

基座运动对并联调整机构动力学性能的影响

姚建涛^{1,2} 韩博¹ 窦玉超³ 张硕¹ 许允斗^{1,2} 赵永生^{1,2}

(1.燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室,秦皇岛 066004;

2.燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室,秦皇岛 066004;

3.中国电子科技集团公司第五十四研究所,石家庄 050081)

摘要:以上海 65 m 射电望远镜六自由度并联调整机构为研究对象,研究基座运动对并联调整机构动力学性能的影响。首先阐述了并联调整机构的构型与位姿状态;然后分析了基座运动对动平台和驱动分支受力的影响,计算了基座运动引起的动平台和驱动分支惯性和惯性力矩的变化,并分析计算了基座运动过程中引起的重力矢量方向的变化;进而采用具有高实时性特点的 Kane 方法分别建立了基座固定和基座运动两种情况下并联调整机构的动力学方程,最后分别采用 Matlab 和 ADAMS 软件仿真分析了基座运动对机构动力学性能的影响。仿真结果验证了所建动力学模型的正确性,同时也发现基座运动对此类机械系统动力学性能影响较为明显,在结构强度校核和控制系统参数设定时应加以考虑,以提高控制系统的准确性和结构强度的可靠性。

关键词: 并联机构; 基座运动; 动力学模型; Kane 方法; 驱动力

中图分类号: TP113 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2018)07-0410-09

Influence of Base Motion on Dynamic Performance of Parallel Adjustment Mechanism

YAO Jiantao^{1,2} HAN Bo¹ DOU Yuchao³ ZHANG Shuo¹ XU Yundou^{1,2} ZHAO Yongsheng^{1,2}

(1. Parallel Robot Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. Key Laboratory of Advanced Forging and Stamping Technology and Science, Ministry of Education, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

3. The 54th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang 050081, China)

Abstract: In order to research the influence of the base motion on the dynamic performance of the parallel mechanism, the six DOFs parallel adjustment mechanism of the Shanghai 65 meters radio telescope was selected as the study object, through theoretical calculation and simulation analysis to get the result of the research. Firstly, the configuration of the parallel adjustment mechanism was introduced, and six position parameters of the moving platform were selected as the generalized coordinates of the system to describe the position and the posture of the moving platform. Secondly, the force influence of the movement of the base on the moving platform and each driving branch was deduced, and the change of the direction of gravity vector caused by the movement of the base was analyzed, the Kane method was used to establish the dynamic equations of the parallel adjustment mechanism in the case of base fixing and moving. At last, the structure of the parallel adjustment mechanism and its physical parameters were set, the numerical and simulation analysis were carried out by Matlab and ADAMS software, respectively, the driving force variation curve and the contrast curve of each driving branch were obtained in two cases. The results of the two software simulations were the same, which verified the correctness of the dynamical model, through the contrast of the curves, it was also found that the influence of base motion on system dynamics was obvious, and it should be considered during the structural strength check and control system parameters setting, so that the reliability of the control system and the reliability of the structural strength can be improved.

Key words: parallel mechanism; base moving; dynamic model; Kane method; driving force

收稿日期: 2018-01-05 修回日期: 2018-03-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(51675458)和河北省自然科学基金京津冀合作专项(E2017203387)

作者简介: 姚建涛(1980—),男,教授,主要从事多轴力感知机构与柔性机构研究,E-mail: jtyao@ysu.edu.cn

通信作者: 赵永生(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事机器人机构学与重型装备及机电集成研究,E-mail: yszhao@ysu.edu.cn

0 引言

上海 65 m 射电望远镜是一台 65 m 口径全方位可动的大型射电天文望远镜,其天线主面直径为 65 m,副面口径为 6.5 m,由 4 根与主反射面相连的桁架支撑,距离地面 70 m,为了适应多频段馈源工作要求,并补偿由重力变形或者外界风、雨、雪等因素引起天线性能和指向的变化,在副面与桁架之间装有并联调整机构,可根据天线主面工作状态对副面进行实时多自由度位姿调整^[1-4]。

副反射面调整机构为典型的六自由度 Stewart 并联机构,并联机构动力学分为正向动力学和逆向动力学,目前研究较多的是逆向动力学,即根据并联机构动平台位姿、速度和加速度计算各分支的驱动力^[5-9]。并联机构常用的动力学建模方法有牛顿欧拉法^[10-11]、拉格朗日法^[12-13]和 Kane 法^[14-16]等,其中牛顿欧拉法物理意义明确、可求得系统内部约束反力,但仅适用于简单系统;拉格朗日法动力学方程形式简单、适用于复杂系统动力学建模,但过程复杂且计算量庞大;Kane 法用矢量运算符叉积、点乘代替求导运算,运算速度得到极大提升,适用于实时运算,但偏速度和偏角速度概念较难理解。虽然不同的建模方法各具特点且建模过程不同,但最终得到的结果是一致的。

DO 等^[17]使用牛顿欧拉方法建立了 Stewart 平台的动力学模型,文献[18]则在系统动力学建模过程中考虑了驱动分支的惯量对系统整体动力学性能的影响,并进行了详细分析;文献[19-20]使用拉格朗日法对几种构型并联机构进行了动力学建模研究;丁华锋等^[21]运用 Kane 方法对一种正铲液压挖掘装置进行了动力学分析;蔡赟等^[22]提出了一种联合应用 Kane 方程及拉格朗日方程的动力学解耦方法,并对一种 3PTT-2R 串并联数控机床动力学耦合特性进行了研究;文献[23-25]对基座运动和负载运动情况下的并联机构动力学建模方法进行了研究分析。

上述文献多数是对基座固定情况下的并联机构动力学建模方法的研究,只有极少数学者考虑了基座运动对机构动力学性能的影响,但却忽略了控制系统对动力学模型计算的高实时性要求。本文采用 Kane 方法针对射电望远镜副面并联调整机构进行基座运动情况下的动力学建模与计算,分析基座运动对并联调整机构动力学性能的影响,从而为此类并联装备机械结构强度校核和控制系统参数的确定奠定理论基础。

1 并联调整机构构型介绍与位姿描述

副面并联调整机构为 Stewart 构型,主要由定、动平台及 6 条可伸缩的 UPS 支链构成,构型如图 1 所示。

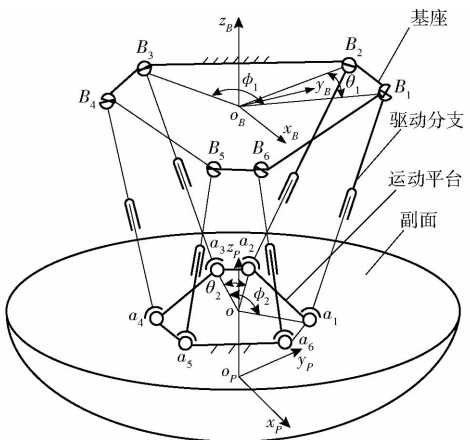


图 1 并联调整机构
Fig. 1 Parallel adjusting mechanism

该机构由基座、运动平台、连接基座和运动平台的 6 个驱动分支组成,其中基座与射电望远镜的桁架固定,副面安装在运动平台的底面上。驱动分支则由 1 个虎克铰、1 个移动副以及 1 个球铰依次连接而成。其中虎克铰与基座相连,球铰与运动平台相连,采用移动副作为分支的驱动输入。6 个虎克铰 $B_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 共分 3 组且均布在半径为 R 的圆周上,组间的夹角为 ϕ_1 ,组内两虎克铰间夹角为 θ_1 。6 个球铰 $a_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 共分 3 组均布在半径为 r 的圆周上,组间夹角为 ϕ_2 ,组内两球铰间夹角为 θ_2 。

如图 1 所示,为了描述动平台(副反射面)相对基座的位姿,在虎克铰分布圆的中心以及副面与运动平台组合体的质心分别建立直角坐标系 $\{B\}$ 和 $\{P\}$,其中坐标系 $\{B\}$ 的 y_B 轴与 $\angle B_1 o_B B_2$ 的角平分线重合, z_B 轴垂直于基座竖直向上。坐标系 $\{P\}$ 的 y_P 轴与 $\angle a_1 o a_2$ 的角平分线平行, z_P 轴垂直于运动平台且过其中心 o 点, o_P 与 o 距离为 d 。副面相对基座的位姿即可用坐标系 $\{P\}$ 在坐标系 $\{B\}$ 的位姿进行描述,初始位姿下, x_P 、 y_P 轴分别与 x_B 、 y_B 轴对应平行, z_P 轴与 z_B 轴重合。

2 基座运动对动平台和驱动分支受力影响

在射电望远镜天线跟踪天体运动的过程中,并联调整机构的基座相对大地将产生运动,这不但增加了各构件的惯性力,同时在坐标系 $\{B\}$ 下各构件的重力矢量方向也将发生改变。为对基座运动引起的各构件惯性力和重力矢量的变化进行分

析,确定基座运动对系统动力学的影响,在天线方位和俯仰转动中心建立大地参考坐标系 $\{W\}$,如图2所示。

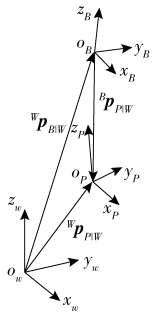


图2 系统坐标系设置

Fig.2 Coordinate system settings

坐标轴 x_w 、 z_w 分别与射电望远镜的俯仰轴和方位轴重合,且 z_w 轴与水平面垂直。基座在大地坐标系 $\{W\}$ 下的姿态可用坐标系 $\{B\}$ 相对坐标系 $\{W\}$ 的RPY角表示为 $[\gamma_B \ \beta_B \ \alpha_B]^T$,基座的位置矢量则可用坐标系 $\{B\}$ 的原点 o_B 相对坐标系 $\{W\}$ 原点 o_w 的位置表示为

$${}^W\boldsymbol{p}_{B|W} = [x_B \ y_B \ z_B]^T \tag{1}$$

式中,基座位置矢量 ${}^W\boldsymbol{p}_{B|W}$ 下角标 B 代表与被描述对象固连的坐标系 $\{B\}$,上角标 W 则表示被描述对象的参考坐标系 $\{W\}$,下角标 W 则表示在坐标系 $\{W\}$ 下对基座的位置进行描述,其他变量角标定义以此类推。

基座在大地坐标系下的位姿为

$${}^W\boldsymbol{X}_{B|W} = [x_B \ y_B \ z_B \ \gamma_B \ \beta_B \ \alpha_B]^T \tag{2}$$

2.1 基座运动对动平台的受力影响分析

取基座在坐标系 $\{W\}$ 下的位姿 ${}^W\boldsymbol{X}_{B|W}$ 为其广义坐标

$$\boldsymbol{q}_B = [x_B \ y_B \ z_B \ \gamma_B \ \beta_B \ \alpha_B]^T \tag{3}$$

式(3)两端分别对时间求导,可得基座在大地坐标系 $\{W\}$ 下的速度为

$$\begin{bmatrix} {}^W\boldsymbol{v}_{B|W} \\ {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|W} \end{bmatrix} = \dot{\boldsymbol{q}}_B = [\dot{x}_B \ \dot{y}_B \ \dot{z}_B \ \dot{\gamma}_B \ \dot{\beta}_B \ \dot{\alpha}_B]^T \tag{4}$$

根据坐标系间速度的映射关系,基座速度在坐标系 $\{B\}$ 下可表示为

$$\begin{bmatrix} {}^W\boldsymbol{v}_{B|B} \\ {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^B_W\boldsymbol{R} & -{}^B_W\boldsymbol{RS}({}^W\boldsymbol{p}_{B|W}) \\ 0 & {}^B_W\boldsymbol{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^W\boldsymbol{v}_{B|W} \\ {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|W} \end{bmatrix} \tag{5}$$

将式(5)两端分别对时间求导,可得坐标系 $\{B\}$ 下基座的加速度

$$\begin{bmatrix} {}^W\boldsymbol{a}_{B|B} \\ {}^W\boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^W\dot{\boldsymbol{v}}_{B|B} \\ {}^W\dot{\boldsymbol{\omega}}_{B|B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^B_W\boldsymbol{R} & -{}^B_W\dot{\boldsymbol{R}}S({}^W\boldsymbol{p}_{B|W}) \\ 0 & {}^B_W\boldsymbol{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^W\boldsymbol{v}_{B|W} \\ {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|W} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^B_W\boldsymbol{R} & -{}^B_W\boldsymbol{RS}({}^W\boldsymbol{p}_{B|W}) \\ 0 & {}^B_W\boldsymbol{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^W\dot{\boldsymbol{v}}_{B|W} \\ {}^W\dot{\boldsymbol{\omega}}_{B|W} \end{bmatrix} \tag{6}$$

根据速度合成定理,由基座运动引起的动平台线速度和角速度可分别表示为

$${}^W\boldsymbol{v}_{P|B} = {}^W\boldsymbol{v}_{B|B} + {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^W\boldsymbol{p}_{P|B} = {}^W\boldsymbol{v}_{B|B} + {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times ({}^B_W\boldsymbol{R}_{XYZ}^T {}^W\boldsymbol{p}_{P|W}) \tag{7}$$

$${}^W\boldsymbol{\omega}_{P|B} = {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \tag{8}$$

将式(7)两端分别对时间求导,可得坐标系 $\{B\}$ 下动平台的线加速度为

$${}^W\boldsymbol{a}_{P|B} = {}^W\boldsymbol{a}_{B|B} + 2{}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B_W\boldsymbol{p}_{P|B} + {}^W\boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} \times {}^B_W\boldsymbol{p}_{P|B} + {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times ({}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B_W\boldsymbol{p}_{P|B}) \tag{9}$$

其中,式(9)中的第2项为动平台的科氏加速度,第4项为动平台的向心加速度。

根据角加速度合成定理,可得坐标系 $\{B\}$ 下动平台的角加速度为

$${}^W\boldsymbol{\varepsilon}_{P|B} = {}^W\dot{\boldsymbol{\omega}}_{B|B} + {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B_W\boldsymbol{\omega}_{P|B} = {}^W\boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} + {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B_W\boldsymbol{\omega}_{P|B} \tag{10}$$

根据牛顿第二运动定律,基座运动引起的动平台惯性力为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_{P|B} &= m_P {}^W\boldsymbol{a}_{P|B} = \\ & m_P [{}^W\boldsymbol{a}_{B|B} + 2{}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B_W\boldsymbol{v}_{P|B} + \\ & {}^W\boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} \times {}^B_W\boldsymbol{p}_{P|B} + {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times ({}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B_W\boldsymbol{p}_{P|B})] \end{aligned} \tag{11}$$

根据牛顿欧拉方程,基座运动引起的动平台惯性矩为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}_{P|B} &= \boldsymbol{I}_{P|B} {}^W\boldsymbol{\varepsilon}_{P|B} + {}^W\boldsymbol{\omega}_{P|B} \times (\boldsymbol{I}_{P|B} {}^W\boldsymbol{\omega}_{P|B}) = \\ & \boldsymbol{I}_{P|B} ({}^W\boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} + {}^W\boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B_W\boldsymbol{\omega}_{P|B}) + {}^W\boldsymbol{\omega}_{P|B} \times (\boldsymbol{I}_{P|B} {}^W\boldsymbol{\omega}_{P|B}) \end{aligned} \tag{12}$$

式中 $\boldsymbol{I}_{P|B}$ ——坐标系 $\{B\}$ 下动平台的惯性张量

2.2 基座运动对驱动分支的受力影响

为了对基座运动引起的分支惯性力进行分析,以第 i 个分支为研究对象,以质心 m_{f_i} 和 m_{m_i} 为原点分别建立坐标系 $\{C_i\}$ 和 $\{D_i\}$ 。其中坐标系 $\{C_i\}$ 的 x_{C_i} 轴沿分支杆长指向动平台一侧, y_{C_i} 轴垂直于轴 x_{C_i} 且始终与坐标系 $\{B\}$ 的 x_By_B 平面保持平行,根据右手法则可确定 z_{C_i} 轴指向,且 z_{C_i} 轴在 z_B 轴上的投影始终指向 z_B 轴的正方向。同理,坐标系 $\{D_i\}$ 的 x_{D_i} 轴沿分支杆长指向动平台一侧, y_{D_i} 轴垂直于轴 x_{C_i} 且始终与 x_By_B 平面保持平行, z_{C_i} 轴在 z_B 轴上的投影亦始终指向 z_B 轴的正方向,如图3所示。

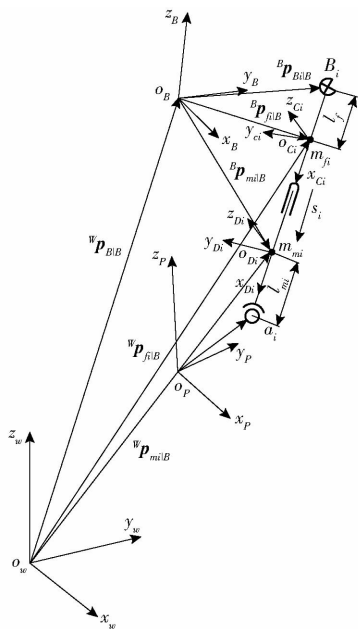


图3 驱动分支质心坐标系

Fig.3 Center of mass coordinate of link

根据空间矢量合成定理,质心 m_{f_i} 相对坐标系 $\{W\}$ 的位置矢量在坐标系 $\{B\}$ 下的表示为

$${}^W \mathbf{p}_{f_i|B} = {}^W \mathbf{p}_{B|B} + {}^B \mathbf{p}_{f_i|B} = {}^W \mathbf{p}_{B|B} + {}^B \mathbf{p}_{B_i|B} + l_f \mathbf{s}_i \quad (13)$$

式(13)两端对时间求导,并根据速度合成定理,可求得质心 m_{f_i} 的线速度为

$${}^W \mathbf{v}_{f_i|B} = {}^W \mathbf{v}_{B|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times ({}^B \mathbf{p}_{B_i|B} + l_f \mathbf{s}_i) \quad (14)$$

式(14)两端对时间求导可得坐标系 $\{B\}$ 下质心 m_{f_i} 的线加速度为

$$\begin{aligned} {}^W \mathbf{a}_{f_i|B} = & {}^W \mathbf{a}_{B|B} + 2 {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \mathbf{v}_{f_i|B} + \\ & {}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} \times (l_f \mathbf{s}_i + \mathbf{B}_i) + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times ({}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times (l_f \mathbf{s}_i + \mathbf{B}_i)) \end{aligned} \quad (15)$$

其中第2项为质心 m_{f_i} 的科氏加速度,第4项为质心 m_{f_i} 的向心加速度。

根据牛顿第二定律,基座运动引起的基座侧驱动分支惯性力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{m_i|B} = m_f {}^W \mathbf{a}_{f_i|B} = & m_f \{ {}^W \mathbf{a}_{B|B} + 2 {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \mathbf{v}_{f_i|B} + {}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} \times (l_f \mathbf{s}_i + \mathbf{B}_i) + \\ & {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times [{}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times (l_f \mathbf{s}_i + \mathbf{B}_i)] \} \end{aligned} \quad (16)$$

为了计算基座运动对驱动分支惯性矩的影响,首先确定驱动分支的惯性矩阵在坐标系 $\{B\}$ 下的表示。根据图3中所示驱动分支质心坐标系 $\{C_i\}$ 和 $\{D_i\}$ 的设置,可得坐标系 $\{C_i\}$ 向坐标系 $\{B\}$ 的映射矩阵为

$${}^B \mathbf{R}_{C_i} = [\mathbf{x}_{C_i} \quad \mathbf{y}_{C_i} \quad \mathbf{z}_{C_i}] \quad (17)$$

已知在坐标系 $\{C_i\}$ 下分支惯性矩阵为 $\mathbf{I}_{f|C_i}$,则其在坐标系 $\{B\}$ 下可表示为

$$\mathbf{I}_{f_i|B} = {}^B \mathbf{R}_{C_i} \mathbf{I}_{f|C_i} {}^B \mathbf{R}_{C_i}^T \quad (18)$$

根据角加速度合成定理,基座运动引起的质心

m_{f_i} 处的角加速度为

$$\begin{aligned} {}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{f_i|B} = & {}^W \dot{\boldsymbol{\omega}}_{B|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \boldsymbol{\omega}_{f_i|B} = \\ & {}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B} \end{aligned} \quad (19)$$

则根据牛顿欧拉方程,基座运动引起的基座侧分支所受惯性矩为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{f_i|B} = & \mathbf{I}_{f_i|B} {}^W \dot{\boldsymbol{\omega}}_{f_i|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{f_i|B} \times (\mathbf{I}_{f_i|B} {}^W \boldsymbol{\omega}_{f_i|B}) = \\ & \mathbf{I}_{f_i|B} ({}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B}) + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times (\mathbf{I}_{f_i|B} {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B}) \end{aligned} \quad (20)$$

对于运动平台侧驱动分支,其质心 m_{m_i} 在坐标系 $\{B\}$ 下的位置矢量为

$${}^W \mathbf{p}_{m_i|B} = {}^W \mathbf{p}_{B|B} + {}^B \mathbf{p}_{m_i|B} \quad (21)$$

式(21)两端对时间求导,可求得质心 m_{m_i} 的线速度为

$$\begin{aligned} {}^W \mathbf{v}_{m_i|B} = & {}^W \mathbf{v}_{B|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \mathbf{p}_{m_i|B} = \\ & {}^W \mathbf{v}_{B|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times [\mathbf{B}_i + (l_i - l_{m_i}) \mathbf{s}_i] \end{aligned} \quad (22)$$

式(22)两端对时间求导可得质心 m_{m_i} 的加速度为

$$\begin{aligned} {}^W \mathbf{a}_{m_i|B} = & {}^W \dot{\mathbf{v}}_{m_i|B} = {}^W \mathbf{a}_{B|B} + 2 {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \mathbf{v}_{m_i|B} + {}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} \times {}^B \mathbf{p}_{m_i|B} + \\ & {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times [{}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times [\mathbf{B}_i + (l_i - l_{m_i}) \mathbf{s}_i]] \end{aligned} \quad (23)$$

其中第2项为质心 m_{m_i} 的科氏加速度,第4项为质心 m_{m_i} 的向心加速度。

则由基座运动引起的运动平台侧分支惯性力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{m_i|B} = m_m {}^W \mathbf{a}_{m_i|B} = & m_m \{ {}^W \mathbf{a}_{B|B} + 2 {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \mathbf{v}_{m_i|B} + {}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} \times {}^B \mathbf{p}_{m_i|B} + \\ & {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times [{}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times (\mathbf{B}_i + (l_i - l_{m_i}) \mathbf{s}_i)] \} \end{aligned} \quad (24)$$

由于驱动分支两部分间轴线始终保持重合,故坐标系 $\{D_i\}$ 向坐标系 $\{B\}$ 的映射矩阵满足

$${}^B \mathbf{R}_{D_i} = {}^B \mathbf{R}_{C_i} \quad (25)$$

所以,坐标系 $\{B\}$ 下运动平台侧驱动分支惯性矩阵可以表示为

$$\mathbf{I}_{m_i|B} = {}^B \mathbf{R}_{D_i} \mathbf{I}_{m|D_i} {}^B \mathbf{R}_{D_i}^T \quad (26)$$

由于驱动分支两段间的角加速度始终保持相等

$${}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{m_i|B} = {}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{f_i|B} = {}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B} \quad (27)$$

根据牛顿欧拉方程,基座运动引起的运动平台侧驱动分支惯性力矩为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{m_i|B} = & \mathbf{I}_{m_i|B} {}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{m_i|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{m_i|B} \times (\mathbf{I}_{m_i|B} {}^W \boldsymbol{\omega}_{m_i|B}) = \\ & \mathbf{I}_{m_i|B} ({}^W \boldsymbol{\varepsilon}_{B|B} + {}^W \boldsymbol{\omega}_{B|B} \times {}^B \boldsymbol{\omega}_{m_i|B}) + \\ & {}^W \boldsymbol{\omega}_{m_i|B} \times (\mathbf{I}_{m_i|B} {}^W \boldsymbol{\omega}_{m_i|B}) \end{aligned} \quad (28)$$

2.3 基座运动对重力加速度方向矢量的影响

基座坐标系 $\{B\}$ 与大地坐标系 $\{W\}$ 间不存在相对运动的情况下,两坐标系坐标轴对应平行,此时坐标系 $\{B\}$ 下重力加速度矢量为

$$\mathbf{g}_B = [0 \quad 0 \quad -9.8]^T \quad (29)$$

当坐标系 $\{B\}$ 相对于 $\{W\}$ 姿态发生改变,其旋

转变换矩阵为 ${}^W_B\mathbf{R}$,则此时 $\{B\}$ 坐标系下重力加速度矢量为

$$\mathbf{g}_B' = {}^W_B\mathbf{R}^T \mathbf{g}_B \tag{30}$$

3 并联调整机构动力学建模

采用具有高实时性特点的 Kane 方法分别建立基座固定和基座运动情况下并联调整机构的动力学方程,Kane 方程可以描述为:作用在刚体 i 上相对于广义速度 v_k 的广义主动力 $\mathbf{F}_k^r$ 与广义惯性力 $\mathbf{F}_k^{*r}$ 之和等于零,即

$$\mathbf{F}_k^r + \mathbf{F}_k^{*r} = 0 \tag{31}$$

设刚体 i 相对于广义速度的偏速度和偏角速度分别为 $\mathbf{v}_k$ 和 $\boldsymbol{\omega}_k$,作用在刚体质心上的主动力和主动力矩分别为 $\mathbf{F}_i$ 和 $\mathbf{M}_i$,惯性力和惯性力矩分别为 $\mathbf{F}_i^*$ 和 $\mathbf{M}_i^*$,则刚体的广义主动力和广义惯性力分别定义为

$$\begin{cases} \mathbf{F}_k^r = \mathbf{F}_i \mathbf{v}_k^* + \mathbf{M}_i \boldsymbol{\omega}_k^* \\ \mathbf{F}_k^{*r} = \mathbf{F}_i^* \mathbf{v}_k^* + \mathbf{M}_i^* \boldsymbol{\omega}_k^* \end{cases} \tag{32}$$

即作用于刚体简化中心上的主动力和主动力矩,分别与该点对应于某一独立速度的偏速度和偏角速度的标量积之和称为刚体对应于该独立速度的广义主动力。广义惯性力则为刚体质心上作用的惯性力和惯性力矩与该质心对应于某一独立速度的偏速度与偏角速度的标量积之和。

3.1 基座固定情况下系统动力学建模

已知动平台和副面的质量之和为 m_p ,对于第 i 个驱动分支,其基座一侧质量为 m_f ,运动平台一侧质量为 m ,分支驱动力为 $\mathbf{F}_i$,重力加速度为 $\mathbf{g}_B$ 。

根据系统广义主动力的定义,可知对应于广义速率的系统广义主动力为

$$\mathbf{F}_k^r = m_p \mathbf{g}_B^B \mathbf{v}_{p|B,k}^* + \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_i s_i^B \mathbf{v}_{l_i|B,k}^* + \sum_{i=1}^6 (m_f \mathbf{g}_B^B \mathbf{v}_{f_i|B,k}^* + m_m \mathbf{g}_B^B \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*) \tag{33}$$

其中,各偏速度下角标 k 表示偏速度的第 k 列构成的向量,其中 k 依次取 $1,2,\cdots,6$ 。

对应于广义速率的系统广义惯性力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_k^{*r} = & -m_p {}^B a_{p|B} {}^B \mathbf{v}_{p|B,k}^* - \sum_{i=1}^6 (m_f {}^B a_{f_i|B} {}^B \mathbf{v}_{f_i|B,k}^* + m_m {}^B a_{m_i|B} {}^B \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*) - \\ & [I_{p|B} {}^B \boldsymbol{\epsilon}_{p|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{p|B} \times (I_{p|B} {}^B \boldsymbol{\omega}_{p|B})] {}^B \boldsymbol{\omega}_{p|B,j}^* - \\ & \sum_{i=1}^6 [I_{f_i|B} {}^B \boldsymbol{\epsilon}_{l_i|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B} \times (I_{f_i|B} {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B})] {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B,k}^* - \\ & \sum_{i=1}^6 [I_{m_i|B} {}^B \boldsymbol{\epsilon}_{l_i|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B} \times (I_{m_i|B} {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B})] {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B,k}^* \end{aligned} \tag{34}$$

其中,各偏速度下角标 k 表示偏速度的第 k 列构成的向量,其中 k 依次取 $1,2,\cdots,6$ 。

根据式(31)中 Kane 方程的定义可得并联调整机构动力学方程为

$$\begin{cases} \mathbf{F}_1^r + \mathbf{F}_1^{*r} = 0 \\ \mathbf{F}_2^r + \mathbf{F}_2^{*r} = 0 \\ \mathbf{F}_3^r + \mathbf{F}_3^{*r} = 0 \\ \mathbf{F}_4^r + \mathbf{F}_4^{*r} = 0 \\ \mathbf{F}_5^r + \mathbf{F}_5^{*r} = 0 \\ \mathbf{F}_6^r + \mathbf{F}_6^{*r} = 0 \end{cases} \tag{35}$$

式(35)经过整理,可以表达为

$$\mathbf{F} = {}^e \mathbf{F} \mathbf{G}_{6 \times 6}^{-1} = [{}^e \mathbf{F}_1 \quad {}^e \mathbf{F}_2 \quad {}^e \mathbf{F}_3 \quad {}^e \mathbf{F}_4 \quad {}^e \mathbf{F}_5 \quad {}^e \mathbf{F}_6] \mathbf{G}_{6 \times 6}^{-1} \tag{36}$$

式中 $\mathbf{F}$ ——各分支驱动力组成的行向量
 ${}^e \mathbf{F}$ ——系统中对应各偏速度的广义惯性力与除广义驱动力以外的其他广义主动力之差组成的行向量

该行向量的第 k 个元素为

$$\begin{aligned} {}^e \mathbf{F}_k = & -m_p {}^B a_{p|B} {}^B \mathbf{v}_{p|B,k}^* - \sum_{i=1}^6 (m_f {}^B a_{f_i|B} {}^B \mathbf{v}_{f_i|B,k}^* + m_m {}^B a_{m_i|B} {}^B \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*) - \\ & [I_{p|B} {}^B \boldsymbol{\epsilon}_{p|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{p|B} \times (I_{p|B} {}^B \boldsymbol{\omega}_{p|B})] {}^B \boldsymbol{\omega}_{p|B,j}^* - \\ & \sum_{i=1}^6 [I_{f_i|B} {}^B \boldsymbol{\epsilon}_{l_i|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B} \times (I_{f_i|B} {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B})] {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B,k}^* - \\ & \sum_{i=1}^6 [I_{m_i|B} {}^B \boldsymbol{\epsilon}_{l_i|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B} \times (I_{m_i|B} {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B})] {}^B \boldsymbol{\omega}_{l_i|B,k}^* - \\ & m_p \mathbf{g}_B^B \mathbf{v}_{p|B,k}^* - \sum_{i=1}^6 (m_f \mathbf{g}_B^B \mathbf{v}_{f_i|B,k}^* + m_m \mathbf{g}_B^B \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*) \end{aligned} \tag{37}$$

$\mathbf{G}_{6 \times 6}$ 为除广义驱动力以外的广义主动力和惯性力之和向分支驱动力的映射矩阵

$$\mathbf{G}_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} s_1^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,1}^* & s_1^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,2}^* & \cdots & s_1^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,6}^* \\ s_2^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,1}^* & & & \\ s_3^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,1}^* & & & \\ s_4^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,1}^* & \vdots & & \vdots \\ s_5^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,1}^* & & & \\ s_6^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,1}^* & s_6^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,2}^* & \cdots & s_6^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,6}^* \end{bmatrix} \tag{38}$$

根据式(36)中建立的分支驱动力与除广义驱动力以外的其他广义惯性力和广义主动力之差的映射关系,即可计算出基座固定时对应指定运动参数下分支的驱动力。

3.2 基座运动情况下系统动力学建模

由前述基座运动影响下动平台和驱动分支受力分析,可知动平台和驱动分支所受惯性力和惯性力矩以及重力加速度在坐标系 $\{B\}$ 下的表示,则基座运动情况下系统主动力和主动力矩对应于广义速率的广义主动力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}'_k &= m_P \mathbf{g}_B^T \mathbf{v}_{P|B,k}^* + \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_i'^B \mathbf{v}_{f_m|B,k}^* + \\ &\sum_{i=1}^6 (m_f \mathbf{g}_B^T \mathbf{v}_{f_i|B,k}^* + m_m \mathbf{g}_B^T \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*) = \\ &m_P (\mathbf{R}^T \mathbf{g}_B)^B \mathbf{v}_{P|B,k}^* + \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_i'^B \mathbf{v}_{f_m|B,k}^* + \\ &\sum_{i=1}^6 [m_f (\mathbf{R}^T \mathbf{g}_B)^B \mathbf{v}_{f_i|B,k}^* + m_m (\mathbf{R}^T \mathbf{g}_B)^B \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*] \end{aligned} \tag{39}$$

其中,各偏速度下角 k 表示由偏速度的第 k 列构成的向量, k 依次取 $1,2,\cdots,6$ 。

对应于广义速率的系统广义惯性力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_k^{*r'} &= -(m_P \mathbf{a}_{P|B} + \mathbf{F}_{P|B})^B \mathbf{v}_{P|B,k}^* - \\ &\sum_{i=1}^6 [(m_f \mathbf{a}_{f_i|B} + \mathbf{F}_{f_i|B})^B \mathbf{v}_{f_i|B,1}^* + \\ &(m_m \mathbf{a}_{m_i|B} + \mathbf{F}_{m_i|B})^B \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*] - \\ &[\mathbf{I}_{P|B}^B \boldsymbol{\varepsilon}_{P|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{P|B} \times (\mathbf{I}_{P|B}^B \boldsymbol{\omega}_{P|B}) + \mathbf{M}_{P|B}]^B \boldsymbol{\omega}_{P|B,j}^* - \\ &\sum_{i=1}^6 [\mathbf{I}_{f_i|B}^B \boldsymbol{\varepsilon}_{f_i|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{f_i|B} \times (\mathbf{I}_{f_i|B}^B \boldsymbol{\omega}_{f_i|B}) + \mathbf{M}_{f_i|B}]^B \boldsymbol{\omega}_{f_i|B,k}^* - \\ &\sum_{i=1}^6 [\mathbf{I}_{m_i|B}^B \boldsymbol{\varepsilon}_{m_i|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{m_i|B} \times (\mathbf{I}_{m_i|B}^B \boldsymbol{\omega}_{m_i|B}) + \mathbf{M}_{m_i|B}]^B \boldsymbol{\omega}_{m_i|B,k}^* \end{aligned} \tag{40}$$

根据 Kane 方程的定义,基座运动情况下作用在调整机构各构件上相对于广义速率的广义主动力和广义惯性力之和为零,则系统动力学方程为

$$\begin{cases} \mathbf{F}'_1 + \mathbf{F}_1^{*r'} = 0 \\ \mathbf{F}'_2 + \mathbf{F}_2^{*r'} = 0 \\ \mathbf{F}'_3 + \mathbf{F}_3^{*r'} = 0 \\ \mathbf{F}'_4 + \mathbf{F}_4^{*r'} = 0 \\ \mathbf{F}'_5 + \mathbf{F}_5^{*r'} = 0 \\ \mathbf{F}'_6 + \mathbf{F}_6^{*r'} = 0 \end{cases} \tag{41}$$

式(41)经过整理,可以表示成

$$\mathbf{F}' = {}^e \mathbf{F}' \mathbf{G}'_{6 \times 6}{}^{-1} = \begin{bmatrix} {}^e \mathbf{F}'_1 & {}^e \mathbf{F}'_2 & {}^e \mathbf{F}'_3 & {}^e \mathbf{F}'_4 & {}^e \mathbf{F}'_5 & {}^e \mathbf{F}'_6 \end{bmatrix} \mathbf{G}'_{6 \times 6}{}^{-1} \tag{42}$$

式中 ${}^e \mathbf{F}'$ ——系统中对应各偏速度的广义惯性力与除广义驱动力以外的其他广义主动力之差组成的行向量
该行向量的第 k 个元素为

$$\begin{aligned} {}^e \mathbf{F}'_k &= -m_P {}^B \mathbf{a}_{P|B} {}^B \mathbf{v}_{P|B,k}^* - \\ &\sum_{i=1}^6 (m_f {}^B \mathbf{a}_{f_i|B} {}^B \mathbf{v}_{f_i|B,k}^* + m_m {}^B \mathbf{a}_{m_i|B} {}^B \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*) - \\ &[\mathbf{I}_{P|B}^B \boldsymbol{\varepsilon}_{P|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{P|B} \times (\mathbf{I}_{P|B}^B \boldsymbol{\omega}_{P|B})]^B \boldsymbol{\omega}_{P|B,j}^* - \\ &\sum_{i=1}^6 [\mathbf{I}_{f_i|B}^B \boldsymbol{\varepsilon}_{f_i|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{f_i|B} \times (\mathbf{I}_{f_i|B}^B \boldsymbol{\omega}_{f_i|B})]^B \boldsymbol{\omega}_{f_i|B,k}^* - \\ &\sum_{i=1}^6 [\mathbf{I}_{m_i|B}^B \boldsymbol{\varepsilon}_{m_i|B} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{m_i|B} \times (\mathbf{I}_{m_i|B}^B \boldsymbol{\omega}_{m_i|B})]^B \boldsymbol{\omega}_{m_i|B,k}^* - \\ &m_P \mathbf{g}_B^T \mathbf{v}_{P|B,k}^* - m_P (\mathbf{R}^T \mathbf{g}_B)^B \mathbf{v}_{P|B,k}^* - \\ &\sum_{i=1}^6 (m_f \mathbf{g}_B^T \mathbf{v}_{f_i|B,k}^* + m_m \mathbf{g}_B^T \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*) - \\ &\sum_{i=1}^6 [m_f (\mathbf{R}^T \mathbf{g}_B)^B \mathbf{v}_{f_i|B,k}^* + m_m (\mathbf{R}^T \mathbf{g}_B)^B \mathbf{v}_{m_i|B,k}^*] \end{aligned} \tag{43}$$

$\mathbf{G}'_{6 \times 6}{}^{-1}$ 为系统中除广义驱动力以外的广义主动力和惯性力之和与分支驱动力间的映射矩阵,其中

$$\begin{aligned} \mathbf{G}'_{6 \times 6} &= \mathbf{G}_{6 \times 6} = \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,1}^* & \mathbf{s}_1^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,2}^* & \cdots & \mathbf{s}_1^{TB} \mathbf{v}_{l_1|B,6}^* \\ \mathbf{s}_2^{TB} \mathbf{v}_{l_2|B,1}^* & & & \\ \mathbf{s}_3^{TB} \mathbf{v}_{l_3|B,1}^* & & & \\ \vdots & & & \vdots \\ \mathbf{s}_5^{TB} \mathbf{v}_{l_5|B,1}^* & & & \\ \mathbf{s}_6^{TB} \mathbf{v}_{l_6|B,1}^* & \mathbf{s}_6^{TB} \mathbf{v}_{l_6|B,2}^* & \cdots & \mathbf{s}_6^{TB} \mathbf{v}_{l_6|B,6}^* \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{44}$$

根据式(42)中建立的分支驱动力与除广义驱动力以外的其他广义惯性力和广义主动力之差的映射关系,即可计算出基座运动情况下对于指定运动参数下分支的驱动力,即系统的动力学逆解。

4 并联调整机构动力学数值与仿真分析

并联调整机构结构及物理参数见表 1。

初始设定基座固定且坐标系 $\{B\}$ 的 z_B 与坐标系 $\{W\}$ 的 z_W 重合,副反射面由初始位姿调整到 S 频段位姿,即由 $[0 \ 0 \ -2\ 681.5 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 调整到 $[5.43 \ 22.55 \ -2\ 655.07 \ 0.07 \ -0.07 \ 0]^T$ 。

运用上述理模型和机构参数,在 Matlab 中进行编程计算求解,得到的驱动力如图 4 所示。

当基座运动时,设定基座相对大地坐标系位姿由 $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 调整到 $[0 \ 0 \ 0 \ 45 \ 0 \ 30]^T$,副反射面运动情况与前述设置相同,得到的驱动力如图 5 所示。

将图 4 和图 5 所示两种情况下系统的驱动力进行对比,结果如图 6 所示。

表 1 结构及物理参数
Tab.1 Structural and physical parameters

参数	数值
虎克铰中心所在圆半径 R/mm	2 060
台球铰中心所在圆半径 r/mm	1 555
三组虎克铰之间夹角 $\varphi_1/(\text{^\circ})$	10
每组内两虎克铰夹角 $\theta_1/(\text{^\circ})$	120
三组虎克铰之间夹角 $\varphi_2/(\text{^\circ})$	10
每组内两虎克铰夹角 $\theta_2/(\text{^\circ})$	120
基座侧分支质量 m_f/kg	299.8
动平台侧分支质量 m_m/kg	85.91
动平台质量 m_p/kg	2 129.7
分支 m_f 质心与 U 副距离 l_f/mm	766.842
分支 m_m 质心与 U 副距离 l_m/mm	806.132
动平台惯性矩阵 $I_{p/p}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	diag(3 683,3 683,6 474)
分支 m_f 惯性矩阵 $I_{f/f}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	diag(4.3,112.6,112.6)
分支 m_m 惯性矩阵 $I_{m/D}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	diag(0.3,18.28,18.28)
运动时间 t/s	6

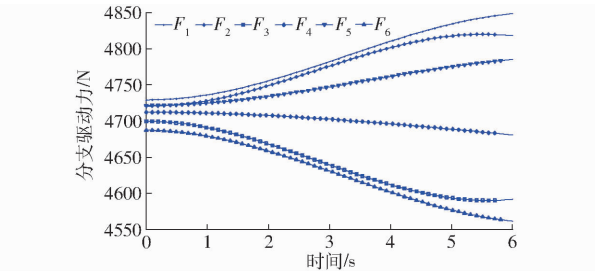


图 4 基座固定情况下分支驱动力理论值
Fig.4 Theoretical value of driving force with condition of fixed base

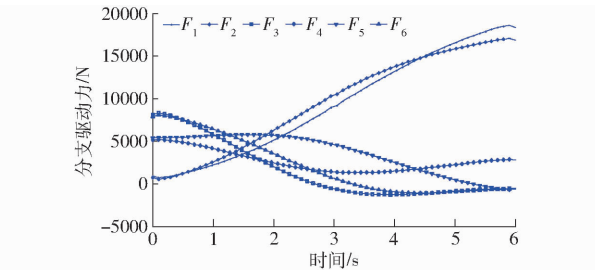


图 5 基座运动情况下分支驱动力理论值
Fig.5 Theoretical value of driving force with condition of moving base

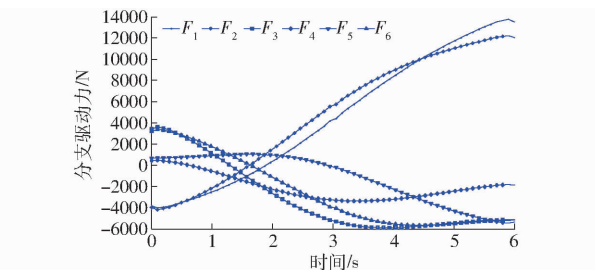


图 6 基座运动对分支驱动力的影响(理论值)
Fig.6 Influence of base moving on driving force (theoretical value)

析软件 ADAMS 对机构进行动力学仿真,将建立好的三维模型导入到 ADAMS 软件中,并添加相关运动副约束,设置并联调整机构的驱动模型,使其与上述规划的运动模型一致,虚拟样机模型如图 7 所示,仿真结果如图 8~10 所示。

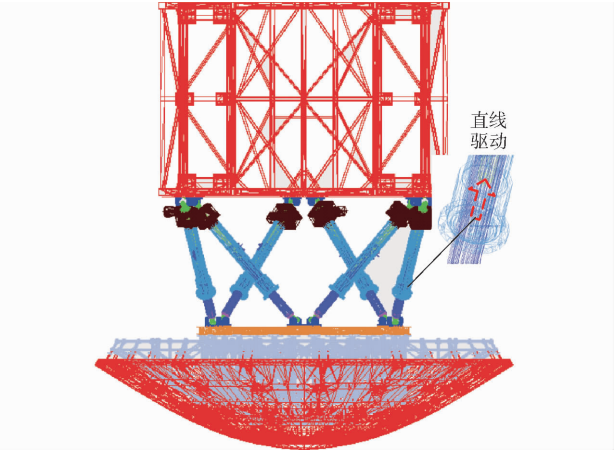


图 7 并联调整机构 ADAMS 模型
Fig.7 ADAMS model of parallel adjusting mechanism

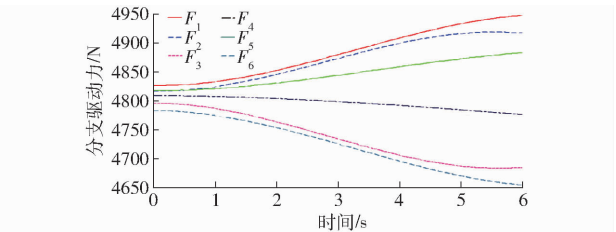


图 8 基座固定情况下分支驱动力仿真值
Fig.8 Simulation value of driving force with fixed base

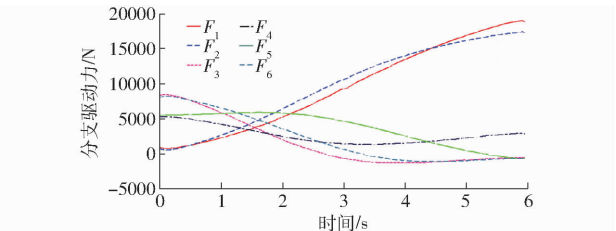


图 9 基座运动情况下分支驱动力仿真值
Fig.9 Simulation value of driving force with moving base

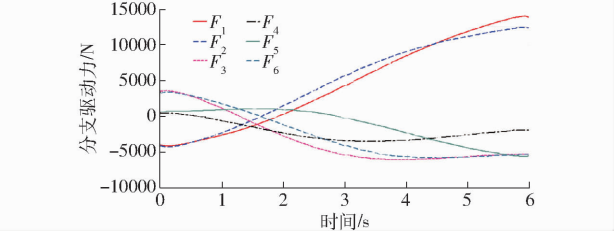


图 10 基座运动对分支驱动力的影响(仿真值)
Fig.10 Influence of base moving on driving force (simulation value)

对比图 4~6 与图 8~10 的仿真曲线,可以得出前述并联调整机构动力学模型的正确性。
对比图 6 和图 10 中各分支驱动力变化曲线可以得知,在基座运动的影响下,1、2 分支驱动力先减

小后增大,最大增幅接近 14 000 N。第 3、4、5、6 分支驱动力则是先增大后减小,驱动力由拉力(正值)逐渐过渡为推力(负值),最大增幅 6 000 N。通过以上分析可以得知,基座运动对系统动力学性能影响是不容忽视的,在结构设计及强度校核、电机选型和控制策略设计过程中应充分考虑基座运动的影响,以提高系统参数的准确性和结构强度的可靠性。

5 结论

(1) 以六自由度并联调整机构为研究对象,对并联调整机构进行了构型介绍与位姿描述,分析了基座运动对动平台和驱动分支受力的影响,计算了

基座运动引起的动平台和驱动分支惯性力和惯性力矩,并分析了基座运动过程中引起的重力矢量的变化。

(2) 采用具有高实时性特点的 Kane 方法分别建立了基座固定和基座运动两种情况下并联调整机构的动力学方程。

(3) 分别采用 Matlab 和 ADAMS 软件仿真分析了基座运动对机构动力学性能的影响,验证了所建动力学模型的正确性,同时也发现基座运动对系统动力学影响较为明显,在结构初期设计时应加以考虑,以提高系统参数的准确性和结构强度的可靠性。

参 考 文 献

- 1 侯雨雷,段艳宾,窦玉超,等. 65 m 射电望远镜天线副面调整机构标定研究[J]. 中国机械工程, 2013, 24(24):3318 - 3322.
HOU Yulei, DUAN Yanbin, DOU Yuchao, et al. Calibration of adjusting mechanism for subreflector of a 65 meters radio telescope [J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(24):3318 - 3322. (in Chinese)
- 2 窦玉超,姚建涛,侯雨雷,等. 65 m 射电望远镜副面调整机构容错策略与工作空间边界识别[J]. 中国机械工程, 2014, 25(1):17 - 22.
DOU Yuchao, YAO Jiantao, HOU Yulei, et al. Fault tolerance strategy and workspace boundary identification of adjusting mechanism for 65 meter radio telescope[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(1):17 - 22. (in Chinese)
- 3 姚建涛,李立建,窦玉超,等. 大型射电望远镜天线副面调整机构完整刚度模型及微位移分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(21):44 - 53.
YAO Jiantao, LI Lijian, DOU Yuchao, et al. Complete stiffness model and micro-displacement analysis for large radio telescope antenna subreflector adjusting mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(21):44 - 53. (in Chinese)
- 4 窦玉超,姚建涛,侯雨雷,等. 65 米射电望远镜副面调整系统姿态精度监测与回零策略[J]. 机器人, 2012, 34(4):399 - 405.
DOU Yuchao, YAO Jiantao, HOU Yulei, et al. Orientation precision monitoring and homing strategy of the subreflector adjusting system for 65 meters radio telescope[J]. Robot, 2012, 34(4):399 - 405. (in Chinese)
- 5 ZHANG X, ZHANG X, CHEN Z. Dynamic analysis of a 3-RRR parallel mechanism with multiple clearance joints[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 78:105 - 115.
- 6 畅博彦,刘艳茹,金国光. 3PUS-S(P) 变胞并联机构逆动力学分析[J/OL]. 农业机械学报, 2014, 45(11):317 - 323. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20141149&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.11.049.
CHANG Boyan, LIU Yanru, JIN Guoguang. Inverse dynamics of 3PUS-S(P) parallel metamorphic mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(11):317 - 323. (in Chinese)
- 7 TSAI M S, YUAN W H. Inverse dynamics analysis for a 3-PRS parallel mechanism based on a special decomposition of the reaction forces[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(11):1491 - 1508.
- 8 李永刚,宋铁民,冯志友,等. 基于牛顿欧拉法的 3-RPS 并联机构逆动力学分析[J]. 航空学报, 2007, 28(5):1210 - 1215.
LI Yonggang, SONG Yimin, FENG Zhiyou, et al. Inverse dynamics of 3-RPS parallel mechanism by Newton-Euler formulation [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(5):1210 - 1215. (in Chinese)
- 9 鹿玲,姚建涛,顾伟栋,等. 基于 Kane 方程的冗余驱动 5UPS/PRPU 并联机床动力学分析[J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(6):366 - 372. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20160648&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.06.048.
LU Ling, YAO Jiantao, GU Weidong, et al. Dynamics analysis of 5UPS/PRPU parallel machine tool with redundant actuation based on Kane equation [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(6):366 - 372. (in Chinese)
- 10 WU J, LI T, XU B. Force optimization of planar 2-DOF parallel manipulators with actuation redundancy considering deformation [J]. Proc. IMech E, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 227(6):1371 - 1377.
- 11 陈修龙,王成硕. 基于牛顿-欧拉法的 4-UPS-RPS 机构刚体动力学分析[J]. 计算机集成制造系统, 2014, 20(7):1709 - 1715.
CHEN Xiulong, WANG Chengshuo. Rigid-body dynamics analysis of 4-UPS-RPS mechanism based on Newton-Euler approach[J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2014, 20(7):1709 - 1715. (in Chinese)

- 12 孙小勇, 谢志江, 蹇开林, 等. 6-PSS 柔性并联机器人动力学分析与仿真[J/OL]. 农业机械学报, 2012, 43(7):194-199. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20120736&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.07.036.
SUN Xiaoyong, XIE Zhijiang, JIAN Kailin, et al. Dynamics analysis and simulation of 6-PSS flexible parallel robot[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(7):194-199. (in Chinese)
- 13 陈修龙, 孙德才, 王清. 基于拉格朗日的冗余驱动并联机构刚体动力学建模[J/OL]. 农业机械学报, 2015, 46(12):329-336. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20151245&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.12.045.
CHEN Xiulong, SUN Decai, WANG Qing. Rigid dynamics modeling of redundant actuation parallel mechanism based on Lagrange method[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(12):329-336. (in Chinese)
- 14 YUN Y, LI Y. Design and analysis of a novel 6-DOF redundant actuated parallel robot with compliant hinges for high precision positioning[J]. Nonlinear Dynamics, 2010, 61(4):829-845.
- 15 阎永举, 李道春, 向锦武, 等. 基于 Kane 方程的拖曳式诱饵释放过程动态特性分析[J]. 航空学报, 2014, 35(7):1912-1921.
YAN Yongju, LI Daochun, XIANG Jinwu, et al. Dynamic characteristics analysis of towed decoy during release based on Kane's equation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(7):1912-1921. (in Chinese)
- 16 魏展, 金国光, 袁汝旺, 等. 高速共轭凸轮打纬机构柔性动力学分析[J]. 机械工程学报, 2017, 53(3):81-89.
WEI Zhan, JIN Guoguang, YUAN Ruwang, et al. Flexible dynamic analysis of high-speed conjugate cam beating-up mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(3):81-89. (in Chinese)
- 17 DO W Q D, YANG D C H. Inverse dynamic analysis and simulation of a platform type of robot[J]. Journal of Field Robotics, 1988, 5(3):209-227.
- 18 YANG C, HAN J, ZHENG S, et al. Dynamic modeling and computational efficiency analysis for a spatial 6-DOF parallel motion system[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 67(2):1007-1022.
- 19 GREGORIO R D. Kinematics and dynamics of planar mechanisms reinterpreted in rigid-body's configuration space[J]. Meccanica, 2016, 51(4):993-1005.
- 20 CACCAVALE F, SICILIANO B, VILLANI L. The Tricept robot: dynamics and impedance control[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2003, 8(2):263-268.
- 21 丁华锋, 刘征, 刘帅, 等. 一种新型正铲液压挖掘装置的运动学和动力学分析[J]. 机械工程学报, 2015, 51(1):60-68.
DING Huafeng, LIU Zheng, LIU Shuai, et al. Kinematics and dynamics analysis of an innovative face-shovel hydraulic excavator in mining[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(1):60-68. (in Chinese)
- 22 蔡赞, 张邦成, 姚禹. 3PTT-2R 串并联数控机床动力学耦合特性研究[J/OL]. 农业机械学报, 2015, 46(12):362-369. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20151249&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.12.049.
CAI Yun, ZHANG Bangcheng, YAO Yu. Dynamics coupling characteristics of 3PTT-2R NC serial-parallel machine tool[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(12):362-369. (in Chinese)
- 23 SADRAEI E, MOGHADDAM M M. On a moving base robotic manipulator dynamics[C]//RSI/ISM International Conference on Robotics & Mechatronics. IEEE, 2015:165-170.
- 24 BAI X, DAVIS J, DOEBBLER J, et al. Modeling, control and simulation of a novel mobile robotic system[J]. Engineering Letters, 2008, 16(2):266-273.
- 25 MASOUDI R, MAHZOON M. Maneuvering and vibrations control of a free-floating space robot with flexible arms[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement & Control, 2011, 133(5):051001.