ijf^k}^d \leqslant \sum_{i'\in N^{fk}} x_{ji'}^k \quad (\forall j\in N^{f_k}, i'\neq i) \tag{10}$$

$$\sum_{j\in N^{fk}, i\in P_{fk}^d}\sum_{d=1}^{m_f} y_{ijf^k}^d = \sum_{j\in N^{fk}, i\in P_{fk}^d}\sum_{d=1}^{m_f} y_{jif^k}^d = 1 \quad (\forall f^k\in F) \tag{11}$$

$$\sum_{j\in N^{fk}, i\in PM_n^{fk}}\sum_{d=1}^{m_f} y_{ijf^k}^d = 1 \quad (\forall f^k\in F) \tag{12}$$

$$\sum_{j\in N^{fk}, i\in PM_n^{fk}}\sum_{d=1}^{m_f} y_{jif^k}^d = 1 \quad (\forall f\in F^k) \tag{13}$$

$$\sum_{j\in N^{fk}}\sum_{i\in P_{fk}^{d,sc}} y_{ijf^k}^d = \sum_{j\in N^{fk}}\sum_{i'\in P_{fk}^{d,sc}} y_{i'jf^k}^d \quad (i'\neq i, sc\in SC_{f^k}^d, \forall f^k\in F) \tag{14}$$

$$\sum_{j\in N} x_{0j}^k \leqslant |B| \tag{15}$$

$$|D|M^d + q_b^k \leqslant Q_k \quad (\forall k\in K) \tag{16}$$

$$\left(\sum_{i\in l_c^{fk}, j\in P_{fk}^d} y_{ijf^k}^d L_{ij} + \sum_{i\in P_{fk}^d, j\in P_{fk}^d} y_{ijf^k}^d L_{fix}^d + \sum_{i\in P_{fk}^d, j\in r_c^{fk}} y_{ijf^k}^d L_{ij}\right) \leqslant L_{\max}^d \quad (\forall f^k\in F) \tag{17}$$

$$\sum_{f^k\in F} |l_c^{fk}|A_{fk} \geqslant A_k \tag{18}$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad (\forall i,j\in N\cup\{0\}; \forall k\in K) \tag{19}$$

$$y_{ijf^k}^d \in \{0,1\} \quad (\forall i,j\in P_{fk}^d; \forall f^k\in F) \tag{20}$$

$$y_{fk}^d \in \{0,1\} \quad (\forall f^k\in F) \tag{21}$$

公式(1)表示最小化覆盖任务的总成本,主要由两部分组成,第 1 个部分是卡车成本,其中包括卡车的固定使用和所有卡车在所有覆盖区域内执行覆盖任务的行驶成本,如公式(2)所示,第 2 部分是无人机成本,其中包括无人机的固定使用成本和无人机在所有覆盖区域内执行覆盖任务的飞行成本,区域覆盖飞行成本包括无人机从发射停靠点到扫描起始点飞行成本 + 无人机扫描固定扫描成本 + 无人机从扫描结束点到回收停靠点飞行成本,如公式(3)所示。

约束条件中,公式(4)和公式(5)确保卡车作业的“补给-调度闭环”:因喷洒物质需从配制中心装载,且无其他临时补给点,卡车需返回补充以持续作业。公式(6)确保每个停靠点的进入卡车数量等于驶出卡车数量,从而确保卡车行驶路线的连通性。公式(7)和公式(8)确保只有一辆卡车携带进入每个目标覆盖区域一次并离开该区域一次,即每个覆盖区域只能访问一次。公式(9)确保无人机只能在车辆所访问的发射停靠点起飞,而公式(10)确保无人机只能在车辆所访问的回收停靠点降落。公式(11)确保每个区域每架无人机在该区域内至少起飞和降落一次。公式(12)确保每个区域内对每个子区域而言有且只有一架无人机起飞。公式(13)确保每个区域内对每个子区域而言有且只有一架无人机降落。公式(14)确保无人机在每个覆盖区域飞行路径的连通性,即无人机覆盖路径的起点和终点属于同一条覆盖路径。公式(15)表示卡车发车数量始终小于农作物种类数量,因为当某一类农作物的喷洒需求超过一辆卡车的最大载荷量时,需要多辆卡车来完成该种农作物的喷洒任务。公式(16)表示喷洒物质的质量与所携带的无人机机身质量和始终小于卡车的最大载质量。公式(17)表示对于每一块覆盖区域,无人机所飞行的距离始终小于无人机的最大续航距离。公式(18)表示第 k 辆卡车-无人机所完成的喷洒区域覆盖面积要大于该条路径需要完成的总面积。公式(19) ~ (21)表示决策变量的取值范围。

1.3 无人机能耗计算

无人机飞行过程的能耗受无人机质量、实时载荷、飞行过程与自身规格等因素共同影响,由图 2 可见,本文无人机的飞行过程主要包括 2 种情况:垂直飞行阶段和水平飞行阶段。参考 Wu 等[22]提出的多旋翼无人机能耗计算方法。

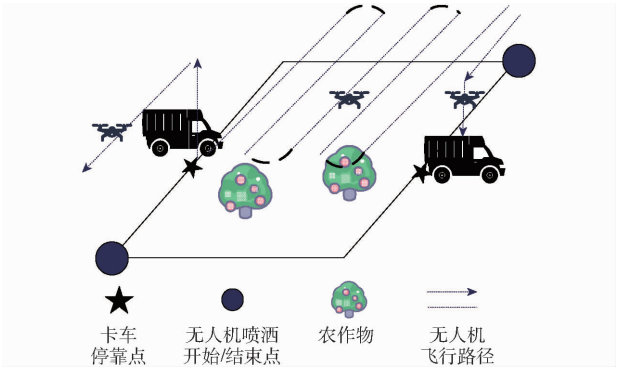

图 2 植保无人机垂直飞行水平喷洒

Fig. 2 Vertical flight and horizontal spraying by crop protection drones

(1)垂直飞行的能耗计算

以爬升速度 v_c 垂直飞行的总功率 P_v 为

$$P_v = P_{pro,v} + P_{i,v} + P_c = \frac{1}{8}\overline{C}_D\rho\sigma A\Omega^2R^3 + \frac{1+k}{2}Wv_c + \frac{1+k}{2}W\sqrt{v_c^2 + \frac{2W}{\rho A}} \tag{22}$$

式中 A——旋转翼盘面积

$\overline{C}_D$——平均阻力系数

P_c——爬升功率

$P_{i,v}$——垂直飞行诱导功率

$P_{pro,v}$——垂直飞行剖面功率

R——旋转翼半径

W——多旋翼无人机重量

Ω——叶片角速度
ρ——空气密度
σ——旋转翼实度
k——对理想诱导功率的增量修正因子，考虑叶尖损失和旋流损失

(2)水平飞行的能耗计算

以前进速度 v_f 水平飞行的总功率 P_h 为

$$P_h = P_{pro,h} + P_{i,h} + P_{para} = \frac{1}{8}\overline{C}_D\rho\sigma A\Omega^2R^3(1+3\mu^2) + (1+k)\frac{W^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\rho A}}\sqrt{\sqrt{\frac{v_f^4}{4v_0^4}+1}-\frac{v_f^2}{2v_0}} + \frac{1}{2}\rho S_{FP}V^3 \quad (23)$$

式中　$P_{i,h}$——水平飞行诱导功率
$P_{pro,h}$——水平飞行剖面功率
P_{para}——寄生功率
S_{FP}——等效平板面积
V——机翼线速度
v_0——悬停时诱导速度
μ——前进比率

2　两阶段启发式算法

首先，不同于卡车-无人机路径规划问题的点到点之间移动，本文研究卡车是在不同农作物区域之间移动，且每个区域内有多个可访问节点，访问顺序的不同和无人机的分配极大影响总覆盖成本。其次，多车辆、多无人机和多种农作物大大增加其问题的复杂度。由于问题本质属于 NP - hard 组合优化范畴，传统精确算法难以应对大规模实例的求解需求，因此设计基于问题的两阶段启发式算法，能够快速求解多卡车-植保无人机协同覆盖多个不同农作物区域路径规划问题。

2.1　阶段 1：多无人机区域覆盖与卡车路径规划

2.1.1　区域覆盖图形划分和多无人机分配

对于农作物区域覆盖任务而言，Huang 等[23]提出过多的转弯次数由于速度先降低再增加，能耗会因此增加，有效地减少转弯次数可以降低农作物区域覆盖的作业成本。所以对于每个农田，计算其面积、周长以及相关的几何特征参数，为无人机选择合适的扫描模式。这里使用文献[20]所提出的方法，根据图形圆度先判断其是采用螺旋式扫描还是牛耕式扫描。当圆度大于 0.86 时地块边界平滑形状接近圆形，牛耕式扫描需通过高频次急减速与急转弯完成航线切换，易导致能耗冗余与设备损耗。因此优先采用螺旋式扫描，通过连续平滑的路径特征减少姿态突变，实现覆盖效率与作业损耗的平衡。无人机使用螺旋式扫描本质上属于恒速协调倾斜飞行，其过程需要持续调整姿态以提供向心力，理论上增加旋翼负荷，但在植保作业典型的低速及后期大范围作业半径下，其能耗增量有限，根据转弯动力学公式，机身倾斜角 $\Phi = \arctan(v^2/(rg))$，在常规作业参数下得到的倾斜角值极小，维持向心力所需的额外功率增幅也极小。其中，Φ 为机身倾斜角，v 为无人机转弯速度，r 为转弯半径，g 为重力加速度。扫描区域圆度 C 计算公式为

$$C = \frac{4\pi S}{L^2} \quad (0 < C \leqslant 1) \quad (24)$$

式中　S——扫描区域面积
L——扫描区域周长

根据无人机的最大作业范围和作业效率，估算每个农田所需的无人机数量下限和上限。根据扫描区域的面积可以计算得到不同区域的子区域数量

$$m_{fk} = \left\{ \left\lceil \frac{A_{fk}}{S_{\max}} \right\rceil, \forall k \in K \right\}_{\max} \quad (25)$$

其中　$$S_{\max} = L_{fk}^d H$$

式中　m_{fk}——第 k 辆卡车服务的农作物作业区域 f 所划分的子区域数量
A_{fk}——第 k 辆卡车服务的农作物作业区域 f 的面积
$S_{\max}$——单架无人机的最大扫描面积
L_{fk}^d——第 d 架无人机在区域 f 内的扫描距离
H——无人机扫描宽度
K——卡车索引集合

将作业区域 f 划分为 m_{fk} 个子区域，各子区域面积占原作业区域总面积的比例 p 为

$$p = \frac{1}{m_{fk}} \quad (26)$$

式中　p——单个子区域面积占原扫描区域总面积的比例

对于任意一个给定的扫描区域，首先判断该区域适合使用哪种扫描方式。如果该区域适合使用螺旋式扫描模式，则将覆盖整个区域的螺旋扫描线等分为 m_{fk} 份，并将其分别分配给 D 架无人机，当 $m_{fk} > D$ 时，无人机重复起飞，卡车完成无人机发射后，前往下一个停靠点，当 $m_{fk} \leqslant D$ 时，无人机不重复起飞，卡车完成无人机发射任务后，前往下一个停靠点。图 3 给出了一个正六边形待覆盖多边形，其总面积为 30.43 km^2。无人机最大扫描面积为 11 km^2，代入式(25)中计算得到子区域数量 $m = 3$。又根据式(24)计算得到该多边形的圆度为 0.92，大于 0.86，故采用螺旋式扫描模式。需说明的是，无人机续航能力确实受载药量、轨迹长度、转弯次数等多因素影响，但本研究聚焦于卡车-无人机的协同优化

(包括起降调度、路径协同、任务分配等系统层面问题),因此以面积作为子区域划分的核心依据,既符合农业生产中无人机作业能力的常用量化方式,也能简化协同优化模型的核心约束,更精准地服务于"多机-多车"协同效率提升的研究目标。图 3a 为不考虑无人机续航能力约束直接规划的螺旋式扫描路径。图 3b 表示得到的最终多无人机协同路径。图 3 和图 4 中,x、y 分别表示区域平面坐标的横坐标和纵坐标。

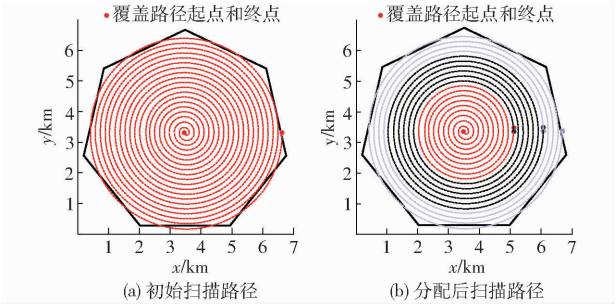

图 3 螺旋式扫描路径

Fig. 3 Spiral scanning path

如果该区域圆度小于 0.86 时,则采用牛耕式扫描,其关键在于作业区域覆盖的图形形状,一般可分为凸图形和凹图形。文献[24-25]所提出的凹凸多边形识别基本思路是,假设沿逆时针转动为正方向,判断相邻两有向线段夹角的极性是否一致。

凸图形则参考陶德臣等[26]提出的方法进行扫描方向确定,首先,任选多边形 $ABCD$ 的一条边 BC,求出顶点 A、D 到边 BC 的距离 L_a、L_d,比较两数值大小,找到距离边 BC 最远的顶点 G_{BC},然后依次求出其余各边界对应垂直距离最远的顶点,最终得到一点集 $U=\{G_{BC},G_{AB},G_{CD},G_{AD}\}$。通过比较上述顶点到对应边界的距离,选最小值 $L_{\min}$ 对应的边界作为基准边界,即无人机实际作业方向。

图 4 给出了凹凸多边形的扫描方法,图 4a 为凸多边形不考虑无人机续航能力约束直接规划的牛耕式初始扫描路径,图 4b 为凸多边形根据子区域划分后的牛耕式扫描路径。图 4c 和图 4d 中的 P_i($i=1,2,\cdots$)表示梯形分解后编号为 i 的凸子区域。

而对于凹图形,首先,将该凹多边形分解为一系列凸多边形子区域,如图 4c 所示。将梯形分解后的一系列凸多边形合并,当 2 个相邻的凸多边形的一条边彼此重合并且两者长轴彼此平行时,可以将它们合并,即图 4d 中所示得到 5 个扫描区域。此时再确定该凹图形的基准扫描方向即无人机的作业方向,从而得到无人机的初始扫描路径如图 4e 所示。最后得到凹多边形扫描路径。

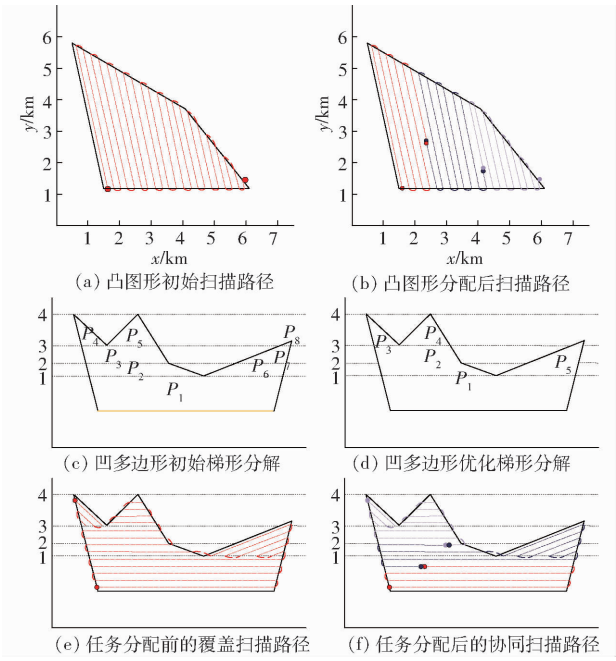

图 4 凹凸图形扫描路径

Fig. 4 Scanning path for convex-concave patterns

2.1.2 卡车路径规划

卡车路径规划主要是基于每个区域内的无人机覆盖路径,选择无人机的起飞停靠点和回收停靠点,然后根据改进的节约里程算法,对车辆的行驶路径进行规划。

由于前面提前确定了每个无人机的作业起点和终点,所以基于贪婪原则选择每个区域的无人机起飞停靠点和回收停靠点,使得所有无人机飞行时间最少。由于涉及不同农作物,需要多辆卡车完成任务,而对于某一种农作物使用一辆卡车也不一定能满足需求,所以需要预先确定满载喷洒物质的卡车最大可喷洒面积 S_{truck},计算公式为

$$S_{\text{truck}}=\phi Q_k \tag{27}$$

式中 ϕ——装载量转换可覆盖面积系数

每辆车对于每种农作物携带无人机对该种农作物进行服务。

对于每种农作物的每块农田的服务过程可细化为:卡车先访问该区域的起飞停靠点,释放无人机进行区域覆盖,释放完最后一架无人机后卡车访问回收停靠点回收所有无人机。

2.1.3 算法流程

首先,输入所有覆盖区域相关信息、卡车相关信息、无人机相关信息、配制中心位置及农作物种类数量,对于每个区域计算其周长、面积、圆度及无人机数量和无人机覆盖面积比例(算法伪代码第 1~3 行)。如果该区域圆度小于 0.86(第 4 行),若是凸多边形,直接使用牛耕式扫描,并根据面积确定需要几架无人机后等长划分,再分配给无人机,得到

($SC_1^{f^k}, SC_2^{f^k}, \cdots, SC_{m_{f^k}}^{f^k}$)。这样就可以得到目标区域的无人机扫描开始点和结束点($sp_n^{f^k}, ep_n^{f^k}$)。如果是凹多边形,使用梯形分解后的牛耕式扫描(第 5、6 行)。如果该区域圆度大于 0.86,无人机使用螺旋式扫描,得到覆盖整个区域的扫描路径(第 8 行)。重复上面步骤,可以得到每个区域的扫描路径(第 10 行)。

区域多边形每一条边上都有一个备选停靠点,确定每种农作物的区域面积及所有区域所需要的卡车数量(第 11、12 行)。对于每一种农作物计算配制中心和所有停靠点的距离矩阵 $\boldsymbol{d}_{ij}^k$(第 14 行),形成停靠点集合 g_i^k(第 15 ~ 17 行)。对其计算节约值矩阵 $\boldsymbol{j}_{(i,j)}^k$ 并降序排列(第 18、19 行)。从最大节约值开始,合并对应的两个区域的车辆行驶路径回路,直到覆盖所有区域,从而得到了所有目标区域的访问顺序 seq(第 20 行)。按照各个区域的访问顺序连接无人机的飞行路线和车辆停靠点,得到单条车辆路径(第 21 行),根据卡车最大服务面积 S_{truck} 切分路径得到该单种农作物初始路径(第 22 行),重复上面步骤,得到可行解 s(第 24 行),算法 1 具体伪代码为:

Input:所有区域 F,$f^k \in F$,所有区域顶点($v_1, v_2, \cdots, v_n$),所有区域车辆停靠点 $N = \{1, 2, \cdots, n\}$,配制中心 N_0,农作物种类数量 $b = \{1, 2, \cdots, |B|\}$,无人机携带数量 $|D|$,无人机最大扫描面积 $S_{\max}$,卡车最大容量 Q_k

Output:可行初始解 s(无人机扫描路径 SC,无人机扫描长度 d,无人机扫描起始结束点(sp, ep),卡车停靠点访问顺序)

1 For f^k in F
2 　计算区域 f^k 的周长 L、面积 $S_{\max}$ 和每架无人机扫描区域的占比 p
3 　区域圆度 $C \leftarrow 4\pi S/L^2$
4 　If $C \leqslant 0.86$ then
5 　　$SC \leftarrow$ 凸图形使用牛耕式扫描法
6 　　$SC \leftarrow$ 凹图形使用梯形分解后的牛耕式扫描法
7 　Else
8 　　$SC \leftarrow$ 使用螺旋式扫描法
9 　End
10 End For
11 根据农作物种类数量将所有区域分为 $|B|$ 类,每类区域面积分别为 $S_1, S_2, \cdots, S_{|B|}$
12 卡车数量 $k = |B| \sum_1^{|B|} \lceil S_b / S_{\text{truck}} \rceil$
13 For $i = 1 : |B|$
14 　计算每个停靠点之间的距离矩阵 $\boldsymbol{d}_{ij}^k$
15 　For $i = 1 : a$
16 　　$Area_i \leftarrow (l_c^{f^k}, r_c^{f^k})$;根据贪婪原则为每个区域内的所有无人机选择卡车发射停靠点 $l_c^{f^k}$ 和卡车回收停靠点 $r_c^{f^k}$
17 　End For
18 　$g_{ij}^k \leftarrow (Area_1, Area_2, \cdots)$
19 　$W \leftarrow descendsort(\boldsymbol{j}_{(i,j)}^k)$
20 　从 $W(1)$ 开始连接相邻两个区域,直到获得该类农作物区域的访问顺序 seq
21 　按照各个区域的访问顺序连接无人机的飞行路线和车辆停靠点,得到单条车辆路径
22 　根据卡车最大服务面积 S_{truck} 切分路径得到该单种农作物初始路径
23 End For
24 合并所有农作物区域服务路径得到可行解 s
25 Return s

2.2　阶段 2:改进的自适应大邻域搜索算法

将上述得到的初始解作为所提出的改进自适应大邻域搜索算法的初始可行解,并结合模拟退火算法思想避免搜索陷入局部最优。

根据研究问题所提出的改进自适应大邻域搜索算法相较于基础的自适应大邻域搜索算法,改进在于邻域算子的设计和选择上结合了本文问题特点,算子选择参考轮盘赌思想[27]。同时设计了 2 类 4 种算子,首先是通过对选取的无人机起飞/回收点进行优化调整,即起飞/回收点移除算子和同区域起飞/回收点插入算子。其次优化调整车辆在不同区域之间的访问顺序,每个区域的起飞停靠点和回收停靠点是成对存在的,所以算子应为区域移除算子和区域插入算子。最后,由于本文是对不同农作物区域进行喷洒覆盖,每种农作物由若干辆车携带若干无人机进行服务,所以每个算子的移除/插入操作都必须在同一种农作物的行驶路径中。

卡车-无人机协同多农作物区域覆盖路径优化算法(Truck - drone collaborative multi-crop area coverage path optimization algorithm, TCMAC - POA)的流程图如图 5 所示。该算法存在 2 种终止条件:①当前温度要低于设置的最终温度,即搜索时间达到上限。②迭代过程中最优解连续 $N_{\max}$ 次不发生变化,即搜索效果达到上限。此时往其他邻域方向搜索得到的解均不优于当前最优解,可视为找到全局最优解。图 5 中,s 为当前解,s' 为邻域算子生成的新解,s_{oc} 为当前记录的最优解,T_c、T_e 分别为当前温

度和终止温度，N_{max} 为最优解连续未改善的最大允许次数，w^{insert}、w^{remove} 分别为插入算子和移除算子的权重。

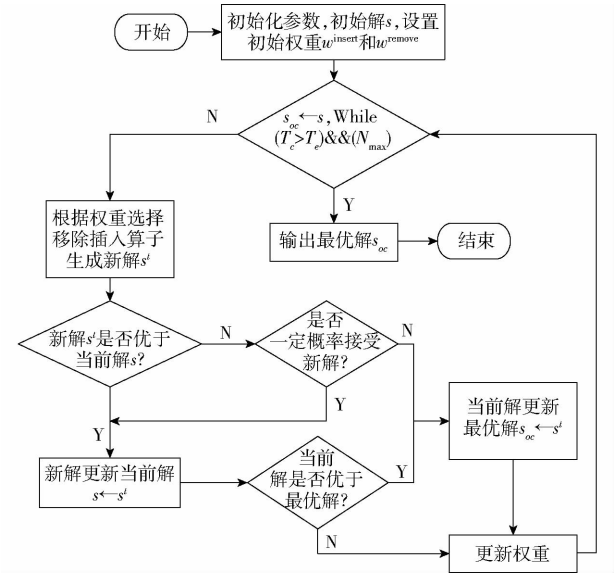

图 5 覆盖路径优化算法流程图

Fig. 5 Flowchart of coverage path optimization algorithm

3 实验分析

通过随机生成典型案例，求解卡车-无人机协同作业的不同农作物区域喷洒覆盖任务分配和路径规划问题，验证了卡车-无人机协同作业的巨大成本优势。此外通过 10 个随机案例，证明了本文所提算法的有效性。所有计算实验均在台式计算机上进行，使用 12th Gen Intel(R) Core(TM) i5 - 12400 2.50 GHz 处理器及 16 GB 内存，编程环境为 Windows 10 操作系统下的 Visual Studio Code，编程语言为 Python。

3.1 实验设置

为生成典型案例，首先在平面上生成一个 5×5 的网格，每个正方形网格的边长为 10 km。假设配制中心在坐标(30 km，30 km)位置。然后在 25 个网格中随机选择 16 个网格，每个被选中网格中随机生成一定数量的点，将每个点进行连接，即可生成一个多边形，为目标区域。

而后将所生成的网格线作为模拟道路网，然后选择每个目标区域多边形的边中点为卡车备选停靠点，再随机选择 2 个卡车备选停靠点连接到模拟道路网，一个作为卡车进入停靠点，另一个为卡车驶离停靠点。设计的典型案例如图 6 所示，中间的红色矩形表示喷洒物质配制中心，存在 16 个待扫描的区域，并以配制中心所在横竖轴划分为 4 个农作物种类。卡车携带多无人机从配制中心出发去完成喷洒任务后返回配制中心。

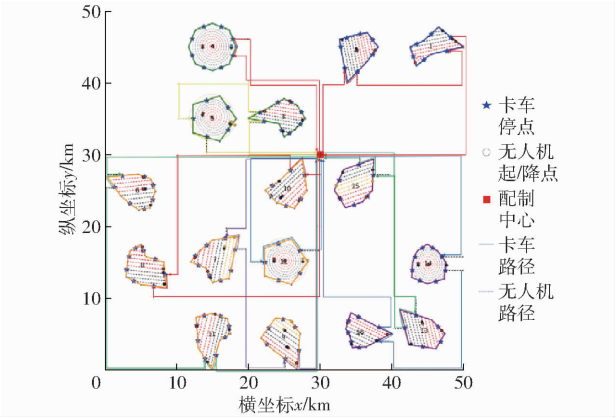

图 6 初始解的卡车路径和无人机路径

Fig. 6 Initial solution for truck and drone routes

需要说明的是本文实验部分是完全随机模拟实验，意在探索以最小成本完成卡车-植保无人机的协同作业机制，所以下述实验部分并未使用前文无人机能耗计算方法，而是直接使用根据真实无人机技术参数推算的大致能耗参数。

实验中卡车的单位行驶成本为 2 元，无人机的单位行驶成本为 0.5 元。无人机的扫描间距为 1 km，卡车满载喷洒物质最大覆盖面积为 45 km^2，无人机满载喷洒物质最大覆盖面积为 11 km^2。此外参数设置如表 1 所示。为了量化垂直起降与水平巡航的能耗代价，本文结合现实(大疆 T100 型无人机的核心参数计算而得)预先设置了垂直起降功率、水平巡航功率、电池最大能量储备等参数。算法和无人机参数设置如表 1 所示。

表 1 算法和无人机参数设置

Tab. 1 Algorithms and drones parameters setting

参数	设定值	参数	设定值
T_s/(°)	100	P_v/kW	4.1
T_e/(°)	1	P_h/kW	7.4
cr	0.99	h/m	3
N	1 000	v_c/(m·s^{-1})	0.5
N_{max}	10	v_f/(m·s^{-1})	1
λ	0.2	E_{max}/(W·h)	500

注：T_s 为初始温度；cr 为降温系数/冷却率

为确定每个区域的扫描模式，计算了 16 个多边形区域的圆度及所需的无人机数量，结果如表 2 所示。

3.2 实验结果分析

首先，通过第 1 阶段 MACP - TPPA 算法，对展示的典型案例构造初始可行解，16 个区域的规划结果如图 6 所示。其中按照区域序号对卡车停靠点排序，完成所有覆盖任务总成本为 1 360.375。

基于初始解，使用设计的 TCMAC - POA 对其进行优化。得到的最优解如图 7 所示，完成所有覆盖任务总成本为 1 051.32，由此可证明所提出的改进

表 2　16 个区域的面积、周长及圆度

Tab. 2　Area, perimeter, and circularity of 16 regions

区域	面积/km²	周长/km	圆度	区域	面积/km²	周长/km	圆度
1	16.55	14.75	0.56	9	22.16	14.36	0.77
2	20.98	16.51	0.73	10	20.58	16.08	0.70
3	18.10	18.16	0.58	11	21.92	18.72	0.65
4	31.43	17.86	0.95	12	26.42	15.67	0.86
5	26.42	15.67	0.86	13	20.40	16.04	0.75
6	21.22	16.05	0.78	14	19.32	13.98	0.91
7	23.56	18.35	0.72	15	24.23	17.26	0.81
8	21.83	15.77	0.73	16	16.60	13.52	0.68

自适应大邻域搜索算法具有较好的优化效果，验证了所提出的两阶段启发式算法可以有效地解决卡车无人机协同作业带来的无人机任务分配和卡车路径规划问题，满足实际的不同农作物区域喷洒覆盖应用需求。

为了进一步说明卡车-无人机协同喷洒区域农作物的高效性，采用卡车-人工模式（Truck - person mode，TPM）模拟喷洒该案例。在覆盖区域顺序和卡车停靠点访问顺序不变的情况下，使用人工进行农作物区域覆盖作业，不同于无人机的是人工作业的单位作业面积成本更高，且由于作业效率慢会产生卡车的等待成本，表 3 对比了初始解和优化解及 TPM 的细化无人机能耗成本后的成本对比。

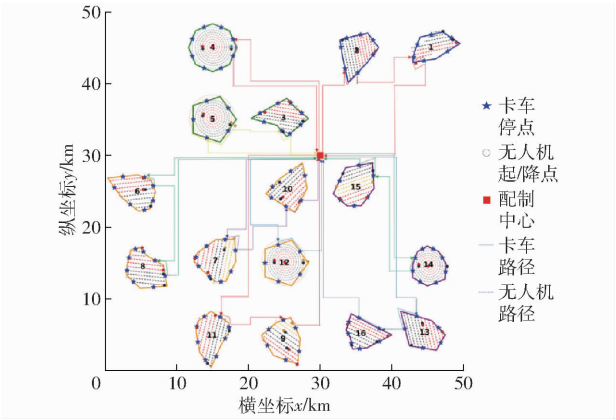

图 7　最优解的卡车路径和无人机路径

Fig. 7　Final solution for truck and drone routes

表 3　随机案例 8 成本构成对比

Tab. 3　Cost component comparison for random case 8

方案	卡车成本	无人机成本	无人机固定成本	无人机垂直起飞能耗成本	无人机水平飞行能耗成本	总成本
MACP - TPPA	761.475	598.90	60	62.12	476.78	1 360.375
TCMAC - POA	533.540	517.78	60	59.36	398.42	1 051.320
TPM	541.220	-	-	-	-	1 645.195

基于上述过程，又生成了 10 个随机案例，其中目标区域数量在 10 ~ 22 之间，农作物种类数量为 3 ~ 4 之间，均使用设计的 MACP - TPPA 和 TCMAC - POA 进行求解，同时也求解了 TPM 进行对比，计算结果如表 4 所示。

从表 4 可以看出，最优解即 TCMAC - POA 求得

表 4　10 个随机案例计算结果

Tab. 4　Calculation results for ten random cases

案例	区域数量	农作物种类数	总成本			初始解提升率/%	较人工提升率/%
			MACP - TPPA	TCMAC - POA	TPM		
1	10	3	791.230	610.360	1 039.760	22.86	41.30
2	13	3	1 101.900	832.500	1 309.540	24.45	36.43
3	16	3	1 321.680	1 032.820	1 709.340	21.86	39.58
4	19	3	1 685.150	1 221.420	1 967.650	27.52	37.92
5	22	3	2 045.810	1 570.345	2 262.250	23.24	30.58
6	10	4	802.190	643.220	1 070.140	19.81	39.90
7	13	4	1 072.240	870.220	1 309.220	18.84	33.53
8	16	4	1 360.375	1 051.320	1 645.195	22.72	36.10
9	19	4	1 633.340	1 249.125	1 985.360	23.52	37.08
10	22	4	1 931.760	1 541.510	2 216.235	20.20	30.44

方案，相比初始解即 MACP - TPPA 求得方案总成本缩小 18% ~28%，同时将得到的最优解成本与 TPM 总成本进行对比，其任务成本更是减少了 30% ~ 42%，进一步证明了所提出的卡车-无人机协同作业模式在执行不同农作物喷洒区域覆盖任务上的优越性和高效性。

4　结束语

植保无人机凭借其低成本、高效率及高精度等特性，已成为精准农业区域覆盖任务的核心技术载

体。然而,单机作业模式受限于续航能力,难以满足大规模多区域连续作业需求。本研究提出多卡车-植保无人机协同架构,通过构建移动基站与多无人机喷洒的动态耦合机制,实现多种农作物和容量约束下多区域连续覆盖优化。卡车作为移动补给基站,可快速部署无人机至目标区域,并通过路径优化降低跨区域无效飞行成本,显著提升系统作业效率与覆盖范围。针对多卡车植保无人机协同路径规划问题,本研究设计两阶段启发式算法:首阶段基于区域几何特征(圆度、凹凸性)选择螺旋式或牛耕式扫描模式,并结合贪婪策略生成初始覆盖路径;次阶段采用改进自适应大邻域搜索算法,通过定制化移除-插入算子优化卡车行驶序列与无人机发射回收节点。实验表明,该协同模式在 16 个区域典型案例中总成本较初始解降低 22.72%,10 组随机案例验证该模式较传统卡车-人工喷洒成本缩减率达 30% ~ 42%。算法通过分层迭代有效平衡卡车行驶成本与无人机覆盖成本,为异质农田作业提供可扩展解决方案。

尽管本研究提出的多卡车-多植保无人机协同喷洒不同农作物模式展示了显著优势,但本文实验部分为完全随机模拟实验,且未直接使用前文无人机能耗计算方法,而是依据真实无人机技术参数推算大致能耗参数。上述实验设置及局限表明,本文结果主要用于验证所提出协同作业机制与算法的有效性。

参 考 文 献

[1] Hao S, Wang G, Yang Y, et al. Promoting grain production through high-standard farmland construction: evidence in China [J]. Journal of Integrative Agriculture, 2024, 23(1): 324 - 335.

[2] Xu W Y, Yu X B, Xue X Y. A binary gridding path-planning method for plant-protecting UAVs on irregular fields[J]. Journal of Integrative Agriculture, 2023, 22(9): 2796 - 2809. DOI: 10.1016/j.jia.2023.02.029.

[3] 张亚莉, 彭婉航, 孙智磊, 等. 基于改进海鸥算法的无人机山地果园三维路径规划方法[J]. 农业机械学报, 2026, 57(3): 16 - 26.
Zhang Yali, Peng Wanhang, Sun Zhilei, et al. Three dimensional path planning method for UAV in mountainous orchards based on improved seagull optimization algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2026, 57(3): 16 - 26. (in Chinese)

[4] 陆健强, 王量, 王卫星, 等. 基于双步构造策略的多无人机覆盖路径规划方法[J]. 农业机械学报, 2026, 57(3): 27 - 37.
Lu Jianqiang, Wang Liang, Wang Weixing, et al. Multi - UAV coverage path planning based on two-step construction strategy [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2026, 57(3): 27 - 37. (in Chinese)

[5] Zhang W, Li J, Yu W, et al. Algorithm for UAV path planning in high obstacle density environments: RFA-star[J]. Frontiers in Plant Science, 2024, 15: 1391628.

[6] 郭启敏, 张鹏, 姜俊, 等. 基于改进蚁群算法的凹区域无人侦察机覆盖航线规划[J]. 电光与控制, 2024, 31(8): 23 - 31.
Guo Qimin, Zhang Peng, Jiang Jun, et al. Improved ACO based coverage path planning of unmanned reconnaissance aircraft in concave area[J]. Electronics Optics & Control, 2024, 31(8): 23 - 31. (in Chinese)

[7] 张昆, 崔静莹, 涂友超, 等. 植保无人机精准覆盖航迹规划算法设计与验证[J]. 农机化研究, 2022, 44(2): 15 - 22.
Zhang Kun, Cui Jingying, Tu Youchao, et al. Design and verification of an algorithm of precision coverage path planning for unmanned aerial vehicle[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2022, 44(2): 15 - 22. (in Chinese)

[8] Wang Y, He Z, Cao D, et al. Coverage path planning for kiwifruit picking robots based on deep reinforcement learning[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2023, 205: 107593.

[9] Cho S W, Park H J, Lee H, et al. Coverage path planning for multiple unmanned aerial vehicles in maritime search and rescue operations[J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 161: 107612.

[10] Huang J, Luo Y, Quan Q, et al. An autonomous task assignment and decision-making method for coverage path planning of multiple pesticide spraying UAVs[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2023, 212: 108128.

[11] Moltajaei Farid A, Roshanian J, Mouhoub M. Multiple aerial/ground vehicles coordinated spraying using reinforcement learning[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2025, 151: 110686.

[12] 赵一骁, 何航天, 李雨楠, 等. 基于最小圆覆盖的多无人机协同螺旋式搜索优化算法[J]. 指挥信息系统与技术, 2024, 15(4): 56 - 62.
Zhao Yixiao, He Hangtian, Li Yunnan, et al. Optimization algorithm for multi-UAV collaborative spiral search based on minimum circle coverage[J]. Command Information Systems and Technology, 2024, 15(4): 56 - 62. (in Chinese)

[13] Santin R, Assis L, Vivas A, et al. Matheuristics for multi-UAV routing and recharge station location for complete area coverage[J]. Sensors, 2021, 21(5): 1705.

[14] Murray C C, Chu A G. The flying sidekick traveling salesman problem: optimization of drone-assisted parcel delivery[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2015, 54: 86 - 109.

[15] Schermer D, Moeini M, Wendt O. A hybrid VNS/Tabu search algorithm for solving the vehicle routing problem with drones and en route operations[J]. Computers & Operations Research, 2019, 109: 134 – 158.

[16] Dumez D, Lehuédé F, Péton O. A large neighborhood search approach to the vehicle routing problem with delivery options [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2021, 144: 103 – 132.

[17] Salama M R, Srinivas S. Collaborative truck multi-drone routing and scheduling problem: package delivery with flexible launch and recovery sites[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2022, 164: 102788.

[18] Moshref-Javadi M, Lee S, Winkenbach M. Design and evaluation of a multi-trip delivery model with truck and drones[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2020, 136: 101887.

[19] Xiao J, Li Y, Cao Z, et al. Cooperative trucks and drones for rural last-mile delivery with steep roads[J]. Computers & Industrial Engineering, 2024. 187: 109849.

[20] 夏阳升, 石建迈, 陈超, 等. 车机协同多区域覆盖侦察路径规划方法[J]. 指挥与控制学报, 2020, 6(4): 372 – 380.
Xia Yangsheng, Shi Jianmai, Chen Chao, et al. Path planning method for multi-area reconnaissance by cooperated ground vehicle and drone[J]. Journal of Command and Control, 2020, 6(4): 372 – 380. (in Chinese)

[21] 刘瑶, 夏阳升, 石建迈, 等. 车载多无人机协同多区域覆盖路径规划方法[J]. 系统工程与电子技术, 2023, 45(5): 1380 – 1390.
Liu Yao, Xia Yangsheng, Shi Jianmai, et al. Path planning method for multi-area coverage by cooperated ground vehicle multi-drone[J]. Systems Engineering and Electronics, 2023, 45(5): 1380 – 1390. (in Chinese)

[22] Wu K, Feng M, Wu C, et al. Trajectory planning for multi-rotor UAV based on energy cost model[C]// 2022 41st Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2022: 1 – 6.

[23] Huang W H. Optimal line-sweep-based decompositions for coverage algorithms [C] // Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 01CH37164). IEEE, 2001, 1: 27 – 32.

[24] 段建民, 陈强龙. 基于改进人工势场-遗传算法的路径规划算法研究[J]. 国外电子测量技术, 2019, 38(3): 19 – 24.
Duan Jianmin, Chen Qianglong. Research on path planning algorithm based on improved artificial potential field-genetic algorithm[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2019, 38(3): 19 – 24. (in Chinese)

[25] 常波, 王瑞. 基于几何法的无人机航迹规划[J]. 计算机系统应用, 2015, 24(1): 109 – 113.
Chang Bo, Wang Rui. Path planning based on geometric method for unmanned aerial vehicles[J]. Computer Systems & Applications, 2015, 24(1): 109 – 113. (in Chinese)

[26] 陶德臣, 祖家奎, 高尚文. 基于全覆盖路径的植保无人直升机航线规划方法与实现技术[J]. 电子测量技术, 2020, 43(7): 50 – 55, 166.
Tao Dechen, Zu Jiakui, Gao Shangwen. Planning method and implementation technology of plant protection unmanned helicopter route based on full coverage path[J]. Electronic Measurement Technology, 2020, 43(7): 50 – 55, 166. (in Chinese)

[27] Ropke S, Pisinger D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows [J]. Transportation Science, 2006, 40(4): 455 – 472.