

DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.03.041

动边界同心环状缝隙流研究*

李永业 孙西欢 李 飞 张靖伦
(太原理工大学水利科学与工程学院, 太原 030024)

【摘要】 为完善同心环状缝隙流理论,采用理论分析与模型试验相结合的方法,分析了圆柱体从静止到起动再到运行过程中同心环状缝隙流速的分布特点。得出圆柱体的速度、缝隙宽度以及流量对环状缝隙流的分布和大小的影响。环状缝隙流速随缝隙宽度的增大呈现先增大后减小的趋势,缝隙宽度约在2 cm附近时,缝隙流速最大;流量越大,环状缝隙流速就越大;圆柱体的速度越大,缝隙流速也越大;环状缝隙流速在与管内水流速度和圆柱体速度相交之前最大,相交之后最小。同时建立了动边界条件下的同心环状缝隙流数学模型,计算结果与试验基本一致,最大相对误差不超过8.5%,说明该数学模型可行。

关键词: 环状缝隙流 同心 动边界 流速
中图分类号: TH231 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2012)03-0230-05

Cyclical Slit Flow of Concentricity under the Moving Boundary Condition

Li Yongye Sun Xihuan Li Fei Zhang Jinglun
(College of Water Resource Science and Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract

In order to perfect the theory on the cyclical slit flow of concentricity, the distribution features of the cyclical slit flow were analyzed from stopping to starting and to run procedure on the cylinder by a combination of theoretical analysis and model experiments. It is concluded that the speeds of the cylinders, the gap widths and the discharges have effect on the distribution and magnitude of the cyclical slit flow. The cyclical slit flow velocity increased firstly and then decreased as the gap width enlarged. When the gap width was about 2 cm, the cyclical slit flow velocity reached a maximum. The larger the discharge was, the larger the cyclical slit flow velocity would be. The larger the speed of the cylinder was, the larger the cyclical slit flow velocity would be. The cyclical slit flow rate increased to the maximum before the speed of the cylinder, the cyclical slit flow rate and the water velocity in the pipe intersect decreased to the minimum after that. Meanwhile mathematical model of the cyclical slit flow of concentricity under the moving boundary condition was established. The calculated values and experimental values are in substantial agreement and maximum relative error is no more than 8.5%, which showed the mathematical model is rational.

Key words Cyclical slit flow, Concentricity, Moving boundary, Flow velocity

引言

环状缝隙流动广泛存在于各种机械元件中,如

流体在活塞与气缸间或轴与轴承间的流动等都属于环状缝隙流动。目前关于动边界同心环状缝隙流的研究主要表现在沿周线方向运动产生的动边界同心

收稿日期: 2011-03-28 修回日期: 2011-07-10
* 国家自然科学基金资助项目(51179116)和国家杰出青年科学基金资助项目(51109155)
作者简介: 李永业,讲师,博士,主要从事流体力学及流体机械研究,E-mail: liyongye_2000@163.com
通讯作者: 孙西欢,教授,博士生导师,主要从事工业水力学研究,E-mail: sunxihuan@tyut.edu.cn

环状缝隙流^[1]。对于沿轴线方向运动产生的动边界同心环状缝隙流的研究,主要是针对运动边界速度较小时的情况^[2],而对于运动边界速度较大时的情况研究得相对较少。本文主要针对这一问题展开研究,以完善内部动边界同心环状缝隙流理论。

1 分布特点分析

根据水力学理论^[3],图 1 以图解形式表明了圆柱体与管壁之间能预计到的真实速度分布的可能范围。 EH 线所示位置代表环状缝隙流的轴向平均流速 v_2 的大小; u_{2max} 为环状缝隙流的最大流速。图 1a 表示圆柱体静止于管道中的环状缝隙流速分布,由于圆柱体静止(即 $v = 0$)以及液体的粘滞性,管壁及圆柱体壁面处的液体质点附着在壁面上,缝隙中部流速取得最大值,分布形式同平直管流流速分布。当圆柱体发生向前的轴向运动时,圆柱体壁面处的液体质点仍然附着在圆柱体壁面上,并随圆柱体一起运动,即在圆柱体坐标系中,管壁处液体质点的速度 $u = 0$,而在空间坐标系中 $u = v > 0$ 。

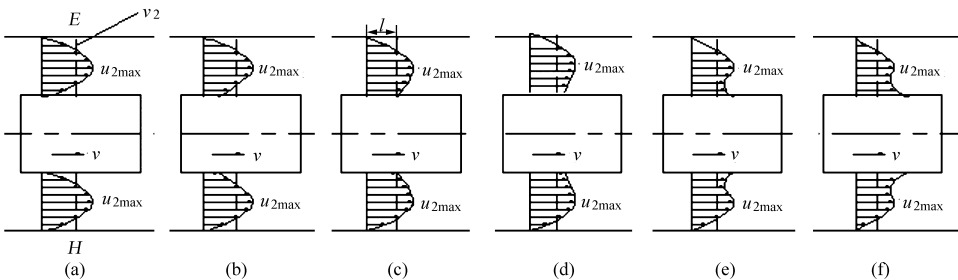


图 1 圆柱体与管壁之间环状缝隙流速分布图

Fig. 1 Distributing on velocity of the cyclical slit flow between the cylinder and the pipe wall

(a) $v = 0$ (b) $0 < v < v_2$ (c) $v = v_2$ (d) $v_2 < v < u_{2max}$ (e) $v = u_{2max}$ (f) $v > u_{2max}$

2 数学模型

2.1 控制方程

Navier - Stokes 方程是描述粘性流体运动的普遍方程。在缝隙流中,粘性力占主导地位,质量力可不计。为简化动边界同心环状缝隙流数学模型,假设:圆柱体在管道内以恒定速度 v 运动;圆柱体相当长以致可忽略圆柱体端面的影响;水流为恒定流。

则动边界条件下同心环状缝隙流控制方程(仅考虑轴向运动)可表示为

$$f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) =$$
$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \tag{1}$$

式中 f_x ——质量力
 p ——动水压强
 u_x ——轴向缝隙流速
 ρ ——流体密度
 v ——运动粘度

图 1b、1d 分别给出了 $v < v_2$ 及 $v > v_2$ 时空间坐标系下的环状缝隙流速分布图;图 1c 是 $v = v_2$ 临界状态的情况。当圆柱体的运动速度 v 达到环状缝隙流的最大流速 u_{2max} 时,环状缝隙流速分布(图 1e)出现 2 个极值相等的峰值。图 1f 时的环状缝隙流速分布,在空间坐标系下有 $u > u_{2max}$ 。

从图 1 可以清楚地看出圆柱体运动过程中环状缝隙中流速的分布变化过程。在整个的变化过程中,管壁处的液体质点始终附着在管壁上,圆柱体壁面处的液体质点也始终附着在圆柱体壁面上,因此其速度与圆柱体的运行速度一致,即在空间坐标系中 $u = v$;在圆柱体坐标系中 $u = 0$ 。此外,在圆柱体运行工况,随着圆柱体运行速度 v 越来越大,环状缝隙流平均速度 v_2 逐渐减小,因此反映到分布图上,环状缝隙中距离 l 越来越小,如图 1 所示。

整体来看,图 1 可以分为两部分:环状缝隙平均流速不小于圆柱体运行速度时出现的情况(图 1a、1b、1c);环状缝隙平均流速小于圆柱体运行速度时出现的情况(图 1d、1e、1f)。

2.2 方程求解

因为动边界条件下缝隙流仅考虑沿管道轴向运动且为恒定流,并且质量力只有重力,则 $u_y = u_z = 0$;

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = 0; f_x = 0。从而 u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = 0, \frac{\partial u_y}{\partial t} = 0,$$
$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = 0。而由连续性方程 \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, 得$$
$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0, u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = 0。所以式(1)可简化为$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho v \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) \tag{2}$$

因 $\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$, 所以 u_x 并不沿 x 方向变化,由式(2)

可知 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 与 x 无关,即动水压强沿 x 轴方向的变化率

$$\frac{\partial p}{\partial x} \text{ 是一个常数,可表示为 } \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\Delta p}{L}。$$

又因为同心环状缝隙流是轴对称的,所以 $\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}$ 与 $\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}$ 相同,而且 y 与 z 都是沿半径方向,故变量 y,z 可换成变量 r 。而 u_x 与 x 无关,仅为 r 的函数,所以 $\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} = \frac{d^2 u_x}{dr^2}$,代入式(2)得

$$-\frac{\Delta p}{L} = 2\rho v \frac{d^2 u_x}{dr^2}$$
$$\frac{d^2 u_x}{dr^2} = -\frac{\Delta p}{2L\rho v}$$

即

积分得

$$u_x = -\frac{\Delta p}{4L\rho v}r^2 + c_1r + c_2 \tag{3}$$

根据边界条件:当 $r=R$ 时, $u_x=0$; $r=r'$ 时, $u_x=v$,代入式(3)得

$$c_1 = \frac{\Delta p}{4L\rho v}(R+r') - \frac{v}{R-r'}$$
$$c_2 = -\frac{\Delta p}{4L\rho v}Rr' + \frac{v}{R-r'}R$$

将 c_1,c_2 代入式(3)得沿半径方向任一点的流速为

$$u_x = -\frac{\Delta p}{4L\rho v}r^2 + \frac{\Delta p}{4L\rho v}r'r + \frac{v}{R-r'}(R-r)$$
$$(r' < r < R)$$

故通过环状缝隙断面的总流量为

$$Q_2 = \int_{r'}^R u_x 2\pi(r-r')dr = -\frac{\pi\Delta p}{24L\rho v}K + \frac{\pi v}{3}(R-r')^2$$

其中

$$K = 6R^4 - 16R^3r' + 12R^2r'^2 - 6r'^4$$

所以环状缝隙断面的平均流速为

$$v_2 = \frac{Q_2}{\pi(R^2-r'^2)} = -\frac{\Delta pK}{24L\rho v(R^2-r'^2)} + \frac{v(R-r')}{3(R+r')} \tag{4}$$

3 试验

3.1 试验材料与方法

试验系统^[4-7](图2)主要由直径为100 mm的有机玻璃圆管组成。圆柱体的两端等间距地装有圆柱形支撑,支撑体与管壁接触,且其末端装有滚珠,从而保证圆柱体在管道中无论是静止还是运动,与有机玻璃圆管都能保持同心。试验时,先通过水泵将水从地下水水库抽入输水管道,经闸阀调节流量到所需试验工况,释放圆柱体,待水流稳定后,用七孔测针对环状缝隙流速进行测量。七孔测针结构示意图如图3所示。

测量时必须保证测针水平安装,与管轴线垂直,且保证孔1在上,孔4在下。各测孔与压力传感器直接相连,测出各测孔的压强 p_n (n 取1~7)。根据

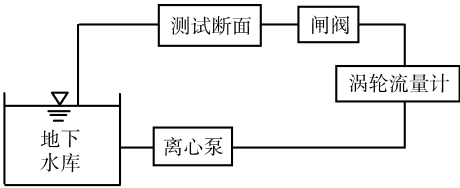


图2 试验装置原理图
Fig.2 Layout chart of the experimental system device

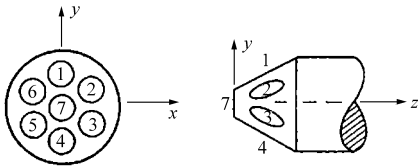


图3 七孔测针结构图
Fig.3 Structural chart of seven-port point gauge

孔1~7,计算分为7个区,公式各不相同。选出 p_n 中的最大值 p_m (m 取1~7),根据 m 确定处于哪个区,然后根据该区的计算公式,通过各 p_n 值求出该区的基本参数(纵摇角压力系数 $C_{\theta m}$ 和横摇角压力系数 $C_{\phi m}$)。然后由 $C_{\theta m}$ 和 $C_{\phi m}$ 值计算出该区的近似动态压力系数 C_{qm} 为

$$C_{qm} = k_1 + k_2C_{\theta m} + k_3C_{\phi m} + k_4C_{\phi m}^2 + k_5C_{\theta m}C_{\phi m} +$$
$$k_6C_{\phi m}^2 + k_7C_{\theta m}^3 + k_8C_{\theta m}^2C_{\phi m} + k_9C_{\theta m}C_{\phi m}^2 + k_{10}C_{\phi m}^3 \tag{5}$$

式中, $k_1 \sim k_{10}$ 为参数 C_{qm} 的校核系数。

局部动压强 $p_{0L}-p_{\infty L}=f(p_{nm},C_{qm})$,由此可计算出 $p_{0L}-p_{\infty L}$ 。根据贝努利方程,即可求出流速

$$v' = \sqrt{\frac{2(p_{0L}-p_{\infty L})}{\rho}} \tag{6}$$

试验中圆柱体直径 d 分别为50、60、70、75、80 mm,相应的缝隙宽度 B 分别为2.5、2.0、1.5、1.25、1.0 cm,试验流量 Q 分别为40、50、60、70、80、90 m³/h。试验主要研究不同流量工况下的缝隙流速变化情况。选取流量为40 m³/h和50 m³/h两种工况下的环状缝隙流平均流速对数学模型的计算结果进行验证。

3.2 试验结果与数学模型验证

3.2.1 环状缝隙流速变化

图4为不同缝隙宽度下, $Q=40$ m³/h和 $Q=50$ m³/h两种流量工况下的环状缝隙流速实测值与计算值对照图。

从图中可以看出:环状缝隙流的计算值与实测值比较吻合,相对误差不超过8.5%;环状缝隙流速无论是计算值还是实测值,都随着缝隙宽度的增大而呈现先增大后减小的趋势,缝隙宽度约在2 cm附近时,缝隙流速最大。其原因主要是圆柱体的直径直接决定环状缝隙宽度的大小,当水流绕流经过圆

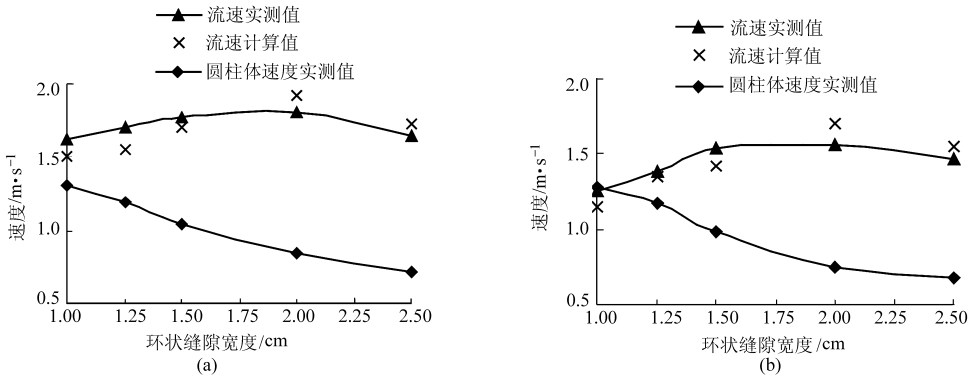


图 4 不同缝隙宽度下缝隙流速计算值与实测值

Fig.4 Calculated value and the experimental value of the gapped flow rate under the different gap widths

(a) $Q = 40 \text{ m}^3/\text{h}$ (b) $Q = 50 \text{ m}^3/\text{h}$

柱体时,由于圆柱体具有一定的速度,所以由质量守恒定律可知, Δt 时段内流入管段液体的总质量 $M = \rho Q \Delta t$ 应等于由于圆柱体发生位移而流入管段中液体的质量 $M_1 = \rho Q_1 \Delta t$ 与流入缝隙管段的液体质量 $M_2 = \rho Q_2 \Delta t$ 之和,即 $Q = Q_1 + Q_2$ 。 Q_1 和圆柱体的速度有关,圆柱体的运行速度越大, Q_1 就越大。而由图 4 还可以看出圆柱体的运行速度(通过光电传感器测量得到)随着缝隙宽度的增大而减小。也就是说缝隙宽度越大, Q_1 就越小,所以通过环状缝隙的流量 Q_2 增大。但缝隙宽度增大,水流的过水断面面积也增大,当缝隙流量的增量大于过水断面的面积增量时,环状缝隙流速就随着缝隙宽度的增大而增

大,反之则减小。由于缝隙宽度小于 2 cm 时,缝隙流量的增量大于过水断面的面积增量,所以缝隙流速随缝隙宽度的变化曲线呈上升趋势。但当缝隙宽度大于 2 cm 后,由于缝隙流量的增量小于过水断面的面积增量,从而导致缝隙流速在缝隙宽度大于 2 cm 后呈现减小的趋势。

3.2.2 环状缝隙流速与圆柱体运行速度及管内水流速度的关系

图 5 为缝隙宽度 $B = 1.0 \text{ cm}$ 和 $B = 1.5 \text{ cm}$ 时环状缝隙流速、管内水流速度以及圆柱体运行速度随管内流量的变化曲线。

从图 5 可以看出:随着流量的增大,环状缝隙流

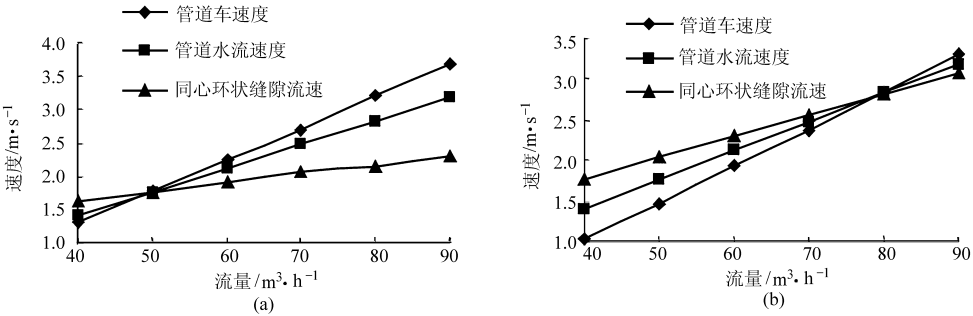


图 5 不同缝隙宽度下速度与流量的关系曲线

Fig.5 Relations between the speeds and discharges under the different gap widths

(a) $B = 1.0 \text{ cm}$ (b) $B = 1.5 \text{ cm}$

速、圆柱体的运行速度以及管内水流速度都增大,但增加的幅度不同,环状缝隙流速的增加幅度最小,管道水流速度次之,圆柱体的运行速度增加幅度最大;不同缝隙宽度条件下环状缝隙流速、管内水流速度以及圆柱体运行速度三者相交的位置不同,缝隙宽度越大,相交处所对应的流量也越大;三者相交之前环状缝隙流速最大,相交之后环状缝隙流速最小。

4 结论

(1)以水力学理论为基础,分析了圆柱体从静止到起动再到运行过程中同心环状缝隙流速的分布

特点。同时建立了动边界条件下的同心环状缝隙流数学模型,并进行了试验验证。结果表明所建立的理论模型和试验情况基本一致,说明该数学模型在理论上是成立的。

(2)缝隙宽度和流量的不同直接影响环状缝隙流速的大小。环状缝隙流速随缝隙宽度的增大呈现先增大后减小的趋势,缝隙宽度约在 2 cm 附近时,缝隙流速最大。同时流量越大,环状缝隙流速也越大。

(3)环状缝隙流速在与管内水流速度和圆柱体的运行速度相交之前最大,相交之后最小。

参 考 文 献

1 胡仁喜,苑士华,刘红宁,等. 高压高速条件下柱塞副泄漏流场分析[J]. 农业机械学报,2009,40(4):221~226.
Hu Renxi, Yuan Shihua, Liu Hongning, et al. Analysis on the leaking flow field of the piston sector considering the high press and high velocity [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(4): 221~226. (in Chinese)

2 许贤良,朱兵,张军,等. 同心环形缝隙流理论研究[J]. 安徽理工大学学报:自然科学版,2004,24(3):40~42.
Xu Xianliang, Zhu Bing, Zhang Jun, et al. The research of the concentric ring slit flow [J]. Journal of Anhui University of Science and Technology: Natural Science, 2004, 24(3): 40~42. (in Chinese)

3 吴持恭. 水力学[M]. 北京:高等教育出版社,2008.

4 童学卫,李永业,孙西欢. 筒装料管道水力输送试验系统设计研究[J]. 山西水利,2008(2):42~43.
Tong Xuewei, Li Yongye, Sun Xihuan. Experimental system design on the piped hydraulic transportation of tube-contained raw material [J]. Shanxi Water Resources,2008(2): 42~43. (in Chinese)

5 延耀兴,阎庆绂,孙西欢. 农业灌溉供水系统中的非定常流动[J]. 农业机械学报,2006,37(7):66~68.
Yan Yaoxing, Yan Qingfu, Sun Xihuan. Unsteady flow in the agricultural irrigating and supplying system [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(7): 66~68. (in Chinese)

6 阎庆绂,李永业,孙西欢. 离心泵入口侧管路中的涡流[J]. 排灌机械,2007,25(3):6~7.
Yan Qingfu, Li Yongye, Sun Xihuan. The eddy current on the suction side of centrifugal pump [J]. Drainage and Irrigation Machinery, 2007, 25(3): 6~7. (in Chinese)

7 李永业,孙西欢,延耀兴. 管道车不同荷重时筒装料管道水力输送特性 [J]. 农业机械学报, 2008,39(12):93~96.
Li Yongye, Sun Xihuan, Yan Yaoxing. Hydraulic characteristics of tube-contained raw material hydraulic transportation under the different loads on the piped carriage [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(12): 93~96. (in Chinese)