

运动分岔并联机构运动学性能分析

李永泉¹ 蔡俊¹ 李玉昆¹ 郑天宇² 王景旭¹ 乔晓飞¹

(1. 燕山大学机械工程学院, 秦皇岛 066004; 2. 河北工业大学机械工程学院, 天津 300130)

摘要: 提出一种具有运动分岔特性的并联机构, 利用螺旋理论分析了其自由度和运动分岔特性, 结果表明当机构处于运动分岔点时, 动平台拥有 5 个自由度, 通过驱使不同驱动副, 机构可以演变成具有不同运动分岔特性的构型, 包括三移动一转动, 两移动两转动。为实现两种构型合理切换, 采用刚化驱动的方法, 选取合理的驱动副。分析并联机构在不同构型下的运动学正反解, 得出在两种构型下运动反解方程与正解方程的解析解, 机构具有较好的运动解耦性, 利用 ADAMS 验证了运动正反解的正确性。通过雅可比矩阵分析了机构的奇异位形, 结果表明在合理的工作范围内两种运动模式均没有奇异位形。绘制了机构的工作空间。基于运动/力传递性能方法分析了机构性能指标, 得到了工作空间内的性能分布图, 结果显示两种构型都具有较好的运动/力传递特性, 优质工作空间大。

关键词: 并联机构; 螺旋理论; 运动分岔; 运动解耦性; 传递性能

中图分类号: TH122 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2023)04-0447-12

OSID:



Kinematics Performance Analysis of Bifurcation Parallel Mechanism

LI Yongquan¹ CAI Jun¹ LI Yukun¹ ZHENG Tianyu² WANG Jingxu¹ QIAO Xiaofei¹

(1. College of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066044, China)

(2. College of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China)

Abstract: At present, many parallel mechanisms with motion bifurcation characteristics use single-loop mechanisms. The mechanism is complex and the configuration is monotonous. There are few known parallel mechanisms with 3T1R and 2R2T multi-modes. A branch chain with motion bifurcation characteristics was introduced into the parallel mechanism, and a motion bifurcation parallel mechanism with 3T1R + 2R2T two modes was obtained, and its degree of freedom and motion bifurcation characteristics were analyzed by using the screw theory. The results showed that when the mechanism was at the motion bifurcation point, the moving platform had five degrees of freedom. By driving different driving pairs, the mechanism can evolve into a configuration with different motion bifurcation characteristics, including three movements and one rotation, two movements and two rotations. In order to realize the reasonable switching between the two configurations, a rigid drive method was used to select a reasonable drive pair. The forward and inverse kinematics solutions of the parallel mechanism in different configurations were analyzed. It was concluded that both the forward and inverse kinematics equations can be solved analytically. The mechanism had good motion decoupling. The correctness of the forward and inverse kinematics solution was verified by ADAMS. The singularity of the mechanism was analyzed by Jacobi matrix. The results showed that there was no singularity in the two motion modes in a reasonable working range. The workspace of the organization was drawn. Based on the motion/force transfer performance method, the performance index of the mechanism was analyzed, and the performance distribution map in the workspace was drawn. The results showed that the two configurations had good motion/force transfer characteristics, and the high quality workspace was large.

Key words: parallel mechanism; screw theory; movement bifurcation; characteristics of movement decoupling; transmission performance

收稿日期: 2022-08-19 修回日期: 2022-10-14

基金项目: 河北省科技冬奥专项(21471901D)

作者简介: 李永泉(1979—), 男, 副教授, 博士生导师, 主要从事机构学及机器人技术研究, E-mail: lijian197879@sina.com

0 引言

空间机构的运动分岔特性是指机构在通过一些特殊位形之后自由度以及运动特性发生变化,改变机构的关节变量可使动平台具有不同的连续自由度^[1],与变胞并联机构不同,在不同自由度模式相互切换时,运动分岔并联机构支链的构成没有发生改变,机构的拓扑结构也没有发生改变,其自由度的切换,是利用支链约束奇异,导致对动平台的约束性质发生改变,进而改变动平台的自由度。PIETRO等^[2]提出部分运动分岔的少自由度并联机构;SAMEH等^[3]研究出具有运动分岔特性的并联机床;李秦川等^[4]利用螺旋理论提出了具有运动分岔特性的4自由度并联机构;ZHANG等^[5]提出了一种新型变胞机构并分析了它的运动分岔特性;叶伟等^[6]利用单闭环机构,综合出一种具有多种自由度的运动分岔并联机构;刘伟等^[7]提出一种混联变自由度支链,得到具有三模式的变胞并联机构;文献[8-9]提出一些具有分岔特性的支链,综合出一系列具有3自由度和4自由度运动分岔并联机构。

高性能的4自由度并联机构设计是工业应用和机构构型研究的热点,尤其在快递分拣、食品与医药包装行业、码垛、装配方面应用得非常广泛^[10-11],如H4、I4、Par4、Heli4等类型的3T1R并联机构^[12-15],文献[16]提出了Cross-IV型4自由度并联机构;刘伟等^[17]提出具有固定转动轴线和变转动轴线运动模式的3T1R并联机构,王学雷等^[18]提出一种具有2R2T自由度的3UPS-UPR并联机构,贾竣臣等^[19]提出一种运用到物流行业的(2-RRR&RPR+R)&URS型2R2T自由度并联机构,因此对具有3T1R和2R2T多模式的并联机构,非常有研究必要。

目前,具有运动分岔特性的并联机构很多利用单环机构,机构复杂,构型单调,且已知的具有3T1R和2R2T多模式的并联机构较少。本文将一种具有运动分岔特性的新支链引入并联机构中,得到一种具有3T1R+2R2T两模式新型运动分岔并联机构,首先利用螺旋理论分析机构处于不同构型时的自由度特性。采用刚化驱动的方法,分析驱动选取的合理性。利用矢量闭环法求出机构的运动学正反解,通过对机构运动学反解表达式全微分,推导机构的雅可比矩阵,从而分析机构的正反解奇异性,利用迭代法求取机构的工作空间,运用运动/力传递性能指标(LTI)评价机构多个位型的运动学性能,得到对应的性能图谱。

1 机构结构描述与自由度分析

1.1 机构结构描述

如图1所示,本文提出了一款新型并联机构。它由4条支链连接动平台和定平台组成,其中支链2、4相同且对称分布,支链包含1个移动副、2个转动副和1个圆柱副,通过转动副与动平台相连接,圆柱副与定平台相连接。

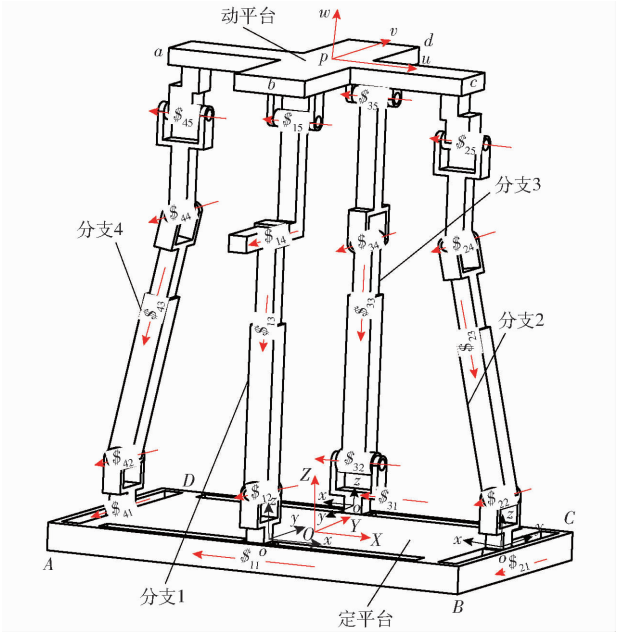


图1 初始位置
Fig.1 Initial position

支链1由1个转动副、2个移动副和1个圆柱副构成,支链3由2个转动副、1个移动副和1个圆柱副构成,4条支链中与动平台相连接的转动副轴线互相平行。

其中具有分岔特性的支链为支链3,当初始位置中支链3中圆柱副发生转动时,此时支链提供的约束力偶与另外3条支链的约束力偶方向不一致,将会对动平台提供2个方向的约束力偶,此时动平台自由度为三移动一转动,当初始位置中支链3中转动副发生转动时,此时支链3对动平台的约束由约束力偶变为约束力,动平台自由度为二平移二转动。

如图1所示,设基坐标系OXYZ固定在矩形基平台ABCD上,原点位于基平台ABCD的中心,X轴平行于AB,Y轴平行于BC,Z轴沿基平台的法向向上;动坐标系puvw在动平台上,原点位于动平台abcd的中心,u轴平行于ac,v轴平行于bd,w轴沿动平台的法向向上。在分支1、2、3上分别建立分支坐标系oxyz,原点o位于点自身的圆柱副处,分支坐标系的z轴平行于基坐标系的Z轴,y轴平行于基坐标系的Y轴,x轴平行于基坐标系的X轴。

1.2 初始位置

在分支坐标系 $oxyz$ 中,各运动副节点在坐标系中的位置坐标分别如图1所示。机构转动副螺旋可表示为 $R = (S; S_0)$ 的形式,其中 S 为转动副旋转中心线的单位矢量, $S_0 = r * S$ 。

分支1的运动螺旋系可以表示为

$$\begin{cases} \$_{11} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \$_{12} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{13} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \\ \$_{14} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$_{15} = (1\ 0\ 0; 0\ e_5 f_5) \end{cases} \quad (1)$$

其中 e_5 、 f_5 表示计算出的 S_0 的变量参数,5 代表该分支的第5个螺旋,其值与该运动副的位置和方向有关。

对式(1)求反螺旋可得分支1的约束螺旋系为

$$\$_{11}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \quad (2)$$

分支2的运动螺旋系可以表示为

$$\begin{cases} \$_{21} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$_{22} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{23} = (0\ 0\ 0; d_3\ 0\ f_3) \\ \$_{24} = (0\ 1\ 0; d_4\ 0\ f_4) \\ \$_{25} = (1\ 0\ 0; 0\ e_5\ 0) \end{cases} \quad (3)$$

则分支2的约束螺旋系为

$$\$_{21}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \quad (4)$$

分支2与分支4的机构相同且对称,虽然分支2与分支4的运动螺旋形式上略有不同,但起决定作用的螺旋 $\$_{25}$ 在方向上具有相同的作用,故反螺旋仍然有着相同的格式。

故分支4的反螺旋与分支2相同,为

$$\$_{41}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \quad (5)$$

分支3的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{31} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \$_{32} = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{33} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \\ \$_{34} = (0\ 1\ 0; d_4\ 0\ 0) \\ \$_{35} = (1\ 0\ 0; 0\ e_5\ 0) \end{cases} \quad (6)$$

分支3的约束螺旋系为

$$\$_{31}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \quad (7)$$

式(2)、(4)、(5)、(7)表明在初始位置下,4条支链对动平台提供了一个相同方向的力偶,此方向与基坐标的 Z 轴方向平行,约束动平台绕 Z 轴转动,此时动平台瞬时自由度为5,包括3个方向的移动和绕 x 轴、 y 轴的转动。

1.3 三移动—转动构型

从分岔点位置也就是初始位置开始,当分支3

的圆柱副中 $\$_{32}$ 发生转动时,并联机构如图2所示。

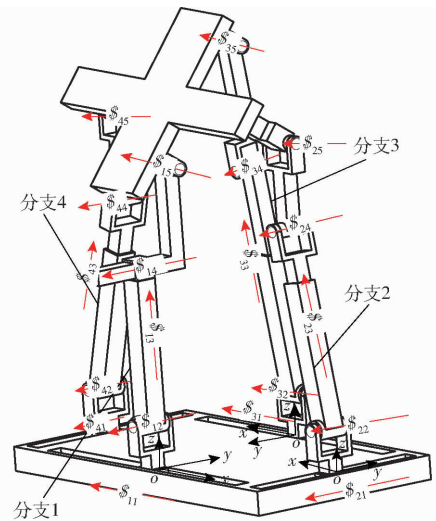


图2 三移动—转动构型

Fig.2 3T1R configuration

分支1的运动螺旋系可以表示为

$$\begin{cases} \$_{11} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \$_{12} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{13} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \\ \$_{14} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$_{15} = (1\ 0\ 0; 0\ e_5 f_5) \end{cases} \quad (8)$$

则分支1的约束螺旋系为

$$\$_{11}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \quad (9)$$

分支2的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{21} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$_{22} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{23} = (0\ 0\ 0; d_3\ 0\ f_3) \\ \$_{24} = (0\ 1\ 0; d_4\ 0\ f_4) \\ \$_{25} = (1\ 0\ 0; 0\ e_5\ 0) \end{cases} \quad (10)$$

分支2的约束螺旋系为

$$\$_{21}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \quad (11)$$

同样分支4的反螺旋为

$$\$_{41}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \quad (12)$$

分支3的运动螺旋系可以表示为

$$\begin{cases} \$_{31} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \$_{32} = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{33} = (0\ 0\ 0; 0\ e_3 f_3) \\ \$_{34} = (0\ b_4\ c_4; d_4\ 0\ 1) \\ \$_{35} = (1\ 0\ 0; 0\ e_5 f_5) \end{cases} \quad (13)$$

分支3的约束螺旋系为

$$\$_{31}^r = (0\ 0\ 0; 0\ c_4 - b_4) \quad (14)$$

式(9)、(11)、(12)表明在该位置下,分支1、2、4对动平台提供了一个相同方向的力偶,力偶方向与基坐标的 Z 轴方向平行,约束动平台绕 Z 轴的转

动,式(14)表明分支3对动平台提供了1个yz平面的力偶,方向与分支3的移动副方向平行,故4个分支给动平台提供2个线性无关的力偶,限制动平台2个方向的转动,此时动平台可以做3个方向的移动和绕x轴的转动,动平台具有4个自由度。

1.4 两移动两转动构型

从初始位置开始,当分支3的转动副 $\$_{34}$ 发生转动时,并联机构如图3所示。

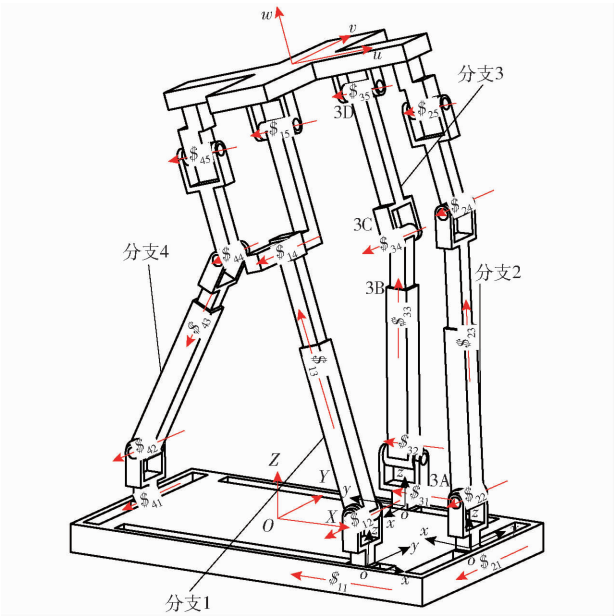


图3 两移动两转动构型
Fig.3 2T2R configuration

如图3所示,4条支链中与动平台连接的转动副,由于固定在动平台的铰支座上,所以4个转动副轴线始终相互平行,利用 $(A\ 0\ C)$ 在分支坐标系中表示这4个平行的方向向量,分支1的运动螺旋系可以表示为

$$\begin{cases} \$_{11} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \$_{12} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{13} = (0\ 0\ 0; d_3\ 0\ f_3) \\ \$_{14} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$_{15} = (A\ 0\ C; 0\ e_5\ 0) \end{cases} \quad (15)$$

对式(15)求反螺旋可得分支1的约束螺旋系为

$$\$^r_1 = (0\ 0\ 0; -C\ 0\ A) \quad (16)$$

分支2的运动螺旋系可以表示为

$$\begin{cases} \$_{21} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$_{22} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{23} = (0\ 0\ 0; d_3\ 0\ f_3) \\ \$_{24} = (0\ 1\ 0; d_4\ 0\ f_4) \\ \$_{25} = (A\ 0\ C; 0\ e_5\ 0) \end{cases} \quad (17)$$

故分支2的约束螺旋系为

$$\$^r_2 = (0\ 0\ 0; -C\ 0\ A) \quad (18)$$

同样分支4的约束螺旋系为

$$\$^r_4 = (0\ 0\ 0; -C\ 0\ A) \quad (19)$$

分支3的运动螺旋系可以表示为

$$\begin{cases} \$_{31} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \$_{32} = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{33} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \\ \$_{34} = (0\ 1\ 0; d_4\ 0\ 0) \\ \$_{35} = (A\ 0\ C; 0\ e_5\ 0) \end{cases} \quad (20)$$

分支3的约束螺旋系为

$$\$^r_3 = \left(0\ 1\ 0; 0\ 0\ \frac{-e_5}{C} \right) \quad (21)$$

式(16)、(18)、(19)表明在该位置下,分支1、2、4对动平台提供了一个相同方向的约束力偶,此方向与固定在动平台的转动副轴线垂直,约束动平台1个方向的转动,式(21)表明分支3对动平台提供了1个约束力,此方向与分支3的分支坐标系的y轴方向平行,作用点在 $(\frac{-e_5}{C}\ 0\ 0)$,故4个分支给动平台提供一个方向的约束力偶,一个方向的约束力,限制动平台一个方向的转动,一个方向的移动,此时动平台可以做两个方向的移动和两个方向的转动,动平台具有4个自由度。

因此,当该并联机构处于初始位置时,机构拥有5个自由度,当圆柱副3A发生转动时,该并联机构进入到三移动—转动构型,当转动副3C发生转动时,机构由初始位置进入到两移动两转动构型。

2 驱动选取

为了使该并联机构能够在不同的构型之间相互转换,且在各个构型能够实现确定的运动,需要合理地考虑驱动副数量与位置,本文使用刚化驱动的办法求解驱动副。

在初始位置下,机构平台拥有5个瞬时自由度,所以必须安装5个驱动器才能实现动平台的完全可控,选取分支3中圆柱副的转动副 $\$_{32}$ 、转动副 $\$_{34}$ 作为驱动副;选取分支1中圆柱副的移动副 $\$_{11}$ 、移动副 $\$_{13}$ 作为驱动副;选取分支2中的转动副 $\$_{25}$ 作为驱动副。

在初始位置下,锁住驱动副 $\$_{11}$ 、 $\$_{13}$,分支1的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{12} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{14} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$_{15} = (1\ 0\ 0; 0\ e_5\ f_5) \end{cases} \quad (22)$$

对式(22)求反螺旋可得分支的约束螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{11}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \\ \$_{12}^r = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{13}^r = (0\ 0\ 1; -f_5\ 0\ 0) \end{cases} \quad (23)$$

在初始位置下,锁住驱动副 $\$_{25}$, 分支 2 的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{21} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$_{22} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \$_{23} = (0\ 0\ 0; d_3\ 0\ f_3) \\ \$_{24} = (0\ 1\ 0; d_4\ 0\ f_4) \end{cases} \quad (24)$$

对式 (24) 求反螺旋可得分支 2 的约束螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{21}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \\ \$_{22}^r = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \end{cases} \quad (25)$$

在初始位置下,锁住驱动副 $\$_{32}$ 、 $\$_{34}$, 分支 3 的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{31} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \$_{33} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \\ \$_{35} = (1\ 0\ 0; 0\ e_5\ 0) \end{cases} \quad (26)$$

对式 (26) 求反螺旋可得分支 3 的约束螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{31}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \\ \$_{32}^r = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$_{33}^r = (0\ 1\ 0; -e_5\ 0\ 0) \end{cases} \quad (27)$$

由式 (23) 可知,分支 1 的反螺旋约束了动平台 x 和 z 方向的移动以及绕 z 轴的转动;由式 (25) 可知,分支 2 的反螺旋约束了动平台绕 x 轴的转动和绕 z 轴的转动;由式 (27) 可知,分支 3 的反螺旋约束了动平台 y 方向的移动以及绕 z 轴和绕 y 轴的转动,表明动平台的 6 个自由度都已被约束。

注意到选取不同的驱动副进入到不同的运动模式后,虽然开始选取 5 个驱动副,由于进入到三移动一转动后,转动驱动副 $\$_{34}$ 由于约束螺旋的作用不能发生转动,故 4 个驱动副驱动三移动一转动模式,对于两移动两转动构型也是一样,进入到两移动两转动构型工作模式后,转动驱动副 $\$_{32}$, 由于约束螺旋的作用不能发生转动,也是 4 个驱动副驱动两移动两转动工作模式。排除了机构冗余驱动的干扰,这对于之后的运动正反解,带来了方便。

3 机构正反解

3.1 三移动一转动构型正反解

如图 4 所示动平台坐标系 $puvw$, 其中 u 轴与动平台 bd 平行, v 轴与 ac 平行, w 轴为动平台法线方向,坐标原点 p 位于动平台的几何中心;定平台基坐

标系 $OXYZ$, X 轴平行于 AB , Y 轴平行于 BC , Z 轴为定平台的法线方向。先求解机构的反解。

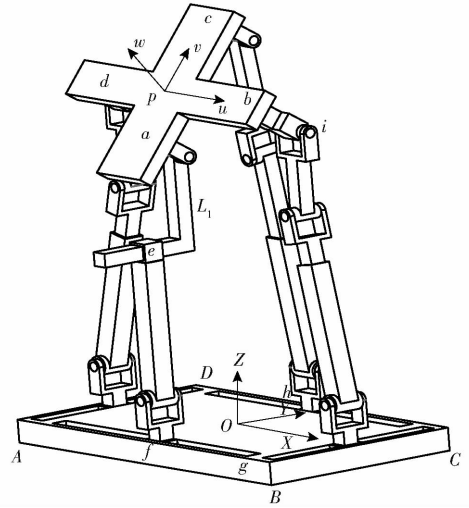


图 4 三移动一转动构型位置

Fig. 4 3T1R configuration

设从定坐标系 $OXYZ$ 到动坐标系 $puvw$ 的姿态为欧拉变换,开始两坐标系互相重合, $puvw$ 可以通过 $OXYZ$ 坐标系先绕 Z 轴转动 φ ,再绕着新坐标系 X 轴转动 θ ,最后绕新坐标系的 Z 轴转动 ψ 得到,姿态变换矩阵可以表示为

$${}^0R_p = \begin{bmatrix} c_\varphi c_\psi - s_\varphi c_\theta s_\psi & -c_\varphi s_\psi - s_\varphi c_\theta c_\psi & s_\varphi s_\theta \\ s_\varphi c_\psi + c_\varphi c_\theta s_\psi & -s_\varphi s_\psi + c_\varphi c_\theta c_\psi & -c_\varphi s_\theta \\ s_\theta s_\psi & s_\theta c_\psi & c_\theta \end{bmatrix}$$

式中, $c_\varphi = \cos\varphi$, $s_\varphi = \sin\varphi$, 其余类似。点 p 、 g 坐标在定平台中的表示与 a 、 b 、 c 、 d 在动平台的坐标可设为

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= [0 \ -a\ 0]^T & \mathbf{b} &= [b\ 0\ 0]^T & \mathbf{c} &= [0\ b\ 0]^T \\ \mathbf{d} &= [0 \ -b\ 0]^T & \mathbf{p} &= [p_x\ p_y\ p_z]^T & \mathbf{g} &= [b \ -b\ 0]^T \end{aligned}$$

L_1 为分支 1 中 L 形连杆的竖直距离。在三移动一转动工作模式下,由之前的约束螺旋可知此时动平台被限制了两个方向的转动,分别是动平台绕 w 、 v 轴的两个方向的转动,动平台只能绕 u 轴转动,即在姿态变换矩阵 0R_p 中只有 θ 是存在的,其余角度都为零,姿态变换中角度向左转为正、向右转为负,且分支 1 中由于动平台 v 轴方向受到约束,故分支 1 中圆柱副的转动不能发生,表明在基坐标系中,点 a 与点 f X 轴方向的坐标始终相同,同样在分支 3 中存在相同情况。在基坐标系中点 a 、点 c 、点 h 表示为

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{a} &= {}^0R_p \mathbf{a} + \mathbf{p} = [p_x \quad -ac_\theta + p_y \quad -as_\theta + p_z]^T \\ {}^0\mathbf{c} &= {}^0R_p \mathbf{c} + \mathbf{p} = [p_x \quad bc_\theta + p_y \quad bs_\theta + p_z]^T \\ {}^0\mathbf{h} &= [p_x \quad b \quad 0]^T \end{aligned}$$

分支 1 的 L 形零件,竖直方向长度为 L_1 ,则驱动移动副 L_{fg} 、 L_{ef} 和驱动转动副 R_i 可以表示为

$$L_{fg} = b - p_x \quad (28)$$

$$L_{ef} = -as_{\theta} + p_z - L_1$$

(29)

$$R_i = \theta$$

(30)

向量 L_{hc} 、向量 L_{YO} 可以表示为

$$L_{hc} = {}^0c - {}^0h = [0 \quad bc_{\theta} + p_y - b \quad bs_{\theta} + p_z]^T$$

$$L_{YO} = [0 \quad -1 \quad 0]^T$$

则驱动转动副 R_h 可以表示为

$$R_h = \arccos \frac{L_{hc} L_{YO}}{|L_{hc}| |L_{YO}|} =$$
$$\arccos \frac{b - bc_{\theta} - p_y}{\sqrt{(bc_{\theta} + p_y - b)^2 + (bs_{\theta} + p_z)^2}}$$

(31)

位姿运动学正解是并联机构轨迹规划及控制的基础。位置正解即已知各支链的输出参数驱动移动副 L_{fg} 、 L_{ef} 、驱动转动副 R_i 、驱动转动副 R_h ，来求解动平台的位姿独立参数 $[p_x \quad p_y \quad p_z \quad \theta]$ 。由式(28)~(30)可得

$$p_x = b - L_{fg}$$

(32)

$$\theta = R_i$$

(33)

$$p_z = L_{ef} + as_{R_i} + L_1$$

(34)

在式(31)中设

$$bc_{\theta} + p_y - b = B$$

$$bs_{\theta} + p_z = A$$

则 $\cos R_h = \frac{-B}{\sqrt{B^2 + A^2}}$ ，将等式左右两边分别平方，并且取倒数，可得

$$\frac{1}{\cos^2 R_h} = 1 + \frac{A^2}{B^2}$$
$$\tan^2 R_h = \frac{A^2}{B^2}$$
$$B = \pm \frac{A}{\tan R_h}$$

(35)

将式(33)、(34)代入式(35)得到

$$p_y = b - bc_{R_i} \pm \frac{bs_{R_i} + L_{ef} + as_{R_i} + L_1}{\tan R_h}$$

(36)

3.2 两移动两转动构型正反解

如图5所示，建立与三移动一转动构型一样的动平台坐标系 $puvw$ 和定平台基坐标系 $OXYZ$ ，为了之后的研究比较方便，引入一种新的姿态变换矩阵 $Z-Y-X$ 。

假设动平台坐标系初始时与静平台坐标系重合，动平台先绕定平台坐标系的 Z 轴旋转 γ ，再绕新的 Y 轴旋转 β ，最后绕新的 X 轴旋转 α ，旋转矩阵可表示为

$$R = R_z(\gamma)R_y(\beta)R_x(\alpha) =$$

$$\begin{bmatrix} c_{\beta}c_{\gamma} & c_{\gamma}s_{\beta}s_{\alpha} - s_{\gamma}c_{\alpha} & c_{\gamma}s_{\beta}c_{\alpha} + s_{\gamma}s_{\alpha} \\ s_{\gamma}c_{\beta} & s_{\alpha}s_{\beta}s_{\gamma} + c_{\alpha}c_{\gamma} & c_{\alpha}s_{\beta}s_{\gamma} - s_{\alpha}c_{\gamma} \\ -s_{\beta} & s_{\alpha}c_{\beta} & c_{\alpha}c_{\beta} \end{bmatrix}$$

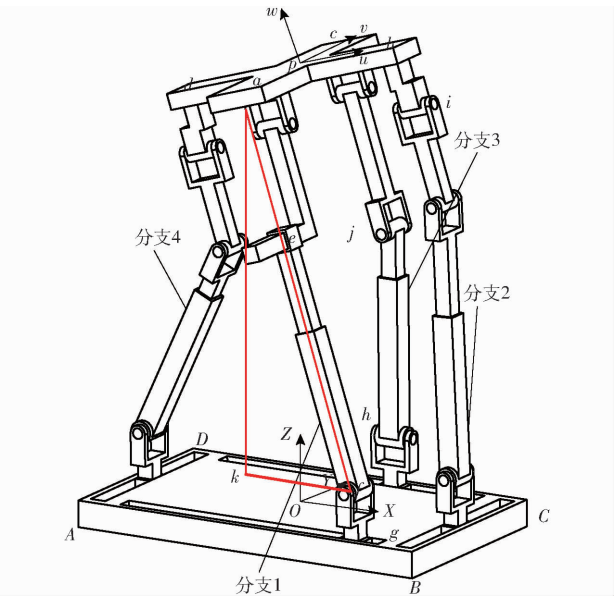


图5 两移动两转动构型位置

Fig.5 2T2R configuration

由1.4节可知，此时动平台受到沿着分支1移动副方向的约束力偶与平行基坐标系 X 轴方向的约束力，故动平台不能发生绕该分支1移动副方向的转动以及沿基坐标系 X 轴方向的移动，此时动平台可以绕 u 轴、 v 轴转动，以及沿基坐标系 Y 轴和 Z 轴方向移动，分支3转动副 h 此时由于约束力的作用，不能发生偏转，因此（在基坐标系）动平台点 p 坐标可以设为 $p = [p_x \quad 0 \quad p_z]^T$ ，在姿态变换矩阵中绕定平台坐标系的 Z 轴旋转 γ 不能发生，绕新的 Y 轴旋转 β 即为驱动转动副 j 转动的角度，最后绕新的 X 轴旋转 α 即为驱动转动副 i 转动的角度，其中转动副 R_j 向定平台 BC 方向转动角度为正，向定平台 AD 方向为负。转动副 i 向定平台 AB 方向转动角度为正，向定平台 CD 方向为负。

在定平台中点 p 、 g 坐标与在动平台 a 、 b 、 c 、 d 坐标可设为

$$a = [0 \quad -a \quad 0]^T \quad b = [b \quad 0 \quad 0]^T \quad c = [0 \quad b \quad 0]^T$$
$$d = [0 \quad -b \quad 0]^T \quad p = [p_x \quad 0 \quad p_z]^T \quad g = [b \quad -b \quad 0]^T$$

在基坐标系中 a 表示为

$${}^0a = {}^0R_p a + p =$$

$$[-as_{\beta}s_{\alpha} + p_x \quad -ac_{\alpha} \quad -as_{\alpha}c_{\beta} + p_z]^T$$

在 $\triangle akf$ 中，驱动移动副 L_{fg} 、 L_{ef} ，驱动转动副 R_i 、 R_j 可以表示为

$$L_{fg} = b + as_{\beta}s_{\alpha} - p_x + (-as_{\alpha}c_{\beta} + p_z)\tan\beta$$

(37)

$$L_{ef} = (-as_{\alpha}c_{\beta} + p_z)/c_{\beta} - L_1$$

(38)

$$R_i = \alpha$$

(39)

$$R_j = \beta$$

(40)

该工作模式下的正解，即已知各支链的输出参数驱动移动副 L_{fg} 、 L_{ef} 、驱动转动副 R_i 、驱动转动副

R_j , 来求解动平台的位姿独立参数 $[p_x \ p_z \ \alpha \ \beta]$, 由式(37)~(40)可得

$$\alpha = R_i \quad (41)$$

$$\beta = R_j \quad (42)$$

$$p_z = L_{ef}c_{R_j} + L_1c_{R_j} + as_{R_i}c_{R_j} \quad (43)$$

$$p_x = L_{ef}s_{R_j} + L_1s_{R_j} + b + as_{R_j}s_{R_i} - L_{fg} \quad (44)$$

4 机构正解仿真验证

4.1 三移动—转动

ADAMS 仿真验证流程为将模型导入 ADAMS 中, 利用 ADAMS 软件, 在驱动副的位置加载驱动电机, 通过控制驱动副得到动平台末端位置轨迹, 在三移动—转动构型中, 给定驱动副 $[L_{fg} \ L_{ef} \ R_i \ R_h]$ 的运动速度, 通过运动仿真得到动平台末端位置 $[p_x \ p_y \ p_z]$ 的曲线, 再用 Matlab 软件通过正解的表达式得到动平台末端的 x, y, z 坐标的曲线。

在三移动—转动构型中, 机构从初始位置开始运动, $a = 67.5 \text{ mm}$ 、 $b = 135 \text{ mm}$ 、 $L_1 = 97.5 \text{ mm}$, 设置移动驱动副的速度为 20 mm/s 、转动驱动副速度为 $10(^{\circ})/\text{s}$, 仿真时间为 3 s , 步长为 50 , 进行仿真运算, 得到动平台末端位移曲线如图 6 所示。为了更好体现各驱动副对动平台的影响, 给动平台原点位置增加一个高 H 为 80 mm 的圆柱。

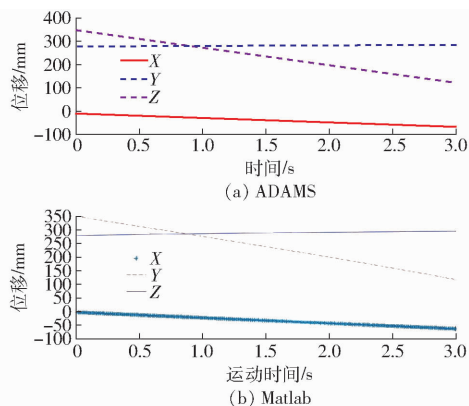


图 6 三移动—转动动平台末端位移曲线

Fig. 6 3T1R end displacement curves of moving platform

如图 6 所示, 末端位移曲线相同, 则说明正解解析式求解正确, 又因在末端位移轨迹中, 是由 4 个驱动共同影响下得到, 末端位移曲线正确则证明 4 个驱动副的表达式都正确, 通过前文可知, 正解解析式是通过反解解析式推导而得, 因此由正解解析式正确, 可推出反解解析式同样正确。

4.2 两移动两转动

同样在两移动两转动构型中, 设置移动驱动副速度为 20 mm/s 、转动驱动副速度为 $10(^{\circ})/\text{s}$, 仿真时间为 3 s , 步长为 50 , 进行仿真运算, 得到动平台末端位移曲线如图 7 所示。

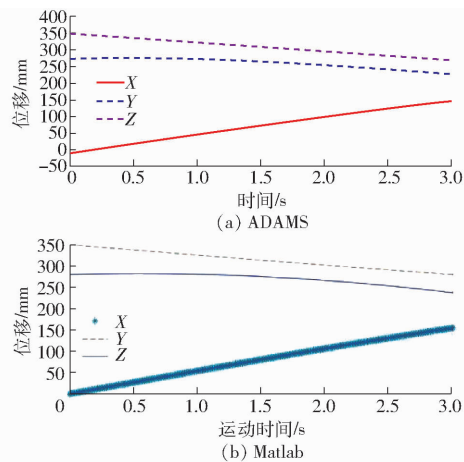


图 7 两移动两转动动平台末端位移曲线

Fig. 7 2T2R end displacement curves of moving platform

5 机构奇异性分析与工作空间

5.1 三移动—转动速度雅可比矩阵

该雅可比反映输入关节速度 $\dot{q} = [\dot{L}_{fg} \ \dot{L}_{ef} \ \dot{R}_i \ \dot{R}_h]^T$ 和末端动平台输出速度 $\dot{X} = [\dot{p}_x \ \dot{p}_y \ \dot{p}_z \ \dot{\theta}]^T$ 之间的映射关系。通过位置反解解析式求解全微分, 可得到机构速度映射关系为

$$J_q \dot{q} = J_x \dot{X} \quad (45)$$

其中

$$J_q = \begin{bmatrix} J_{q11} & & & \\ & J_{q22} & & \\ & & J_{q33} & \\ & & & J_{q44} \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$J_x = \begin{bmatrix} J_{x11} & J_{x12} & J_{x13} & J_{x14} \\ J_{x21} & J_{x22} & J_{x23} & J_{x24} \\ J_{x31} & J_{x32} & J_{x33} & J_{x34} \\ J_{x41} & J_{x42} & J_{x43} & J_{x44} \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} J_{q11} &= 1 & J_{q22} &= 1 & J_{q33} &= 1 & J_{q44} &= A^2 + B^2 \\ J_{x11} &= -1 & J_{x12} &= J_{x13} &= J_{x14} &= 0 \\ J_{x21} &= J_{x22} &= 0 & J_{x23} &= 1 & J_{x24} &= -a \cos \theta \\ J_{x31} &= J_{x32} &= J_{x33} &= 0 & J_{x34} &= 1 \\ J_{x41} &= 0 & J_{x42} &= A & J_{x43} &= -B \\ J_{x44} &= -(A \sin \theta + B \cos \theta) \end{aligned}$$

化简以上的代数计算, 可得三移动—转动工作模式下 $\dot{q} = [\dot{L}_{fg} \ \dot{L}_{ef} \ \dot{R}_i \ \dot{R}_h]^T$ 与 $\dot{X} = [\dot{p}_x \ \dot{p}_y \ \dot{p}_z \ \dot{\theta}]^T$ 之间的关系为

$$\dot{q} = J \dot{X} \quad (48)$$

其中

$$J = J_q^{-1} J_x$$

式中 J ——该模式下整体雅可比矩阵, 即速度雅可比矩阵

5.2 三移动—转动奇异性分析

反解奇异发生时,机构一般处于工作空间的边界,解析式满足

$$\begin{cases} |J_q|=0 \\ |J_x|\neq 0 \end{cases} \quad (49)$$

在式(49)中可以发现 $|J_q|=A^2+B^2\geq 0$,则只有一种情况即 $A=0$ 且 $B=0$,当 $A=0$ 即 $bs_{\theta}+p_z=0$,即 $\sin\theta=-p_z/b$,从尺寸设计来看 $p_z\gg b$,不符合三角函数 $\sin\theta$ 的取值范围,故不存在反解奇异。

当正解奇异发生时,其解析式应该满足

$$\begin{cases} |J_x|=0 \\ |J_q|\neq 0 \end{cases} \quad (50)$$

将行列式 $|J_x|$ 进行初等变换,可得

$$J_x=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

由式(51)可知,当且仅当 $A=0$ 时,行列式 $|J_x|=0$,正如之前所分析 $A\neq 0$,故该机构不存在正解奇异。

当正解奇异与反解奇异一同出现时,称此时发生了混合奇异,此时对应的位形为混合奇异位形,其数学解析式满足

$$\begin{cases} |J_q|=0 \\ |J_x|=0 \end{cases} \quad (52)$$

由于该机构正反解奇异均不存在,故也不存在混合奇异位形。

5.3 两移动两转动速度雅可比矩阵

两移动两转动工作模式下速度雅可比反映输入关节速度 $\dot{q}=[\dot{L}_{fg}\ \dot{L}_{ef}\ \dot{R}_i\ \dot{R}_j]^T$ 和末端动平台输出速度 $\dot{X}=[\dot{p}_x\ \dot{p}_z\ \dot{\alpha}\ \dot{\beta}]^T$ 之间的映射关系。通过位置反解解析式求解全微分,可得到机构速度映射关系为

$$J_q\dot{q}=J_x\dot{X} \quad (53)$$

其中

$$J_q=\begin{bmatrix} J_{q11} & & & \\ & J_{q22} & & \\ & & J_{q33} & \\ & & & J_{q44} \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$J_x=\begin{bmatrix} J_{x11} & J_{x12} & J_{x13} & J_{x14} \\ J_{x21} & J_{x22} & J_{x23} & J_{x24} \\ J_{x31} & J_{x32} & J_{x33} & J_{x34} \\ J_{x41} & J_{x42} & J_{x43} & J_{x44} \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} J_{q11} &= \cos^2\beta & J_{q22} &= \cos^2\beta & J_{q33} &= 1 & J_{q44} &= 1 \\ J_{x11} &= -\cos^2\beta & J_{x12} &= \cos\beta\sin\beta & J_{x13} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{x14} &= a\cos^3\beta\sin\beta + a\sin\alpha\sin^2\beta\cos\beta - a\cos\beta\sin\alpha + p_z \\ J_{x21} &= 0 & J_{x22} &= \cos\beta & J_{x23} &= -a\cos\alpha\cos^2\beta \\ J_{x24} &= p_z\sin\beta \\ J_{x31} &= J_{x32} = J_{x34} = 0 & J_{x33} &= 1 \\ J_{x41} &= J_{x42} = J_{x43} = 0 & J_{x44} &= 1 \end{aligned}$$

化简以上的代数计算,可以得到两移动两转动工作模式下 $\dot{q}=[\dot{L}_{fg}\ \dot{L}_{ef}\ \dot{R}_i\ \dot{R}_j]^T$ 与 $\dot{X}=\dot{X}=[\dot{p}_x\ \dot{p}_z\ \dot{\alpha}\ \dot{\beta}]^T$ 之间的关系为

$$\dot{q}=J_q^{-1}J_x\dot{X} \quad (56)$$

5.4 两移动两转动奇异性分析

当发生反解奇异时

$$\begin{cases} |J_q|=0 \\ |J_x|\neq 0 \end{cases} \quad (57)$$

此时 $|J_q|=\cos^4\beta$,故当且仅当 $\cos\beta=0$ 时, $|J_q|=0$ 。

当发生正解奇异时

$$\begin{cases} |J_x|=0 \\ |J_q|\neq 0 \end{cases} \quad (58)$$

将行列式 $|J_x|$ 进行初等变换,可得

$$J_x=\begin{bmatrix} -\cos^2\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (59)$$

由式(59)可知,当且仅当 $\cos\beta=0$ 时,行列式 $|J_x|=0$,但由于当 $\cos\beta=0$ 时, $|J_q|=0$,不符合式(57)、(58),因此不存在正反解奇异。

当发生混合奇异位形时,其数学解析式满足

$$\begin{cases} |J_q|=0 \\ |J_x|=0 \end{cases} \quad (60)$$

从式(59)可以发现,当 $\cos\beta=0$ 时,即 $\beta=90^\circ$ 或者 $\beta=-90^\circ$,该机构理论上存在混合奇异。

即转动副 $R_j=90^\circ$ 或者 $R_j=-90^\circ$ 时,但由于 R_j 转动到 90° 时,如图8所示,分支2和分支3会出现干涉的情况,且出现分支穿过底座的情况出现,所以图8在实际情况中并不会出现。

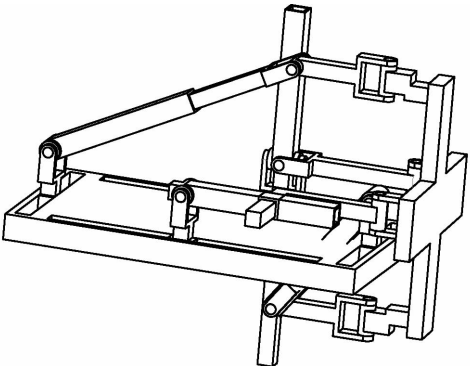


图8 奇异位形
Fig.8 Singular configuration

故该机构在 2 种工作模式下,均没有奇异位形的出现,由此可以看出该机构在实际运用中具有优异的工作性能。

5.5 三移动—转动工作空间

并联机构的工作空间即为末端点的可达空间,工作空间是了解机构工作性能以及工作范围的重要依据。本文末端动平台中心点 p 即为末端执行器中心点,为了观察明显,在末端点给机构加上一个长度为 H ,且垂直于动平台的刀具,且规定 $H = 50$ mm。

经计算刀具末端点 p^H 坐标为

$$\begin{cases} p_x^H = p_x \\ p_y^H = p_y - H \sin \theta \\ p_z^H = p_z + H \cos \theta \end{cases} \quad (61)$$

则动平台刀具在约束条件下可以达到的点的集合,即该并联机构的工作空间,约束条件可以分为两类,第 1 类为机构动平台的位姿参数约束即 $[p_x \ p_y \ p_z \ \theta]$ 的约束,第 2 类约束条件为驱动副工作范围的约束,即 $[L_{fg} \ L_{ef} \ R_i \ R_h]$ 的约束。在第 1 类约束中,根据设计尺寸,以及为了避免动平台移动过于大,而导致其他分支运动副的行程超出了自身尺寸要求,所以取对动平台中心的约束为 $p_x \in (-125 \text{ mm}, 125 \text{ mm})$, $p_y \in (-90 \text{ mm}, 90 \text{ mm})$, $p_z \in (250 \text{ mm}, 340 \text{ mm})$ 。

而对于动平台转动角度 θ ,在充分考虑干涉以及各运动支链的运动副行程范围内,得到 θ 的运动范围, $\theta \in (-60^\circ, 60^\circ)$,其中 θ 向左转为负,向右转为正。

在第 2 类约束中,主要是各驱动副的工作范围,因为该机构没有奇异位形,所以对于驱动移动副 L_{fg} 、 L_{ef} 采用其实际尺寸,而驱动转动副 R_h ,在考虑机构干涉问题和实际转动情况下,暂定约束为 $L_{fg} \in (0, 250 \text{ mm})$ 、 $L_{ef} \in (150 \text{ mm}, 240 \text{ mm})$ 、 $R_i \in (-60^\circ, 60^\circ)$ 、 $R_h \in (70^\circ, 105^\circ)$ 。

以第 1 类约束条件为自变量,运用之前求得反解解析式(32)~(34)、(36),求出 $[L_{fg} \ L_{ef} \ R_i \ R_h]$ 等结果,以第 2 类约束条件为范围进行筛选,保留符合 $[L_{fg} \ L_{ef} \ R_i \ R_h]$ 的工作范围的点的集合,该集合即为机构工作空间,如图 9 所示。

5.6 两移动两转动工作空间

同样在两移动两转动构型中,经计算刀具末端点 p^H 的坐标为

$$\begin{cases} p_x^H = p_x + H \sin \beta \cos \alpha \\ p_y^H = -H \sin \alpha \\ p_z^H = p_z + H \cos \alpha \cos \beta \end{cases} \quad (62)$$

首先需要确定第 1 类约束条件即对 $[p_x \ p_z \ \alpha \ \beta]$

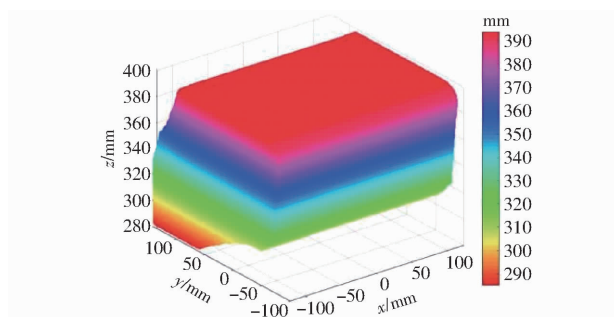


图 9 三移动—转动工作空间

Fig. 9 3T1R workspace

动平台位姿参数的约束,以及第 2 类约束条件 $[L_{fg} \ L_{ef} \ R_i \ R_j]$ 的约束,根据设计尺寸,以及支链间干涉的情况,暂定两类约束条件为 $p_x \in (-125 \text{ mm}, 125 \text{ mm})$, $p_z \in (250 \text{ mm}, 340 \text{ mm})$, $\alpha \in (-60^\circ, 60^\circ)$ 、 $\beta \in (-30^\circ, 30^\circ)$, $L_{fg} \in (0, 250 \text{ mm})$ 、 $L_{ef} \in (150 \text{ mm}, 240 \text{ mm})$ 。

同样筛选出在其工作范围的点的集合,得到最终的工作空间,如图 10 所示。

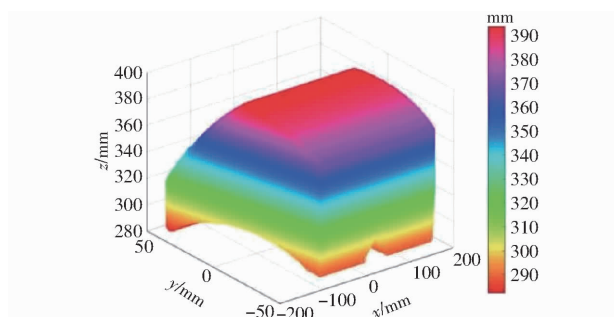


图 10 两移动两转动工作空间

Fig. 10 2T2R workspace

由图 9、10 可得,机构在两种工作模式下,均有较大的工作空间,且能相互补充,使得机构整体的工作空间较大,内部没有奇异位形或不可达空间,空间性能优良。

6 性能分析

运动/力传递性能方法定义输入传递性能、输出传递性能和 LTI 为

$$\lambda_i = \frac{|\$_{Ai} \circ \$_{Ti}|}{|\$_{Ai} \circ \$_{Ti}|_{\max}} \quad (63)$$

$$\eta_i = \frac{|\$_{Oi} \circ \$_{Ti}|}{|\$_{Oi} \circ \$_{Ti}|_{\max}} \quad (64)$$

$$\Gamma = \min \{ \lambda_i, \eta_i \} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (65)$$

式中 λ_i 为分支 i 的输入传递性能指标, η_i 为分支 i 的输出传递性能指标, Γ 为局部传递指标, $\$_{Ai}$ 为分支 i 的输入运动螺旋, $\$_{Oi}$ 为分支 i 的输出运动螺旋, $\$_{Ti}$ 为分支 i 的传递力螺旋,输入传递性能指标和输出传递性能指标分别表示能量从驱动输入端传递到分支和从分支传递到输出端的效率。根据定义, λ_i 、 η_i

和 F 取值都在 $0 \sim 1$ 之间,是与坐标系无关的无量纲指标。 F 值越接近 1,表明机构的运动/力传递性能越好,反之, F 值越接近 0,表明机构越接近奇异,具体的计算式为

$$|\$ _1 \circ \$ _2| = |(h_1 + h_2) \cos \theta - d \sin \theta| \quad (66)$$

$$|\$ _1 \circ \$ _2|_{\max} = |(h_1 + h_2) \cos \theta - d \sin \theta|_{\max} \quad (67)$$

很显然,该传递功率的最大值与两旋量的节距 h_1 、 h_2 和两旋量轴线间的公垂线 d 值有关,然而对于不同的运动旋量,其节距不同,可能是 0 、 ∞ 或者任一有限值,两个旋量的相互位置关系也不相同,为了更好地探讨运动旋量和力螺旋之间的传递功率的最大值的求解模型,可以根据实际情况,根据文献[20]中的分类以及计算方法,计算对应的 $|\$ _1 \circ \$ _2|_{\max}$ 。

首先选取三移动—转动工作模式下分支 1,进行 $\$ _{Ai}$ 、 $\$ _{Oi}$ 、 $\$ _{Ti}$ 的求取。首先在分支 1,建立分支坐标系,写出分支 1 所有的关节运动螺旋为

$$\left\{ \begin{array}{l} \$ _{11} = (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ \$ _{12} = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \$ _{13} = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \\ \$ _{14} = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \\ \$ _{15} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ e_5 \ f_5) \end{array} \right. \quad (68)$$

由式(68)运动螺旋系求反螺旋,得到分支 1 的约束螺旋为

$$\$ _1^r = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1)$$

其中运动副 $\$ _{11}$ 为驱动副,锁定驱动副 $\$ _{11}$,对于剩余的運動副求解反螺旋,得到

$$\$ _{T11} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0)$$

类似,可以得到剩余的约束螺旋 $\$ _1^r$ 、 $\$ _2^r$ 、 $\$ _3^r$,以及 4 个驱动的传递力螺旋 $\$ _{T13}$ 、 $\$ _{T25}$ 、 $\$ _{T32}$ 。

保留分支 1 $\$ _{11}$ 的单一驱动, $[\$ _1^r \ \$ _3^r \ \$ _{T13} \ \$ _{T25} \ \$ _{T32}]$ 构成五维约束力螺旋,此时机构有 1 个自由度,及 1 个运动输出

$$\$ _{O11} = (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \quad (69)$$

同样的方法可以得到 $\$ _{O13}$ 、 $\$ _{O25}$ 、 $\$ _{O32}$,将得到的输入运动螺旋、传递力螺旋、输出运动螺旋,代

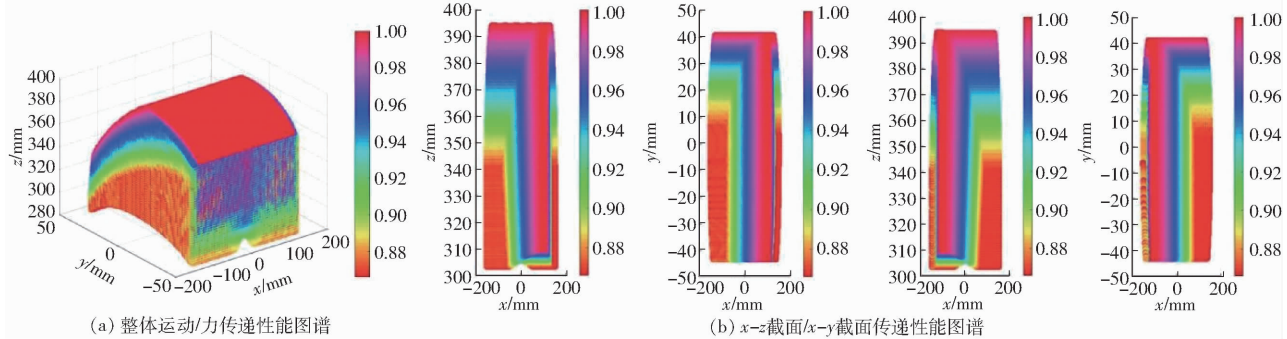


图 12 两移动两转动运动/力传递性能图谱

Fig. 12 2T2R motion/force transfer performance maps

入式(63)、(64)可以得到传递性能指标。最终得到运动/力传递性能图谱如图 11 所示。

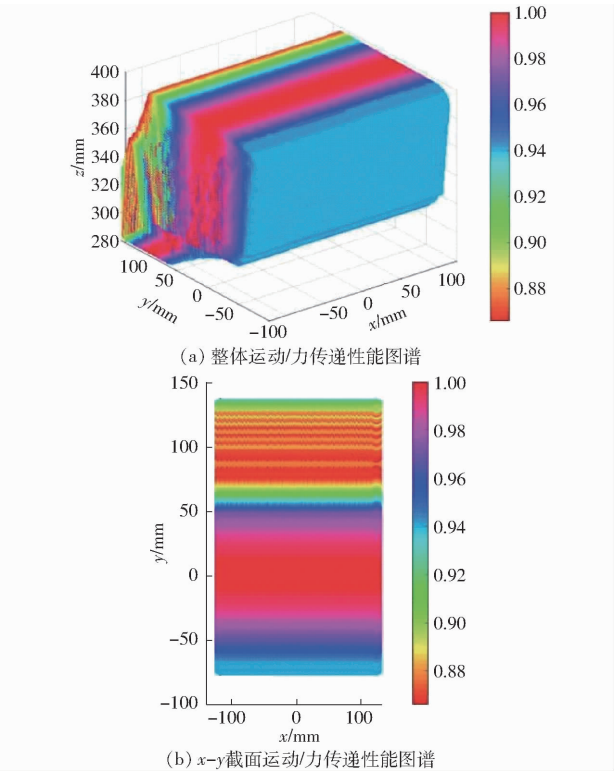


图 11 三移动—转动运动/力传递性能图谱

Fig. 11 3T1R motion/force transfer performance maps

由图 11 可以发现,三移动—转动的 LTI 值远大于 0.7,运动/力传递性能^[21]在 0.88 以上,传递性能也体现出之前关于机构的奇异分析正确,性能最优的区域即红色区域集中在 $y = 0$ 附近,且大体上存在对称分布,机构随着 y 轴位移方向,机构性能呈降低趋势,体现为由红色向蓝色、绿色过渡,但总体性能指标仍然表现突出。

在图 12a 中,两移动两转动的 LTI 值远大于 0.7,在 0.86 以上,图 12b 分别绘制了 $x - z$ 、 $y - z = 0$ 截面传递性能图谱, $x - y$ 、 $z = 340$ mm 截面传递性能图谱,从 x 轴的左端、右端开始绘制性能图谱,分别得到图 12b 第 1 组图和第 2 组图。对比 2 组图可以发现传递性能分布,随着 z 轴、 y 轴的增加,传递性能

逐渐升高,且实际在内部的分布呈圆环状,7字形分布,关于 $x=0$ 对称,高传递性能即红色区域集中在对称轴 $x=0$ 左右, z 轴的上方区域,其LTI值接近1,运动/力传递性能最佳。

7 结论

(1)提出一种新型运动分岔并联机构,当机构处于运动分岔点时,动平台具有瞬时5自由度。通过驱动不同的驱动副,并联机构可以演变成为具有不同自由度特性的构型,包括三移动—转动构型、两移动两转动构型。

(2)采用螺旋理论,分析3种构型下的自由度,并使用刚化驱动的方法选取了合理的驱动副,以便

可以完全控制不同构型下的运动以及相互切换。

(3)分析了并联机构在两种构型下的运动学正反解,得到了运动正反解的数值解析解,利用ADAMS仿真验证了正反解的正确性,运动正反解结果表明该机构有较好的运动解耦性。

(4)建立了机构速度雅可比矩阵,分析了在两种构型下的运动学奇异,绘制了对应的工作空间,结果表明两种构型下的工作空间能相互补充,使得机构整体的工作空间较大,且内部没有奇异位形或不可达空间,空间性能优良。

(5)绘制了不同构型下的运动/力传递性能图谱,结果表明机构在工作空间内性能优异,两种构型的高LTI值区域均集中体现在基坐标 Z 轴周围。

参 考 文 献

- [1] TSAL C L, PARK S C, CHENG W T. Welding distortion of a thin-plate panel structure: the effect of welding sequence on panel distortion is evaluated[J]. *Welding Journal*, 1999, 78(5): 156–165.
- [2] PIETRO F, CARLO G, ELENA N. Parallel robots that change their group of motion[C]// *Advances in Robot Kinematics*; Springer, 2006: 49–56.
- [3] SAMEH R, JACQUES M H, SAEID N, et al. Two-mode overconstrained three-DOFs rotational-translational linear-motor-based parallel-kinematics mechanism for machine tool applications[J]. *International Journal of Information, Education and Research in Robotics and Artificial Intelligence*, 2007, 25: 461–466.
- [4] 李秦川,陈巧红,武传宇,等. 变自由度4- $xPxRxRxRyRN$ 并联机构[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(1): 83–87.
LI Qinchuan, CHEN Qiaohong, WU Chuanyu, et al. 4- $xPxRxRxRyRN$ parallel mechanism with variable mobility[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(1): 83–87. (in Chinese)
- [5] ZHANG K, DAI J S, FANG Y F. Topology and constraint analysis of phase change in the metamorphic chain and its evolved mechanism[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2010, 132(12): 121001–1–121001–11.
- [6] 叶伟,方跃法,郭盛,等. 一种新型并联机构的运动分岔特性及运动学分析[J]. *机械工程学报*, 2013, 49(13): 8–16.
YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. Bifurcated motion and kinematics of novel parallel mechanism[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(13): 8–16. (in Chinese)
- [7] 刘伟,刘宏昭. 具有3T、2T1R和2R1T模式的并联机构构型综合[J]. *农业机械学报*, 2019, 50(12): 411–419.
LIU Wei, LIU Hongzhao. Synthesis of parallel mechanisms with 3T, 2T1R and 2R1T motion modes[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2019, 50(12): 411–419. (in Chinese)
- [8] 燕山大学. 一种具有2R1T与2T1R运动分岔特性并联机构: 202011579045.0[P]. 2021–04–27.
- [9] 燕山大学. 一种具有运动分岔特性并联机构: 202011177089.0[P]. 2021–01–05.
- [10] 沈惠平,顾晓阳,李菊,等. 基于拓扑降耦的3T1R并联机构设计与运动学特性分析[J]. *农业机械学报*, 2021, 52(8): 406–415.
SHEN Huiping, GU Xiaoyang, LI Ju, et al. Topological coupling-reducing based design of 3T1R parallel mechanism and kinematics performances analysis[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2021, 52(8): 406–415. (in Chinese)
- [11] 朱小蓉,吴侯,沈惠平. 基于虚关节法的3T1R混联机构静刚度特性分析[J]. *农业机械学报*, 2021, 52(9): 400–409.
ZHU Xiaorong, WU Yu, SHEN Huiping. Static stiffness analysis of 3T1R hybrid manipulator based on virtual joint method[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2021, 52(9): 400–409. (in Chinese)
- [12] FRANCOIS P. H4: a new family of 4-dof parallel robots[C]// 1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM'99), 1999: 508–513.
- [13] KRUT S, BENOIT M, OTA H, et al. I4: new parallel mechanism for Scara motions[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003: 1875–1880.
- [14] OLIVIER C, SEBASTIEN K, VINCENT N, et al. Par4: very high speed parallel robot for pick-and-place[C]// 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005: 1202–1207.
- [15] ROLLAND L H. The Manta and the Kanuk novel 4-dof parallel mechanisms for industrial handling[C]// 1999 ASME Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE'99), 1999: 831–844.
- [16] 天津大学. 一种具有三维平动—一维转动的并联机构: 200910228105.1[P]. 2010–05–19.
- [17] 刘伟,刘宏昭,胡旭宇. 具有固定转动轴线和变转动轴线3T1R并联机构构型综合[J]. *农业机械学报*, 2022, 53(2):

451 – 458.

LIU Wei, LIU Hongzhao, HU Xuyu. Type synthesis of 3T1R parallel machine with fixed rotation axis and variable rotation axis [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(2): 451 – 458. (in Chinese)

[18] 王学雷,赵栋杰,张宾,等. 新型四自由度并联机构运动学分析及其优化设计[J]. 东北大学学报(自然科学版),2018, 39(4):532 – 537.

WANG Xuelei, ZHAO Dongjie, ZHANG Bin, et al. Kinematic analysis and optimization design of noval 4-dof parallel mechanism[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2018,39(4): 532 – 537. (in Chinese)

[19] 贾竣臣,薄瑞峰,郭鑫鑫,等. 一种 2T2R 并联机构的位置逆解和工作空间分析[J]. 机械传动,2021,45(6):22 – 27.

JIA Junchen, BO Ruifeng, GUO Xinxin, et al. Inverse position solution and workspace analysis of a 2T2R parallel mechanism [J]. Mechanical Transmission, 2021, 45(6): 22 – 27. (in Chinese)

[20] 郭雨. 空间被动过约束 4 – RPTR 并联机构尺寸优化及力学分析[D]. 秦皇岛:燕山大学,2020.

GUO Yu. Size optimization and mechanical analysis of spatial passive overconstrained 4 – RPTR parallel mechanism[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2020. (in Chinese)

[21] XIE Fugui, LIU Xinjun, WANG Jinsong. Performance evaluation of redundant parallel manipulators assimilating motion/force transmissibility[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems,2011,8(5):113 – 124.

~~~~~

(上接第 446 页)

[25] ZHANG S, GUO C, GAO Z, et al. Research on 2D laser automatic navigation control for standardized orchard[J]. Applied Sciences, 2020, 10(8): 2763.

[26] YU L, YAN X, KUANG Z, et al. Driverless bus path tracking based on fuzzy pure pursuit control with a front axle reference [J]. Applied Sciences, 2020, 10(1): 230.

[27] 唐应时,朱位宇,朱彪,等. 基于轮胎磨损的悬架与转向系统硬点优化[J]. 汽车工程, 2013, 35(7): 640 – 644.

TANG Yingshi, ZHU Weiyu, ZHU Biao, et al. Hard-points optimization of suspension and steering systems based on tire wear [J]. Automotive Engineering, 2013, 35(7): 640 – 644. (in Chinese)

[28] 张华强,王国栋,吕云飞,等. 基于改进纯追踪模型的农机路径跟踪算法研究[J]. 农业机械学报, 2020, 51(9): 18 – 25.

ZHANG Huaqiang, WANG Guodong, LÜ Yunfei, et al. Agricultural machinery automatic navigation control system based on improved pure tracking model[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(9): 18 – 25. (in Chinese)

[29] SNIDER J M. Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking[R]. Carnegie Mellon University Robotics Institute, 2009.

[30] 陈杰,陈伟,孙健. 多模型自适应控制研究概述[J]. 系统科学与数学, 2014, 34(12): 1421 – 1437.

CHEN Jie, CHEN Wei, SUN Jian. A survey of multiple model adaptive control [J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences,2014, 34(12): 1421 – 1437. (in Chinese)

[31] LI X R, ZHAO Z, LI X. General model-set design methods for multiple-model approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(9): 1260 – 1276.

[32] 陈鹏展,刘曦. 基于模型切换策略的无刷直流电动机调速研究[J]. 微特电机, 2016, 44(7): 56 – 58.

CHEN Pengzhan, LIU Xi. Research on speed control of brushless DC motor based on model switching strategy[J]. Small & Special Electrical Machines,2016, 44(7): 56 – 58. (in Chinese)