

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2026.14.040

含有混合运动支链的无耦合 2R1T 并联机构型综合研究

张彦斌^{1,2} 赵俊超¹ 宋黎明¹ 庞乾辰¹ 徐浩翔¹

(1. 河南科技大学机电工程学院, 洛阳 471003; 2. 机械装备先进制造河南省协同创新中心, 洛阳 471003)

摘要: 针对并联机构运动学耦合性强和转动能力弱等问题, 本文提出了一种含有混合运动支链的无耦合 2R1T 并联机构型综合方法。根据机构输出运动特性, 利用螺旋理论构建了运动等效分支基础结构形式, 即 PRR 分支。通过引入 1 条等速比分支运动链, 构造运动等效的混合分支运动链, 并基于位移流形理论实现了等速比分支运动链结构综合, 获得诸多新型混合支链。根据分支驱动力螺旋理论确定单开链分支驱动力螺旋、主动运动螺旋和非主动运动螺旋形式, 根据连接度不同完成了单开链分支结构综合。根据建立的分支装配条件, 实现了具有期望运动特性的 2R1T 并联机构型综合和创新设计。最后, 对所综合的 PRRRR/(PR - RURU) - R 并联机构进行了自由度、运动学及转动性能分析, 结果表明该机构可实现二维转动、一维移动, 雅可比矩阵为对角阵, 而动平台 2 个姿态角转动范围分别达 103.48° 和 125.24°, 因此该机构为三自由度 2R1T 无耦合并联机构, 且具有良好的转动能力, 从而验证了所提出型综合方法的正确性与可行性。

关键词: 并联机构; 型综合; 混合运动支链; 无耦合; 驱动力螺旋; 位移流形理论

中图分类号: TH112; TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2026)14-0407-10 **OSID:** 

Type Synthesis for Uncoupled 2R1T Parallel Mechanism with Hybrid Kinematic Branch

Zhang Yanbin^{1,2} Zhao Junchao¹ Song Liming¹ Pang Qianchen¹ Xu Haoxiang¹

(1. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China

2. Center of Machinery Equipment Advanced Manufacturing of Henan Province, Luoyang 471003, China)

Abstract: Aiming at the problems of strong motion coupling and weakly rotational capability of parallel mechanism, a type synthesis method for uncoupled 2R1T parallel mechanisms with a hybrid kinematic branch was proposed. Based on the output kinematic characteristics of the mechanism, the basic structure of the kinematical equivalent branch, namely the PRR branch, was constructed by using the screw theory. By introducing a constant-velocity-ratio branch, the hybrid kinematic branch with equivalent motion was built. Structural synthesis of the constant-velocity-ratio branches was completed in terms of the displacement manifold theory, and many new hybrid branches were obtained. The forms of the actuation wrench screw, actuated twist screws and unactuated screws of single-open branch were determined according to the actuation wrench screw theory. Then structural synthesis of the single-open branches was realized by means of the different branch connectivity. Based on the branch assembly conditions, type synthesis and innovative design of the 2R1T parallel mechanism with the desired kinematic characteristics were completed. Finally, analysis of degree of freedom, kinematics and rotational capability of the new PRRRR/(PR - RURU) - R parallel mechanism were performed. The results showed that the mechanism was capable of two-dimensional rotation and one-dimensional translation, its Jacobian matrix was a diagonal form, and the rotational ranges of two orientation angles of the moving platform reached 103.48° and 125.24°, respectively. Therefore, the mechanism was a 3 DOF 2R1T uncoupled parallel mechanism with well rotational capability. The correctness and feasibility of the proposed type synthesis method were verified.

Key words: parallel mechanism; type synthesis; hybrid branch; uncoupled; actuation wrench screw; displacement manifold theory

收稿日期: 2025-04-07 修回日期: 2025-05-22

基金项目: 河南省科技攻关计划项目(192102210221)和河南科技大学研究生创新基金项目(CXJJ-2025-KJ18)

作者简介: 张彦斌(1974—),男,教授,博士生导师,主要从事机构学与并联机器人理论研究,E-mail: yanbin_zh@163.com

0 引言

近年来,少自由度并联机构因成本低、控制系统开发简单、性能高等优势而逐渐成为机器人领域的研究热点^[1-3],广泛应用于运动模拟^[4-5]、精密器械加工^[6-7]、航空航天^[8]、医疗康复^[9]以及3D打印^[10]等领域。自1983年Hunt^[11]提出3RPS并联机构后,三自由度二维转动一维移动(2R1T型)并联机构便受到广泛关注,并在工业领域得到了较好的应用。

运动学解耦的并联机构具有运动学、动力学建模简单,控制设计方便,以及能实现较大的转动能力,得到学者们广泛关注。Gogu^[12]基于线性变换理论提出了一种完全各向同性2R1T并联机构型综合方法,得到诸多新型机构。Zhang等^[13]基于分支驱动力螺旋理论,根据并联机构正、逆雅可比矩阵为对角阵的条件,建立了无耦合2R1T并联机构型综合,但动平台姿态角运动范围受到分支结构较大限制。Xu等^[14]基于约束螺旋和旋转轴线间的关系,对解耦2R1T和2R并联机构进行了型综合。沈惠平等^[15]根据拓扑降耦设计理论方法,得到一种耦合度为零具有部分解耦特性的2R1T并联机构。窦玉超等^[16]设计了一种PU-RCRR-CRRR型无耦合2R1T并联机构,并根据机构运动学方程验证其运动解耦特性。

目前,大多数并联机构转动能力较弱(小于90°),一定程度上制约了并联机构的推广应用,因此设计具有高转动性能的并联机构显得非常重要。Zhang等^[17]提出了一类空间2T1R非对称并联机构,理论上机构末端执行器可实现超过180°的转动。贺磊盈等^[18]提出一种具有整周回转能力的3T1R并联机构,通过2个共轴、反向的等螺距螺旋副实现动平台的整周回转。Wang等^[19]为解决动平台与运动链之间的干涉导致转动角度受限问题,通过将末端执行器放置在运动副上,提出了一类具有高转动能力的2R1T广义并联机构。Liu等^[20]提出一种具有圆弧形滑动副、无寄生运动的可变球对称2R1T并联机构,能够实现围绕连续旋转轴的大角度旋转。Shen等^[21-22]为提高机构转动能力,设计了一类具有2条分支运动链的2T1R并联机构。

为解决并联机构运动耦合性强和转动能力弱等问题,本文提出一类含有混合分支运动链的二分支三自由度无耦合2R1T并联机构型综合方法,并对一种新机构进行运动学分析,以验证所提出理论方法的正确性。

1 运动等效分支结构设计

假定2R1T型并联机构包含3个特征自由度:沿X轴方向移动自由度、绕Z轴和X轴方向转动自由度,因此机构动平台基础运动螺旋系可写为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_1 = [0 \ 0 \ 0; \ 1 \ 0 \ 0]^T \\ \mathcal{S}_2 = [0 \ 0 \ 1; \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \mathcal{S}_3 = [1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0]^T \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\mathcal{S}_1$ ——平行于X轴无穷大节距螺旋
 $\mathcal{S}_2$ 、 $\mathcal{S}_3$ ——平行于Z轴和X轴零节距螺旋
将式(1)等效为1条分支运动链运动螺旋系,则该分支结构可记为 $\{-P(\perp R\perp)\parallel R-\}$,即PRR型,如图1所示。其中,P、R分别表示移动副和转动副,符号“ $\perp$ ”和“ $\parallel$ ”表示对应运动副轴线之间相互垂直或平行。建立静坐标系OXYZ,坐标系原点O位于移动副P轴线上,X轴与移动副轴线重合,Z轴竖直向上,Y轴则可通过右手准则确定;动坐标系oxyz坐标原点o位于两转动副轴线的交点,且x轴与末端转动副的轴线重合,z轴垂直于末端构件平面。设初始位置时动坐标系坐标轴与静坐标系对应的坐标轴平行,则PRR等效分支中2个R副轴线分别平行于Z轴和X轴。

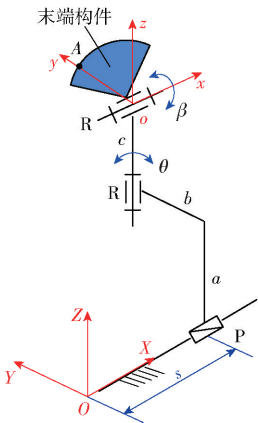


图1 PRR等效分支运动链结构
Fig. 1 Kinematic chain structure of PRR equivalent branch

令 θ 、 β 表示PRR分支中两转动副绕其轴线的角位移,即末端构件在静坐标系OXYZ下姿态角,则动坐标系相对于静坐标系的转动矩阵R为

$$R = R(Z, \theta)R(X, \beta) = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta c\beta & s\theta s\beta \\ s\theta & c\theta c\beta & -c\theta s\beta \\ 0 & s\beta & c\beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,s和c分别表示正弦函数和余弦函数。
假设点A位于分支末端构件上,且在动坐标系oxyz下坐标 $A_o = (0, r, 0)^T$,其中r为点A到x轴的距离,则点A在静坐标系下坐标为

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{A}_o + \boldsymbol{P} \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{A} = (x_A, y_A, z_A)^T$ $\boldsymbol{P} = (s, b, a + c)^T$
式中 $\boldsymbol{A}$ 、 $\boldsymbol{P}$ ——点 A 和动坐标系原点 o 在静坐标系 $OXYZ$ 下坐标
 s ——移动副到静坐标系原点 O 的距离
 a 、 b 、 c ——分支运动链结构参数
将各个参数代入式(3), 可得

$$\begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -rs\theta c\beta + s \\ rc\theta c\beta + b \\ rs\beta + a + c \end{bmatrix} \tag{4}$$

由式(4)可知, 点 A 在 X 轴方向坐标 x_A 不仅与分支末端构件 2 个姿态角 θ 和 β 相关, 还与移动副 P 沿 X 轴方向位移 s 有关; y_A 则与姿态角 θ 和 β 相关; 而 z_A 仅与姿态角 β 相关, 即 z_A 是以分支末端转动角位移 β 为自变量的函数。

2 混合分支运动链构型设计

通过引入等速比分支构造混合分支运动链, 并利用位移流形理论对等速比分支进行综合, 生成多种有效的混合支链构型。

2.1 等速比分支引入

根据 PRR 分支几何结构可知, 末端构件绕 Z 轴转动方向在运动过程始终不变, 因此可引入等速比运动链^[23]独立控制该转动运动, 如 RURU 运动链, 如图 2 所示, 其中 U 表示万向铰。假定第 1 个转动副 R_1 为主动副且直接固结于机架, 分支末端构件被限制在竖直方向。分支中各运动副配置方位为: R_1 副轴线垂直于 U_2 副 2 条轴线组成的平面, 且交于 U_2 副 2 条轴线的交点, 轴线 U_{21} 与 U_{42} 平行, 轴线 U_{22} 、 U_{41} 与 R_3 平行。以转动副 R_1 与万向铰 U_2 轴线交点为坐标原点建立坐标系 $o_1x_1y_1z_1$, 坐标轴 z_1 与 R_1 副转动轴线重合, 初始位置时 x_1 和 y_1 分别位于 U_2 副两转动轴线上。

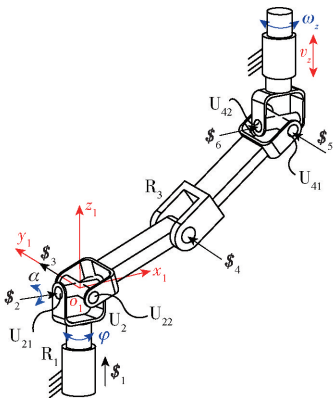


图 2 RURU 等速比运动链

Fig. 2 RURU constant-velocity-ratio kinematic branch

在坐标系 $o_1x_1y_1z_1$ 下该分支运动螺旋系可写为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\$}_1 = [0 \ 0 \ 1; \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \boldsymbol{\$}_2 = [c\varphi \ s\varphi \ 0; \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \boldsymbol{\$}_3 = [-s\varphi c\alpha \ c\varphi c\alpha \ s\alpha; \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \boldsymbol{\$}_4 = [-s\varphi c\alpha \ c\varphi c\alpha \ s\alpha; \ a_4 \ b_4 \ c_4]^T \\ \boldsymbol{\$}_5 = [-s\varphi c\alpha \ c\varphi c\alpha \ s\alpha; \ a_5 \ b_5 \ c_5]^T \\ \boldsymbol{\$}_6 = [c\varphi \ s\varphi \ 0; \ a_6 \ b_6 \ c_6]^T \end{cases} \tag{5}$$

式中 φ 、 α ——转动副 R_1 与 U_2 副中绕 U_{21} 轴线的转动角位移

a_i 、 b_i 、 c_i ($i = 4, 5, 6$)——第 i 个单自由度关节轴线位置参数

由于式(5)中各运动螺旋线性无关, 因此构成 6 系螺旋。当锁定主动运动螺旋 $\boldsymbol{\$}_1$, 基于互易积原理可求出该分支驱动力螺旋 $\boldsymbol{\$}_a$, 即

$$\boldsymbol{\$}_a = [0 \ 0 \ 0; \ s\varphi s\alpha \ -c\varphi s\alpha \ c\alpha]^T \tag{6}$$

式(6)表明, 主动副 R_1 通过运动链施加到末端构件的力是 1 个偶力矢, 且其方向沿 U_2 副两转动轴线确定平面的法线方向。

而支链末端构件输出运动速度可由分支中各运动副运动螺旋表示, 且有

$$\boldsymbol{V} = \sum_{i=1}^n \dot{\varphi}_i \boldsymbol{\$}_i \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{V} = [0 \ 0 \ \omega_z; \ 0 \ 0 \ v_z]^T$

式中 $\boldsymbol{V}$ ——末端构件输出速度矢量

$\dot{\varphi}_i$ ——分支中第 i 个单自由度关节瞬时速度

ω_z 、 v_z ——末端构件绕 z_1 轴方向角速度和沿 z_1 轴方向线速度

利用分支驱动力螺旋 $\boldsymbol{\$}_a$ 与式(7)等号两侧同时作互易积, 得

$$\boldsymbol{\$}_a^T \circ \boldsymbol{V} = \boldsymbol{\$}_a^T \circ \sum_{i=1}^n \dot{\varphi}_i \boldsymbol{\$}_i \tag{8}$$

将各个参数代入式(8)并化简, 可得

$$\omega_z c\alpha = \dot{\varphi} c\alpha \tag{9}$$

由于机构处于一般位形时, 方向余弦 $c\alpha$ 不为零, 故式(9)化简为

$$\omega_z = \dot{\varphi} \tag{10}$$

显然, 分支末端构件绕轴方向输出角速度 ω_z 仅与主动副输入角速度 $\dot{\varphi}$ 有关, 且两者之间的运动传递没有任何放大或缩小, 所以 RURU 支链具有等速比传动特点。

若用 RURU 支链控制等效分支 PRR 中第 1 个转动副的运动, 则可得 1 条 (PR-RURU)-R 混合分支运动链, 如图 3 所示。该混合链可视为由 PR 和 RURU 2 条子链构成的 1 个空间闭环单元与 1 个转动副 R 串联而成, 而安装于静平台 P 副和 R 副分别

单独控制末端构件沿 X 轴线方向的移动和绕 Z 轴方向转动。

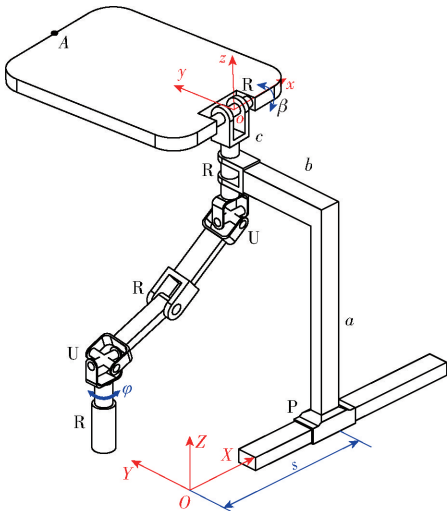


图3 (PR-RURU)-R 混合分支运动链
Fig.3 (PR-RURU)-R hybrid kinematic branch

2.2 等速比分支运动链构型综合

位移流形理论是并联机构分支运动链构型综合的一种有效方法,任何支链构件运动副和运动链都可表示成若干位移子群或位移流形的生成元,以及它们之间的乘积形式^[24]。由 RURU 支链结构特点可知, U_{22} 、 R_3 、 U_{41} 3 条连续旋转轴线相互平行,构成 1 个具有三维平面运动的位移子群 $G(v)$,即可实现法线为 v 的平面内 2 维移动和绕 v 一维转动。由于等速比支链中主动副轴线方向确定,故只需关注支链中非主动运动副构成的位移流形,可得

$$\{L\} = \{R(N_1,u)\} G(v) \{R(N_2,u)\} \quad (11)$$

式中 $\{L\}$ ——非主动分支的位移子群/位移流形
 u,v,w ——运动副或位移子群的方向,其单位矢量为 $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}$,且这 3 个矢量在空间内线性无关

$R(N_1,u), R(N_2,u)$ ——轴线平行于 N_2 且过点 N_1, N_2 转动副

如支链运动可用李群表示,则李群中元素具有可交换性^[25];而支链位移流形往往并不满足交换律^[26],因此式(11)所示支链位移流形中子群不具有可交换性。为了综合出更多已知等速比支链的等效运动链,需找到支链位移流形的等价形式。利用空间三维位移子群 T 与其他位移子群的可交换性,可将支链位移流形与 T 进行求交运算,从而实现内部子群重新排列,具体求交运算过程为

$$\{R(N_1,u)\} G(v) \{R(N_2,u)\} \cap T = T \quad (12)$$

将式(12)等号两侧同时左乘位移子群 $\{R(N_2,u)\}$,得

$$\{R(N_2,u)\} \{R(N_1,u)\} G(v) \{R(N_2,u)\} \cap \{R(N_2,u)\} T = \{R(N_2,u)\} T \quad (13)$$

根据位移子群 $\{R(N_2,u)\}$ 与 T 的乘积具有互换性,式(13)可改写为

$$\{R(N_2,u)\} \{R(N_1,u)\} G(v) \{R(N_2,u)\} \cap T \{R(N_2,u)\} = T \{R(N_2,u)\} \quad (14)$$

消去式(14)等号两侧的公共元素 $\{R(N_2,u)\}$,则可改写为

$$\{G_2(u)\} \{G(v)\} \cap T = T \quad (15)$$

式中 $\{G_2(u)\}$ ——从 $\{G(u)\}$ 中去掉一维运动后的位移流形

对比式(12)和式(15)可知,位移流形 $\{G_2(u)\} \{G(v)\}$ 可作为 $\{R(N_1,u)\} G(v) \{R(N_2,u)\}$ 的等价位移流形。同理,可求得其余等价位移流形,分别为 $\{G(v)\} \{G_2(u)\}$ 、 $\{R(N_1,v)\} \{G_2(u)\} \{G_2(v)\}$ 和 $\{G_2(v)\} \{G_2(u)\} \{R(N_1,v)\}$ 。

不失一般性,以分支位移流形 $\{R(N_1,v)\} \{G_2(u)\} \{G_2(v)\}$ 为例,采用位移流形理论进行支链结构生成元的推导,为

$$\begin{aligned} &\{R(N_1,v)\} \{G_2(u)\} \{G_2(v)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{R(N_2,u)\} \{R(N_3,u)\} \{R(N_4,v)\} \{R(N_5,v)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{T(v)\} \{R(N_2,u)\} \{R(N_3,v)\} \{R(N_4,v)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{R(N_2,u)\} \{T(v)\} \{R(N_3,v)\} \{R(N_4,v)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{T(v)\} \{T(w)\} \{R(N_2,v)\} \{R(N_3,v)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{R(N_2,u)\} \{R(N_3,u)\} \{T(u)\} \{R(N_4,v)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{T(v)\} \{R(N_2,u)\} \{T(u)\} \{R(N_3,v)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{R(N_2,u)\} \{T(v)\} \{T(u)\} \{R(N_3,v)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{R(N_2,u)\} \{R(N_3,u)\} \{R(N_4,v)\} \{T(u)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{T(v)\} \{R(N_2,u)\} \{R(N_3,v)\} \{T(u)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{R(N_2,u)\} \{T(v)\} \{R(N_3,v)\} \{T(u)\} = \\ &\{R(N_1,v)\} \{R(N_2,u)\} \{R(N_3,u)\} \{T(u)\} \{T(w)\} \quad (16) \end{aligned}$$

同理,也可求出 $\{G(v)\} \{G_2(u)\}$ 、 $\{R(N_1,u)\} \{G(v)\} \{R(N_2,u)\}$ 、 $\{G_2(u)\} \{G(v)\}$ 、 $\{G_2(v)\} \{G_2(u)\} \{R(N_5,v)\}$ 的位移流形生成元,并进一步得到与之对应的等效运动链,如表 1 所示。

表 1 中的运动链为等速比分支中非主动运动副构成的运动链,其左侧运动副与主动副 R_w 直接相连即为等速比支链(运动副排列顺序为由左至右), $[\dots]$ 表示内部运动副以任意顺序排列。由于主动副轴线方向已确定,所以只需令表 1 中下标字母 $u = X, v = Y$ 和 $w = Z$ 即可得到等速比支链结构形式。

3 单开链分支构型综合

根据式(4)可知,图 3 中混合支链末端构件上点 A 的 Z 轴方向坐标 $z_A = r \sin \beta + a + c$ 仅随姿态角 β 的变化而变化,因此若能构造 1 条单开链分支独立

表 1 等速比运动链非主动副组成支链的结构形式

Tab.1 Structure of unactuated pairs in constant-velocity-ratio kinematic branch

分支位移流形	基本分支结构	含有复合运动副的支链
$R(N_1, v)G_2(u)$ $G_2(v)$	$R_v R_u R_u R_v R_v$	$U_{vu} U_{uv} R_v$ $C_v U_{uv} R_v; U_{vu} C_v R_v;$ $U_{vu} R_v C_v$ $U_{vu} C_u R_v; R_v C_u U_{uv};$
	$R_v [P_v R_u] R_v R_v$	$U_{vu} U_{uv} P_u$ $C_v P_w R_v R_v$ $C_v C_u R_v; C_v P_u U_{uv};$
	$R_v [P_v R_u] [P_u R_v]$	$U_{vu} P_v P_u R_v; C_v U_{uv} P_u;$ $U_{vu} C_v P_u$ $U_{vu} C_u P_w$
	$R_v R_u R_u [P_u P_w]$	
	$R_v R_v R_v R_u R_u$	$R_v R_v U_{vu} R_u$ $P_u R_v U_{vu} R_u; R_v P_u U_{vu} R_u;$ $R_v R_v C_u R_u; R_v U_{vu} C_u$ $P_u R_v U_{vu} P_v; R_v P_u U_{vu} P_v;$
$G(v)G_2(u)$	$[P_u R_v R_v] R_u R_u$	$R_v R_v C_u P_v; P_u R_v C_v R_u;$ $P_u C_v U_{vu}; R_v P_u C_v R_u$ $P_w P_u U_{vu} R_u; P_w R_v C_u R_u;$ $P_u U_{vu} C_u; R_v P_w C_u R_u$
	$[P_u R_v R_v] [R_u P_v]$	
	$[P_u P_u R_v] R_u R_u$	
	$R_u R_v R_v R_v R_u$	$U_{uv} R_v U_{vu}$ $C_u R_v U_{vu}; P_x U_{xy} U_{yx};$
	$R_u [P_u R_u R_v] R_u$	$U_{uv} P_u U_{vu}; U_{uv} R_v C_u;$ $C_u P_w U_{vu}; C_u R_v P_w R_u;$ $U_{uv} P_w C_u$
$R(N_1, u)G(v)$ $R(N_2, u)$	$R_u [P_u P_w R_v] R_u$	
	$R_u R_u R_v R_v R_v$	$R_u U_{uv} R_v R_v$ $R_u C_u R_v R_v; C_u U_{uv} R_v;$ $R_u U_{uv} P_u R_v; R_u U_{uv} R_v P_u$ $R_u C_v P_u R_v; R_u C_v R_v P_u;$
	$R_u R_u [P_u R_v R_v]$	$U_{uv} C_v P_u; P_v C_u R_v R_v;$ $P_v U_{uv} P_u R_v; P_v U_{uv} R_v P_u$ $R_u C_u P_w R_v; R_u C_u R_v P_w;$ $C_u U_{uv} P_w; R_u U_{uv} P_u P_w$
	$[R_u P_v] [P_u R_v R_v]$	
	$R_u R_u [P_u P_w R_v]$	
$G_2(u)G(v)$	$R_v R_u R_u R_u R_v$	$R_v U_{vu} U_{uv}$ $R_v C_v U_{uv}; R_v U_{vu} C_v$
	$R_v R_v [P_v R_u] R_v$	$P_u U_{vu} U_{uv}; U_{vu} P_u U_{uv}$
	$[P_u R_v] R_u R_u R_v$	$R_v C_v P_w R_v$ $P_u C_v U_{uv}; P_u U_{vu} C_v;$ $R_v P_u P_v U_{uv}; R_v C_u C_v$
	$R_v R_v [P_v P_w] R_v$	
	$[P_u R_v] [P_v R_u] R_v$	
$G_2(v)G_2(u)$ $R(N_1, v)$	$[P_u P_u] R_u R_u R_v$	$P_u C_u U_{uv}$

控制 z_A , 则该分支即可控制末端构件(动平台)姿态角 β 。

由于单开链分支仅控制动平台沿 Z 轴方向的移动, 根据文献[27]可知, 该分支主动副施加到动平台上的驱动力螺旋 $\$ _a$ 只能为平行于 Z 轴的零节距螺旋, 即

$$\$ _a = [0 \quad 0 \quad 1; \quad P_a \quad Q_a \quad 0]^T \quad (17)$$

但分支主动副对应的主动运动螺旋 $\$ _i$ 既可能为零节距螺旋, 也可能为无穷大螺旋。

3.1 $\$ _i$ 为无穷大节距螺旋

令 $\$ _i = [0 \quad 0 \quad 0; \quad L \quad M \quad N]^T$, 其中, L 、 M 和 N 分别为螺旋方向矢量在 3 个坐标轴线上的分量。

将 $\$ _a$ 与 $\$ _i$ 作互易积, 得

$$\$ _a^T \circ \$ _i = N$$

(18)

式(18)表明, 两螺旋互易积结果仅与 $\$ _i$ 方向矢量在 Z 轴上的分量 N 有关, 而与分量 L 和 M 无关。由于同一分支中的驱动力螺旋与主动运动螺旋互易积必不为零, 所以可取 $L = M = 0$ 和 $N = 1$ 。主动运动螺旋 $\$ _i$ 形式为

$$\$ _{i1} = [0 \quad 0 \quad 0; \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$$

(19)

因此, 单开链分支主动螺旋为平行于 Z 轴的无穷大节距螺旋, 即主动副可为在静平台上平行于 Z 轴装配的移动副。

根据支链中驱动力螺旋与除主动螺旋外的运动螺旋互易积为零的原理, 可得所有可动非主动螺旋形式, 如表 2 所示。

表 2 $\$ _i$ 为无穷大节距螺旋时单开链分支中非主动螺旋类型和数量

Tab.2 Types and number of unactuated screws in single-open branch when actuated screw was an infinite-pitch screw

类型	方向	数量	配置条件
零节距运动螺旋	平行于 Z 轴	[1, 3]	①不能直接与动平台相连; ②不能通过无穷大节距螺旋与动平台相连
	平行于 X 轴且与 $\$ _a$ 相交	1	①直接与动平台相连或②通过无穷大节距螺旋与动平台相连
	与 $\$ _a$ 相交且与此支链中其他零节距螺旋垂直	[0, 1]	①不可插入在两轴线平行的零节距螺旋之间
无穷大节距运动螺旋	垂直于 Z 轴	[0, 2]	①轴线互不平行

由式(4)可知, 点 A 在静坐标系中 3 个位置坐标均为变量, 且该机构动平台(混合链分支末端构件)还应具有 2 个转动自由度, 因此单开链分支中末端构件自由度至少为 5(2 个转动自由度和 3 个移动自由度), 所以该单开链分支连接度为 5 或 6。

根据上述确定的主动螺旋、非主动螺旋类型、数量及其配置方位, 按照分支连接度不同可列举出所有可行的分支运动链结构, 如表 3 所示。

表 3 中运动链的第 1 个运动副为该支链主动副(若第 1 个运动副为 C, 则以 C 副线性位移作为主动输入), 下标为 n 的移动副表示移动方向与 u 垂直。为了简化运动链, 默认相邻的运动副轴线垂直或平

表 3 $\$ _t$ 为无穷大节距螺旋时单开链分支结构形式

Tab.3 Single-open branch structure when actuated screw was an infinite-pitch screw

连接度	类型	基本分支结构	含有多自由度运动副的分支结构
5	1P4R	$P_w R_w R_w R_w R_u$	$P_w R_w R_w U_{wu}; C_w R_w R_w R_u;$ $C_w R_w U_{wu}$
		$P_w P_n R_w R_w R_u$	$P_w P_n R_w U_{wu}; P_w R_w P_n U_{wu};$
	2P3R	$P_w R_w P_n R_w R_u$	$P_w R_w R_w C_u; C_w P_n R_w R_u;$
		$P_w R_w R_w P_n R_u$	$C_w R_w P_n R_u; C_w R_w R_u P_u$
		$P_w R_w R_w R_u P_u$	$C_w P_n U_{wu}; C_w R_w C_u$
		$P_w P_u P_v R_w R_u$	$P_w P_u P_v U_{wu}; C_w P_v P_u R_u$
	3P2R	$P_w R_w P_v P_u R_u$	$P_w R_w P_v C_u; C_w P_v C_u$
			$P_w U_{vw} R_w R_u R_u;$ $P_w R_w R_w R_w U_{wu};$ $P_w R_w R_w U_{wv} R_u$
	1P5R	$P_w R_w R_w R_w R_u$	$P_w R_w R_w R_w U_{wu};$
		$P_w R_w R_w R_w R_v$	$P_w U_{wv} R_w U_{wu};$ $C_w R_w R_w R_v R_u$
6	3P2R		$C_w R_w U_{wv} R_u; C_w R_w R_w U_{vu};$ $P_w R_w R_w S; C_w R_w S$
		$P_w P_n R_v R_w R_w R_u$	$P_w P_n R_v R_w U_{wu}; P_w C_w R_w R_w R_u$
		$P_w P_n R_w R_w R_v R_u$	$P_w P_n R_w R_v U_{wu}; P_w P_n R_w S$
		$P_w R_v R_w P_n R_w R_u$	$P_w P_n R_w U_{wv} R_u;$
		$P_w U_{vw} P_n R_w R_u$	$P_w R_v R_w P_n U_{wu}; P_w R_v R_w R_w C_u$
		$P_w R_v R_w R_w P_n R_u$	$P_w U_{wv} R_w P_n R_u;$
	2P4R	$P_w R_w R_w R_v P_n R_u$	$P_w R_w U_{wv} P_n R_u$
		$P_w R_w R_w P_n R_v R_u$	$P_w R_w R_w P_n U_{vu}; P_w R_w R_w C_v R_u$

行。在连接度等于 6 的运动链中, $\underline{X}$ 表示该运动副为惰性副, 且存在 1 个惰性转动自由度。若令 $u = X, v = Y$ 和 $w = Z$, 则表 3 中运动链即为能独立控制动平台沿 Z 轴方向移动的单开链分支。

3.2 $\$ _t$ 为零节距螺旋

这种情况下, 主动运动螺旋形式可记为 $\$ _t = [L \ M \ N; P \ Q \ R]^T$, 其中前 3 个元素为螺旋的方向矢量在 $OXYZ$ 坐标轴上的分量, 后 3 个元素为螺旋线矩在 3 个坐标轴上的分量。

同理, 将 $\$ _a$ 与 $\$ _t$ 作互易积, 得

$$\$ _a^T \circ \$ _t = R + P_a L + Q_a M \tag{20}$$

式(20)表明, 互易积结果仅与 $\$ _t$ 中元素 L, M 和 R 有关, 而与元素 N, P 和 Q 无关, 故可取 $N = P = Q = 0$ 。为使得两者互易积始终不为零, 则元素 L 和 M 至少 1 个不为零, 不失一般性, 取 $L = 0, M = 1$ 。因此, 分支主动螺旋形式为

$$\$ _{t2} = [0 \ 1 \ 0; \ 0 \ 0 \ R]^T \tag{21}$$

因此, 单开链分支主动运动螺旋也可为平行于

Y 轴的零节距螺旋, 即主动副是 1 个转动副, 且在静平台上布置方位平行于 Y 轴。

根据支链中驱动力螺旋与非主动运动螺旋互易积为零, 可确定所有可行的非主动螺旋, 如表 4 所示。

表 4 $\$ _t$ 为零节距螺旋时单开链分支中非主动螺旋的类型和数量

Tab.4 Types and number of unactuated screws in single-open branch when actuated screw was a zero-pitch screw			
类型	方向	数量	条件
零节距运动螺旋	平行于 X 轴	1	①直接与动平台相连或②通过无穷大节距螺旋与动平台相连
	平行于 Y 轴	1	①与主动螺旋直接相连
	平行于 Z 轴	[1, 3]	①内部不可插入任何零节距螺旋
无穷大节距运动螺旋	垂直于 Z 轴	[0, 2]	①轴线互不平行

当单开链分支主动螺旋与非主动螺旋类型、数量、连接方式确定后, 便可列举出所有支链结构形式。值得注意的是, 该分支连接度只能为 6, 如表 5 所示。

表 5 $\$ _t$ 为零节距螺旋时单开链分支结构形式

Tab.5 Single-open branch structure when actuated screw was a zero-pitch screw

连接度	类型	基本分支结构	含有多自由度运动副的分支结构
6	4R2P	$R_v R_v P_u P_w R_u$	$R_v R_v P_u P_w U_{wu}$
		$R_v R_v R_w P_u P_v R_u$	$R_v U_{vw} P_u P_v R_u$
		$R_v R_v P_u P_v P_v R_u$	$R_v C_v R_w C_u$
		$R_v P_v R_v P_u R_w R_u$	$R_v C_v P_u U_{wu}$
		$R_v P_v R_v R_w P_u R_u$	$R_v C_v R_w P_u R_u$
	5R1P		$R_v R_v P_u R_w U_{wu}$
		$R_v R_v P_u R_w R_w R_u$	$R_v U_{vw} P_u U_{wu}$
		$R_v R_v R_w P_u R_w R_u$	$R_v R_v R_w R_w C_u$
		$R_v R_v R_w R_w P_u R_u$	$R_v U_{vw} P_u R_w R_u$
	6R		$R_v U_{vw} R_w R_w P_u$
			$R_v U_{vw} R_w C_u$ $R_v U_{vw} R_w R_w R_u$ $R_v R_v R_w R_w U_{wu}$ $R_v U_{vw} R_w U_{wu}$

若令 $u = X, v = Y$ 和 $w = Z$ 时, 表 5 中分支结构即为可独立控制动平台沿 Z 轴方向移动的单开链分支运动链。

4 无耦合 2R1T 并联机构型综合

单开链分支综合完成后, 可从表 3 或表 5 中任

意选取 1 条支链与图 3 中混合链的末端构件固结,即可构造出满足预期运动特性要求的并联机构。同时,可从表 1 中任选 1 条支链替换图 3 中等速比分支,便能得到更多新型混合支链,从而又可综合其他结构形式的 2R1T 并联机构。为保证综合的机构具有无耦合运动特殊性,需要满足一定的装配条件:

① 单开链分支末端转动副与混合链末端转动副轴

线必须保持平行。② 安装于静平台的运动副轴线方向必须遵守各支链表中方位要求。例如,从表 3 中选取单开链 $P_w R_w R_w R_w R_u$,与图 3 混合链构造的并联机构如图 4a 所示。安装于静平台上 3 个运动副 P_1 、 R_3 和 P_8 为主动副,轴线分别与 X 轴重合、与 Z 轴平行和与 Z 轴平行;而安装在动平台上 2 个运动副 R_7 和 R_{12} 的轴线相互平行。

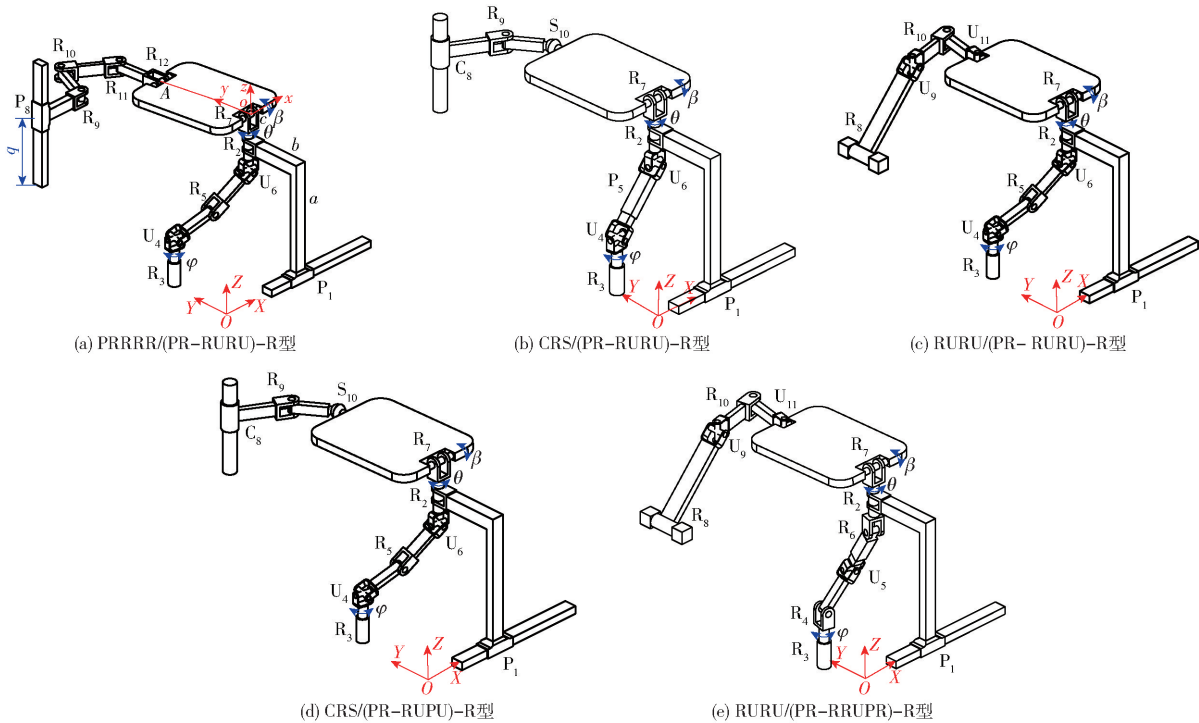


图 4 新型无耦合 2R1T 并联机构

Fig. 4 Novel uncoupled 2R1T parallel mechanisms

从表 3、5 选取 $C_w R_w S$ 支链、 $R_v U_{vw} R_w U_{wu}$ 支链作为单开链分支,则可得 2 种新型 2R1T 并联机构,如图 4b、4c 所示。

同理,若从表 1 选取 1 条分支运动链替换图 4 中相应的等速比分支,又可得到更多新型无耦合 2R1T 并联机构。如用表 1 中 $R_w U_{wv} P_u U_{vu}$ 和 $R_w R_u U_{wv} P_u R_v$ 运动链分别替换图 4b、4c 中机构的等速比分支,得到新型并联机构如图 4d、4e 所示。

5 机构运动学分析

以图 4a 所示并联机构为例,进行自由度分析、运动学建模和转动性能分析。

5.1 机构自由度

该并联机构由 1 条 (PR - RURU) - R 型混合支链和 1 条 PRRRR 型单开链分支分别连接静平台、动平台而成。由于混合支链末端构件的运动输出特性与 PRR 等效分支相同,因此自由度分析时可用 PRR 分支代替混合链。则混合支链等效运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{11} = [0 \ 0 \ 0; \ 1 \ 0 \ 0]^T \\ \mathcal{S}_{12} = [0 \ 0 \ 1; \ a_{12} \ b_{12} \ 0]^T \\ \mathcal{S}_{13} = [1 \ 0 \ 0; \ 0 \ b_{13} \ c_{13}]^T \end{cases} \quad (22)$$

根据互易积原理,可求得该混合分支约束螺旋系,即

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{11}^r = [0 \ 1 \ 0; \ 0 \ 0 \ -b_{12}]^T \\ \mathcal{S}_{12}^r = [0 \ 0 \ 1; \ -b_{13} - c_{13} \ 0 \ 0]^T \\ \mathcal{S}_{13}^r = [0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 1 \ 0]^T \end{cases} \quad (23)$$

而单开链分支运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{21} = [0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 1]^T \\ \mathcal{S}_{22} = [0 \ 0 \ 1; \ a_{22} \ b_{22} \ 0]^T \\ \mathcal{S}_{23} = [0 \ 0 \ 1; \ a_{23} \ b_{23} \ 0]^T \\ \mathcal{S}_{24} = [0 \ 0 \ 1; \ a_{24} \ b_{24} \ 0]^T \\ \mathcal{S}_{25} = [1 \ 0 \ 0; \ 0 \ b_{25} \ c_{25}]^T \end{cases} \quad (24)$$

由式(24)可知,单开链分支的运动螺旋系为 5 系,因此约束螺旋只有 1 个,即

$$\mathcal{S}_{21}^r = [0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 1 \ 0]^T \quad (25)$$

式(23)、(25)表明,2 条运动支链共同约束了

动平台沿 Y 、 Z 轴方向的移动和绕 Y 轴的转动,因此动平台具有绕 X 、 Z 轴方向转动和沿 X 轴方向移动自由度,即该机构为 2R1T 型并联机构。

5.2 机构正运动学方程

机构正运动学分析为已知机构主动副 3 个输入参数(s, φ, q),求解动平台位置参数 x 和姿态参数(θ, β)。令动系坐标系原点在静坐标系下坐标为 $\boldsymbol{P} = (x, y, z)^T$,根据机构结构特点可知, $y = b, z = a + c$,且有

$$x = s \tag{26}$$

将式(26)对时间进行一阶求导可得

$$v_x = \dot{x} = \dot{s} \tag{27}$$

设机构动平台长度为 l ,点 A 为单开链分支末端转动副 R_{12} 轴线与动坐标系 y 轴交点,点 A 在动坐标系下坐标 $\boldsymbol{A}_o = (0, l, 0)^T$,则根据式(3)可求出点 A 在静坐标系下 Z 轴坐标为

$$z_A = ls\beta + a + c \tag{28}$$

而由机构几何结构可知,单开链分支主动副与点 A 位于垂直于 Z 轴的同一平面内,因此有

$$q = ls\beta + a + c \tag{29}$$

故可求得姿态角 β 表达式,即

$$\beta = \arcsin((q - a - c)/l) \tag{30}$$

若将式(29)对时间进行一阶求导,则有

$$\omega_x = \dot{\beta} = \frac{1}{lc\beta} \dot{q} \tag{31}$$

联立式(10)、(27)、(31)可得

$$\begin{bmatrix} v_x \\ \omega_z \\ \omega_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{q} \end{bmatrix} \tag{32}$$

其中

$$f = \frac{1}{lc\beta}$$

式(32)即为机构速度方程,并可知机构速度雅可比矩阵呈对角化特征,反映驱动关节输入速度与动平台输出速度间为一对一的映射关系,因此该机构运动学具有无耦合运动特性,进而验证了本文所提出型综合方法的正确性。

5.3 机构转动性能

由并联机构结构特点可知,动平台运动受到所有分支运动链的约束,因此动平台姿态角范围受到严重限制,一般难以达到 90° ,尤其当转动自由度为 2 和 3 时^[28-29]。将借助蒙特卡洛法对机构转动性能进行分析。

对于图 4a 所示机构,绕 Z 轴方向旋转姿态角 θ 虽仅由等速比分支控制,但其转动极值会受到单开链分支的结构尺寸限制而不能整周回转;而姿态角 β 运动范围则同时受到单开链分支和混合分支的约束。根据机构运动学正解方程和结构约束条件,采用蒙特卡洛法绘制机构位姿空间,如图 5 所示。

由图 5a 可知,动平台 2 个姿态角 β 和 θ 运动范围总体上随着位移 x 的增大而逐渐变大。图 5b 表明,姿态角 β 2 个运动极值很快趋于稳定,极小值 $\beta_{\min}$ 约为 -80.82° ,极大值 $\beta_{\max}$ 约为 44.42° ,所以其

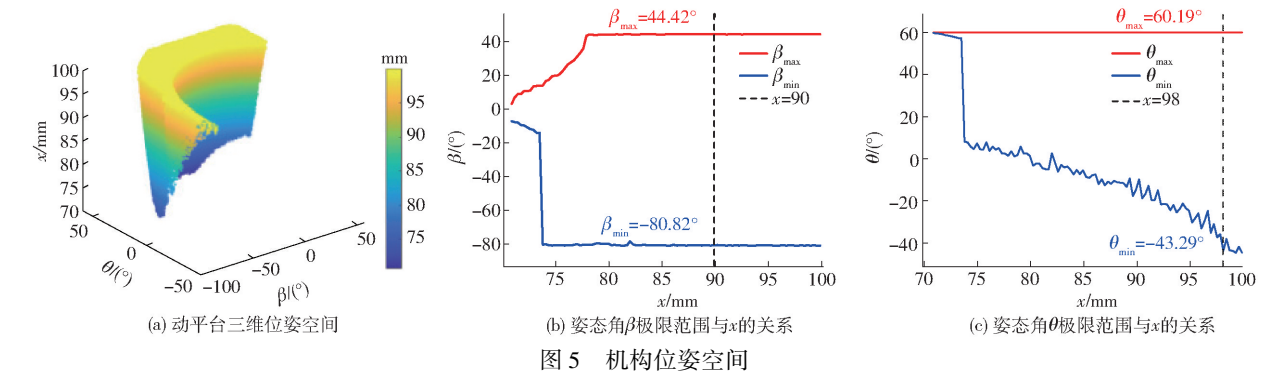


图 5 机构位姿空间

最大转动范围约为 125.24° 。图 5c 显示,姿态角 θ 极小值随 x 的变化而波动, $\theta_{\min}$ 约为 -43.29° ,而 $\theta_{\max}$ 与 x 无关,约为 60.19° ,故其最大转动范围约为 103.48° 。由于机构两姿态角转动范围均超过 100° ,因此该并联机构具有较高的转动能力。

6 结论

(1) 基于等效运动原理构造出 PRR 基础支链,并与等速比运动支链结合构建了含有闭环单元混合

运动支链,利用位移流形理论实现了等速比支链结构综合。

(2) 基于驱动力螺旋理论完成了能独立控制动平台沿 Z 轴方向移动的单开链分支的结构综合,建立了一类含有混合运动支链的无耦合 2R1T 并联机构型综合方法。

(3) 通过实例分析了所综合出机构自由度特性、运动学方程和转动性能,结果表明该机构为三自由度无耦合 2R1T 并联机构,且具有较强的转动能力。

参 考 文 献

- [1] 张伟中, 冯邵江, 袁鑫宏, 等. 2-PRU-PRRPa 并联机构运动学分析与性能优化[J]. 农业机械学报, 2025, 56(1): 497-506.
Zhang Weizhong, Feng Shaojiang, Yuan Xinhong, et al. Kinematic analysis and optimization design of 2-PRU-PRRPa parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025, 56(1): 497-506. (in Chinese)
- [2] 沈惠平, 傅增, 李菊, 等. 无寄生运动 3-DOF 2T1R 并联机构拓扑设计与分析[J]. 农业机械学报, 2024, 55(6): 424-433.
Shen Huiping, Fu Zeng, Li Ju, et al. Topology design and analysis of 3-DOF 2T1R parallel mechanism with no parasitic motion[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(6): 424-433. (in Chinese)
- [3] 徐冬梅, 刘湘龙, 于思淼, 等. 面向狭长空间的三自由度并联机器人设计与建模[J]. 农业机械学报, 2024, 55(1): 426-435.
Xu Dongmei, Liu Xianglong, Yu Simiao, et al. Design and modeling of novel three degree-of-freedom parallel robot for narrow space[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(1): 426-435. (in Chinese)
- [4] Li S, Wang S, Song J, et al. Configuration design and experimental research of parallel mechanism without parasitic motion for engine motion simulation[J]. IEEE Access, 2022, 10: 111864-111878.
- [5] 苑飞虎, 赵铁石, 边辉, 等. 重载并联运动模拟台机构动力特性分析[J]. 农业机械学报, 2014, 45(9): 311-317.
Yuan Feihu, Zhao Tieshi, Bian Hui, et al. Analysis on dynamics characteristic of heavy-load parallel motion simulation platform mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(9): 311-317. (in Chinese)
- [6] Guyon J B, Chanal H, Boudon B, et al. Geometric modeling with small defects of over-constrained parallel kinematic machine[J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 179: 105120.
- [7] 刘红艺, 樊锐, 郭江真, 等. 面向数控机床可靠性试验的多维力随动加载装置[J]. 中国机械工程, 2020, 31(13): 1606-1612.
Liu Hongyi, Fan Rui, Guo Jiangzhen, et al. Multi-axis loading device for reliability tests of CNC machine tools[J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(13): 1606-1612. (in Chinese)
- [8] Han Y, Guo W, Zhao C, et al. Structural synthesis of the reconfigurable legged mobile lander for strong geometry-physical interaction with extraterrestrial environment[J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 189: 105446.
- [9] Zhang Y, Chang Z, Song L, et al. Design and analysis of a metamorphic wrist rehabilitation parallel mechanism[J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, 2024, 48(4): 1731-1744.
- [10] Huang J, Zhang B, Xiao J, et al. An approach to improve the resolution of DLP 3D printing by parallel mechanism[J]. Applied Sciences, 2022, 12(24): 12905.
- [11] Hunt K H. Structural kinematic of in-parallel-actuated robot arms[J]. Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1983, 105: 705-712.
- [12] Gogu G. Fully-isotropic T1R2-type parallel robots with three degrees of freedom[C] // International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2005: 757-764.
- [13] Zhang Y, Wei X, Zhang S, et al. Type synthesis of the fully-decoupled two-rotational and one-translational parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2023, 37(12): 6669-6678.
- [14] Xu Y, Wang B, Wang Z, et al. Investigations on the principle of full decoupling and type synthesis of 2R1T and 2R parallel mechanisms[J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2018, 43(2): 263-271.
- [15] 沈惠平, 王达, 李菊, 等. 1T2R 并联机构拓扑降耦设计与运动性能分析[J]. 农业机械学报, 2021, 52(5): 370-377.
Shen Huiping, Wang Da, Li Ju, et al. Topological coupling-reducing design and kinematic performance analysis for 1T2R parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(5): 370-377. (in Chinese)
- [16] 窦玉超, 曾达幸, 李明洋, 等. 一种两转一移完全解耦并联机器人机构及其特性分析[J]. 中国机械工程, 2014, 25(2): 241-245.
Dou Yuchao, Zeng Daxing, Li Mingyang, et al. Analysis of a 2T1R fully decoupled parallel robot mechanism and its characteristics[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(2): 241-245. (in Chinese)
- [17] Zhang Y, Ting K. Design and analysis of a spatial 3-DOF parallel manipulator with 2T1R-type[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2013, 10(5): 226.
- [18] 贺磊盈, 涂叶凯, 叶伟, 等. 一种可整周回转的新型 3T1R 并联机构运动学分析[J]. 机械工程学报, 2018, 54(11): 151-160.
He Leiying, Tu Yekai, Ye Wei, et al. Kinematics analysis of a novel 3T1R parallel manipulator with full rotational capability[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(11): 151-160. (in Chinese)
- [19] Wang L, Fang Y, Qu H, et al. Design and analysis of novel 2R1T generalized parallel mechanisms with large rotational angles[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 150: 103879.

[20] Liu J, Fan X, Ding H. Investigation of a novel 2R1T parallel mechanism and construction of its variants[J]. Robotica, 2021, 39(10): 1834 – 1848.

[21] Shen H, Tang Y, Wu G, et al. Design and analysis of a class of two-limb non-parasitic 2T1R parallel mechanism with decoupled motion and symbolic forward position solution-influence of optimal arrangement of limbs onto the kinematics, dynamics and stiffness[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 172: 104815.

[22] Shen H, Tang Y, Ceccarelli M, et al. Design and analysis of a new non-parasitic parallel mechanism for 2T1R motion[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2025, 17(1): 014501.

[23] Carricato M. Decoupled and homokinetic transmission of rotational motion via constant-velocity joints in closed-branch orientational manipulators[J]. Transactions of the ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2009, 1(4): 041008.

[24] Li Q, Hervé J M, Ye W. Geometric method for type synthesis of parallel manipulators[M]. Singapore: Springer Singapore, 2020: 55 – 71.

[25] Lin R, Guo W, Cheng S S. Type synthesis of 2R1T remote center of motion parallel mechanisms with a passive limb for minimally invasive surgical robot[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 172: 104766.

[26] Fan C, Liu H, Zhang Y. Type synthesis of 2T2R, 1T2R and 2R parallel mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 61: 184 – 190.

[27] 张彦斌, 赵浥夫, 李跃松, 等. 无耦合空间移动并联机构型综合[J]. 农业机械学报, 2017, 48(1): 325 – 332.
Zhang Yanbin, Zhao Yifu, Li Yuesong, et al. Structural synthesis of uncoupled spatial translational parallel mechanisms[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(1): 325 – 332. (in Chinese)

[28] Liu X J, Wang J, Pritschow G. A new family of spatial 3-DoF fully-parallel manipulators with high rotational capability[J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(4): 475 – 494.

[29] Jin X, Fang Y, Zhang D. Design of a class of generalized parallel mechanisms with large rotational angles and integrated end-effectors[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 134: 117 – 134.

(上接第 396 页)

[19] 秦艳星, 曹付义, 李辉煌, 等. 基于液压机械无级变速的拖拉机起步预测控制[J]. 农机化研究, 2024, 46(6): 254 – 258.
Qin Yanxing, Cao Fuyi, Li Huihuang, et al. Predictive control of tractor starting based on hydro-mechanical continuously variable transmission[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2024, 46(6): 254 – 258. (in Chinese)

[20] 赵崇付, 司金冬, 龚立娇. 电动拖拉机驱动控制系统建模与仿真分析[J]. 新疆农机化, 2022(1): 15 – 18.
Zhao Chongfu, Si Jindong, Gong Lijiao. Modeling and simulation analysis of drive control system for electrical tractor[J]. Xinjiang Agricultural Mechanization, 2022(1): 15 – 18. (in Chinese)

[21] Lu Liquan, Zhang Zepeng, Zhang Guanglin, et al. Application of a deep learning model with physical model constraints and attention mechanism for state prediction in high-power power-shift tractors[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2025, 238: 110883.

[22] 谢斌, 罗振豪, 宋正河, 等. 非道路车辆轮胎-土壤相互作用建模方法及试验技术综述[J]. 农业工程学报, 2022, 38(11): 51 – 63.
Xie Bin, Luo Zhenhao, Song Zhenghe, et al. Review of off-road vehicle tire – soil interaction modeling methods and experimental techniques[J]. Transactions of the CSAE, 2022, 38(11): 51 – 63. (in Chinese)

[23] 徐冰冰, 岑科廷, 黄俊杰, 等. 图卷积神经网络综述[J]. 计算机学报, 2020, 43(5): 755 – 780.
Xu Bingbing, Cen Keting, Huang Junjie, et al. A survey on graph convolutional neural network[J]. Chinese Journal of Computers, 2020, 43(5): 755 – 780. (in Chinese)

[24] 毛远宏, 孙琛琛, 徐鲁豫, 等. 基于深度学习的时间序列预测方法综述[J]. 微电子学与计算机, 2023, 40(4): 8 – 17.
Mao Yuanhong, Sun Chenchen, Xu Luyu, et al. A survey of time series forecasting methods based on deep learning[J]. Microelectronics & Computer, 2023, 40(4): 8 – 17. (in Chinese)

[25] 路力权, 朱忠祥, 宋正河, 等. 基于时间响应误差与灰色关联度的拖拉机动力学模型评价方法[J]. 农业机械学报, 2025, 56(12): 158 – 169.
Lu Liquan, Zhu Zhongxiang, Song Zhenghe, et al. Evaluation method of tractor dynamic models based on time response error and grey relational analysis[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025, 56(12): 158 – 169. (in Chinese)