

3-PRS 并联机构动力学解耦与控制研究

黄俊杰 皇甫晨豪 张家齐 蔡江坤 李世锴 刘志忠 闫勇刚 陈国强

(河南理工大学机械与动力工程学院, 焦作 454003)

摘要: 针对 3-PRS 并联机构耦合性强、干扰难以控制等问题, 对该机构进行动力学解耦与控制。首先建立机构逆向运动学模型, 推导出末端动平台位姿与输入滑块高度间的运动方程; 分析机构中各运动构件动能和势能, 得出机构拉格朗日动力学方程, 分析在无重力环境以及正常重力环境中驱动力对末端动平台位姿的影响, 并进行理论模型与数值仿真对比, 其结果验证了动力学模型一致性和正确性; 构建面向逆向动力学模型状态空间方程, 研究 3-PRS 并联机构李导数表达式, 实现状态空间方程反馈线性化解耦, 并对状态空间解耦模型进行仿真, 搭建 3-PRS 并联机构实验平台, 验证了提出方法的有效性; 基于完全解耦与积分滑模设计 3-PRS 并联机构控制器, 仿真实验验证了该控制器的有效性。结果表明, 设计的控制器不仅能够解耦其动力学模型, 且在干扰、输入驱动力为时变情况下能够跟踪预期轨迹, 具有较强的鲁棒性。

关键词: 3-PRS 并联机构; 逆向动力学; 反馈线性化; 积分滑模

中图分类号: TP242 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2025)06-0735-10

OSID: 

Dynamic Decoupling and Control of 3-PRS Parallel Mechanism

HUANG Junjie HUANGFU Chenhao ZHANG Jiaqi CAI Jiangkun LI Shikai

LIU Zhizhong YAN Yonggang CHEN Guoqiang

(School of Mechanical and Power Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454003, China)

Abstract: It is difficult for 3-PRS parallel mechanism to control due to its strong coupling and susceptibility to disturbances. Thus the decoupling and control strategies of the mechanism were studied. Firstly, the inverse kinematics model of the mechanism was established, the kinematic equations were deduced between the position and pose of the moving platform and the heights of the input sliders. The kinetic and potential energies of the motion component within the mechanism were analyzed, the Lagrange dynamic equations for the 3-PRS parallel mechanism were obtained. The driving forces on the position and pose of the moving platform in both zero-gravity and normal gravity environments were further investigated. The theoretical model and numerical simulation were performed and the consistency and accuracy of the dynamic model were confirmed. The state-space equations based on the inverse dynamics model were formulated, and the Lie derivative expressions for the 3-PRS parallel mechanism were studied to enable feedback linearization decoupling of the state-space equations. The simulation analysis was conducted on the decoupled state-space model. The experiment platform of 3-PRS parallel was set up to verify the effectiveness of the proposed method. The controller for the 3-PRS parallel mechanism was designed on the basis of the complete decoupling and the integral sliding mode control. The effectiveness of the controller was validated through the simulation experiments. The results indicated that the designed controller can not only decouple its dynamical model but also can track the expected trajectory under the presence of disturbances and time-varying input driving forces, which made the system possess with strong robustness.

Key words: 3-PRS parallel mechanism; inverse dynamics; feedback linearization; integral sliding mode

收稿日期: 2025-01-06 修回日期: 2025-02-26

基金项目: 国家自然科学基金项目(52404163)、青海省重点研发与转化计划项目(2024-QY-211)和河南省科技攻关计划项目(242102221050)

作者简介: 黄俊杰(1978—), 女, 教授, 博士, 主要从事机器人技术、故障诊断与容错控制研究, E-mail: anny@hpu.edu.cn

通信作者: 刘志忠(1970—), 男, 副教授, 博士, 主要从事机电一体化技术和工业机器人技术等研究, E-mail: liuzhizhong@hpu.edu.cn

0 引言

与串联机构相比,并联机构具有工作空间大、刚度大、灵活性高、承载能力强、误差小、精度高、自重负荷小等优点^[1-2],在航空航天、电子与医疗行业等领域均得到广泛应用^[3-4]。其中,3-PRS 并联机构具有完全相同的运动支链,通过对称结构设计实现机构各向同性^[5],在电子元器件、物料抓取等领域具有良好的应用前景。

针对并联机构动力学建模,国内学者常用的方法有虚功原理法、螺旋理论法、凯恩方程法、牛顿欧拉法、拉格朗日法等^[6-17]。其中拉格朗日法与其他动力学建模方法相比,具有系统性强、建模过程规范、动力学方程中不出现理想约束力、表达式相对简单紧凑等优点,因此被广泛应用于并联机构建模研究。

3-PRS 并联机构为多输入多输出强耦合非线性系统,难以控制该机构运动精度^[18]。为此,CHEN 等^[19]利用计算力矩控制解耦方法,实现了 UR5 机器人系统解耦控制。SONG 等^[20]提出了一种动态前馈控制方法,提高了四自由度并联机器人控制精度和鲁棒稳定性。针对 3-PRS 并联机构的控制,CHEN 等^[21]提出了传统 PID 控制、基于遗传算法的 PID 控制和自适应模糊 PID 控制 3 种控制策略,并进行了验证。王施相等^[22]在运动学分析及动力学分析基础上,提出了计算力/力矩控制及自适应控制方法。

反馈线性化是一种控制设计策略,适合用来设计非线性系统控制器^[23]。魏惠芳等^[24]提出一种基于反馈线性化解耦的直驱 H 型平台滑模轮廓控制方法。耿艳利等^[25]提出了精确反馈线性化方法,实现了膝-踝-趾动力型假肢系统解耦。

本文研究 3-PRS 并联机构动力学非线性解耦,分析在无重力环境以及正常重力环境下驱动力模型表示。基于完全解耦,设计 3-PRS 并联机构积分滑模控制器,以解决 3-PRS 并联机构强耦合性、干扰导致难以控制问题。

1 3-PRS 并联机构运动学建模

1.1 3-PRS 并联机构

3-PRS 并联机构如图 1 所示,该并联机构由定平台 $C_1C_2C_3$ 、动平台 $B_1B_2B_3$ 以及 3 个完全相同的支链 $C_iA_iB_i$ ($i=1,2,3$) 组成,定平台 $C_1C_2C_3$ 空间均布固定于 3 个垂直立柱;3 个滑块 A_i ($i=1,2,3$) 分别沿各自立柱移动,滑块与连杆 l_i ($i=1,2,3$) 相对转动;连杆 l_i ($i=1,2,3$) 与动平台 $B_1B_2B_3$ 通过球铰 B_i ($i=1,2,3$) 连接。在定平台 $C_1C_2C_3$ 和动平台 $B_1B_2B_3$ 几何中心上分别建立固定坐标系 $OXYZ$ 和

动坐标系 $Pxyz$, X 轴沿 OC_1 方向, x 轴与 PB_1 方向一致, Z 和 z 轴竖直向上, Y 和 y 轴符合右手定则。定平台和动平台外接圆半径分别为 R 和 r 。

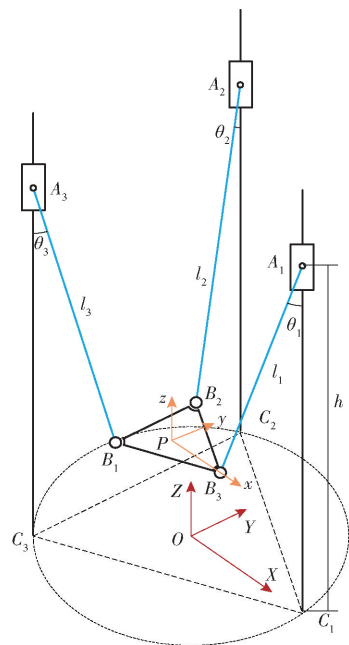


图 1 3-PRS 并联机构简图

Fig. 1 3-PRS parallel mechanism diagram

1.2 逆向运动学建模

3-PRS 并联机构运动学包括逆向运动学和正向运动学。逆向运动学为已知机构几何参数和动平台 $B_1B_2B_3$ 位姿,求 3 条立柱上滑块高度 h_i ($i=1,2,3$);反之称为正向运动学。

定平台上滑块 A_i ($i=1,2,3$) 在固定坐标系 $OXYZ$ 下的坐标向量为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_1 = [R \quad 0 \quad h_1]^T \\ \mathbf{A}_2 = \left[-\frac{1}{2}R \quad \frac{\sqrt{3}}{2}R \quad h_2 \right]^T \\ \mathbf{A}_3 = \left[-\frac{1}{2}R \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}R \quad h_3 \right]^T \end{cases} \quad (1)$$

动平台球铰 B_1 、 B_2 、 B_3 在动坐标系 $Pxyz$ 下的坐标向量为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_1 = [r \quad 0 \quad 0]^T \\ \mathbf{B}_2 = \left[-\frac{1}{2}r \quad \frac{\sqrt{3}}{2}r \quad 0 \right]^T \\ \mathbf{B}_3 = \left[-\frac{1}{2}r \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}r \quad 0 \right]^T \end{cases} \quad (2)$$

动坐标系 $Pxyz$ 相对于固定坐标系 $OXYZ$ 的旋转变换矩阵为

$$\mathbf{R}_p^0 = \begin{bmatrix} c\gamma c\beta & c\gamma s\beta s\alpha - s\gamma c\alpha & c\gamma s\beta c\alpha + s\gamma s\alpha \\ s\gamma c\beta & s\gamma s\beta s\alpha + c\gamma c\alpha & s\gamma s\beta c\alpha - c\gamma s\alpha \\ -s\beta & c\beta s\alpha & c\beta c\alpha \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 α, β, γ ——动坐标系 x, y, z 相对于固定坐标系 X, Y 和 Z 轴方向的旋转角

s 表示 $\sin$, c 表示 $\cos$ 。

动坐标系 $Pxyz$ 原点 P 在固定坐标系 $OXYZ$ 中位置坐标为

$$\mathbf{B}_p^0 = [x \ y \ z]^T \quad (4)$$

球铰 $B_i (i = 1, 2, 3)$ 相对于固定坐标系 $OXYZ$ 位置矢量为

$$\mathbf{B}_i^0 = \mathbf{R}_p^0 \mathbf{B}_i + \mathbf{B}_p^0 \quad (5)$$

由于受到 3-PRS 并联机构结构约束, 每个连杆仅可以在相应的平面内运动, 其平面表达式为

$$\begin{cases} Y_1 = 0 \\ Y_2 = -\sqrt{3}X_2 \\ Y_3 = \sqrt{3}X_3 \end{cases} \quad (6)$$

联立(1)~(6)可得

$$\begin{cases} y + r \cos \beta \sin \gamma = 0 \\ y + \frac{\sqrt{3}r}{2} (\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) - \frac{r}{2} \cos \beta \sin \gamma = \\ -\sqrt{3} \left[x - \frac{\sqrt{3}r}{2} (\cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) - \frac{r}{2} \cos \beta \cos \gamma \right] \\ y - \frac{\sqrt{3}r}{2} (\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) - \frac{r}{2} \cos \beta \sin \gamma = \\ \sqrt{3} \left[x + \frac{\sqrt{3}r}{2} (\cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) - \frac{r}{2} \cos \beta \cos \gamma \right] \end{cases} \quad (7)$$

式(7)整理并化简为

$$\begin{cases} \gamma = \arctan \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} \\ x = \frac{1}{2} r (\cos \beta \cos \gamma - \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) \\ y = -r \cos \beta \sin \gamma \end{cases} \quad (8)$$

式(8)表明, 参数 γ 取决于 α 和 β , x 和 y 分别是由 α, β, γ 和 r 构成的函数。若给定动平台位姿参数 z, α, β , 则可求得 γ , 此时得到旋转矩阵; 然后, 进而计算出球铰 $B_i (i = 1, 2, 3)$ 相对于固定坐标系的位置坐标。

给定 3-PRS 并联机构杆长, 滑块高度 $h_i (i = 1, 2, 3)$ 表达式为

$$h_i = \sqrt{l_i^2 - (A_{ix} - B_{ix}^0)^2 - (A_{iy} - B_{iy}^0)^2} + B_{iz}^0 \quad (9)$$

2 3-PRS 并联机构动力学建模

为便于动力学建模, 忽略机构各运动副摩擦力影响, 假设机构各构件质量均匀分布, 连接件质量忽略不计, 各关节约束力为理想约束力。

根据拉格朗日方程可得

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (T - V)}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial (T - V)}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} \quad (10)$$

$$\text{其中} \quad \mathbf{q} = [z \ \alpha \ \beta]^T \quad (11)$$

式中 $\boldsymbol{\tau}$ ——非保守广义力 T ——系统动能

V ——系统势能 $\mathbf{q}$ ——广义坐标

并联机构运动构件为动平台、连杆和驱动滑块, 分别分析各运动构件动能和势能。

2.1 系统动能

3-PRS 并联机构系统动能包括动平台、连杆和滑块动能。

(1) 动平台动能

动平台动能 T_p 为

$$T_p = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{q}} \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{M}_p = \begin{bmatrix} m_p & 0 & 0 \\ 0 & M_{p22} & M_{p32} \\ 0 & M_{p23} & M_{p33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$M_{p22} = I_x + I_z \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \alpha} \right)^2 + m_p \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)^2 \right]$$

$$M_{p33} = I_y + I_z \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \beta} \right)^2 + m_p \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \beta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \beta} \right)^2 \right]$$

$$M_{p32} = M_{p23} = I_z \frac{\partial \gamma}{\partial \alpha} \frac{\partial \gamma}{\partial \beta} + m_p \frac{\partial x}{\partial \alpha} \frac{\partial x}{\partial \beta} + m_p \frac{\partial y}{\partial \alpha} \frac{\partial y}{\partial \beta}$$

式中 $\mathbf{M}_p$ ——动平台惯性矩阵

m_p ——动平台质量

I_x, I_y, I_z ——动平台转动惯量

(2) 滑块动能

由于滑块仅在丝杠上做直线运动, 故驱动滑块转动动能为零。其滑块移动速度 $\mathbf{v}_{bi} (i = 1, 2, 3)$ 可表示为

$$\mathbf{v}_{bi} = [0 \ 0 \ \dot{h}_i]^T \quad (14)$$

3-PRS 并联机构输入构件与输出构件间速度雅可比矩阵表示为

$$\dot{\mathbf{h}}_i = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} \quad (15)$$

式中 $\mathbf{J}$ ——3-PRS 并联机构速度雅可比矩阵

则驱动滑块动能 T_b 为

$$T_b = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} m_b \mathbf{v}_{bi}^T \mathbf{v}_{bi} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}_b \dot{\mathbf{q}} \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} M_{b11} & M_{b12} & M_{b13} \\ M_{b21} & M_{b22} & M_{b23} \\ M_{b31} & M_{b32} & M_{b33} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$M_{bij} = m_b (J_{1i} J_{1j} + J_{2i} J_{2j} + J_{3i} J_{3j})$$

式中 m_b ——滑块质量

$\mathbf{M}_b$ ——滑块惯性矩阵

$J_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$ ——速度雅可比矩阵 $\mathbf{J}$ 中的第 i 行第 j 列

(3) 连杆移动动能

连杆 $l_i (i = 1, 2, 3)$ 动能包括移动动能和转动动能。将每个连杆近似看作一个质点, 质心位于连杆几何中心。

由于连杆与滑块固联, 故连杆移动速度与滑块相等, 即连杆移动速度 $\mathbf{v}_{li} = \mathbf{v}_{bi} (i = 1, 2, 3)$, 故连杆移动动能 T_{li} 为

$$T_{li} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} m_l \mathbf{v}_{li}^T \mathbf{v}_{li} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}_{li} \dot{\mathbf{q}} \tag{18}$$

其中

$$\mathbf{M}_{li} = \begin{bmatrix} M_{li}^{11} & M_{li}^{12} & M_{li}^{13} \\ M_{li}^{21} & M_{li}^{22} & M_{li}^{23} \\ M_{li}^{31} & M_{li}^{32} & M_{li}^{33} \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$M_{li}^{ij} = m_l (J_{1i} J_{1j} + J_{2i} J_{2j} + J_{3i} J_{3j})$$

式中 m_l ——连杆质量

$\mathbf{M}_{li}$ ——连杆移动惯性矩阵

(4) 连杆转动动能

以连杆与滑块连接点为连杆的旋转中心, 计算连杆角速度与动平台位姿之间的雅可比矩阵为

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_i = \mathbf{J}_o \dot{\mathbf{q}} \tag{20}$$

式中 $\boldsymbol{\theta}_i$ ——连杆与立柱间的夹角

$\mathbf{J}_o$ ——连杆角速度雅可比矩阵

连杆转动动能 T_{li} 为

$$T_{li} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} I_l \boldsymbol{\omega}_{li}^T \boldsymbol{\omega}_{li} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}_{li} \dot{\mathbf{q}} \tag{21}$$

其中

$$\mathbf{M}_{li} = \begin{bmatrix} M_{li}^{11} & M_{li}^{12} & M_{li}^{13} \\ M_{li}^{21} & M_{li}^{22} & M_{li}^{23} \\ M_{li}^{31} & M_{li}^{32} & M_{li}^{33} \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$M_{li}^{ij} = I_l (J_{01i} J_{01j} + J_{02i} J_{02j} + J_{03i} J_{03j}) \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

式中 $\boldsymbol{\omega}_{li}$ ——连杆角速度

I_l ——连杆转动惯量

$\mathbf{M}_{li}$ ——连杆转动惯性矩阵

J_{0ij} ——角速度雅可比矩阵 $\mathbf{J}_o$ 中的第 i 行第 j 列

(5) 并联机构总动能

并联机构总动能 T 为

$$T = T_p + T_b + T_{li} + T_{li} \tag{23}$$

2.2 系统势能

(1) 动平台势能

选取定坐标系 XOY 平面为零势面, 不计构件弹性和摩擦力, 则动平台势能 V_p 为

$$V_p = m_p g z \tag{24}$$

式中 g ——重力加速度

z ——动平台中心在定坐标系 z 轴上的位置

(2) 滑块势能

滑块势能 V_b 仅为 3 个滑块势能之和, 可表示为

$$V_b = m_b g (h_1 + h_2 + h_3) \tag{25}$$

(3) 连杆势能

机构 3 个连杆总势能 V_l 为

$$V_l = m_l g (z_1 + z_2 + z_3) \tag{26}$$

$$\text{其中} \quad z_i = \frac{h_i + B_{iz}}{2} \quad (i = 1, 2, 3)$$

式中 z_i ——坐标系中连杆质心在 Z 方向上坐标值

(4) 机构总势能

机构总势能 V 为

$$V = V_p + V_b + V_l \tag{27}$$

2.3 动力学模型

将机构动能与势能代入式 (10), 以逆向动力学构建 3-PRS 并联机构模型为

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \tag{28}$$

其中 $\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}_p + \mathbf{M}_b + \mathbf{M}_{li} + \mathbf{M}_{li}$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - \frac{1}{2} \frac{\partial (\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}))}{\partial \mathbf{q}}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \left[\frac{\partial V}{\partial z} \quad \frac{\partial V}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial V}{\partial \beta} \right]^T$$

由虚功原理可知, 并联机构等效广义力与轴向驱动力间的关系为

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{F} \tag{29}$$

其中 $\mathbf{F} = [F_1 \quad F_2 \quad F_3]^T$

式中 $\mathbf{F}$ ——滑块所受驱动力

2.4 仿真

2.4.1 动力学模型仿真

利用 Matlab 对 3-PRS 并联机构模型式 (28) 进行无重力环境下与正常重力环境下仿真。并联机构参数设置如表 1 所示。

表 1 3-PRS 并联机构的参数

Tab. 1 Parameters of 3-PRS parallel mechanism

参数	数值
动平台外接圆半径 r/mm	150
定平台外接圆半径 R/mm	310
动平台质量 m_p/kg	4.150
动平台转动惯量 $I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	Diag[0.032 4, 0.032 4, 0.064 5]
连杆长度 l/mm	300
连杆质量 m_l/kg	0.578
连杆转动惯量 $I_l/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.017 3
滑块质量 m_b/kg	0.646

初始运动条件下动平台质心位姿设置为

$$\begin{cases} z = 0 \\ \alpha = 0^\circ \\ \beta = 0^\circ \end{cases} \tag{30}$$

(1) 无重力环境

当 g 为 0, 即处于无重力环境下时给定 3 个滑

块所受驱动力分别为

$$\begin{cases} F_1 = 0.003 \text{ N} \\ F_2 = 0.005 \text{ N} \\ F_3 = -0.002 \text{ N} \end{cases} \quad (31)$$

此时动平台运动轨迹仿真如图 2 所示。

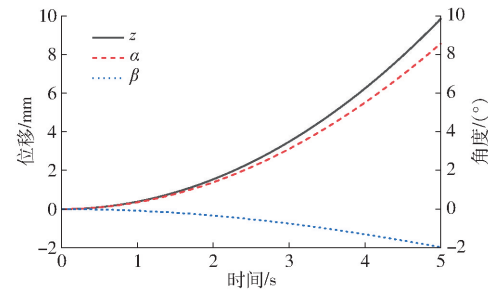


图 2 无重力环境运动轨迹

Fig. 2 Motion path in zero-gravity environment

由图 2 可知,在无重力环境下给定 3 个滑块上的驱动力为定值时,动平台位姿 α 和 β 将会绕着某一个方向转动,不会出现来回摆动的现象。

(2) 正常重力环境

当 g 取为正常值时,给定 3 个滑块所受驱动力分别为

$$\begin{cases} F_1 = g \left(\frac{m_p}{3} + m_b + m_l \right) + 0.003 \\ F_2 = g \left(\frac{m_p}{3} + m_b + m_l \right) + 0.005 \\ F_3 = g \left(\frac{m_p}{3} + m_b + m_l \right) - 0.002 \end{cases} \quad (32)$$

此时动平台运动轨迹仿真如图 3 所示。

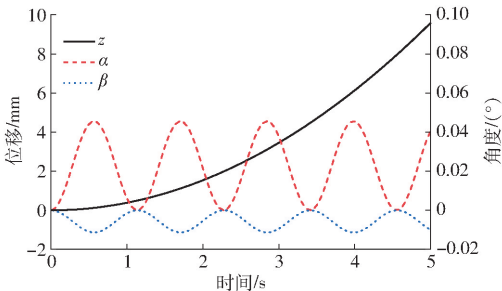


图 3 正常重力环境运动轨迹

Fig. 3 Motion path in normal gravity environment

由图 3 可知,在重力环境下给定滑块受到的驱动力为定值,3-PRS 并联机构动平台运动为仅有小幅度摆动且持续上升。为使动平台 α 和 β 运行特定轨迹,3 个滑块所受到的驱动力须是时变的。

2.4.2 数值仿真

为验证所建动力学模型正确性,采用 ADAMS 软件对机构建模并仿真验证。通过设置环境参数和单位,添加相应的运动副约束,3-PRS 并联机构虚拟样机模型如图 4 所示,其参数同表 1。

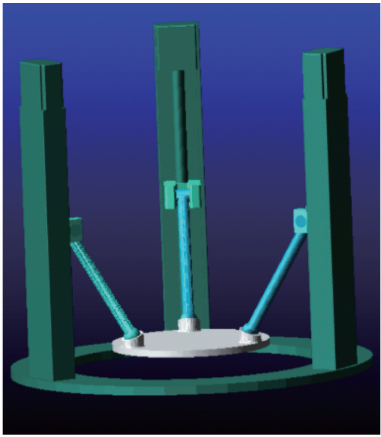


图 4 3-PRS 并联机构模型

Fig. 4 3-PRS parallel mechanism model

由 2.4.1 节可知,给定 3 个滑块上所受到的驱动力为时变,其表达式为

$$\begin{cases} F_1 = g \left(\frac{m_p}{3} + m_b + m_l \right) - 0.04t^2 + 0.004 \\ F_2 = g \left(\frac{m_p}{3} + m_b + m_l \right) - 0.04t^2 + 0.004 \\ F_3 = g \left(\frac{m_p}{3} + m_b + m_l \right) + 0.08t^2 + 0.004 \end{cases} \quad (33)$$

依据动力学模型编程计算动平台运动轨迹,与数值仿真动平台运动轨迹结果对比如图 5 所示。

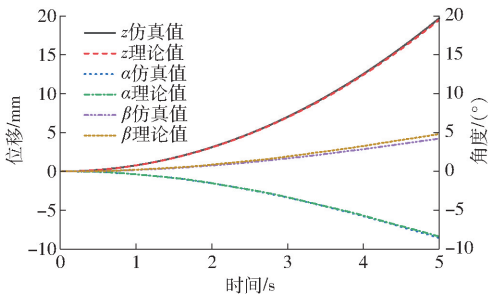


图 5 动平台运动轨迹仿真

Fig. 5 Path simulation of moving platform

由图 5 可知, z 和 α 方向运动基本吻合, β 方向误差稍明显,主要原因为建模误差。

3 动力学解耦

3.1 状态空间模型建立

对式(28)进行多输入多输出状态空间模型描述为

$$\tau = M\ddot{q} + C\dot{q} + G \quad (34)$$

将(34)改写为

$$\ddot{q} = -D(C\dot{q} + G) + D\tau \quad (35)$$

其中

$$D = M^{-1}$$

将式(35)转换为状态空间方程

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (36)$$

其中

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{D}\mathbf{J}^T \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ -\mathbf{D}\mathbf{C} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} - \mathbf{D}\mathbf{G} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ $\mathbf{u} = [F_1 \ F_2 \ F_3]^T$
式中 $\dot{\mathbf{x}}$ ——状态变量 $\mathbf{u}$ ——系统输入
 $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ ——系统输出 $\mathbf{O}$ ——零矩阵

3.2 反馈线性化解耦设计

3-PRS 并联机构状态空间方程存在耦合,为了便于控制需要进行解耦。3-PRS 并联机构李导数为

$$\mathbf{L}_{g_j}\mathbf{L}_f^0\mathbf{h}_i = \mathbf{L}_{g_j}\mathbf{h}_i(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial h_i}{\partial x_1} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_2} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_3} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_4} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_5} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_6} \right] \mathbf{g}_j(\mathbf{x}) = 0$$

($i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$) (37)

$$\mathbf{L}_j\mathbf{h}_i = \left[\frac{\partial h_i}{\partial x_1} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_2} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_3} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_4} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_5} \ \frac{\partial h_i}{\partial x_6} \right] \mathbf{f}(\mathbf{x}) = x_{i+3}$$

(38)

$$\mathbf{L}_{g_j}\mathbf{L}_f\mathbf{h}_i = \left[\frac{\partial L_j h_i}{\partial x_1} \ \frac{\partial L_j h_i}{\partial x_2} \ \frac{\partial L_j h_i}{\partial x_3} \ \frac{\partial L_j h_i}{\partial x_4} \ \frac{\partial L_j h_i}{\partial x_5} \ \frac{\partial L_j h_i}{\partial x_6} \right] \mathbf{g}_j(\mathbf{x}) = \mathbf{g}_{(i+3)j}(\mathbf{x})$$

(39)

式中 $\mathbf{g}_j(\mathbf{x})$ —— $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 中的第 j 列
 $\mathbf{g}_{(i+3)j}(\mathbf{x})$ —— $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 中的第 $i+3$ 行第 j 列
整理式(37)~(39)得

$$\begin{cases} L_{g_1}L_f^0h_1(x) = L_{g_1}h_1(x) = 0 \\ L_{g_2}L_f^0h_1(x) = L_{g_2}h_1(x) = 0 \\ L_{g_3}L_f^0h_1(x) = L_{g_3}h_1(x) = 0 \\ L_{g_1}L_f^0h_2(x) = L_{g_1}h_2(x) = 0 \\ L_{g_2}L_f^0h_2(x) = L_{g_2}h_2(x) = 0 \\ L_{g_3}L_f^0h_2(x) = L_{g_3}h_2(x) = 0 \\ L_{g_1}L_f^0h_3(x) = L_{g_1}h_3(x) = 0 \\ L_{g_2}L_f^0h_3(x) = L_{g_2}h_3(x) = 0 \\ L_{g_3}L_f^0h_3(x) = L_{g_3}h_3(x) = 0 \end{cases} \quad (40)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1}L_fh_1(x) & L_{g_1}L_fh_2(x) & L_{g_1}L_fh_3(x) \\ L_{g_2}L_fh_1(x) & L_{g_2}L_fh_2(x) & L_{g_2}L_fh_3(x) \\ L_{g_3}L_fh_1(x) & L_{g_3}L_fh_2(x) & L_{g_3}L_fh_3(x) \end{bmatrix} = \mathbf{D}\mathbf{J}^T \quad (41)$$

经分析判断,系统相对阶 $\mathbf{r} = [r_1 \ r_2 \ r_3] = [2 \ 2 \ 2]$,故 3-PRS 并联机构可反馈线性化解耦。

解耦过程为:

引入状态反馈控制律

$$\mathbf{u} = -\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x}) + \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{v} \quad (42)$$

其中

$$\mathbf{b}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_f^2h_1(x) \\ L_f^2h_2(x) \\ L_f^2h_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_4(x) \\ f_5(x) \\ f_6(x) \end{bmatrix} \quad (43)$$

式中 $\mathbf{v}$ ——给定的新参考输入

记 $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) = -\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x})$, $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x})$,控制率可转换为 $\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})\mathbf{v}$,合理设计控制量 $\mathbf{v}$,即可实现对原系统控制。令状态变换映射为

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ h_3(x) \\ L_fh_1(x) \\ L_fh_2(x) \\ L_fh_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad (44)$$

可得线性解耦系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{w}} = \mathbf{A}_z\mathbf{w} + \mathbf{B}_z\mathbf{v} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}_z\mathbf{w} \end{cases} \quad (45)$$

其中

$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{B}_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$
$$\mathbf{C}_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

故系统被解耦为系统输入 $[\ddot{z} \ \ddot{\alpha} \ \ddot{\beta}]$ 与输出 $[z \ \alpha \ \beta]$ ——对应关系,解除了关节间的运动耦合。

3.3 解耦仿真

为了验证所设计解耦方法的有效性,利用 Matlab 建立 3-PRS 并联机构解耦模型,并联机构几何和物理参数以及动平台初始位姿同 2.4 节。

已知 3-PRS 并联机构解耦方程输入位移加速度 $\ddot{z}$ 、角加速度 α 和角加速度 $\ddot{\beta}$, 3-PRS 并联机构位姿 z, α, β 仿真结果如图 6~9 所示。

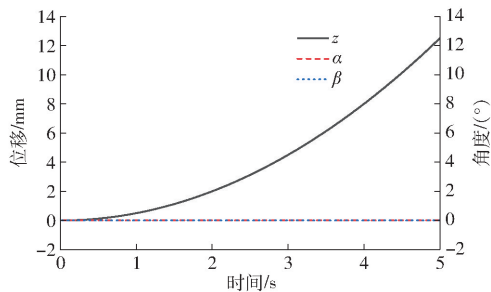


图 6 输入为 $[1, 0, 0]$ 时运动轨迹

Fig. 6 Motion path with input $[1, 0, 0]$

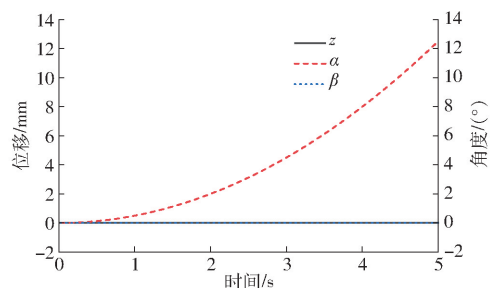


图 7 输入为 $[0, \pi/180, 0]$ 时运动轨迹

Fig. 7 Motion path with input $[0, \pi/180, 0]$

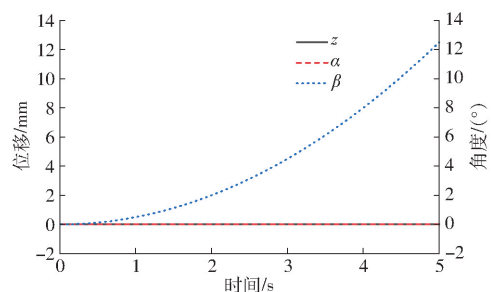


图 8 输入为 $[0, 0, \pi/180]$ 时运动轨迹

Fig. 8 Motion path with input $[0, 0, \pi/180]$

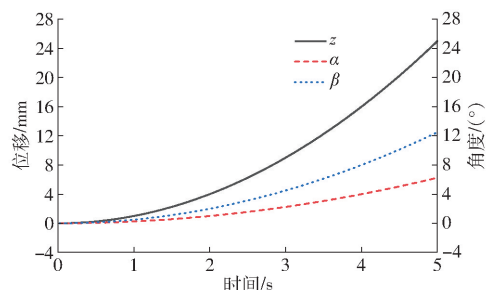


图 9 输入为 $[2, \pi/360, \pi/180]$ 时运动轨迹

Fig. 9 Motion path with input $[2, \pi/360, \pi/180]$

由图 6~9 可知,解耦后 3-PRS 并联机构输出与输入信号相对应,且 3 个输出之间无相互影响,实现了输入输出之间的解耦。仿真结果表明,反馈线性化能够很好地解决 3-PRS 并联机构的非线性耦合问题,实现输入输出线性化。

4 控制器设计

4.1 基于滑模控制的解耦控制器设计

由于并联机构会存在噪声、外部扰动等因素,为了消除这些不确定干扰,实现快速稳定控制,基于完全解耦与积分滑模控制方法设计系统控制器。设跟踪误差为

$$e = q - q_d \quad (46)$$

式中 q_d —— z, α 和 β 期望值

定义积分滑模面为

$$s = \dot{e} + ce \quad (47)$$

其中

$$c = \text{diag}(c_1, c_2, c_3)$$

式中 c ——系统控制参数

求导得

$$\dot{s} = \ddot{e} + c\dot{e} = \ddot{q} - \ddot{q}_d + c\dot{e} = v - \ddot{q}_d + c\dot{e} \quad (48)$$

采用指数趋近律设计控制器,其中 $\varepsilon = \text{diag}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$, $\kappa = \text{diag}(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$, 且 $\varepsilon \geq 0, \eta \geq 0$ 。则有

$$\dot{s} = -\varepsilon \text{sgn}(s) - \kappa s \quad (49)$$

将式(48)代入式(49)可得

$$-\varepsilon \text{sgn}(s) - \kappa s = (v - \ddot{q}_d) + c\dot{e} \quad (50)$$

故滑模解耦控制器模型为

$$u = \alpha(x) + \beta(x) (\ddot{q}_d - c\dot{e} - \varepsilon \text{sgn}(s) - \kappa s) \quad (51)$$

4.2 解耦滑模控制仿真

为了验证所建立解耦滑模控制器有效性,利用 Matlab/Simulink 对其进行仿真。

滑模控制器参数设置为: $c = \text{diag}(10, 10, 10)$; $\varepsilon = \text{diag}(1, 1, 1)$; $\eta = \text{diag}(1, 1, 1)$ 。

假设动平台位姿 z, α 和 β 随时间变化的轨迹方程为

$$\begin{cases} z = 0.05t^2 \\ \alpha = \arctan(\sin t \tan(\pi/18)) \\ \beta = \arctan(\cos t \tan(\pi/18)) \end{cases} \quad (52)$$

同时为了检验滑模解耦控制器的抗扰动能力,以动平台初始位姿作为扰动,故将动平台初始位姿设置为

$$\begin{cases} z = 1 \text{ mm} \\ \alpha = 0^\circ \\ \beta = 0^\circ \end{cases} \quad (53)$$

仿真得到 z, α 以及 β 轨迹如图 10~12 所示。由图 10~12 可知,初始时刻动平台初始位姿与期望位姿除 α 姿态外运动轨迹不一致,在运行一段时间后, z 和 β 大约在 2 s 和 1.5 s 时,实际轨迹与期望轨迹趋于一致,并持续保持吻合。因此设计的解耦滑模控制器在保证解耦的同时,能够在存在干扰的情况下收敛于期望轨迹,具有较强的鲁棒性。

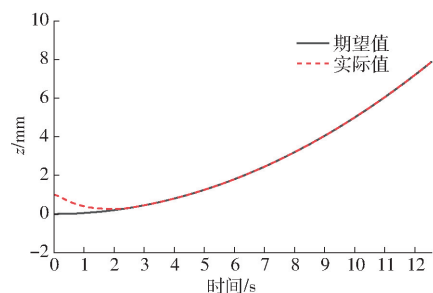


图 10 z 运动轨迹跟踪

Fig. 10 z motion path tracking

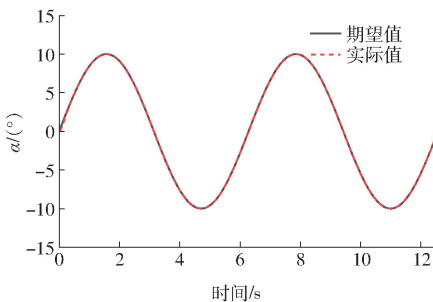


图 11 α 运动轨迹跟踪

Fig. 11 α motion path tracking

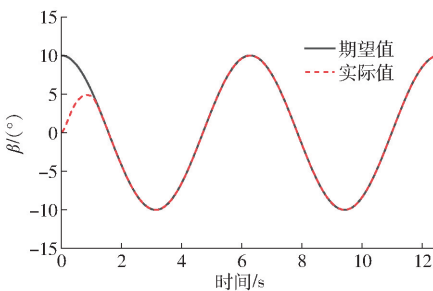


图 12 β 运动轨迹跟踪

Fig. 12 β motion path tracking

5 实验

5.1 实验平台

针对动力学模型以及反馈线性化解耦方法,搭建了3-PRS 并联机构实验平台如图 13 所示,主要由一体式伺服电机(IDS57-R01A 型,功率:91 W,转速:3 000 r/min,转矩:0.29 N·m,17 位绝对值编码

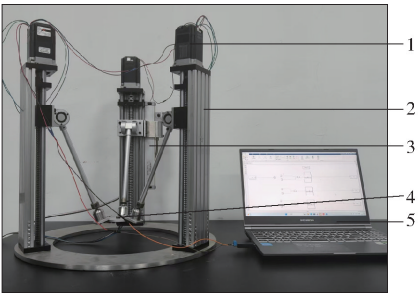


图 13 3-PRS 并联机构实验平台

Fig. 13 Experiment platform of 3-PRS parallel

1. 一体式伺服电机 2. 3-PRS 并联机构 3. 光栅尺 4. 陀螺仪
5. 上位机

器)、3-PRS 并联机构(自行研制)、MPU6050 型陀螺仪(测量精度 0.01°)、DC11 型直线光栅尺(量程 150 mm,精度 1 μm)等组成。

5.2 实验流程与步骤

实验流程如图 14 所示。

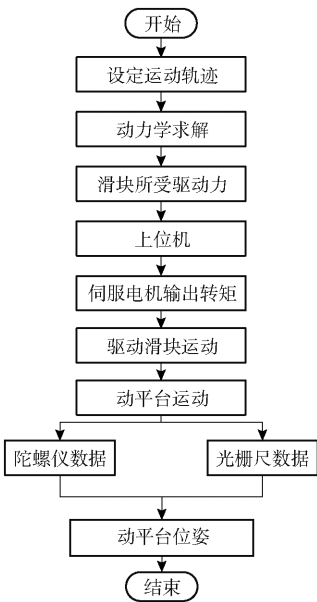


图 14 实验设计流程图

Fig. 14 Experimental design flow chart

实验步骤为:

(1) 给定两类动平台位姿 z 、 α 和 β 随时间变化的运动轨迹,其数学方程为:

第 1 类

$$\begin{cases} z = 0 \\ \alpha = \frac{1}{2} \frac{6\pi}{180} t^2 \\ \beta = 0^\circ \end{cases}$$

(54)

第 2 类

$$\begin{cases} z = 6t^2 \\ \alpha = 0^\circ \\ \beta = 0^\circ \end{cases}$$

(55)

(2) 经式(28)得出 3-PRS 并联机构滑块所受的驱动力,换算为伺服电机驱动转矩,即

$$M = \frac{FP}{2\pi\eta}$$

(56)

式中 M ——转矩,N·m
 F ——驱动力,N
 P ——丝杠导程,mm
 η ——丝杠传动效率,取 0.9~0.95

(3) 以 Matlab/Simulink 作为上位机,驱动转矩作为控制系统输入值,将计算出的驱动转矩转换为伺服电机外部电压,实现电机转矩控制。

(4) 运动过程中,安装在动平台中心处的陀螺仪可实时测得动平台在 α 和 β 方向上的角度;固定

在立柱上的光栅尺能够动态获取滑块位置,由 α 和 β 依据式(9)计算出动平台在 z 方向位移。

5.3 实验结果与分析

利用串口通讯编制实验电机、光栅尺与陀螺仪数据采集程序,控制伺服电机输出的转矩,并将动平台位姿 z 、 α 和 β 的实际值与期望值进行对比,其结果如图 15、16 所示。

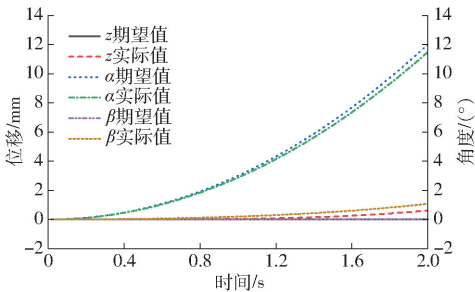


图 15 第 1 类运动轨迹

Fig. 15 Motion path of the first class

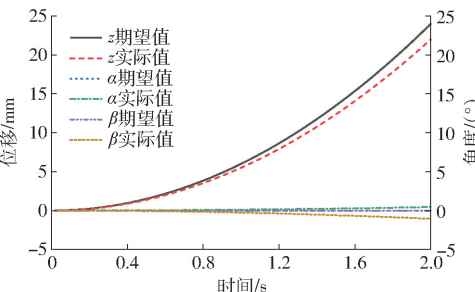


图 16 第 2 类运动轨迹

Fig. 16 Motion path of the second class

由图 15、16 可知,在 2 类运动轨迹中,动平台分别进行绕 α 轴转动和沿 z 轴平动,且运动同时不会在其他两个方向产生运动,在运动过程中动平台能

较好地完成期望轨迹,实现运动解耦。实际轨迹与期望轨迹存在一定偏差,原因为:① 实验平台存在零部件制造误差、整机装配误差等几何误差。② 实验平台惯量参数,例如动平台和运动支链质心位置、质量等存在误差。

6 结论

(1) 分析 3-PRS 并联机构的逆向运动学,推导了基于拉格朗日方程的机构逆向动力学模型,研究了 2 种环境下驱动力对动平台位姿的影响,结果表明:为使动平台 α 和 β 运行特定轨迹,3 个滑块所受到驱动力须时变,同时模型和数值仿真验证了所建立动力学模型的正确性。

(2) 构建逆向拉格朗日动力学模型,推导了 3-PRS 并联机构的状态空间模型,通过李导数得出并判断 3-PRS 并联机构的李导数表达式并进行反馈线性化解耦判断,完成状态空间模型的解耦并进行仿真。解耦后 3-PRS 并联机构输入 $[\ddot{z} \quad \ddot{\alpha} \quad \ddot{\beta}]$ 与输出 $[z \quad \alpha \quad \beta]$ 相对应,且 3 个输出之间无相互影响。

(3) 基于完全解耦与积分滑模控制方法设计了解耦滑模控制器,搭建仿真平台并设计仿真实验。其结果表明,所设计的控制器不仅实现了 3-PRS 并联机构的非线性状态空间模型的解耦,且在初始位姿作为干扰情况下能较好地跟踪期望轨迹,具有较强的鲁棒性。

(4) 搭建 3-PRS 并联机构实验平台,实物实验证明了 3-PRS 并联机构动力学模型的准确性以及反馈线性化解耦方法的正确性。

参 考 文 献

[1] 张俊,池长城,蒋舒佳. 2UPR - RPS 型并联机构精度设计[J]. 农业机械学报,2021,52(7):411 - 420.
ZHANG Jun, CHI Changcheng, JIANG Shujia. Accuracy design of 2UPR - RPS parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(7):411 - 420. (in Chinese)

[2] 黄俊杰,王鹏霏,张博文,等. 执行器故障下的 3-PRS 并联机器人动力学分析[J]. 机械设计,2022,39(11):7 - 16.
HUANG Junjie, WANG Pengfei, ZHANG Bowen, et al. Dynamics analysis on 3-PRS parallel robot with actuator fault[J]. Journal of Machine Design, 2022, 39(11):7 - 16. (in Chinese)

[3] 潘国威,陈文亮,王珉. 应用于飞机装配的并联机构技术发展综述[J]. 航空学报,2019,40(1):272 - 288.
PAN Guowei, CHEN Wenliang, WANG Min. A review of parallel kinematic mechanism technology for aircraft assembly[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2019,40(1):272 - 288. (in Chinese)

[4] 刘承磊,张建军,戚开诚,等. 面向踝部康复的广义球面并联机构型综合[J]. 机械工程学报,2020,56(19):79 - 91.
LIU Chenglei, ZHANG Jianjun, QI Kaicheng, et al. Synthesis of generalized spherical parallel manipulations for ankle rehabilitation[J]. Journal of Mechanical Engineering,2020,56(19):79 - 91. (in Chinese)

[5] 汤腾飞,张俊. 3-PRS 并联机器人概念设计与运动特性研究[J]. 机械传动,2019,43(1):35 - 39.
TANG Tengfei, ZHANG Jun. Research of conceptual design and kinematic characteristic of a 3-PRS parallel kinematic machine [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2019, 43(1):35 - 39. (in Chinese)

[6] 翟国栋,常浩,刘志华,等. 基于直驱并联机构的六自由度振动校准系统研究[J]. 农业机械学报, 2024, 55(6): 414 - 423,433.
ZHAI Guodong, CHANG Hao, LIU Zhihua, et al. Development of 6-DOF vibration calibration system based on direct drive parallel manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024,55(6):414 - 423,433. (in

Chinese)

- [7] MA Yiwei, YAN Ling, LIU Xianping, et al. Dynamic modeling and analysis of the 3-PRS power head based on the screw theory and rigid multipoint constraints[J]. Science China Technological Sciences, 2023,66(7):1869–1882.
- [8] 谢志江,余欣,胡知诤,等. 3-PSR 并联机构运动学和动力学分析[J]. 机床与液压, 2021, 49(5):9–13.
XIE Zhijiang, YU Xin, HU Zhiwei, et al. Kinematics and dynamic analysis of a 3-PSR parallel mechanism[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2021, 49(5):9–13. (in Chinese)
- [9] 吴孟丽,陈莫,李德祚,等. 复合驱动并联机构的动力学建模与仿真分析[J]. 机械设计,2024,41(3):112–121.
WU Mengli, CHEN Mo, LI Dezuo, et al. Dynamics modeling and simulation analysis of hybrid-drive parallel mechanism[J]. Journal of Machine Design, 2024,41(3):112–121. (in Chinese)
- [10] NIU Anqi, WANG Shenghai, SUN Yuqing, et al. Dynamic modeling and analysis of a novel offshore gangway with 3UPU/UP-RRP series-parallel hybrid structure[J]. Ocean Engineering, 2022, 266(P5): 113122.
- [11] 刘晓飞,陈冉,万波,等. 多冗余驱动并联机构 2RPU+2UPR+RPR 的动力学建模与控制策略研究[J]. 机械工程学报, 2024,60(11):237–249.
LIU Xiaofei, CHEN Ran, WAN Bo, et al. Dynamics analysis and control strategy research of more redundantly actuated parallel mechanism 2RPU+2UPR+RPR[J]. Journal of Mechanical Engineering,2024, 60(11):237–249. (in Chinese)
- [12] CHAI Xinxue, WANG Min, XU Lingmin, et al. Dynamic modeling and analysis of a 2PRU-UPR parallel robot based on screw theory[J]. IEEE Access, 2020, 8: 78868–78878.
- [13] 吴璞,王宗彦,何晓,等. 基于螺旋理论的高速并联机器人动力学分析[J]. 机械传动, 2021, 45(5):101–106,132.
WU Pu, WANG Zongyan, HE Xiao, et al. Dynamics analysis of high-speed parallel robot based on screw theory[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(5): 101–106,132. (in Chinese)
- [14] 陈修龙,郭景尧,贾永皓. 3-RRPaR 并联机构刚体动力学建模与分析[J]. 农业机械学报,2020,51(6):404–411.
CHEN Xiulong, GUO Jingyao, JIA Yonghao. Rigid body dynamics modeling and analysis of 3-RRPaR parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020,51(6):404–411. (in Chinese)
- [15] 朱小蓉,赵磊,沈惠平. 3T1R 解耦并联机构动力学与惯量耦合特性分析[J]. 农业机械学报,2023,54(9):448–458.
ZHU Xiaorong, ZHAO Lei, SHEN Huiping. Dynamics coupling characteristics of 3T1R decoupled parallel manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023,54(9):448–458. (in Chinese)
- [16] ZOU Qi, ZHANG Dan, HUANG Guanyu. Dynamic performance evaluation of the parallel mechanism for a 3T2R hybrid robot [J]. Mechanism and Machine Theory, 2022,172: 104794.
- [17] 李菊,肖思进,沈惠平,等. 两支链三平移并联机构动力学分析与性能优化[J]. 农业机械学报, 2022, 53(10): 412–422,445.
LI Ju, XIAO Sijin, SHEN Huiping, et al. Dynamics analysis and performance optimization of two-chainand three-translation parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022,53(10):412–422,445. (in Chinese)
- [18] 代小林,宋世杰,宫大为. 六自由度并联机构模态空间解耦控制[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, 41(8): 1237–1243.
DAI Xiaolin, SONG Shijie, GONG Dawei. Modal space decoupled control of six-degree-of-freedom parallel mechanisms[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2020, 41(8):1237–1243. (in Chinese)
- [19] CHEN Yuhuan, LUO Xiao, HAN Baoling, et al. Model predictive control with integral compensation for motion control of robot manipulator in joint and task spaces[J]. IEEE Access, 2020, 8: 107063–107075.
- [20] SONG Xiaogang, ZHAO Yongjie, JIN Lie, et al. Dynamic feedforward control in decoupling space for a four-degree-of-freedom parallel robot[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2019, 16(1): 1–10.
- [21] CHEN Guoqiang, MAO Zhuangzhuang, ZHOU Hongpeng, et al. Design and control strategy of 3-prismatic-revolute-spherical ankle rehabilitation robot[J]. Australian Journal of Mechanical Engineering, 2023, 21(3): 1079–1092.
- [22] 王施相,郭劲,甘新基,等. 次镜支撑小型三自由度机构动力学及控制策略[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(9):195–203.
WANG Shixiang, GUO Jin, GAN Xinji, et al. Dynamic analysis and control of mini three degree-of-freedom robot applied in laser focusing[J]. Infrared and Laser Engineering, 2016,45(9):195–203. (in Chinese)
- [23] 庄肖波,李耀明. 基于鲁棒反馈线性化的联合收获机割台高度控制策略[J]. 农业机械学报,2020, 51(11): 123–130.
ZHUANG Xiaobo, LI Yaoming. Header height control strategy of harvester based on robust feedback linearization [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(11): 123–130. (in Chinese)
- [24] 魏惠芳,王丽梅,张康. 基于反馈线性化解耦的直驱 H 型平台滑模轮廓控制[J]. 沈阳工业大学学报, 2022, 44(3): 241–247.
WEI Huifang, WANG Limei, ZHANG Kang. Sliding mode contour control of direct drive H-type platform based on feedback linear decoupling[J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2022,44(3):241–247. (in Chinese)
- [25] 耿艳利,王希瑞,刘松岳,等. 基于精确反馈线性化的动力型下肢假肢支撑期解耦控制[J]. 医用生物力学, 2023, 38(5): 982–988.
GENG Yanli, WANG Xirui, LIU Songyue, et al. The decoupling control of active transfemoral prosthesis at stance phase based on exact feedback linearization[J]. Journal of Medical Biomechanics, 2023,38(5): 982–988. (in Chinese)