

静电喷雾轴对称锥射流模型与数值模拟*

汪朝晖¹ 蒋圣伟² 高全杰¹

(1. 武汉科技大学机械自动化学院, 武汉 430081; 2. 华中科技大学机械科学与工程学院, 武汉 430074)

摘要: 为研究静电喷雾锥射流形成及其影响因素,结合静电喷涂喷油刀梁,建立了静电喷雾二维轴对称锥射流物理模型,基于电流体动力学连续性方程、动量方程和电势场方程以及边界条件,运用 Matlab 结合有限差分法对其数学模型的控制方程进行了迭代数值求解,得到了静电喷雾锥射流形状、锥射流内、外部电场分布及锥射流表面电场强度。计算结果表明:锥射流喷射流量和表面张力越大,形成的锥射流直径和锥顶端也越大;锥射流内部,径向电势和电场强度均逐渐减小,轴向电势逐渐增大,电场强度基本保持不变;锥射流外部,径向电势保持不变,轴向电势均匀变化;流体介质的喷射流量和表面张力与锥射流表面法向电场强度均呈反比关系,而对锥射流表面切向电场强度基本没有影响。

关键词: 静电喷雾 轴对称锥射流 控制方程 Matlab 数值模拟

中图分类号: S49 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)08-0084-06

Axisymmetric Cone-jet Model and Numerical Simulation for Electrostatic Spraying

Wang Zhaohui¹ Jiang Shengwei² Gao Quanjie¹

(1. School of Machinery and Automation, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China

2. School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: To study the cone-jet shape forming process and its impact factors by electrostatic spraying, combining with electrostatic spraying blade, the 2-D axisymmetric cone-jet physical model was proposed. Based on continuity equation and momentum equation in fluid dynamics, electric potential field equation and boundary conditions, the control equation of mathematical model was calculated by using Matlab and finite difference methods. The cone-jet shape, the electric field distribution for both internal and external of cone-jet and the electric field strength of the cone-jet surface were obtained. The calculated results showed the larger fluid flow and fluid surface tension, the larger the diameter and the top of cone-jet were. In the internal of cone-jet, the radial potential and electric field strength were gradually decreased, but the axial potential was increased slowly and the axial electric field strength kept invariant. In the external of cone-jet, the radial potential was stable and the axial potential uniformly changed. Fluid surface tension and fluid flow were inversely proportional to the normal electric field strength along the con-jet surface, but had no effect on the tangential electric field strength.

Key words: Electrostatic spraying Axisymmetric cone-jet Control equation Matlab Numerical simulation

收稿日期: 2012-08-06 修回日期: 2012-10-06

* 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20124219120001)、湖北省科学技术研究计划优秀中青年人才资助项目(Q20111108)、武汉市学科带头人计划资助项目(201051730557)、武汉市青年科技晨光计划资助项目(2013070104010022)和武汉科技大学青年科技骨干培育计划资助项目(2012XZ006)

作者简介: 汪朝晖,副教授,主要从事静电喷雾理论及应用研究,E-mail: zhwang@wust.edu.cn

引言

静电喷雾锥射流是指当导电流体以低流量通过毛细管喷头时,随着电压的升高形成一个由圆锥状的液面和圆锥顶点处很细射流的稳定喷雾模型,在射流下游,锥射流破碎成很小的雾滴。这种锥射流喷雾模式可以有效地实现雾滴的超细雾化与雾滴粒径的均匀分布,并且可以降低雾滴尺寸,提高雾滴谱的均匀性、沉积效率和流体的利用效率,减少环境污染^[1~3]。目前国内外通过实验研究了稳定锥射流喷雾形成的重要指标及其雾化起始电压、电流以及粒径与流量的关系^[4];采用粒子图像速度场仪测量了毛细管微射流静电雾化流场,获得了毛细管静电雾化锥射流模式下雾场中雾滴的速度矢量图与流线图^[5];研究了不同介质最大喷射流量对稳定锥射流喷雾区域形成的影响,并分析了不同脉冲放电频率下的雾滴粒径及其分布^[6~7];探讨了流动聚焦技术中影响锥射流以及颗粒形貌的因素,总结了气体压力降、流体流量和物性等流动参数对锥射流直径的影响,并对针板电极下的传统轴对称射流稳定性进行了深入分析^[8~9]。

然而,上述研究主要集中在锥射流喷雾的实验研究,对于其理论模型及相关数值计算还未进行深入分析。为此,本文结合静电喷涂喷油刀梁,基于静电喷雾二维轴对称锥射流模型,建立其连续性方程、动量方程和电势场方程,并结合 Matlab 和有限差分法计算锥射流形状、锥射流内、外部电场分布及锥射流表面电场强度,为荷电雾滴在高压静电场中的稳定喷雾形成和最佳雾化效果提供理论基础,并为实际应用提供相关参考依据。

1 模型建立

1.1 物理模型

静电喷涂喷油刀梁荷电油液雾化示意图如图1所示。刀梁尖端电极电晕荷电导致喷涂射流表面张力降低和内外压力差增加,当液滴荷电量达到Raleigh 极限时,表面电荷间的排斥作用使液滴继续分裂进而雾化,最终均匀地喷涂在金属板表面,它能极大地提高金属板表面喷涂质量。基于静电喷油刀梁的静电喷雾二维轴对称锥射流模型如图2所示^[10~11]。在喷嘴电极端施加高压,喷嘴电势为 Φ_0 ,可在 $ABB'CD$ 区域形成高压静电场,电极间距为 H 。假设电导率 K 、相对介电常数 ε_r 和绝对介电常数 ε_0 的流体从长为 L 、直径为 d 的毛细喷管流出,外加电压为 $10\sim30\text{ kV}$ 时,在喷嘴下方会形成稳定的圆锥状射流。轴对称锥射流模型的相关参数为流体流量

Q ,流体表面张力 γ ,流体密度 ρ ,流体动力粘度 μ ,流体动压力 p ,流体初始流速 u_0 ,喷嘴半径 r_0 。此外,锥射流轴向和径向方向是 y 和 r ,轴向速度和径向速度分别为 u 和 v ,重力加速度为 g 。

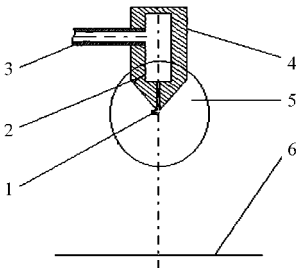


图1 静电喷涂喷油刀梁荷电油液雾化示意图
Fig. 1 Schematic diagram of charged oil atomization in electrostatic spraying
1. 液滴 2. 油腔 3. 油液入口 4. 喷油刀梁 5. 锥射流物理模型区域 6. 金属板

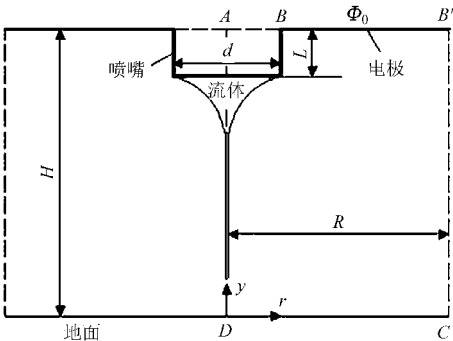


图2 二维轴对称锥射流物理模型
Fig. 2 2-D axisymmetric cone-jet mode

1.2 控制方程

在二维锥射流模式下,流体以一定流速从喷管流出,满足下列方程^[10]:

连续性方程

$$\frac{\partial}{\partial r}(rv) + \frac{\partial}{\partial y}(ru) = 0 \tag{1}$$

径向(r 轴)与轴向(y 轴)动量方程

$$v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \tag{2}$$

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - g \tag{3}$$

$ABB'CD$ 区域的电势场方程

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = 0 \tag{4}$$

其中 Φ ——区域内任意一点电势

当给定流体流量 Q 时,喷嘴施加的电势对锥射流直径影响较小,因此在分析锥射流直径时可忽略外加电势的影响,仅考虑流体自身的流动。锥射流半径 r_s 与轴向坐标 y 的关系式为^[12]

$$y = H - L - \frac{u_0^2}{2g} \left[\left(\frac{r_0}{r_s} \right)^4 - 1 \right] - \frac{2\gamma}{r_0 g \rho} \left(\frac{r_0}{r_s} - 1 \right) \quad (5)$$

1.3 边界条件

控制方程中式(1)~(3)的边界条件为:

刀梁喷嘴出口径向处

$$\begin{cases} y = H - L \\ 0 \leq r \leq d/2 \\ u = 4Q/(\pi d^2) \\ v = 0 \end{cases}$$

刀梁喷嘴出口轴向处

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq H - L \\ \partial u / \partial r = 0 \\ \partial v / \partial r = 0 \\ v = 0 \end{cases}$$

锥射流流体与空气交界面处

$$\begin{cases} r = r_s \\ 0 \leq y \leq H - L \\ p = p_{\text{gas}} + \Delta p \end{cases}$$

其中 $\Delta p = \gamma \nabla \cdot n - \frac{\varepsilon_0}{2} [E_n^2 - \varepsilon_r E_n^2 + (\varepsilon_r - 1) E_t^2]$ (6)

式中 p_{gas} ——大气压强, 取为 1.01×10^5 Pa

Δp ——锥射流与空气压力差

E_n^o, E_n^i ——锥射流表面外部和内部法向电场强度

E_t ——锥射流表面切向电场强度

可以认为 $\varepsilon_r E_n^i \ll E_n^o$, 故式(6)变为^[13]

$$\Delta p = \gamma \nabla \cdot n - \frac{\varepsilon_0}{2} [E_n^2 + (\varepsilon_r - 1) E_t^2] \quad (7)$$

其中 $\nabla \cdot n = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{d^2 r_s / dy^2}{[1 + (dr_s / dy)^2]^{3/2}} = \frac{r_s''}{(1 + r_s'^2)^{3/2}} \quad (8)$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_s [1 + (dr_s / dy)^2]^{1/2}} = \frac{1}{r_s (1 + r_s'^2)^{1/2}} \quad (9)$$

式中 r_1, r_2 ——锥射流表面外部和内部的曲率半径
沿锥射流表面, 电荷密度 σ 满足

$$\sigma = \varepsilon_0 (E_n^o - \varepsilon_r E_n^i) \approx \varepsilon_0 E_n^o \quad (10)$$

式(4)的边界条件为: 表面 $AB, B'C$ 和 DA 满足零梯度边界条件; 表面 BB' 和喷嘴表面满足 $\Phi = \Phi_0$; 地面满足 $\Phi = 0$ 。

2 模型求解

模型中锥射流流场与电场相互耦合, 可以认为式(2)的各个变量小于式(3)中的变量, 因此式(2)可以忽略不考虑。如果式(3)中的 $\partial^2 u / \partial y^2$ 也被忽

略, 则式(1)和式(3)将被简化, 二者联立并结合相关的边界条件便可以为求解锥射流的轴向速度 u 和径向速度 v 提供计算依据。同时, 通过对式(4)的求解可计算锥射流表面的法向电场强度和切向电场强度。本文主要运用 Matlab 结合有限差分法求解模型的控制方程^[14]。

本文采用的有限差分网格图如图3所示^[15~16], 其中 i, j 分别表示沿轴对称锥射流物理模型 r 方向和 y 方向的网格坐标点, r 方向与 y 方向步长(相邻两节点的间距)分别为 h_1 与 h_2 。

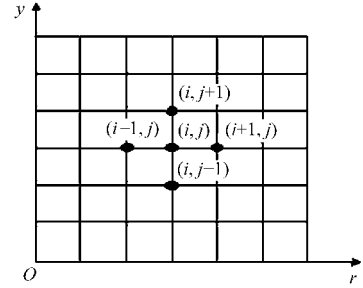


图3 有限差分网格图

Fig. 3 Finite difference mesh diagram

程序迭代流程图如图4所示。首先, 输入网格横向与纵向节点数, 对每一节点上的结果变量赋以初值。然后根据某个内节点相邻4个点的变量值(包括已知的边值)按差分公式直接计算出该点下一级的近似值, 通过多次迭代, 不断修正, 直到相邻两级近似值的变化在允许范围之内, 便可认为节点上的变量值趋于精确。 V_1 与 V_2 为变量迭代前、后值, $\max t$ 初值设为0, 迭代精度 a 设为0.1。

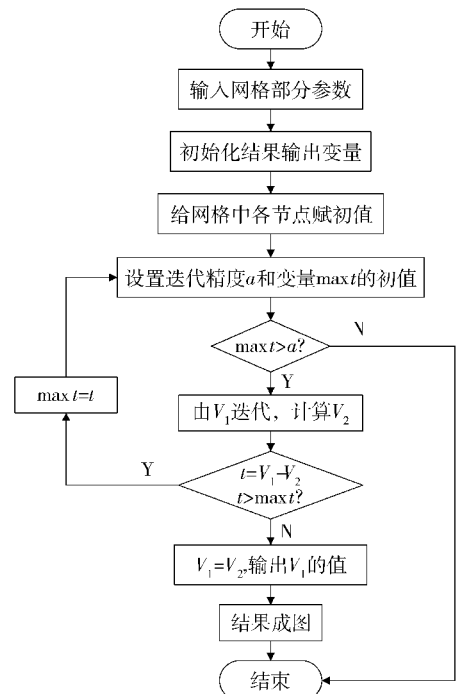


图4 程序迭代流程图

Fig. 4 Iterative flow chart of program

3 结果分析

本文主要讨论不同流体介质及其流量对锥射流形状、锥射流内、外部电场分布及锥射流表面电场强度的影响。在计算结果的分析中选取的静电喷雾锥射流喷嘴直径 d 为 2 mm, 喷嘴长度 L 为 20 mm, 电极间距 H 为 200 mm。表 1 给出了煤油、乳化剂和酒精 3 种流体介质的物理性能。

表 1 各流体介质的性能

Tab. 1 Contrast of properties of different liquid dielectrics

流体 介质	密度 ρ / $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	动力粘度 μ / $\text{Pa} \cdot \text{s}$	表面张力 γ / $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	相对介电 常数 ϵ_r
煤油	800	7.293×10^{-2}	10.42	2
乳化剂	900	1.27	56.84	335
酒精	790	4.726×10^{-2}	22.55	8

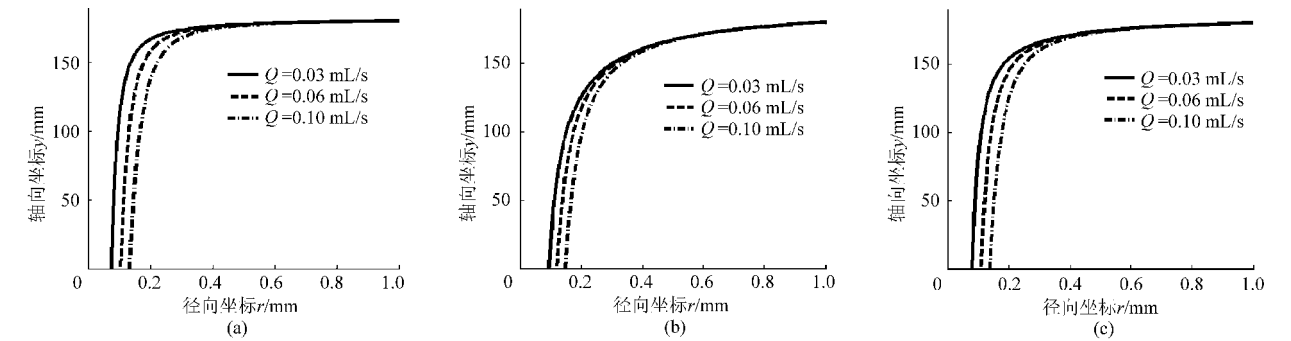


图 5 不同流体介质在不同流量下的锥射流右半部外形轮廓

Fig. 5 Cone-jet shapes in different flows for different medium

(a) 煤油 (b) 乳化剂 (c) 酒精

喷射流量 Q 为 0.03 mL/s 时不同流体介质的锥射流右半部外形轮廓如图 6 所示。依据轴对称锥射流模型中锥射流半径 r_s 与轴向坐标 y 的关系可以看出:在相同条件下煤油、酒精和乳化剂三者表面张力依次增大,其形成的锥射流锥顶端依次变大,且锥射流直径也依次变大。因此,选择较大表面张力的流体介质能获得较大的锥射流形状,有利于静电喷雾过程中形成较大的喷洒范围。

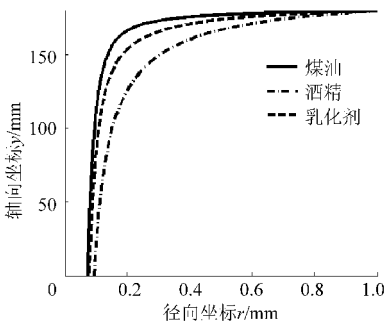


图 6 $Q=0.03$ mL/s 时不同流体介质的
锥射流右半部外形轮廓

Fig. 6 Cone-jet shapes in different dielectrics
at $Q=0.03$ mL/s

3.1 锥射流形状

由于是轴对称锥射流,为研究方便,只取沿锥射流轴向右半部分轮廓进行分析。外加电压为 20 kV 时煤油、乳化剂和酒精 3 种流体介质在不同流量下锥射流右半部外形轮廓如图 5 所示。可以看出:不同流量下 3 种介质对应的锥射流形状不同,锥射流直径也不同。当喷射流量 Q 分别为 0.03、0.06 和 0.10 mL/s 时,对于煤油,其锥射流直径分别为 0.150、0.208 和 0.268 mm;对于乳化剂,其锥射流直径分别为 0.190、0.242 和 0.296 mm;对于酒精,其锥射流直径分别为 0.160、0.214 和 0.274 mm。由此可知喷射流量越大,形成的锥射流直径越大,锥顶端也越大,因此大流量的静电喷雾有较大散射面积,有利于大规模静电雾化的应用。

流体形成射流时,射流锥表面存在电场剪切力,剪切力会影响射流形状,由于本文数值模拟的局限性而未给出这种影响的具体方程。通过实验发现,外加电压越大,射流锥顶端越平缓,形成的射流越长,但射流直径变化很小;外加电压增大到一定值时,荷电流体会雾化,无法形成射流。

3.2 锥射流内、外部电场分布

外加电压为 20 kV, 流体喷射流量 Q 为 0.03 mL/s, 计算域径向半径为 10 mm 时 $ABB'CD$ 区域电势分布与电场强度分布如图 7 所示。可以看出:由于沿锥射流圆锥处电荷不断积聚,在锥射流圆锥表面处的电势分布会呈现弯曲形。在锥射流内部区域,径向电势沿 r 轴正向逐渐减小,径向电场强度沿 r 轴正向也逐渐减小,最大径向电场强度为 4 269.5 V/mm。轴向电势沿 y 轴正向逐渐增大,而轴向电场强度沿 y 轴正向基本保持不变,其值在 102 ~ 104 V/mm 变化;在锥射流外部区域,径向电势保持不变,即径向电场强度基本为零。轴向电势均匀变化,轴向电场强度为 100 V/mm。因此,可以认为在没有锥射流时电极与地面会形成匀强电场,而锥射

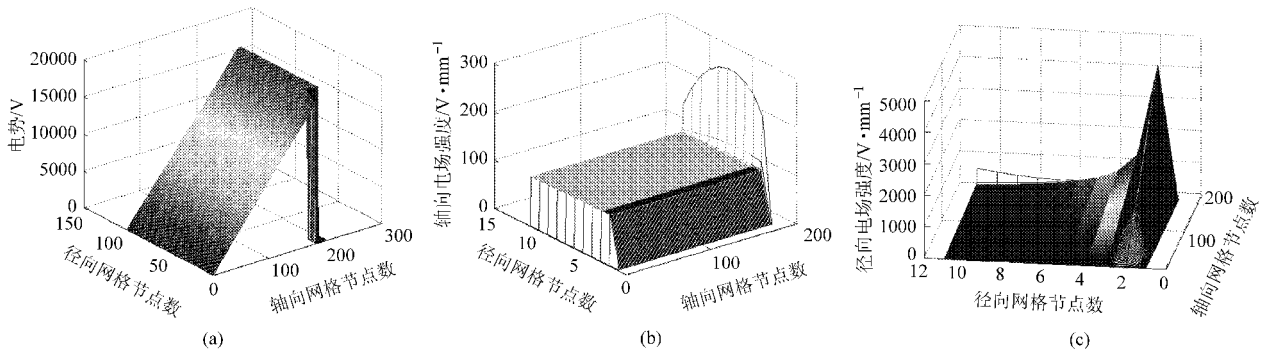


图7 $\Phi_0 = 20\text{ kV}$ 时锥射流内、外部电场分布

Fig. 7 Electric field distribution of cone-jet area at $\Phi_0 = 20\text{ kV}$

流的形成使电场在射流外部区域产生显著变化。

3.3 锥射流表面电场强度

外加电压为 20 kV、流体流量 Q 为 0.03 mL/s 时煤油静电喷雾锥射流表面法向电场强度与切向电场强度的变化如图 8 所示。可以看出:煤油锥射流表面法向电场强度沿锥表面 y 轴正向均匀增加,并在

锥顶端达到最大值 3 732 V/mm,然后沿锥射流表面迅速减小;沿锥底端锥射流表面 y 轴正向的切向电场强度由 104 V/mm 缓慢减小到 101 V/mm,但是在圆锥顶端电场强度却迅速减小,最终至 51 V/mm。锥射流表面电荷密度的变化与法向电场强度相同,二者间呈正比关系,比例系数为绝对介电常数 ϵ_0 。

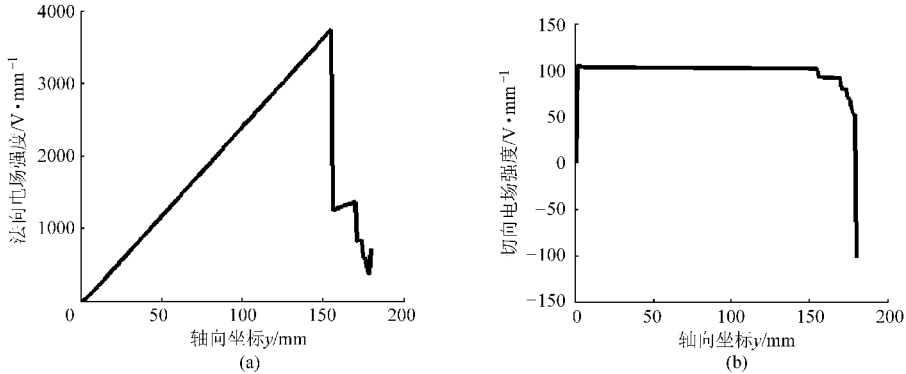


图8 煤油锥射流表面电场强度

Fig. 8 Electric field intensity of cone-jet surface for kerosene

为进一步研究流体流量和不同流体介质对锥射流表面法向电场强度和切向电场强度的影响,表 2 给出了外加电压为 20 kV,酒精在喷射流量 Q 为 0.03、0.06 和 0.10 mL/s 时的锥射流表面法向与切向电场强度最大值,表 3 给出了外加电压为 20 kV、喷射流量为 0.03 mL/s 时煤油、酒精和乳化剂 3 种流体介质的锥射流表面法向与切向电场强度最大值。通过对比表中数据可以看出:不同流体介质的表面张力和流体喷射流量与锥射流表面法向电场强度均呈反比关系,而对锥射流表面切向电场强度基本没有影响。因此,对锥射流表面电场强度的精确

求解将为锥射流速度场分析奠定理论基础。

表3 $Q = 0.03\text{ mL/s}$ 时不同流体介质的
锥射流表面电场强度

计算参数	流体介质		
	煤油	酒精	乳化剂
最大法向电场强度	3 732	3 298	2 316
最大切向电场强度	104	104	104

4 结论

(1) 建立了静电喷雾轴对称锥射流物理模型,依据其连续性方程、动量方程、电势场方程和边界条件,采用 Matlab 结合有限差分法对其控制方程的数学模型进行了迭代数值求解。

(2) 锥射流形状与流体介质喷射流量及流体表面张力有关,喷射流量越大,形成的锥射流直径越

Tab. 2 Electric field intensity of cone-jet surface for alcohol in different flows			
计算参数	流体流量/mL·s ⁻¹		
	0.03	0.06	0.10
最大法向电场强度	3 298	2 615	1 201
最大切向电场强度	104	104	104

大,锥顶端也越大,因此大流量的静电喷雾有较大的散射面积;不同流体介质的表面张力越大,形成的锥射流直径也越大,选择较大表面张力的流体介质能获得较大的锥射流形状。

(3) 在锥射流内部,径向电势和电场强度均逐渐减小,轴向电势逐渐增大,电场强度基本保持不变;在锥射流外部,径向电势保持不变,电场强度为

零。轴向电势均匀变化,电场强度为一定值。因此,可以认为在没有锥射流时电极与地面会形成匀强电场,而锥射流的形成使电场分布在射流外部产生显著变化。

(4) 不同流体介质的表面张力和流体喷射流量与锥射流表面法向电场强度均呈反比关系,而对锥射流表面切向电场强度基本没有影响。

参 考 文 献

- 1 王军锋,张娟娟,王贞涛,等. 风幕式气力辅助静电喷雾沉积特性[J]. 农业机械学报, 2012, 43(2): 61~65.
Wang Junfeng, Zhang Juanjuan, Wang Zhentao, et al. Deposition and distribution characteristics of air-assisted electrostatic spraying by wind-curtain[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(2): 61~65. (in Chinese)
- 2 Tuqiang X, Qingping Y, Barry E J, et al. Optimization of air cone-jet sensor using 2-D finite element analysis[J]. Sensors and Actuators, 2000, 85(1~3): 18~22.
- 3 Lastow O, Balachandran W. Novel low voltage EHD spray nozzle for atomization of water in the cone jet mode[J]. Journal of Electrostatics, 2007, 65(8): 490~499.
- 4 王清华,陈效鹏,赵梦华. 多毛细管稳定喷洒电雾化特征研究(二)——电压、电流、粒径与流量的关系[J]. 实验力学, 2012, 27(1): 102~107.
Wang Qinghua, Chen Xiaopeng, Zhao Menghua. On the multi-capillary stable electrical atomization spray characteristics(II)—relation among voltage/current/droplet size and flow rate[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2012, 27(1): 102~107. (in Chinese)
- 5 王贞涛,毛惠敏,罗惕乾. 锥-射流模式下毛细管静电雾化流场的 PIV 测量[J]. 农业机械学报, 2010, 41(8): 62~66.
Wang Zhentao, Mao Huimin, Luo Tiqian. Investigation on electrostatic spray of capillary in cone-jet mode using PIV[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(8): 62~66. (in Chinese)
- 6 Santiago M, Alvaro P, Pedro L, et al. Effect of the collector voltage on the stability of the cone-jet mode in electrohydrodynamic spraying[J]. Journal of Aerosol Science, 2012, 46(4): 53~63.
- 7 Joonghyuk K, Hyuncheol O, Sang S K. Electrohydrodynamic drop-on-demand patterning in pulsed cone-jet mode at various frequencies[J]. Journal of Aerosol Science, 2008, 39(9): 819~825.
- 8 司廷,刘志勇,尹协振. 流动聚焦中锥形和射流直径影响因素的实验研究[J]. 实验流体力学, 2008, 22(1): 21~26.
Si Ting, Liu Zhiyong, Yin Xiezen. Experiments of effects of flow parameters on cone and jet diameter in flow focusing[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2008, 22(1): 21~26. (in Chinese)
- 9 汪朝晖,廖振方. 针板电极结构的荷电流体射流不稳定性分析[J]. 农业机械学报, 2009, 40(8): 86~91.
Wang Zhaohui, Liao Zhenfang. Analysis of instability for charged liquid jets with the needle-plate electrodes[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(8): 86~91. (in Chinese)
- 10 Fang Y, Bakhtier F, Frank K. Numerical modeling of an electrostatically driven liquid meniscus in the cone-jet mode[J]. Journal of Aerosol Science, 2003, 34(1): 99~116.
- 11 Lastow O, Balachandran W. Numerical simulation of electrohydrodynamic (EHD) atomization[J]. Journal of Electrostatics, 2006, 64(12): 850~859.
- 12 Mitrovic J, Ricoeur A. Fluid dynamics and condensation-heating of capillary liquid jets[J]. International Journal of Heat Mass Transfer, 1995, 38(8): 1483~1494.
- 13 Haya T I, Bailey A, Tadros T F. Investigations into the mechanism of electrohydrodynamic spraying of liquids[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 1987, 117(1): 222~230.
- 14 赵德奎,刘勇. Matlab 在有限差分法数值计算中的应用[J]. 四川理工学院学报: 自然科学版, 2005, 18(4): 61~64.
Zhao Dekui, Liu Yong. Application of Matlab to the numerical calculation of DFM[J]. Journal of Sichuan University of Science and Engineering: Natural Science Edition, 2005, 18(4): 61~64. (in Chinese)
- 15 熊彬,阮百尧. Matlab 在有限差分法中的应用[J]. 桂林工学院学报, 2001, 21(2): 105~108.
Xiong Bin, Ruan Baiyao. The application of Matlab to finite difference method[J]. Journal of Guilin Institute of Technology, 2001, 21(2): 105~108. (in Chinese)
- 16 张涵信,沈孟育. 计算流体力学——差分方法[M]. 北京:国防工业出版社, 2003.