

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2025.04.047

基于离散元法的粉碎机筛网冲击特性与粉碎颗粒接触参数标定研究

张伟健¹ 江善晨¹ 孔宪锐¹ 耿 婕¹ 牛智有^{1,2} 李洪成³(1. 华中农业大学工学院, 武汉 430070; 2. 农业农村部智慧养殖技术重点实验室, 武汉 430070;
3. 厦门海洋职业技术学院海洋机电学院, 厦门 361100)

摘要: 原料粉碎是饲料加工的重要工艺环节, 锤片式粉碎机筛网破损是常见的故障。针对筛分式粉碎机筛网破损识别装置中颗粒筛分过程离散元仿真缺乏粉碎颗粒有效接触参数, 数值模拟不准确等问题, 以玉米为试验材料, 在获得粉碎机筛网冲击特性和粉碎玉米颗粒粒度分布特征的基础上, 选择粉碎玉米颗粒的特征粒径制作试验样本, 采用碰撞斜板法和漏斗法试验结合离散元仿真, 以多面体颗粒模型代表粉碎玉米颗粒, 对粉碎玉米颗粒接触参数进行标定。研究结果表明, 筛网上部和下部的平均冲击强度和更大且冲击频率高, 更容易破损, 粉碎玉米颗粒间和粉碎玉米颗粒与碳钢间碰撞恢复系数分别为 0.14 和 0.44, 仿真验证试验相对误差为 0.56% 和 1.95%, 粉碎玉米颗粒间和粉碎玉米颗粒与碳钢间动摩擦因数分别为 0.77 和 0.85, 仿真验证试验相对误差为 3.04% 和 3.56%。研究结果为解析粉碎机筛网冲击特性和筛分式筛网破损识别装置优化提供基础数据和理论依据。

关键词: 筛网破损; 锤片式粉碎机; 冲击强度; 接触参数标定; 离散元

中图分类号: S220.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2025)04-0501-11

OSID: 

Analysis of Impact Characteristics of Hammermill Screen Based on Discrete Element Method and Calibration of Contact Parameters of Crushed Particles

ZHANG Weijian¹ JIANG Shanchen¹ KONG Xianrui¹ GENG Jie¹ NIU Zhiyou^{1,2} LI Hongcheng³

(1. College of Engineering, Huazhong Agricultural University, Wuhan 430070, China

2. Key Laboratory of Smart Farming Technology for Agricultural Animals,
Ministry of Agriculture and Rural Affairs, Wuhan 430070, China

3. Marine Mechanical and Electrical College, Xiamen Ocean Vocational College, Xiamen 361100, China)

Abstract: Crushing of raw materials is an important process step in feed processing, and hammermill screen breakage is a common failure. Aiming at problems such as the lack of effective contact parameters of crushed particles and inaccurate numerical simulation in the discrete element simulation of the particle screening process in the screen breakage identification device, maize was used as test material to obtain the impact characteristics of the hammermill screen, and on the basis of the particle size distribution characteristics of crushed maize particles, the characteristic particle diameter of crushed maize particles was selected to make test samples. The collision ramp test and funnel test were combined with discrete element simulation. The polyhedral particle model was used to represent the crushed maize particles. The crushed maize particles contact parameters were calibrated. Results showed that the sum of average impact strength of the upper and lower parts of the screen was great and the impact frequency was high, making it easier to break. The coefficients of restitution between crushed maize particles and between crushed maize particles and carbon steel were 0.14 and 0.44, respectively, simulation verification test indicated that the relative errors were 0.56% and 1.95%. The kinetic friction coefficients between crushed maize particles and between crushed maize particles and carbon steel were 0.77 and 0.85, respectively. The relative errors of the simulation verification test were 3.04% and 3.56%. The research result can provide basic data and theoretical basis for analyzing the impact characteristics of the hammermill screen and optimizing the screen breakage identification device.

Key words: screen breakage; hammermill; impact intensities; contact parameters calibration; DEM

收稿日期: 2024-02-23 修回日期: 2024-05-14

基金项目: 国家重点研发计划项目(2021YFD1300305)

作者简介: 张伟健(1993—), 男, 博士生, 主要从事农产品加工技术研究, E-mail: zhwj@webmail.hzau.edu.cn

通信作者: 牛智有(1965—), 男, 教授, 博士, 主要从事农产品加工技术与装备研究, E-mail: nzhy@mail.hzau.edu.cn

0 引言

饲料原料的粉碎是饲料生产加工过程中的重要工艺环节^[1-2]。由于锤片式粉碎机易于操作,生产可靠,成为饲料企业粉碎加工的首选设备^[3-6]。筛网是锤片式粉碎机的重要工作组件,也是易损件^[7-8]。筛网破损是粉碎机作业过程中的常见故障,饲料厂通过感官或筛分的方法鉴别粉碎后物料粒度间接甄别筛网破损情况。在锤片式粉碎机工作过程中,物料中硬质杂质对筛网冲击而导致筛网破损,不仅导致粉碎后物料不能达到后续生产的粒度要求,同时也会给工厂造成极大的经济损失^[9]。因此,粉碎机筛网破损识别技术研究具有实际意义,标定筛网破损后粉碎玉米颗粒接触参数可为筛分式筛网破损识别装置数值模拟优化提供基础数据和理论依据。

分析锤片式粉碎机筛网冲击情况,明晰筛网易破損区域,既是探究锤片式粉碎机筛网破损机理的基础,也是分析筛网破损时粉碎物料破碎行为的前提。由于锤片式粉碎机工作时机器内部腔室工况复杂,在腔室嵌入传感器直接获取准确的所需数据难度较大,学者大多采用仿真技术对锤片式粉碎机粉碎过程进行研究^[10-12]。但锤片式粉碎机工作中筛网冲击情况研究鲜见报道。分析筛网破损时粉碎物料颗粒粒度分布是标定筛网破损后粉碎物料颗粒接触参数的前提^[13]。众多学者对玉米粉碎粒度分布特征及玉米籽粒接触参数标定进行了研究^[14-21]。目前,筛网破损后粉碎玉米颗粒的粒度特征及粉碎玉米颗粒的接触参数标定文献较少。

本文以玉米为试验材料,围绕锤片式粉碎机筛网破损生产实际问题,采用基于离散元(Discrete element method, DEM)原理的 Rocky DEM 软件进行仿真试验,建立锤片式粉碎机粉碎仿真模型,提取工作过程中筛网冲击强度关键数据,明晰粉碎过程中筛网冲击特性,分析破损筛网粉碎玉米颗粒粒度分布,依据粒度分布选取粉碎玉米颗粒特征粒径,采用仿真与实际试验相结合的方法,对破损筛网粉碎玉米颗粒碰撞恢复系数和摩擦因数进行标定。

1 基于离散元的粉碎机筛网冲击特性分析

1.1 仿真模型建立与参数设定

自主设计的水滴锤片式粉碎系统如图 1 所示。锤片式粉碎机的结构参数和工作参数为:粉碎腔室宽度 150 mm、转子直径 250 mm、转子顺时针旋转转速 2 900 r/min、锤片数量 24 个、锤片厚度 3 mm、锤



图 1 锤片式粉碎系统实物图

Fig. 1 Schematic of hammermill grinding system

筛间隙 10 mm。粉碎机分别装配孔径为 2、3、4 mm 的冲孔筛网。

1.1.1 玉米籽粒仿真模型

采用切片法建立玉米籽粒仿真模型^[22],玉米籽粒仿真模型长 14.21 mm、宽 9.72 mm、高 4.20 mm,体积为 291.02 mm³,有 33 个面。玉米籽粒仿真模型如图 2 所示。



图 2 玉米籽粒仿真模型

Fig. 2 Simulation model of maize kernel

1.1.2 粉碎机仿真模型

锤片式粉碎机的粉碎腔室内部结构对称,在保证仿真效果的前提下,为减小仿真运算量,提高仿真效率,应用周期边界(Periodic boundaries)方法对粉碎腔室主轴方向进行简化。设置粉碎机为顺时针旋转,简化后粉碎机仿真模型结构和工作参数为:粉碎腔室宽度 60 mm、转子直径 250 mm、转子转速 2 900 r/min、锤片数量 8 个、锤片厚度 3 mm、锤筛间隙 10 mm,分别装配孔径为 2、3、4 mm 的冲孔筛网。简化后锤片式粉碎机仿真模型如图 3 所示。

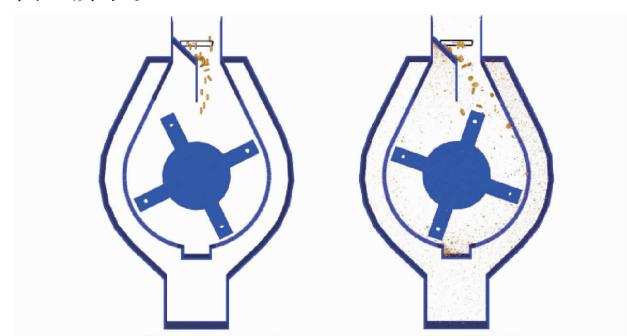


图 3 锤片式粉碎机仿真模型

Fig. 3 Simulation model of hammermill

1.1.3 物理接触模型与破碎模型

在颗粒粉碎仿真过程中,应用线弹性库伦限制模型(Linear spring Coulomb limit model)作为切向接触模型,迟滞线弹性模型(Hysteretic linear spring model)作为法向接触模型,滚动阻力模型C型:线弹性滚动极限(Rolling resistance model type C: linear spring rolling limit)作为滚动阻力模型,玉米籽粒破碎模型为标定的Ab-T10破碎模型^[22]。

1.1.4 仿真参数设置

锤片式粉碎机主要工作部分材质均为碳钢。参考文献[23~25],玉米颗粒、碳钢的物理特性参数,玉米籽粒间的接触参数、玉米籽粒与碳钢间的接触参数,以及仿真条件设置如表1所示。

表1 主要仿真参数设置

Tab. 1 Main simulation parameters settings

类别	参数	数值
玉米籽粒	容重/(kg·m ⁻³)	769.09
	弹性模量/MPa	298.10
	泊松比	0.40
碳钢	密度/(kg·m ⁻³)	7 850
	弹性模量/GPa	206
	泊松比	0.30
接触参数	玉米籽粒间碰撞恢复系数	0.56
	玉米籽粒间静摩擦因数	0.31
	玉米籽粒间动摩擦因数	0.38
	玉米籽粒与碳钢碰撞恢复系数	0.66
	玉米籽粒与碳钢静摩擦因数	0.40
	玉米籽粒与碳钢动摩擦因数	0.22
	喂料速率/(g·s ⁻¹)	45
	仿真时长/s	2
仿真条件	时间步长/s	0.001

1.1.5 冲击特性评价

(1) 冲击强度

筛网受到玉米颗粒的冲击强弱可用冲击强度衡量,其物理意义为单位面积筛网受到碰撞时接触力所做的功。在边界碰撞统计模块统计单位时间、单位网格的冲击强度,其计算公式为

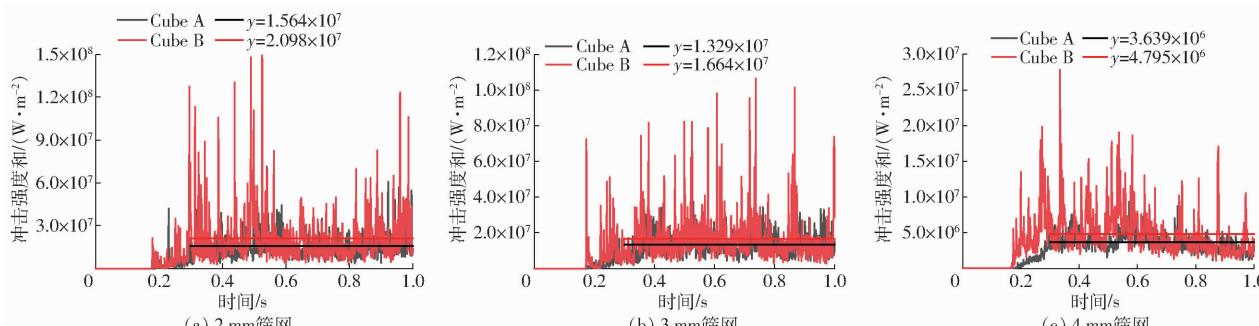


图5 Cube A 和 Cube B 平均冲击强度和与时间关系曲线

Fig. 5 Relationship between average sum impact intensity of Cube A and Cube B and time

$$I = \frac{J}{S\Delta t} \quad (1)$$

式中 I ——冲击强度

S ——边界网格面积

Δt ——数据采集时间间隔

J ——在数据采集时间间隔中边界网格受到的所有碰撞的功总和

(2) 冲击频率

筛网受到玉米颗粒冲击频率可用单位时间玉米颗粒冲击筛网数量表征,使用 Eulerian Statistics 进行统计。

1.2 仿真结果分析

1.2.1 冲击强度

本研究所用锤片式粉碎机的粉碎腔室中的两片筛网对称安装,粉碎机顺时针旋转。对筛网模型使用 Processor 的 Cube 操作,设置左侧筛网为 Cube A,右侧筛网为 Cube B。Cube 设置示意图如图4所示。

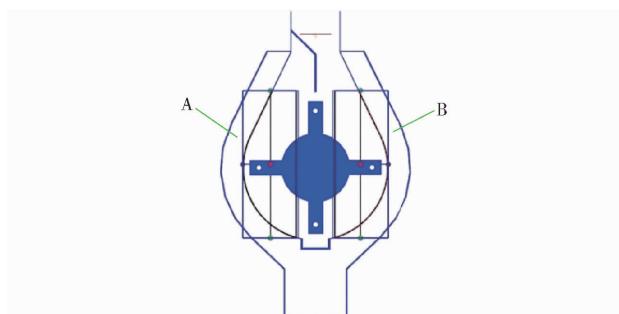


图4 Cube A 和 Cube B 示意图

Fig. 4 Schematic of Cube A and Cube B

为了分析 Cube A 和 Cube B 累积冲击情况,对 Cube A 和 Cube B 冲击强度和进行统计,冲击强度和随时间变化曲线如图5所示。由图5可知,0.3 s 后粉碎机工作趋于平稳。0.3~1.0 s 粉碎机稳定工作期间 Cube A 和 Cube B 平均冲击强度见图5。

由图5a可知,在粉碎机稳定工作期间,孔径为 2 mm 的筛网 Cube A 的冲击强度和的最大值和最小值分别为 $7.140 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $1.989 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, Cube A 的平均冲击强度和为 $1.564 \times 10^7 \text{ W/m}^2$,

而孔径为 3 mm 和 4 mm 的筛网 Cube B 的冲击强度和的最大值和最小值分别为

$1.329 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $1.664 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, $3.639 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ 和 $4.795 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ 。

Cube B 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $1.493 \times 10^8 \text{ W/m}^2$ 和 $2.740 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, Cube B 的平均冲击强度和为 $2.098 \times 10^7 \text{ W/m}^2$; Cube B 的平均冲击强度和大于 Cube A 的平均冲击强度和。

由图 5b 可知,在粉碎机稳定工作期间,孔径为 3 mm 的筛网 Cube A 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $3.729 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $1.690 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, Cube A 的平均冲击强度和为 $1.329 \times 10^7 \text{ W/m}^2$; Cube B 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $1.064 \times 10^8 \text{ W/m}^2$ 和 $1.815 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, Cube B 的平均冲击强度和为 $1.664 \times 10^7 \text{ W/m}^2$; Cube B 的平均冲击强度和大于 Cube A 的平均冲击强度和。

由图 5c 可知,在粉碎机稳定工作期间,孔径为 4 mm 筛网的 Cube A 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $9.293 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ 和 $1.113 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, Cube A 的平均冲击强度和为 $3.639 \times 10^6 \text{ W/m}^2$; Cube B 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $2.784 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $1.053 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, Cube B 的平均冲击强度和为 $4.795 \times 10^6 \text{ W/m}^2$; Cube B 的平均冲击强度和大于 Cube A 的平均冲击强度和。

综上仿真结果表明,在粉碎机稳定工作期间,无论使用孔径为 2 mm、3 mm 还是 4 mm 的筛网进行玉米粉碎,Cube B 的平均冲击强度和均大于 Cube A 的平均冲击强度和,说明粉碎过程中粉碎玉米颗粒对右侧筛网的累积冲击更大,这可能是由于转子顺时针旋转,玉米初次粉碎时的平均质量较二次粉碎时更大,具有更多的动能,对筛网冲击做功更多。

为了进一步分析右侧筛网的冲击强度情况,对右侧筛网使用 Cube 操作,设置右侧筛网上部为 Cube D,右侧筛网中部为 Cube E,右侧筛网下部为 Cube F,Cube 设置示意图如图 6 所示。

为了分析 Cube D、Cube E 和 Cube F 的累积冲击情况,对 Cube D、Cube E 和 Cube F 的冲击强度和进行统计,冲击强度和随时间变化曲线如图 7 所示。分析图 7 中冲击强度和变化趋势并结合仿真实验情况可知,0.3 s 后粉碎机工作趋于平稳。求解

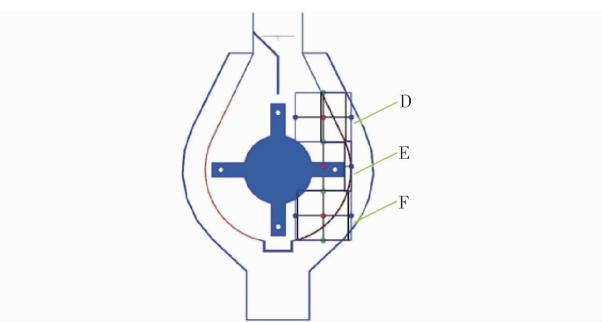


图 6 Cube D、Cube E 和 Cube F 示意图

Fig. 6 Schematic of Cube D, Cube E and Cube F

0.3~1.0 s 粉碎机稳定工作期间 Cube D、Cube E 和 Cube F 的平均冲击强度和绘制于图 7 中。

由图 7a 可知,在粉碎机稳定工作期间,孔径为 2 mm 筛网的 Cube D 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $1.361 \times 10^8 \text{ W/m}^2$ 和 $1.718 \times 10^5 \text{ W/m}^2$, Cube D 的平均冲击强度和为 $9.045 \times 10^6 \text{ W/m}^2$; Cube E 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $8.099 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $1.035 \times 10^5 \text{ W/m}^2$, Cube E 的平均冲击强度和为 $4.780 \times 10^6 \text{ W/m}^2$; Cube F 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $5.671 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $2.872 \times 10^5 \text{ W/m}^2$, Cube F 的平均冲击强度和为 $6.970 \times 10^6 \text{ W/m}^2$; Cube D 的平均冲击强度和最大, Cube F 的平均冲击强度和次之,Cube E 的平均冲击强度和最小。

由图 7b 可知,在粉碎机稳定工作期间,孔径为 3 mm 筛网 Cube D 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $9.404 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $1.554 \times 10^4 \text{ W/m}^2$, Cube D 的平均冲击强度和为 $7.061 \times 10^6 \text{ W/m}^2$; Cube E 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $6.587 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $2.316 \times 10^4 \text{ W/m}^2$, Cube E 的平均冲击强度和为 $3.948 \times 10^6 \text{ W/m}^2$; Cube F 的冲击强度和最大值和最小值分别为 $5.785 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $2.798 \times 10^5 \text{ W/m}^2$, Cube F 的平均冲击强度和为 $5.672 \times 10^6 \text{ W/m}^2$; Cube D 的平均冲击强度和最大,Cube F 的平均冲击强度和次之,Cube E 的平均冲击强度和最小。

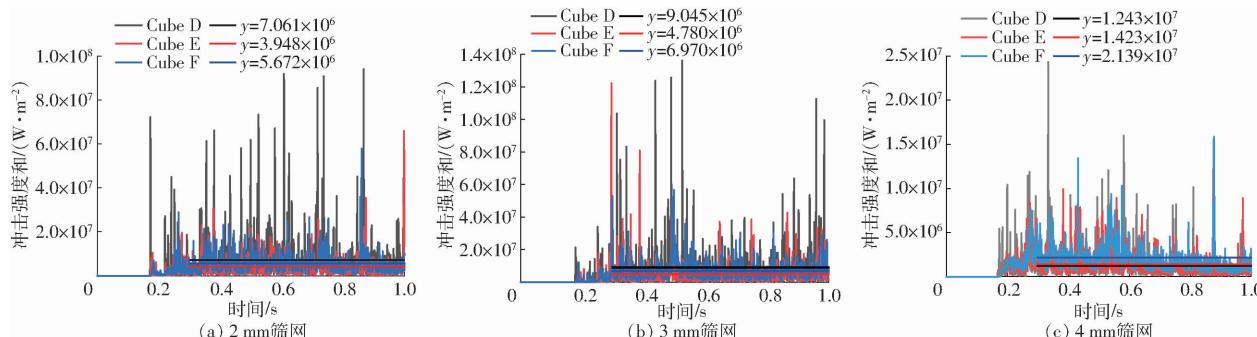


图 7 Cube D、Cube E 和 Cube F 平均冲击强度和与时间关系曲线

Fig. 7 Relationship among average sum impact intensity of Cube D, Cube E and Cube F and time

由图7c可知,在粉碎机稳定工作期间,孔径为4 mm的筛网Cube D的冲击强度和最大值和最小值分别为 $2.434 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $8.525 \times 10^4 \text{ W/m}^2$,Cube D的平均冲击强度和为 $1.243 \times 10^6 \text{ W/m}^2$;Cube E的冲击强度和最大值和最小值分别为 $1.216 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $8.456 \times 10^4 \text{ W/m}^2$,Cube E的平均冲击强度和为 $1.423 \times 10^6 \text{ W/m}^2$;Cube F的冲击强度和最大值和最小值分别为 $1.586 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 和 $2.159 \times 10^5 \text{ W/m}^2$,Cube F的平均冲击强度和为 $2.139 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ 。Cube F的平均冲击强度和最大,Cube E的平均冲击强度和次之,Cube D的平均冲击强度和最小。

综上仿真结果表明,在粉碎机稳定工作期间,使

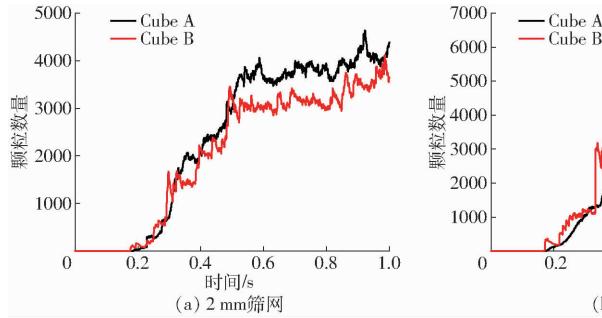


图8 Cube A 和 Cube B 的颗粒分布与时间关系曲线

Fig. 8 Relationship between particle distribution of Cube A and Cube B and time

由图8可知,0.17 s左右玉米颗粒开始冲击筛网,无论使用孔径为2 mm、3 mm还是4 mm的筛网进行玉米粉碎,0.3 s前Cube B的颗粒数量始终大于Cube A的颗粒数量,这是由于刚进入粉碎腔室的玉米籽粒受锤片顺时针锤击后首先冲击右侧筛网。Cube A和Cube B颗粒数量随筛网孔径的增加而增加,0.5 s后,孔径为4 mm筛网Cube A和Cube B颗粒数量远大于孔径为2 mm和3 mm筛网Cube A和Cube B颗粒数量,孔径为2 mm筛网Cube A颗粒数量总体大于Cube B颗粒数量但差距较小,孔径为3 mm和4 mm筛网Cube A颗粒数量和Cube B颗粒数量无明显差异。综上仿真结果表明,粉碎工作0.5 s后,Cube A和Cube B的冲击频率相近。

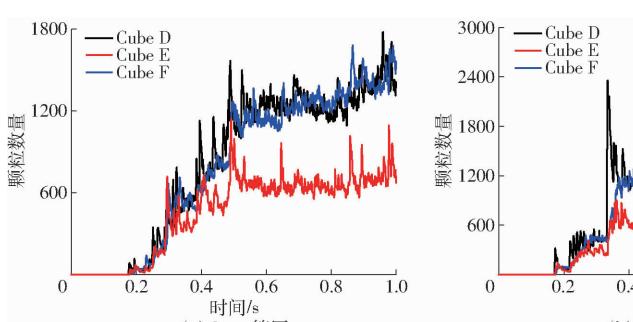


图9 Cube D、Cube E 和 Cube F 的颗粒分布与时间关系曲线

Fig. 9 Relationship between particle distribution of Cube D, Cube E and Cube F and time

用孔径为2 mm和3 mm的筛网进行玉米粉碎时,Cube D的平均冲击强度和最大,Cube F次之,Cube E最小,而使用孔径为4 mm的筛网进行玉米粉碎时,Cube F的平均冲击强度和最大,Cube E次之,Cube D最小。试验结果表明,使用孔径为2 mm和3 mm的筛网粉碎玉米时,粉碎玉米颗粒对筛网Cube D区域的累积冲击更大,使用孔径为4 mm的筛网粉碎玉米时,粉碎玉米颗粒对筛网Cube F区域的累积冲击更大。

1.2.2 冲击频率

为了分析Cube A和Cube B冲击频率,对冲击Cube A和Cube B的颗粒数量进行统计,颗粒分布曲线如图8所示。

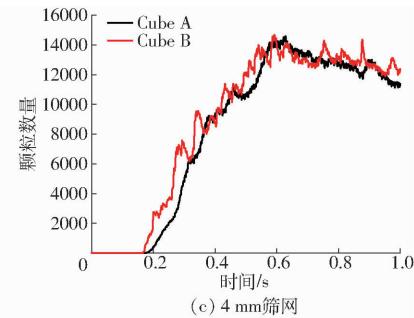


图8 Cube A 和 Cube B 的颗粒分布与时间关系曲线

Fig. 8 Relationship between particle distribution of Cube A and Cube B and time

为了分析Cube D、Cube E和Cube F的冲击频率,对Cube D、Cube E和Cube F的颗粒数量进行统计,颗粒分布曲线如图9所示。

由图9可知,0.17 s左右玉米颗粒开始冲击右侧筛网。无论使用孔径为2 mm、3 mm还是4 mm的筛网进行玉米粉碎,Cube E颗粒数量始终小于Cube D和Cube F的颗粒数量。Cube D、Cube E和Cube F颗粒数量随筛网孔径的增加而增加,0.5 s后,孔径为4 mm筛网Cube D、Cube E和Cube F颗粒数量远大于孔径为2 mm和3 mm筛网Cube D、Cube E和Cube F颗粒数量,孔径为2 mm和3 mm筛网Cube D和Cube F颗粒数量无明显差异且均大于Cube E颗粒数量,孔径4 mm筛网Cube D颗粒数量

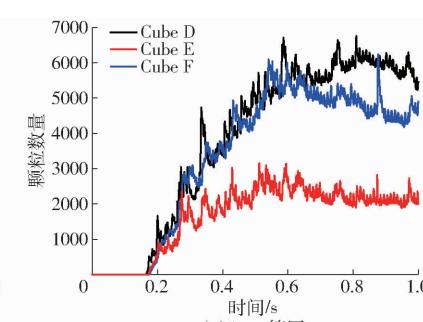


图9 Cube D、Cube E 和 Cube F 的颗粒分布与时间关系曲线

Fig. 9 Relationship between particle distribution of Cube D, Cube E and Cube F and time

总体大于 Cube F 颗粒数量但差距较小,Cube D 和 Cube F 颗粒数量大于 Cube E 颗粒数量。综上仿真结果表明,Cube D 和 Cube F 的冲击频率相近且均大于 Cube E 的冲击频率。

分析玉米粉碎过程中的冲击强度和颗粒分布可知,当锤片式粉碎机的转子顺时针旋转时,右侧筛网的累积冲击大于左侧筛网,在安装孔径为 2 mm 和 3 mm 筛网时,右侧筛网上部累积冲击最大,冲击频率高,在安装 4 mm 筛网时,右侧筛网下部累积冲击最大,冲击频率高。研究结果表明,锤片式粉碎机顺时针旋转工作过程中,筛网上部和下部受到冲击较大,同时冲击频率比筛网中间部更高,筛网两端部分更容易发生破损,且右侧筛网破损概率高于左侧筛网。

2 粉碎玉米颗粒接触参数标定

2.1 试验材料

以购买于饲料厂玉米(先玉 335)作为试验材料,采用标准烘干法(GB/T 10362—2008)测定试验样本含水率为(13.54 ± 0.01)%。

采用自主设计的锤片式粉碎机(图 1)对玉米进行粉碎,制备粉碎玉米颗粒样本。锤片式粉碎机分别装配未破损和破损筛网,粉碎机顺时针旋转,依据上述研究筛网破损区域确定筛网破损位置,破损筛网的破损形状基本为圆形,如图 10 所示,灰色区域为筛网安装后受到遮挡的部分,黄色、绿色和蓝色区域分别为 Cube D、Cube E 和 Cube F。筛网孔径采用 2、3、4 mm,每种孔径筛网破损直径为 10、20、30、40 mm,破损筛网装配应用筛网易破区域研究结论。采用筛分法(ANSI S319.5)对样本粒度分布进行测定分析^[26]。

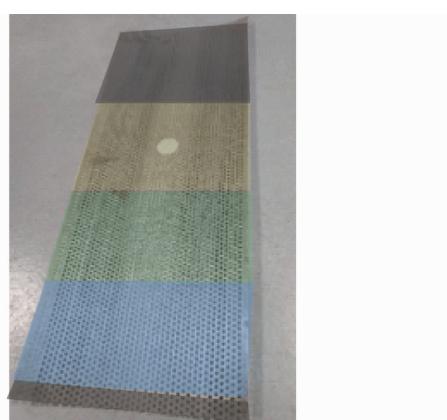


图 10 破损筛网示意图

Fig. 10 Schematic of broken screen

将筛分试验中各相同目数标准筛的筛上物质量求平均值,得到筛网未破损和筛网破损时各标准筛

筛上物的平均质量,如图 11 所示。

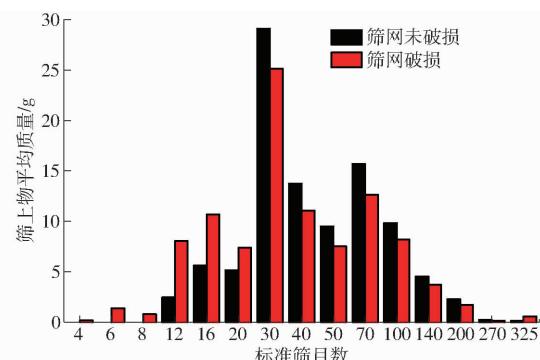


图 11 筛分法试验标准筛上物平均质量

Fig. 11 Histogram of average mass of residue on sieves of screening test

由图 11 可知,筛网发生破损后,4、6、8 目标准筛的筛上物虽然质量较小,但是从无到有,明显受筛网破损影响,因此将 3 种筛上物合并为 8 目标准筛的筛上物作为特征颗粒;12、16、20 目标准筛筛上物分别增加 227.76%、90.54%、43.19%,明显受筛网破损影响,因此将 12 目和 16 目标准筛的筛上物作为特征颗粒;直径小于 1 mm 的颗粒为粉体,因此筛分试验中直径小于等于 20 目(20 目标准筛筛孔直径为 0.85 mm)的筛上物均为粉体,但 20 目标准筛的筛上物在筛网破损后增加 43.19%,明显受到筛网破损的影响,同时 30 目标准筛的筛上物占样本总体质量分数较大,因此将 20 目和 30 目标准筛的筛上物合并为 30 目标准筛的筛上物作为特征颗粒,忽略筛分粒度小于 30 目(30 目标准筛筛孔直径为 0.60 mm)的粉体。

综上所述,确定粉碎玉米颗粒接触参数标定特征颗粒为 8、12、16、30 目标准筛的筛上物。取不同规格破损筛网粉碎玉米颗粒样本各一份混合,使用一套由 8、12、16、30 目标准筛及底筛组成的套筛筛分,按图 11 中的破损筛网样本的筛上物质量比例关系,即将 8、12、16、30 目筛上物按 5.07%、17.4%、23.12%、54.41% 的质量分数混合制成由 100 粒粉碎玉米颗粒组成的样本作为碰撞斜板法试验样本,采用同样的方法制作由 100 g 粉碎玉米颗粒组成的样本作为漏斗法试验样本。

2.2 碰撞斜板法试验

设计了一套碰撞恢复系数测定装置,用于标定粉碎玉米颗粒间和粉碎玉米颗粒与碳钢间的碰撞恢复系数^[23]。装置由支架、下落管、碰撞板、集料盘、栅板组成,如图 12 所示。碰撞板材质为碳钢,在进行粉碎玉米颗粒间的碰撞斜板法试验时,将试验样本随机粘贴到碰撞板上。

试验过程:将集料盘中的栅板间距调整一致,在



图 12 碰撞斜板法试验装置

Fig. 12 Collision ramp test device

1. 粉碎玉米颗粒碰撞板 2. 下落管 3. 碰撞板 4. 支架 5. 集料盘 6. 栅板

下落管上方逐粒自由释放 100 粒粉碎玉米颗粒样本, 粉碎玉米颗粒与碰撞板碰撞后落入接收盘的栅格中, 试验完成后, 统计各栅格中粉碎玉米颗粒数量, 重复试验 3 次。采用平均栅格数标定粉碎玉米颗粒碰撞恢复系数^[23]。

碰撞斜板法试验结果如表 2 所示。粉碎玉米颗粒间碰撞斜板法试验平均栅格数为 1.78, 粉碎玉米颗粒与碳钢间碰撞斜板法试验平均栅格数为 2.56。

表 2 碰撞斜板法试验平均栅格数结果

Tab. 2 Result of average number of boxes of collision ramp test

材料接触形式	试验次序	各栅格中粉碎玉米粒数						平均栅格数
		1	2	3	4	5	6	
颗粒-颗粒	1	37	52	9	2	0	0	1.76
	2	37	54	9	0	0	0	1.72
	3	32	52	15	1	0	0	1.85
颗粒-碳钢	1	0	54	37	7	2	0	2.57
	2	6	50	36	5	3	0	2.49
	3	1	45	49	2	2	1	2.62

2.3 漏斗法试验

使用堆积角标定粉碎玉米颗粒间摩擦因数, 采用漏斗法试验测量粉碎玉米颗粒堆积角。漏斗法试验装置如图 13 所示, 由支架、漏斗、挡板、堆积分板组成, 漏斗和堆积分板材料为碳钢。

为确定合理的漏斗法试验样本质量, 使用不同质量的粉碎玉米颗粒样本开展漏斗法试验预试验。试验结果表明, 当样本质量为 12.5 g 左右时开始形成完整稳定的堆积角, 据此本试验确定每份样本质量为 15 g。正式试验前, 使用挡板将漏斗出口封闭, 将 15 g 粉碎玉米颗粒均匀置入漏斗, 随后快速移开挡板, 粉碎玉米颗粒自漏斗中落下并在堆积分板上形成稳定的堆积角, 采集粉碎玉米颗粒的堆积角图像, 并使用视频软件提取得到漏斗法试验中粉碎玉米颗粒的落料时间。漏斗法试验重复 3 次, 记录每组试

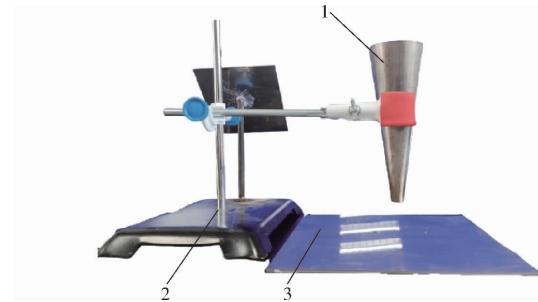


图 13 漏斗法试验装置

Fig. 13 Funnel method test device

1. 漏斗 2. 支架 3. 堆积分板

验所得的堆积角和落料时间, 并取平均值。漏斗法试验结果如表 3 所示。

表 3 漏斗法试验堆积角和落料时间结果

Tab. 3 Result of angle of repose and discharging duration of funnel test

试验次序	堆积角/(°)	落料时间/s
1	32.82	1.53
2	32.79	1.56
3	31.91	1.66
平均值	32.50	1.59

2.4 仿真模型构建

2.4.1 粉碎玉米颗粒模型

玉米籽粒经锤片式粉碎机粉碎后得到的粉碎玉米颗粒形状近似于多面体, 大部分颗粒长宽比为 2 左右, 典型粉碎玉米颗粒如图 14 所示。

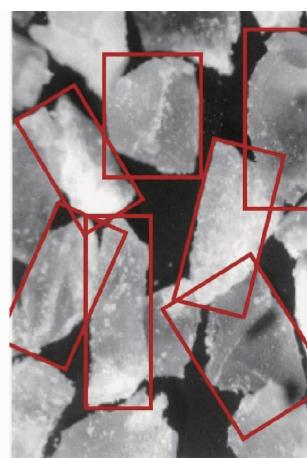


图 14 粉碎玉米颗粒显微图像

Fig. 14 Microscopic image of crushed maize particles

使用多面体颗粒模型表示粉碎玉米颗粒, 模型颗粒长宽比为 2, 如图 15 所示。

2.4.2 碰撞斜板法仿真模型

将碰撞恢复系数测定装置中的下落管用圆形 Inlet 代替, 分别定义碰撞板材质参数为粉碎玉米颗粒和碳钢材料参数, 定义集料盘和栅板材质为亚克力, 另外在粉碎玉米颗粒间的碰撞斜板法仿真试验



图 15 粉碎玉米颗粒模型

Fig. 15 Model of crushed maize particle

时,为贴近真实试验,设置碰撞板材质为粉碎玉米颗粒,并在碰撞板表面添加球形凸起。使用 Inlet 按 5.07%、17.4%、23.12%、54.41% 的质量分数分别生成 8、12、16、30 目筛上物颗粒共 100 粒粉碎玉米颗粒并释放。仿真模型如图 16 所示。

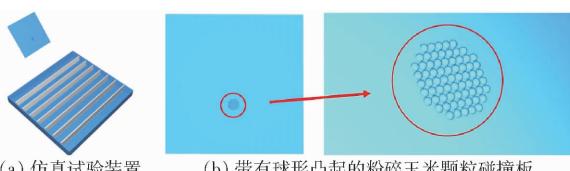


图 16 碰撞斜板法试验仿真模型

Fig. 16 Collision ramp test simulation model

2.4.3 漏斗法仿真模型

按质量分数 5.07%、17.4%、23.12%、54.41% 分别生成 8、12、16、30 目筛上物颗粒共 100 g, 筛上物颗粒尺寸均符合正态分布。在漏斗上方设置 Inlet 产生颗粒填入漏斗, 待颗粒静止后, 加入挡板移除运动, 随后颗粒下落至碳钢板上并开始堆积。仿真模型如图 17 所示。

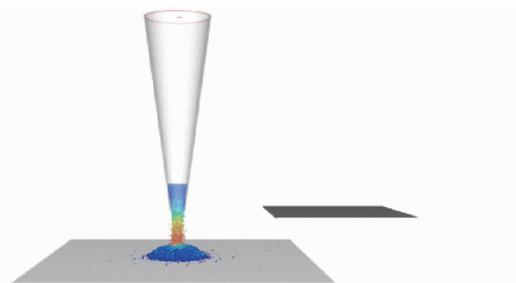


图 17 漏斗法仿真试验模型

Fig. 17 Simulation model of funnel test

参考预试验结果和 GEMM 数据库 (Generic EDEM material model database) 给出的参数范围, 设定仿真时接触参数取值范围如表 4 所示。

表 4 接触参数取值范围

Tab. 4 Range of contact parameters

编码	粉碎玉米颗粒间			粉碎玉米颗粒与碳钢间		
	碰撞恢 复系数	静摩擦 因数	动摩擦 因数	碰撞恢 复系数	静摩擦 因数	动摩擦 因数
	-1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2
1	0.7	0.9	0.9	0.7	0.9	0.9

2.5 参数标定仿真试验设计

2.5.1 碰撞斜板法仿真试验设计

设计单因素试验, 探究碰撞恢复系数与平均栅格数之间的关系, 拟合二者之间的回归方程。采用表 4 中的碰撞恢复系数取值范围进行仿真试验。将实际试验所得平均栅格数代入拟合的方程中, 求解出粉碎玉米颗粒间与粉碎玉米颗粒和碳钢间的碰撞恢复系数, 最后将求解出的碰撞恢复系数输入仿真模型加以验证。

2.5.2 漏斗法仿真试验设计

为寻找影响堆积角的显著因素, 使用 Design-Expert 软件设计二水平因子试验, 试验方案与结果如表 5 所示, 共 16 次仿真试验, 表 5 中 A、B、C、D、E 和 F 表示粉碎玉米颗粒间碰撞恢复系数、粉碎玉米颗粒间静摩擦因数、粉碎玉米颗粒间动摩擦因数、粉碎玉米颗粒与碳钢间碰撞恢复系数、粉碎玉米颗粒与碳钢间静摩擦因数和粉碎玉米颗粒与碳钢间动摩擦因数, 再根据中心复合试验 (Central composite design, CCD) 原理, 使用响应面分析法确定这些显著因素的取值, 不显著因素取平均值, 并回代至仿真模型中进行验证。

表 5 二水平因子仿真试验设计方案与结果

Tab. 5 Two-level factor simulation experiment design and results

试验 编号	因素						堆积角/落料 (°) 时间/s	
	A	B	C	D	E	F		
1	0.1	0.9	0.2	0.3	0.9	0.9	26.32	0.86
2	0.7	0.9	0.9	0.7	0.9	0.9	30.50	0.93
3	0.1	0.9	0.9	0.7	0.2	0.9	33.93	0.93
4	0.1	0.2	0.9	0.3	0.9	0.9	29.85	0.96
5	0.7	0.9	0.9	0.3	0.9	0.2	20.77	0.72
6	0.7	0.9	0.2	0.3	0.2	0.9	24.78	0.76
7	0.1	0.9	0.9	0.3	0.2	0.2	23.37	0.67
8	0.7	0.2	0.2	0.3	0.9	0.2	4.73	0.52
9	0.7	0.2	0.9	0.3	0.2	0.9	28.94	0.96
10	0.1	0.2	0.9	0.7	0.9	0.2	21.08	0.71
11	0.1	0.9	0.2	0.7	0.9	0.2	4.82	0.50
12	0.7	0.9	0.2	0.7	0.2	0.2	4.75	0.52
13	0.7	0.2	0.2	0.7	0.9	0.9	26.54	0.82
14	0.1	0.2	0.2	0.7	0.2	0.9	25.21	0.78
15	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	4.71	0.53
16	0.7	0.2	0.9	0.7	0.2	0.2	17.90	0.78

2.6 结果与分析

2.6.1 碰撞恢复系数标定

根据表 4 中的碰撞恢复系数范围取值, 开展碰撞斜板法仿真试验。仿真试验结果及拟合曲线如图 18 所示。

从图 18 可以看出, 平均栅格数与 A 的拟合方程修正决定系数 R_{adj}^2 为 0.98, 平均栅格数与 D 的拟合

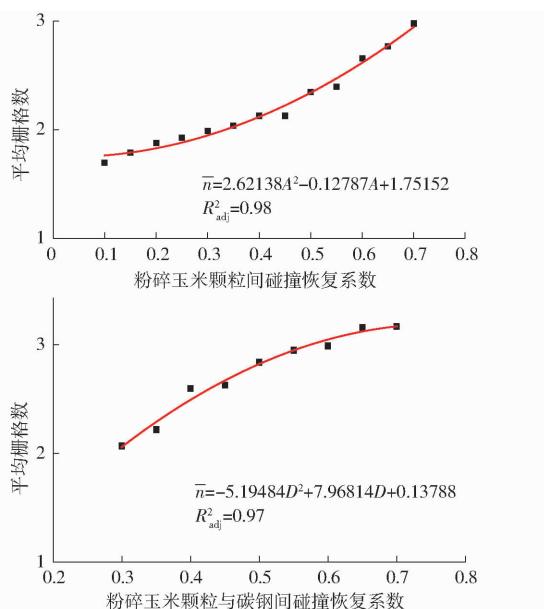


图 18 平均栅格数与粉碎玉米颗粒间及粉碎玉米颗粒与碳钢间碰撞恢复系数关系

Fig. 18 Relationship between average box number and collision of restitution of crushed maize particle and steel

方程 R^2_{adj} 为 0.97, 说明平均栅格数与碰撞恢复系数之间存在较好的相关性,且拟合方程具有较好的预测效果。

将表 2 中实际试验平均栅格数代入拟合方程,求得粉碎玉米颗粒间碰撞恢复系数为 0.14,粉碎玉米颗粒与碳钢间碰撞恢复系数为 0.44。将粉碎玉米颗粒间的碰撞恢复系数 0.14 和粉碎玉米颗粒与碳钢间碰撞恢复系数 0.44 输入碰撞斜板法仿真模型进行验证。粉碎玉米颗粒间平均栅格数和粉碎玉米颗粒与碳钢间平均栅格数分别为 1.77 和 2.61,最大相对误差分别为 0.56% 和 1.95%,表明标定的碰撞恢复系数可靠。

2.6.2 摩擦因数标定

(1) 堆积角影响参数筛选

粉碎玉米颗粒间和粉碎玉米颗粒与碳钢间的接触参数会影响漏斗法试验的堆积角和落料时间,为探究显著影响堆积角和落料时间的接触参数,使用 Design-Expert 设计二水平因子试验,试验设计与仿真结果如表 5 所示。对粉碎玉米颗粒接触参数进行方差分析,分析结果如表 6 所示。

由表 6 可知, C 和 F 极显著影响堆积角和落料时间 ($P < 0.01$), 其它接触参数对堆积角和落料时间的影响不显著,因此选取 C 和 F 进行后续分析。

(2) CCD 响应面分析

在离散元仿真过程中,不同的颗粒静摩擦因数和颗粒动摩擦因数的组合可能产生相同的堆积角数值^[27],本研究采用堆积角和落料时间共同对动摩擦

表 6 粉碎玉米颗粒接触参数显著性分析

Tab. 6 Significance analysis of contact parameters

参数	堆积角		落料时间			
	标准化 效应值	F	P	标准化 效应值	F	P
A	-1.30	5.800	0.5235	0.00875	0.390	0.6758
B	1.28	5.690	0.5274	-0.02100	2.310	0.3213
C	10.56	384.380	0.0004	0.17000	150.150	<0.0001
D	0.16	0.086	0.9376	-0.00125	0.008	0.9521
E	0.13	0.056	0.9494	0.01100	0.650	0.5920
F	15.49	827.330	<0.0001	0.26000	336.200	<0.0001

因数进行标定。以 C 和 F 为试验因素,使用 Design-Expert 设计 CCD 试验,试验设计及仿真结果如表 7 所示,试验中碰撞恢复系数取 2.6.1 节中标定的值,即 $A = 0.14$, $D = 0.44$, B 和 E 取中值,即 $B = 0.55$, $E = 0.55$ 。

表 7 CCD 试验设计与结果

Tab. 7 Design and results of CCD test

试验编号	因素		堆积角/(°)	落料时间/s
	C	F		
1	0.55	0.55	27.19	1.06
2	0.20	0.90	28.12	0.89
3	0.90	0.20	22.36	0.91
4	0.90	0.90	32.71	1.68
5	0.20	0.20	5.99	0.61
6	0.90	0.55	30.34	1.62
7	0.55	0.90	32.76	1.43
8	0.55	0.20	22.72	0.92
9	0.20	0.55	24.65	0.83

应用 CCD 试验的结果,使用 Design-Expert 中 Optimization 模块绘制粉碎玉米颗粒间和粉碎玉米与碳钢间的动摩擦因数组合影响堆积角和落料时间的等高线图,如图 19 所示。

由图 19 可知,动摩擦因数增大,堆积角和落料时间随之增大,但同一等高线上即不同的动摩擦因数组合可得到相同的堆积角或落料时间结果,采用单一堆积角或落料时间对动摩擦因数进行标定的方法可靠性不足,为提高标定的可靠性,以表 3 实际试验结果和表 4 中 C 和 F 的取值范围作为限制条件输入 Design-Expert 中 Optimization 模块下的 Criteria 进行求解,详细限制条件和求解结果如表 8 所示,求解所得的动摩擦因数均为唯一解。

将标定的动摩擦因数代入漏斗法仿真模型中,漏斗法实际试验和仿真试验获得的堆积角示意图如图 20 所示。

对比实际试验与仿真试验所得堆积角与落料时间结果,实际试验所得样本堆积角为 $32.5^\circ \pm 0.42^\circ$,

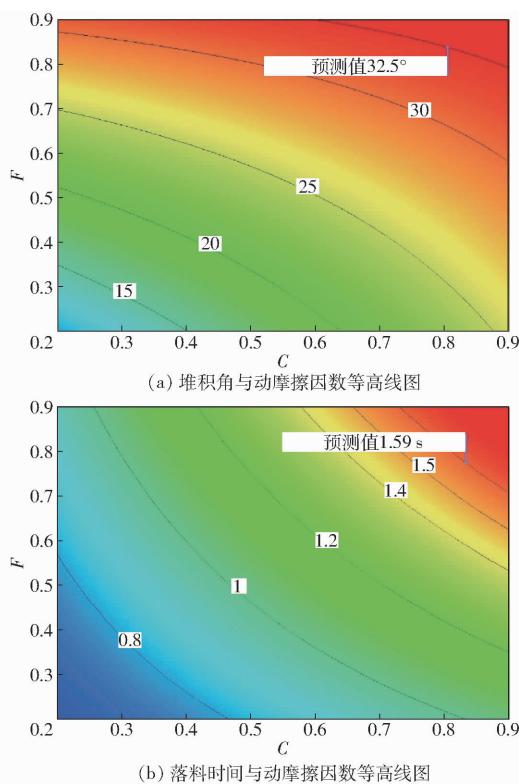


图 19 堆积角、落料时间与动摩擦因数等高线图

Fig. 19 Contour diagrams of discharging time and kinetic friction coefficient

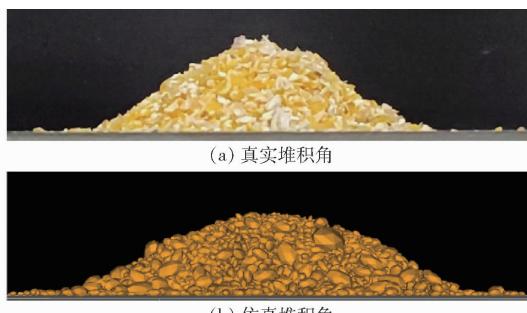


图 20 漏斗法实际试验和仿真试验结果示意图

Fig. 20 Schematics of actual test and simulation test results of funnel test

落料时间为 (1.59 ± 0.06) s, 仿真试验所得样本堆积角为 $31.51^\circ \pm 0.91^\circ$, 落料时间为 (1.53 ± 0.07) s, 仿真试验所得堆积角和落料时间与实际试验结果相对误差分别为 3.04% 和 3.56%。试验结果表明, 采用堆积角和落料时间联合标定动摩擦因数的方法准确可靠。

表 8 漏斗法试验标定摩擦因数结果

Tab. 8 Calibration results of friction coefficient

via funnel method test

参数	限制条件	求解结果
C	$0.2 \sim 0.9$	0.77
F	$0.2 \sim 0.9$	0.85
堆积角/(°)	32.50	-
落料时间/s	1.59	-
合意性指数	-	1

靠。因此, 标定得到的 C 和 F 分别为 0.77 和 0.85。

3 结论

(1) 以水滴型锤片式粉碎机为原型机, 建立了玉米颗粒粉碎仿真模型, 统计粉碎过程中筛网的冲击强度和冲击频率。当锤片式粉碎机的转子顺时针旋转时, 右侧筛网的累积冲击大于左侧筛网, 在安装孔径为 2 mm 和 3 mm 的筛网时, 右侧筛网上部累积冲击最大, 冲击频率高, 在安装孔径为 4 mm 的筛网时, 右侧筛网下部累积冲击最大, 冲击频率高。研究结果表明, 锤片式粉碎机顺时针旋转工作过程中, 筛网上部和下部受到冲击较大且冲击频率高, 筛网两端部分更容易发生破损, 且右侧筛网破损概率高于左侧筛网。

(2) 采用碰撞斜板法分别标定得到粉碎玉米颗粒间和粉碎玉米颗粒与碳钢间的碰撞恢复系数分别为 0.14 和 0.44, 并对仿真结果进行了验证, 真实试验和仿真验证试验测得的粉碎玉米颗粒间和粉碎玉米颗粒与碳钢间碰撞后的平均栅格数相对误差分别为 0.56% 和 1.95%, 仿真结果具有较高的精度和可靠性。

(3) 采用漏斗法标定了粉碎玉米颗粒接触参数。通过二水平因子试验确定了粉碎玉米颗粒间和粉碎玉米与碳钢间动摩擦因数为影响堆积角和落料时间的显著因素, 通过正交试验标定得到粉碎玉米颗粒间和粉碎玉米颗粒与碳钢间动摩擦因数分别为 0.77 和 0.85, 仿真验证试验测得的堆积角和落料时间与真实试验相对误差分别为 3.04% 和 3.56%, 验证了标定的动摩擦因数的可靠性。

参 考 文 献

- [1] LYU F, THOMAS M, HENDRIKS W H, et al. Size reduction in feed technology and methods for determining, expressing and predicting particle size: a review[J]. Animal Feed Science and Technology, 2020, 261: 114347.
- [2] 倪从金. 饲料工艺中粉碎工段的优化设计[D]. 无锡:江南大学,2009.
- [3] COTABARREN I, FERNÁNDEZ M P, DI BATTISTA A, et al. Modeling of maize breakage in hammer mills of different scales through a population balance approach[J]. Powder Technology, 2020, 375: 433–444.
- [4] THOMAS M, HENDRIKS W H, VAN DER POEL A F B. Size distribution analysis of wheat, maize and soybeans and energy efficiency using different methods for coarse grinding[J]. Animal Feed Science and Technology, 2018, 240: 11–21.

- [5] AL-RABADI G J. Influence of hammer mill screen size on processing parameters and starch enrichment in milled sorghum [J]. Cereal Research Communications, 2013, 41(3): 493–499.
- [6] SUDHA L, DILLIBABU R, SRINIVAS S S, et al. Optimization of process parameters in feed manufacturing using artificial neural network [J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2016, 120: 1–6.
- [7] 陈娟. 锤片式饲料粉碎机的使用与安全技术[J]. 青海农技推广, 2013(1): 62–64.
- [8] 王与, 王顺喜. 饲料粉碎机发展现状分析[J]. 粮食与饲料工业, 2007(10): 29–32.
- [9] 吴慧子. 饲料生产在线自动取样与原料种类识别方法[D]. 武汉:华中农业大学, 2017.
- WU Huizi. Automatic sampling of feed production and identification of raw material species [D]. Wuhan: Huazhong Agricultural University, 2017. (in Chinese)
- [10] 曹丽英, 史兴华, 汪建新, 等. 锤片式饲料粉碎机分离装置设计与试验[J]. 农业机械学报, 2016, 47(11): 128–133.
- CAO Liying, SHI Xinghua, WANG Jianxin, et al. Design and experiment of separation device of hammer feed mill [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(11): 128–133. (in Chinese)
- [11] 刘飞, 王伟, 张涛, 等. 锤片式揉碎机气流场数值模拟与试验[J]. 农业机械学报, 2018, 49(增刊): 227–232.
- LIU Fei, WANG Wei, ZHANG Tao, et al. Air flow field numerical simulation and test of hammer rubbing machine [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(Supp.): 227–232. (in Chinese)
- [12] 钱义, 王迪, 张珏, 等. 粉碎机异形筛片气流场数值模拟及试验研究[J]. 中国农业大学学报, 2020, 25(3): 79–87.
- QIAN Yi, WANG Di, ZHANG Jue, et al. Numerical simulation and experimental research on the gas flow field of special-shaped sieve sheet of crusher [J]. Journal of China Agricultural University, 2020, 25(3): 79–87. (in Chinese)
- [13] COETZEE C J. Review: calibration of the discrete element method [J]. Powder Technology, 2017, 310: 104–142.
- [14] 金楠, 孔丹丹, 王红英, 等. 主要能量饲料粉碎特性的差异性分析[J]. 饲料工业, 2018, 39(5): 8–12.
- JIN Nan, KONG Dandan, WANG Hongying, et al. Analysis of the difference of grinding characteristics among main energy feed [J]. Feed Industry, 2018, 39(5): 8–12. (in Chinese)
- [15] FU J, XUE Z, CHEN Z, et al. Experimental study on specific grinding energy and particle size distribution of maize grain, stover and cob [J]. International Journal of Agricultural and Biological Engineering, 2020, 13(4): 135–142.
- [16] GONZÁLEZ-MONTELLANO C, FUENTES J M, AYUGA-TÉLLEZ E, et al. Determination of the mechanical properties of maize grains and olives required for use in DEM simulations [J]. Journal of Food Engineering, 2012, 111(4): 553–562.
- [17] HAN D D, XU Y, HUANG Y X, et al. DEM parameters calibration and verification for coated maize particles [J]. Computational Particle Mechanics, 2023, 10(6): 1931–1941.
- [18] LI H, ZENG R, NIU Z, et al. A calibration method for contact parameters of maize kernels based on the discrete element method [J]. Agriculture, 2022, 12(5): 664.
- [19] 张荣芳, 周纪磊, 刘虎, 等. 玉米颗粒粘结模型离散元仿真参数标定方法研究[J]. 农业机械学报, 2022, 53(增刊1): 69–77.
- ZHANG Rongfang, ZHOU Jilei, LIU Hu, et al. Determination of interspecific contact parameters of corn and simulation calibration of discrete element [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(Supp. 1): 69–77. (in Chinese)
- [20] 刘瑞, 李衍军, 刘忠军, 等. 包衣玉米种子离散元参数分析与标定[J]. 农业机械学报, 2021, 52(增刊): 1–8, 18.
- LIU Rui, LI Yanjun, LIU Zhongjun, et al. Analysis and calibration of discrete element parameters of coated maize seed [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(Supp.): 1–8, 18. (in Chinese)
- [21] 周龙. 基于离散元法的玉米种子建模及播种过程的仿真分析与试验研究[D]. 长春:吉林大学, 2021.
- ZHOU Long. DEM-based modelling of maize seeds and the simulation analysis and experimental study of the seed-sowing [D]. Changchun: Jilin University, 2021. (in Chinese)
- [22] 李洪成, 曾荣, 牛智有, 等. 玉米籽粒冲击破碎中的 Ab-T10 破碎模型参数标定[J]. 农业机械学报, 2022, 53(12): 437–444.
- LI Hongcheng, ZENG Rong, NIU Zhiyou, et al. Calibration of Ab-T10 breakage model parameters based on maize kernels impact experiments [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(12): 437–444. (in Chinese)
- [23] CHEN Z, WASSGREN C, VEIKLE E, et al. Determination of material and interaction properties of maize and wheat kernels for DEM simulation [J]. Biosystems Engineering, 2020, 195: 208–226.
- [24] 李洪成. 锤片式粉碎机工作性能影响机理与优化研究[D]. 武汉:华中农业大学, 2023.
- LI Hongcheng. Study on influence mechanism and optimization of the hammer mill grinding performance [D]. Wuhan: Huazhong Agricultural University, 2023. (in Chinese)
- [25] 韩丹丹. 内充气吹式玉米精量排种器仿真优化与试验研究[D]. 北京:中国农业大学, 2018.
- HAN Dandan. Optimization simulation and experimental research of inside-filling air-blowing maize precision seed-metering device [D]. Beijing: China Agricultural University, 2018. (in Chinese)
- [26] ASAE. S319.5—2023 Method of determining and expressing fineness of feed materials by sieving [S]. St. Joseph: ASABE, 2023.
- [27] WENSRICHT C M, KATTERFELD A. Rolling friction as a technique for modelling particle shape in DEM [J]. Powder Technology, 2012, 217: 409–417.