

基于 Jacobian + RBF 的 3-PTT 并联机构末端精确控制方法

陈明方¹ 黄良恩¹ 魏松坡² 郑仕高¹ 陈中平¹

(1. 昆明理工大学机电工程学院, 昆明 650500;

2. 河南平原光电有限公司工程信息部, 焦作 454150)

摘要: 为降低并联机构机械误差测量和补偿的难度, 实现机构末端的精确控制, 本文提出一种基于 Jacobian 和 RBF 神经网络相结合的末端误差补偿方法。以一种 3-PTT 并联机构为研究对象, 分析机构正、逆运动学, 验证数学模型的正确性。根据运动学模型解算 Jacobian, 分析机构约束奇异和运动奇异。为验证机构末端误差补偿方法的有效性, 设置两种实验条件, 分别为是否有丝杠的回程误差补偿和末端受不同负载, 并通过激光跟踪仪测定末端位置。实验结果表明, 使用本文的误差补偿方法后, 机构末端轴向(x 轴)、径向(y 轴)位置误差均降低 90% 以上, 竖直方向(z 轴)位置误差均降低 80% 以上, 证明了本文方法的有效性。

关键词: 3-PTT 并联机构; 末端控制; 运动学; 误差补偿; RBF 神经网络

中图分类号: TP242.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-1298(2023)02-0430-11

OSID:



End Precise Control Method of 3-PTT Parallel Mechanism

CHEN Mingfang¹ HUANG Liang'en¹ WEI Songpo² ZHENG Shigao¹ CHEN Zhongping¹

(1. Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China

2. Department of Engineering Information, Henan Pingyuan Photoelectric Co., Ltd., Jiaozuo 454150, China)

Abstract: Parallel mechanism has the advantages of high bearing capacity, high precision and high stiffness, and is widely used in all walks of life in the industrial field. In order to reduce the difficulty of measuring and compensating the mechanical errors of parallel mechanisms and realize the accurate control of the end of the mechanism, a method of end error compensation was proposed based on the combination of Jacobian and RBF neural networks. Taking a 3-PTT parallel mechanism as the research object, the forward and inverse kinematics of the mechanism were analyzed using geometric method, and the correctness of the mathematical model was verified by Matlab/GUI. Jacobian was solved according to kinematics model, and constraint singularity and motion singularity of mechanism are analyzed. In order to verify the effectiveness of the mechanism end error compensation method, two experimental conditions were set up, namely, whether there was a return error compensation of the lead screw and whether the end was subjected to different loads, and the end position was measured by the laser tracker. By training the compensation model through the collected data, the error compensation is completed. The experimental results show that the axial (x -axis) and radial (y -axis) position errors of the end of the mechanism are reduced by more than 90%, and the vertical (z -axis) position errors are reduced by more than 80% after using the error compensation method. In this paper, the error compensation effect is good, the precision of the end of the mechanism is obviously improved, and the proposed method is effective.

Key words: 3-PTT parallel mechanism; end control; kinematics; error compensation; RBF neural network

收稿日期: 2022-11-05 修回日期: 2022-12-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(51965029、51865020)、国家重点研发计划项目(2018YFB1306103)和云南省重大专项(202002AC080001)

作者简介: 陈明方(1975—),男,教授,博士,主要从事机器人控制算法、智能控制理论及其应用研究,E-mail: mfchen_robot@126.com

通信作者: 魏松坡(1977—),男,高级工程师,主要从事机器人技术和先进制造技术研究,E-mail:18539192121@139.com

0 引言

并联机构的末端运动精度影响其应用范围^[1],为提高运动精度,国内外学者提出了多种策略^[2-5]。张俊等^[6]提出了以几何误差源最优区间制定并联机构关键零部件精度等级及配合公差的设计方法。于今等^[7]通过参数辨识的方法修正正向运动学,显著提高了机构的位置精度。李国江等^[8]通过多种群协同进化算法补偿了并联机构的位置误差。董慧芬等^[9]基于 RBF 设计控制器,控制了并联机构末端位置。刘毅等^[10]提出了一种轮式并联调姿机器人的冗余控制策略,保障了调姿精度。覃志奎^[11]提出了一种由机构末端修正位姿修正各关节变量的机构误差补偿的方法。余跃庆等^[12]通过改进标准的 PSO 算法,补偿了机构的末端位姿。谢平等^[13]利用粒子群算法修正机构的期望轨迹,并基于自适应迭代学习控制算法补偿了机构动态误差。高鹏宇^[14]提出基于种群粒子群算法的静态误差补偿和基于 RBF 网络的动态误差补偿,提高了打捞机器人的控制精度。侯雨雷等^[15]基于模糊神经网络建立机构的综合误差预估模型,提高机构的运动精度。JIAN 等^[16]利用激光跟踪仪测量机构末端执行器,完成了 5 自由度串联机构的标定。赵磊等^[17]通过全局数值寻优获取机器人的误差补偿数据,完成了标定和补偿。杨强等^[18]考虑机构的形位误差、转动副间隙建立了机构的误差模型。MANSOUR 等^[19]通过测量关节变量向量和参考位置差,完成了并联机构的标定。张宪民等^[20]分析关节间隙对重复定位误差分布的影响,通过标定的方法提高了机构定位精度。孟庆梅等^[21]提出了一种基于模糊神经网络的误差参数识别模型和误差补偿方法。

并联机构机械误差获取较为繁琐和困难,补偿模型复杂且模型精度不高。另外随着机构使用年限增加,机构误差也会发生不同程度的扩大,补偿方法不能满足要求。为避免上述问题,本文提出一种基于 Jacobian 和 RBF 神经网络相结合的机构误差补偿策略,并通过实测数据进行验证。

1 并联机构分析

图 1a 为 3 - PTT 并联机构的模型,结构简图如图 1b 所示,点 o 、 o_1 分别为静平台、动平台中心。机构滑块通过滚珠丝杠驱动,从而形成移动幅 P 。3 个连杆对称布置,在静平台上投影夹角为 120° 。连杆两端通过虎克铰 T 分别连接动平台与滑块,构成 PTT 支链,3 条支链完全相同。并联机构相关参数

如表 1 所示。

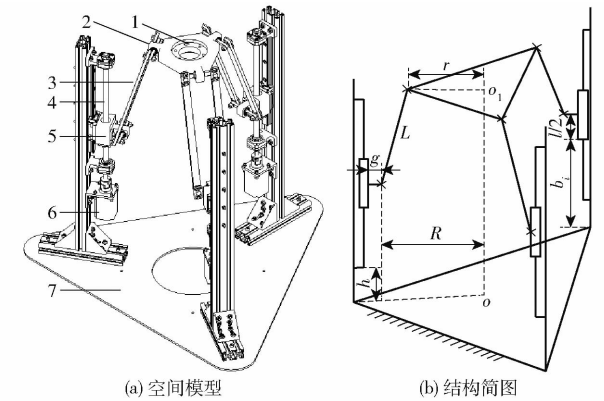


图 1 3 - PTT 并联机构

Fig. 1 3 - PTT parallel mechanism

1. 动平台 2. 虎克铰 3. 连杆 4. 滚珠丝杠 5. 滑块 6. 伺服电机 7. 静平台

表 1 并联机构参数

Tab. 1 Parameters of parallel mechanism mm			
参数	数值	参数	数值
滑块上虎克铰的中心与静平台的中心距 R	200	静平台至丝杠下端面的距离 h	335
虎克铰、丝杠中心距 g	50	丝杠导程 d	5
连杆长度 L	350	滑块长 l	72
动平台外接圆半径 r	100	动平台厚度 h_r	30
		静平台厚度 h_R	5

1.1 逆运动学分析

图 2 为机构运动学模型,为求解机构逆运动学,分别以点 o 、 o_1 为原点建立静、动坐标系。 P_1A_1 位于静坐标系 x 轴正上方且平行于 x 轴。

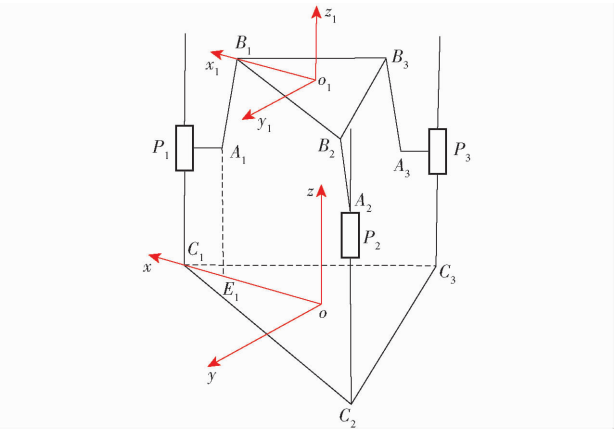


图 2 并联机构运动学模型

Fig. 2 Kinematics model of parallel mechanism

设末端中心点 o_1 在静坐标系中的坐标为 $o_1 = (X, Y, Z)$ 。根据图 2,表示静坐标系中 $A_i (i = 1, 2, 3)$ 的坐标,在 $\triangle oo_1B_i (i = 1, 2, 3)$ 中,通过封闭三角形矢量法,表示静坐标系中点 $B_i (i = 1, 2, 3)$ 的坐标,即可得到机构各连杆向量 $l_{A_iB_i} (i = 1, 2, 3)$ 。机构动平台位置约束条件和连杆矢量满足的等量关系可表示为

$$\begin{cases} Z > b_i \\ L^2 = |l_{A_iB_i}|^2 \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1)$$

如图 1b 所示,记滑块位置为 $b_i(i = 1, 2, 3)$ 。将表 1 中的参数代入式(1)并化简,可得机构逆运动学方程为

$$\begin{cases} b_1 = Z - \sqrt{L^2 - (X + r - R)^2 - Y^2} \\ b_2 = Z - \sqrt{L^2 - \left[X + \frac{1}{2}(R - r)\right]^2 - \left[Y - \frac{\sqrt{3}}{2}(R - r)\right]^2} \\ b_3 = Z - \sqrt{L^2 - \left[X + \frac{1}{2}(R - r)\right]^2 - \left[Y + \frac{\sqrt{3}}{2}(R - r)\right]^2} \end{cases} \quad (2)$$

式(2)简记为 $b_i = f(R, r, L, X, Y, Z) (i = 1, 2, 3)$ 。

1.2 正运动学分析

运动学正解是根据滑块位置,求解末端点 o_1 位置的过程,是逆运动学的反过程。根据式(2)反解出机构运动学正解,并以隐方程表示为

$$\begin{cases} X = f(R, r, Z, b_1, b_2, b_3) \\ Y = f(R, r, Z, b_2, b_3) \\ Z = f(R, r, L, b_1, b_2, b_3) \end{cases} \quad (3)$$

根据正逆解方程,设计 Matlab/GUI 界面。任意给定 5 组末端位置,分别进行正逆解计算,其算例详见表 2。由表 2 可知,本文的正逆运动学模型正确。

表 2 运动学正逆解算例

Tab.2 Example of forward and inverse kinematics solution						mm		
末端给定值			运动学逆解			运动学正解		
X	Y	Z	b ₁	b ₂	b ₃	X	Y	Z
0	0	685.00	349.59	349.59	349.59	0	0	685.00
10.00	20.00	702.00	364.36	363.68	374.07	10.00	20.00	702.00
15.00	-10.00	740.00	400.63	409.94	404.73	15.00	-10.00	740.00
-20.00	13.00	764.00	435.47	423.14	429.82	-20.00	13.00	764.00
25.00	22.00	800.00	458.84	464.29	475.84	25.00	22.00	800.00

2 末端误差补偿策略

由于机构几何误差、运动副误差、制造误差等分析及补偿方法复杂,且误差项难以完全获得,运动学标定不适用于无法修改运动学参数的场景^[22]。由于机构的 Jacobian 能够表征机构末端与滑块位置间的误差关系,因此本文提出一种基于 Jacobian 和 RBF 神经网络的末端精确控制方法。通过对滑块位置误差的控制,补偿末端误差,以提高末端的位置精度。

2.1 Jacobian 分析

Jacobian 是描述机构输入、输出端的速度映射矩阵,在本机构中为表示滑块速度、末端速度间的映射矩阵。对式(2)进行时间微分,整理后得

$$J = \begin{bmatrix} l_{A_1B_1} & l_{A_2B_2} & l_{A_3B_3} \\ Z - b_1 & Z - b_2 & Z - b_3 \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

2.2 奇异性分析

当 Jacobian 行列式为零时,机构将存在奇异性,因此取式(4)的行列式为

$$\det(J) = \frac{\sqrt{3}(R - r)(k_1 + k_2)}{(Z - b_1)(Z - b_2)(Z - b_3)} \quad (5)$$

其中

$$k_1 = \frac{(R - r - X - \sqrt{3}Y)(2Z - b_3 - b_2)}{2}$$
$$k_2 = \left(X + \frac{R - r}{4}\right)(Z - b_1)$$

行列式为零的情况分为 4 种:当 $R = r$ 时,机构存在约束奇异,由于 $r < R$,因此此种约束奇异不存在;当 $Z = b_i(i = 1, 2, 3)$ 时,动平台与滑块等高,根据 R, r, L 的具体数值,此类约束奇异也不存在;当 $k_1 + k_2 = 0$,而 $\det(J)$ 的其余项不为零时,可得

$$\frac{(R - r - X - \sqrt{3}Y)(2Z - b_3 - b_2)}{2} = -\left(X + \frac{R - r}{4}\right)(Z - b_1) \quad (6)$$

整理得

$$\frac{b_2 + b_3 - 2b_1}{2}X - \frac{\sqrt{3}(2Z - b_2 - b_3)}{2}Y + \frac{(R - r)[5Z - b_1 - 2(b_2 + b_3)]}{4} = 0 \quad (7)$$

当 k_1, k_2 均为零而 $\det(J)$ 的其余项不为零时,可得

$$\begin{cases} X + \frac{R - r}{4} = 0 \\ R - r - X - \sqrt{3}Y = 0 \end{cases} \quad (8)$$

整理得

$$5X + \sqrt{3}Y = 0 \quad (9)$$

因此,当机构末端的运动不满足式(7)或式(9)时,机构将不存在运动奇异。

根据奇异性分析,机构的 Jacobian 可以表征滑块、末端的位置误差关系。设机构末端和滑块的位置误差矢量分别为 $\Delta p, \Delta b$,则机构末端误差与滑块

误差的关系为

$$\Delta \mathbf{b} = \mathbf{J} \Delta \mathbf{p} \quad (10)$$

2.3 基于 Jacobian 和 RBF 网络的补偿策略

由于机械误差的客观存在,导致机构实际运动学不等于理论运动学。因此,对于给定同一末端位置时,滑块实际位置与理论位置并不相等。

当以滑块理论位置 $H_m(\mathbf{b})$ 驱动机构实体,其末端将完成实际运动 $P_m(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p})$,其中 $P_m(\mathbf{p})$ 为末端理论位置。为使机构末端到达理论位置 $P_m(\mathbf{p})$,则修正的滑块位置应为 $H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b})$ 。由 $\Delta \mathbf{b}$ 与 $\Delta \mathbf{p}$ 满足式(10),为得出符合实际机构的运动学模型,首先,根据式(10),通过 $\Delta \mathbf{p}$ 与 $P_m(\mathbf{p})$ 获得机构末端修正位置 $P_m(\mathbf{p} - \Delta \mathbf{p})$ 。进而 $P_m(\mathbf{p} - \Delta \mathbf{p})$ 通过理论逆解获得滑块修正位置 $H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b})$,具体为

$$H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b}) = f(R, r, L, P_m(\mathbf{p} - \Delta \mathbf{p})) \quad (11)$$

其次,由于 $H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b}) = H_m(\mathbf{b}) - \Delta \mathbf{b}$,因此 $H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b})$ 满足

$$H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b}) = f(R, r, L, P_m(\mathbf{p})) - \mathbf{J} \Delta \mathbf{p} \quad (12)$$

根据式(12)可知,当等式右边为末端理论位置 $P_m(\mathbf{p})$ 时,等式左边为修正滑块位置 $H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b})$,即式(12)为 $P_m(\mathbf{p})$ 到 $H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b})$ 的映射方程。因此,根据实测值将式(12)中的 $\mathbf{J}$ 变为实际值,对应的末端理论位置 $P_m(\mathbf{p})$ 变为 $P_m(\mathbf{p}_a)$,以此得到机构实际逆解为

$$H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b}) = f(R, r, L, P_m(\mathbf{p}_a)) - \mathbf{J}_a \Delta \mathbf{p} \quad (13)$$

式中 $\mathbf{J}_a$ ——实际 Jacobian 矩阵

$P_m(\mathbf{p}_a)$ ——补偿后末端位置

由末端理论位置得到末端修正位置的过程和末端修正位置得到补偿后末端位置的过程互为逆过程,具体过程如图3所示。因此,由式(11)可获得 $H_m(\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b})$,将式(13)写入控制器,得到机构补偿后末端位置,补偿后末端位置与理论位置相等或两者的误差满足机构精度要求。

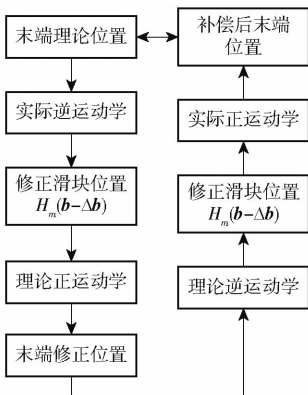


图3 末端误差补偿策略

Fig.3 Terminal error compensation strategy

的神经网络为径向基神经网络,也称为 RBF 神经网络^[23]。RBF 神经网络能逼近任意非线性函数,且无局部最优。本文搭建 RBF 神经网络,以 $P_m(\mathbf{p})$ 和 $P_m(\mathbf{p} - \Delta \mathbf{p})$ 作为网络的输入和输出进行训练,使得网络具有由 $P_m(\mathbf{p})$ 映射到 $P_m(\mathbf{p} - \Delta \mathbf{p})$ 的能力,给定 $P_m(\mathbf{p})$ 后,通过 RBF 网络便获得 $P_m(\mathbf{p} - \Delta \mathbf{p})$ 。基于 Jacobian 和 RBF 网络的末端精确控制模型如图4所示。

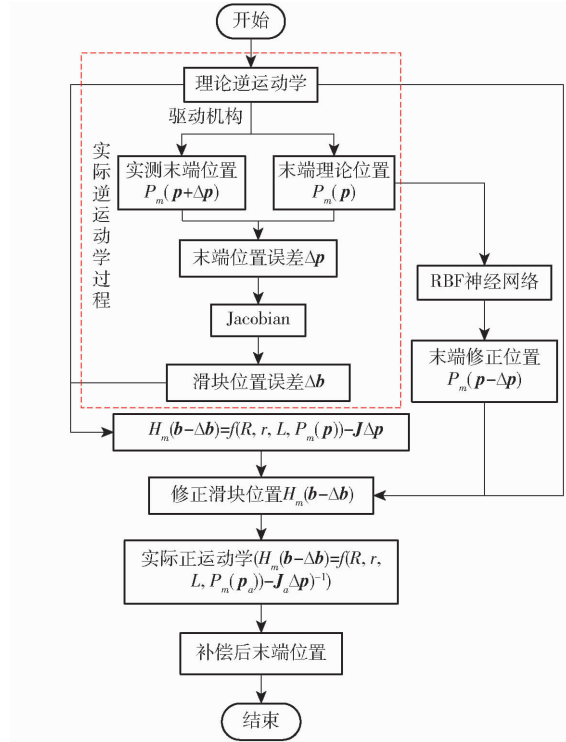


图4 末端误差补偿模型

Fig.4 Terminal error compensation model

2.4 RBF 神经网络建立

根据末端精确控制模型搭建机构末端理论位置 $(P_m(\mathbf{p}) = (X_t, Y_t, Z_t))$ 到机构末端修正位置 $(P_m(\mathbf{p} - \Delta \mathbf{p}) = (X_r, Y_r, Z_r))$ 映射的 RBF 神经网络,网络结构如图5所示。网络输入层 $m = 3$ 、输出层 $n = 3$,隐含层为 q_1 。

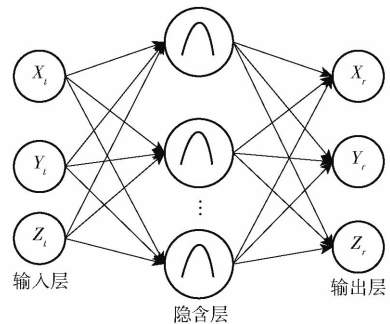


图5 RBF神经网络结构

Fig.5 RBF neural network structure

由径向基函数(Radial basis function, RBF)设计

隐含层选高斯函数作为激活函数,为

$$\boldsymbol{v} = \mathrm{e}^{-\frac{\|\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{g}_1\|^2}{2\epsilon^2}}$$

其中 $\boldsymbol{x}_1 = (X_t, Y_t, Z_t)$
式中 $\boldsymbol{x}_1$ ——输入样本 $\boldsymbol{g}_1$ ——中心向量
 ϵ ——带宽向量
因此第 d_1 个输入层到隐含层映射为

$$v_{d_1} = \mathrm{e}^{-\frac{\|\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{g}_{1d_1}\|^2}{2\epsilon_{d_1}^2}} \quad (d_1 = 1, 2, \cdots, q_1)$$

隐含层与输出层连接权值 $w_{d_1n_1}$ 计算式为

$$w_{d_1n_1}(n_1 + 1) = w_{d_1n_1}(n_1) + \frac{\eta(y_{in_1} - y_{n_1})v_{d_1}}{\boldsymbol{v}^T \boldsymbol{v}}$$

式中 η ——学习速率,取 0 ~ 1
 y_{in_1} ——第 n_1 个输出层期望值
 y_{n_1} ——第 n_1 个输出层实际值
第 n_1 个输出层实际值 y_{n_1} 计算式为

$$y_{n_1} = \left(\sum_{d_1=1}^{q_1} (w_{d_1n_1} v_{d_1}) \right) - \theta_{n_1} \quad (n_1 = 1, 2, \cdots, n)$$

式中 θ_{n_1} ——隐含层阈值

首先通过无监督学习的方式确定中心向量和带宽向量,当中心向量确定后通过有监督学习的方式进行训练确定权值向量,进一步根据式(17)即可确定网络输出。其中,径向基函数的扩展速度 S_p 对训练结果的影响较大,过大时虽拟合平滑,但较多神经元会被隐藏,过小会导致网络性能不佳。

3 实验验证

为获得验证本文补偿方法的数据集,给定末端中心的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{X} = r_1 \cos \alpha \\ \dot{Y} = r_1 \sin \alpha \\ Z = C \\ \alpha = \frac{\pi}{90}(t - 1) \end{cases} \quad (18)$$

式中 r_1, C ——常数
 α ——末端运动轨迹弧度
 t ——末端位置点,初值为 1

末端位置测量实验共计 5 组,实验条件如表 3 所示,各组实验数据采集过程如图 6 所示。

表 3 实验条件
Tab.3 Experimental condition

实验序号	组别	回程误差	末端负载/kg	变量类型
1	1	未补偿	0	回程误差
	2	已补偿	0	
	3	已补偿	3.5	
2	4	已补偿	7.0	负载
	5	已补偿	10.0	

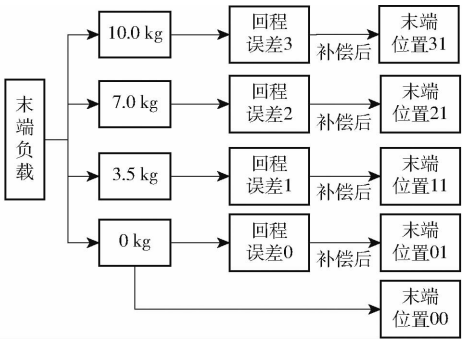


图 6 数据采集过程
Fig.6 Data acquisition process

3.1 回程误差补偿前后末端位置测定

3.1.1 回程误差测量及补偿

对比实验 1 以丝杠回程误差是否补偿为单一变量。因此,首先需测量丝杠回程误差并完成补偿,再通过激光跟踪仪测定回程误差补偿前后机构的末端位置。回程误差通过光栅尺(量程 300 mm,精度 1 μm)、阿尔泰 USB2010 型数据采集卡等完成测量,如图 7 所示,采集数据见表 4。

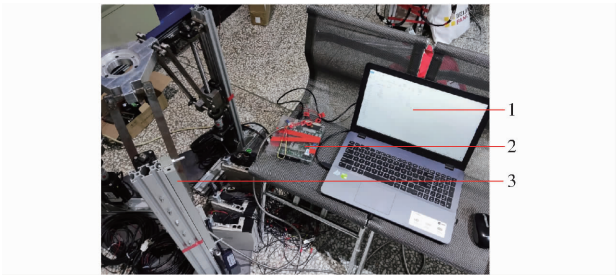


图 7 回程误差测量

Fig.7 Return error measurement

1. 上位机 2. USB2010 型采集卡 3. 光栅尺

表 4 上位机数据

Tab.4 Upper computer data

支链	次数	S_1	S_2	S_3
支链 0	1	909 913	1 447	908 549
	2	909 952	1 418	908 435
	3	898 433	1 467	897 086
支链 1	1	907 644	1 519	906 617
	2	907 789	1 602	906 333
	3	908 174	1 719	906 513
支链 2	1	897 516	1 527	896 332
	2	899 141	1 450	897 475
	3	898 870	1 539	897 320

各支链上丝杠回程误差 e_j 计算式为

$$e_j = \frac{1}{3} \sum_{q=1}^3 e_{jq} \quad (j=0, 1, 2) \quad (19)$$

其中

$$e_{j1} = \frac{S_1 - S_3}{S_1} ud \quad e_{j2} = \frac{S_2}{S_1} ud$$

$$e_{jq} = \frac{e_{j1} + e_{j2}}{2}$$

式中 e_{j1}, e_{j2} ——回程误差 e_{jq} ——均值
 S_1 ——丝杠正转时数据长度
 S_2 ——滑块反向过程数据长度
 S_3 ——丝杠反转时数据长度
 u ——电机正转圈数,取 10

由式(19)求得末端受不同负载时,各支链上丝杠回程误差 e_j 见表 5。

表 5 丝杠回程误差

Tab.5 Return error of lead screw mm

负载/kg	支链 0	支链 1	支链 2
0	0.079	0.083	0.083
3.5	0.090	0.090	0.091
7.0	0.102	0.089	0.093
10.0	0.095	0.096	0.087

通过软件补偿方法在滑块反向运动时给定补偿量,完成回程误差补偿。将回程误差补偿前、后末端第 k 次位置,分别记为 F_{1k} 和 F_{2k} ($k=1,2,\cdots,7$),滑块位置分别记为 E_{1k} 和 E_{2k} ($k=1,2,\cdots,7$)。回程误差补偿前、后以滑块移动固定行程时的重复定位精度验证补偿效果,衡量指标为单位行程下的重复定位误差,分别记为 σ_1 和 σ_2 。具体求解过程如图 8 所示。

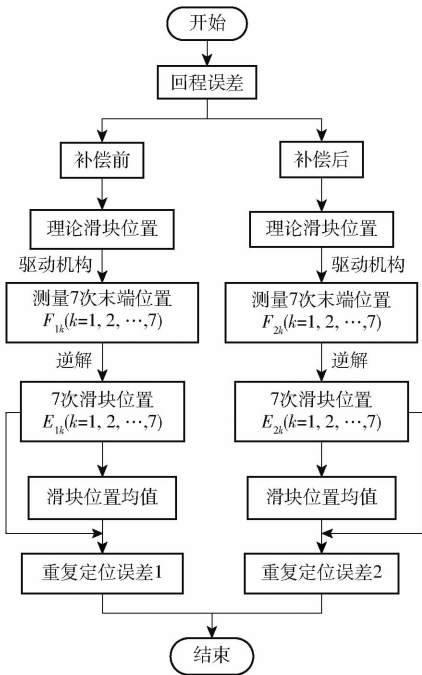


图 8 重复定位误差求解流程图

Fig.8 Solution of repeated positioning error

根据重复定位误差求解单位行程下重复定位误差,计算式为

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sum_{k=1}^7 \frac{E_{1k} - \bar{E}_1}{K}}{7} \\ \sigma_2 &= \frac{\sum_{k=1}^7 \frac{E_{2k} - \bar{E}_2}{K}}{7} \end{aligned} \right. \quad (20)$$

式中 $\bar{E}_1$ ——补偿前滑块位置均值
 $\bar{E}_2$ ——补偿后滑块位置均值
 K ——滑块行程

求解结果见表 6。由表 6 可知,回程误差补偿后滑块的重复定位精度更高。

表 6 单位行程重复定位误差

Tab.6 Repeated positioning error per unit stroke

支链/滑块	σ_1	σ_2
支链 0/滑块	-0.095	-0.091
支链 1/滑块	-0.823	-0.675
支链 2/滑块	0.210	0.171

3.1.2 数据测量

数据测量方案如图 9 所示。R-20 Radian 型激光跟踪仪具有自动跟踪锁定靶球的功能,将激光跟踪仪放置在并联机构周边的合适位置并连接上位机(PC 机)软件 TrackerClib,获取靶球的位置坐标。首先,驱动机构至零位,并将激光跟踪仪的靶球固连在机构末端的中心。其次,在控制系统中分别写入回程误差补偿前和补偿后的机构末端控制程序,通过伺服电机控制机构运动至预定位置。最后,利用激光跟踪仪连续记录靶球的位置坐标,在 TrackerClib 中获得靶球在激光跟踪仪坐标系下的位置坐标,即机构末端中心在激光跟踪仪坐标系中的坐标。根据激光跟踪仪坐标系与机构静坐标系的变换矩阵,获得机构末端中心在静坐标系中的坐标数据,坐标数据分布如图 10 所示。

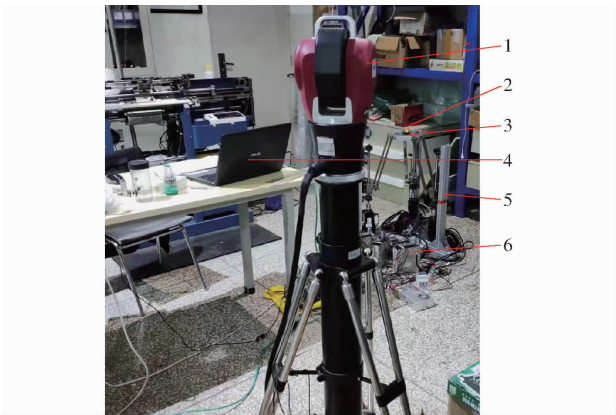


图 9 末端位置测量

Fig.9 End position measurement

1. 激光跟踪仪 2. 靶球 3. 负载 0 kg 4. 上位机 5. 并联机构
6. 伺服驱动器

3.2 末端受不同负载时位置测定

对比实验 2 是以末端受不同负载为单一控制变量,即组别 3~5。图 11 为组别 3~5 的末端位置测定实验方案,为降低偶然误差的影响,实验重复进行 7 次测量,并以均值代替实测值。

根据激光跟踪仪坐标系与机构静坐标系间的变

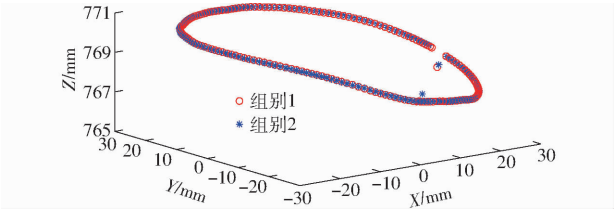


图 10 测量数据均值分布

Fig. 10 Mean distribution of measured data

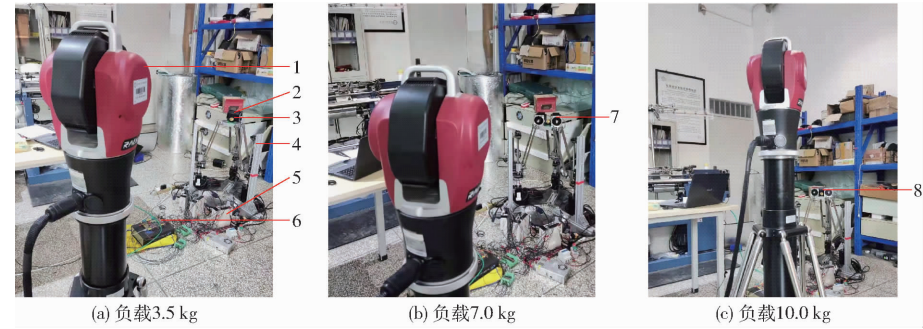


图 11 不同负载时末端位置测定

Fig. 11 End position coordinate measurement under different loads

1. 激光跟踪仪 2. 负载(3.5 kg) 3. 靶球 4. 并联机构 5. 伺服驱动器 6. STM32 7. 负载(7.0 kg) 8. 负载(10.0 kg)

表 7 激光跟踪仪测量值

位置点序号		坐标	Tab. 7 Measured value of laser tracker							mm
			第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次	第 6 次	第 7 次	
1	X		26. 553	26. 087	26. 046	26. 176	26. 084	25. 972	26. 050	
	Y		- 3. 308	- 4. 811	- 4. 989	- 4. 145	- 4. 805	- 5. 091	- 4. 945	
	Z		768. 351	768. 343	768. 332	768. 345	768. 330	768. 314	768. 339	
45	X		- 0. 982	- 1. 285	- 1. 351	- 1. 342	- 1. 526	- 1. 477	- 1. 450	
	Y		25. 673	25. 021	24. 985	25. 056	24. 994	24. 990	24. 991	
	Z		770. 309	770. 344	770. 345	770. 338	770. 346	770. 346	770. 345	
90	X		- 21. 841	- 22. 652	- 22. 893	- 22. 711	- 22. 804	- 22. 850	- 22. 840	
	Y		1. 638	- 1. 068	- 0. 390	- 0. 747	- 0. 585	- 0. 559	- 0. 537	
	Z		770. 046	769. 852	769. 889	769. 868	769. 877	769. 884	769. 882	
135	X		6. 345	6. 315	5. 943	5. 976	5. 058	5. 715	5. 791	
	Y		- 31. 628	- 32. 035	- 32. 055	- 32. 047	- 32. 077	- 32. 088	- 32. 090	
	Z		767. 053	766. 994	767. 001	766. 997	767. 026	767. 005	766. 998	

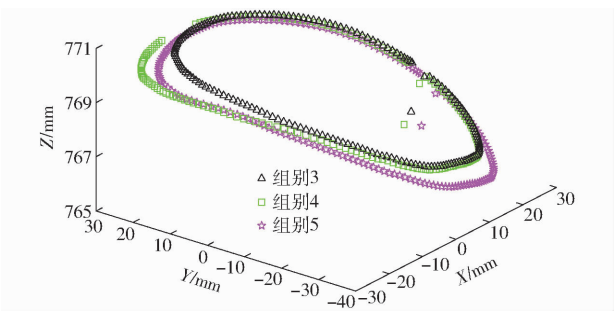


图 12 测量数据均值分布

Fig. 12 Mean distribution of measured data

3.3 结果分析

根据实测数据获得末端修正位置,并搭建 RBF 神经网络,设定网络均方误差为零。以末端理论位置、修正位置分别作为网络输入、输出进行训练,训

换矩阵,获得机构末端在静坐标系中的坐标。表 7 为组别 3 中部分末端位置点的坐标值,测量结果的均值分布情况如图 12 所示。根据实测坐标与理论坐标即可获得末端轴向(x 轴)、径向(y 轴)的位置差。为避免由于机构尺寸(l 、 h_r 、 h_R 等)导致竖直方向(z 轴)的位置差不准,机构竖直方向的位置差由各测量位置点与初始位置点获得。

练完成后,实验 1~5 网络径向基函数的扩展速度 S_p 为 3. 8、3. 4、3. 4、3. 6、3. 5。

随机选取 160 组数据作 RBF 网络的训练集,其余 20 组作测试集。RBF 网络的 MSE 曲线如图 13 所示,由图 13 可知,当训练达 20 次后,RBF 网络便有了较好的逼近效果。

各组实验中的计算修正位置与训练所得修正位置之间的偏差如图 14 所示。由图 14 可知,将 RBF 训练的修正位置 $P_m(p-\Delta p)$ 替代计算修正位置,输出精度满足要求。

由 RBF 神经网络训练的修正位置与理论逆运动学反解出滑块的修正曲线如图 15 所示。

将滑块的修正位置代入实际逆解式(13),得到

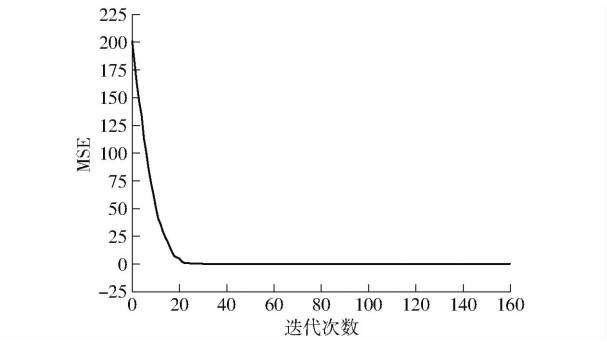


图 13 MSE 变化曲线

Fig. 13 MSE variation curve

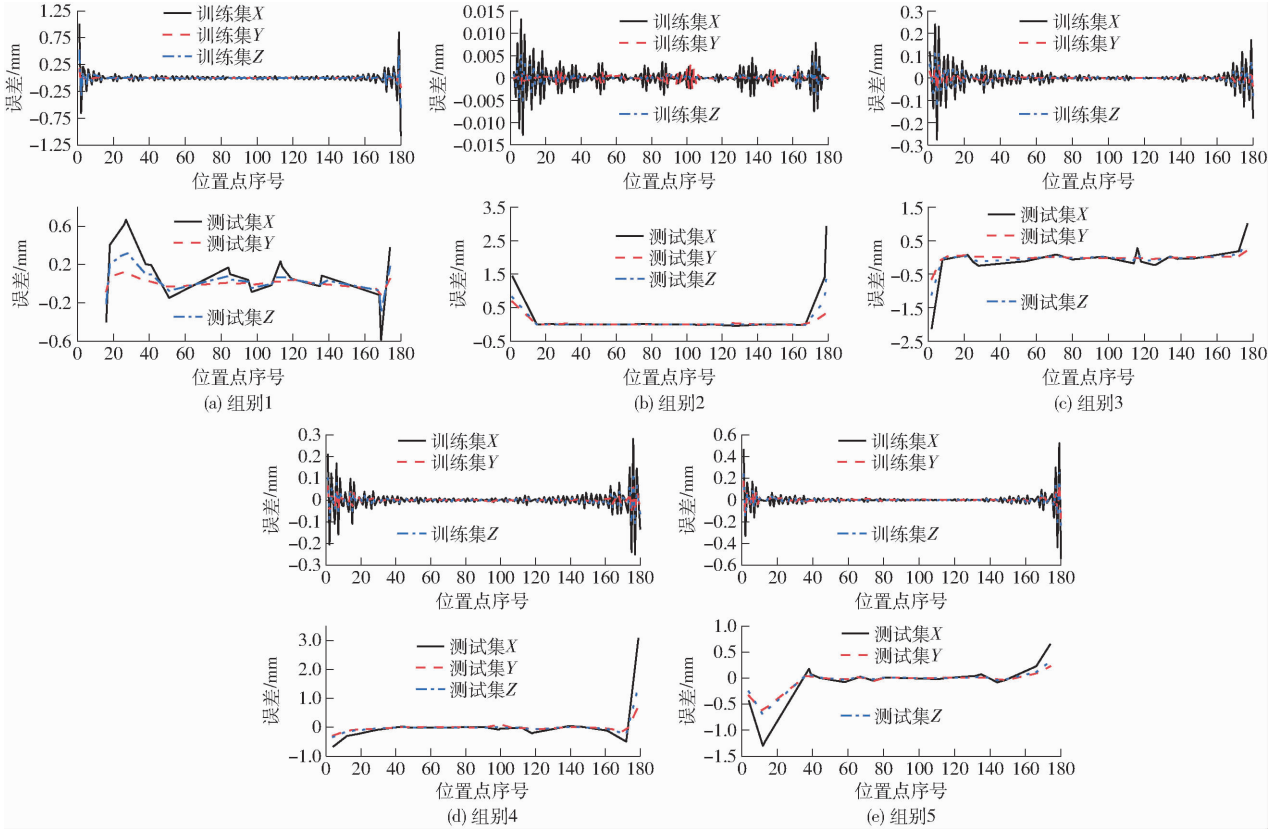


图 14 各组实验 RBF 网络训练效果

Fig. 14 RBF network training effect of each group experiment

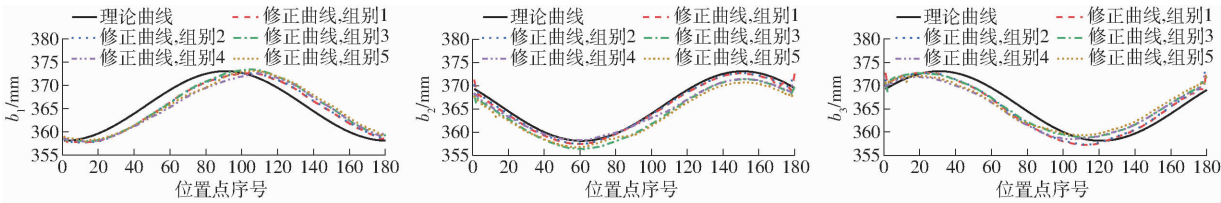


图 15 滑块修正位置曲线

Fig. 15 Slider correction position curves

式中 A_b 、 A_a ——误差补偿前、后平均误差
 e_{1t} 、 e_{2t} ——误差补偿前、补偿后末端位置误差
 P_g ——末端误差补偿百分比

末端误差补偿百分比如图 17 所示。由图 17 可知,本文提出的末端误差补偿算法,具有较好的补偿效果。各组实验中末端轴向(x 轴)、径向(y

机构补偿后的末端位置。表 8 为误差补偿前、后部分末端位置点的误差。补偿后末端位置误差与未补偿时的末端位置误差分布如图 16 所示,由图 16 可知,误差补偿后的末端位置精度明显提高。

以误差补偿百分比评价末端误差的补偿效果,其计算式为

$$P_g = \left(1 - \left| \frac{A_a}{A_b} \right| \right) \times 100\% \tag{21}$$

其中

$$A_b = \frac{\sum_{t=1}^{180} e_{1t}}{180} \quad A_a = \frac{\sum_{t=1}^{180} e_{2t}}{180}$$

轴)的位置误差均降低 90% 以上、竖直方向(z 轴)的位置误差均降低 80% 以上。图 18 为补偿后末端运动曲线,与理论曲线吻合度较高。各组实验结果均证明了本文补偿方法的有效性,本文得到的滑块修正位置可用以控制机构末端的运动,提高了末端位置精度。

表 8 补偿前后末端误差对比

Tab.8 Comparison of terminal error before and after compensation

组别	位置点序号	X 坐标误差/mm		Y 坐标误差/mm		Z 坐标误差/mm	
		补偿前	补偿后	补偿前	补偿后	补偿前	补偿后
1	10	-1.524	-0.011	-3.509	-0.000	0.430	0.016
	50	-3.062	0.006	2.279	-0.006	1.607	0.015
	100	2.074	-0.014	3.493	-0.007	1.071	0.021
	150	4.368	0.074	-2.960	-0.009	-1.300	0.067
2	10	-1.677	0.001	-2.731	-0.001	0.412	0.013
	50	-3.399	0.022	2.280	-0.005	1.531	0.023
	100	2.060	-0.010	3.287	-0.010	0.977	0.021
	150	4.360	0.015	-3.025	-0.003	-1.379	0.041
3	10	0.035	-0.136	-5.181	-0.024	0.576	-0.028
	50	-2.162	0.045	0.170	0.008	2.053	0.021
	100	4.266	-0.006	-3.380	0.011	1.005	0.046
	150	6.351	0.019	-7.473	-0.001	-1.804	0.143
4	10	0.132	-0.031	-3.609	-0.002	0.582	0.005
	50	-3.873	0.016	5.528	-0.022	1.739	0.058
	100	0.766	-0.044	0.936	0.095	1.110	0.016
	150	6.173	0.007	-7.369	-0.001	-1.822	0.132
5	10	1.434	0.0160	-5.721	0.035	0.643	0.064
	50	-1.913	-0.004	2.439	-0.022	2.120	0.003
	100	3.472	-0.022	-4.642	0.019	1.100	0.045
	150	7.469	-0.002	-10.172	-0.016	-2.134	0.221

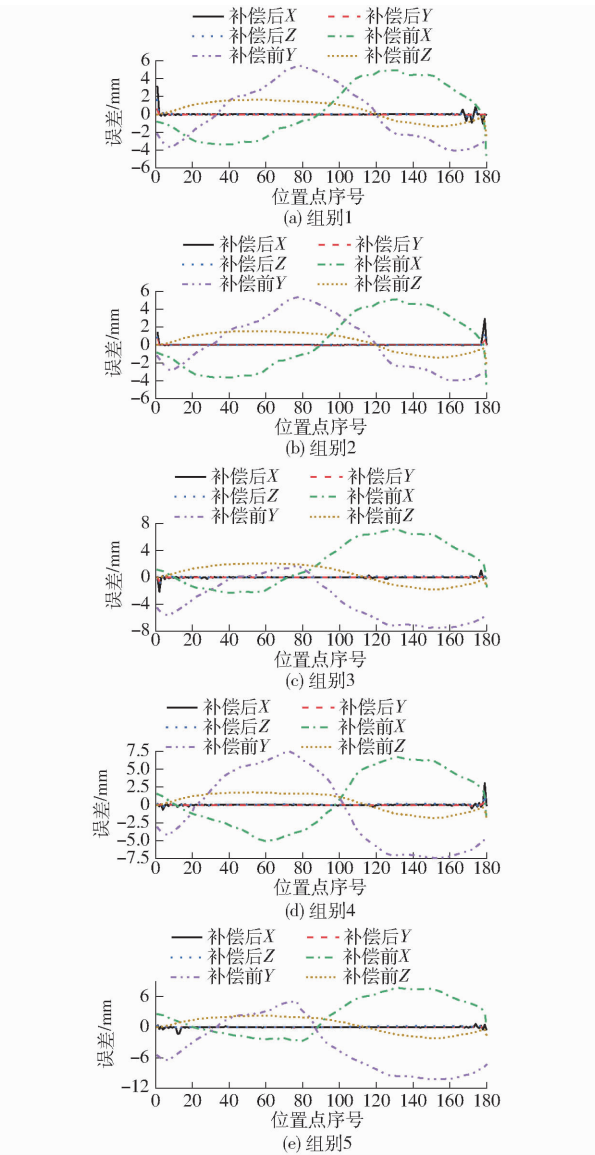


图 16 误差曲线

Fig. 16 Error curves

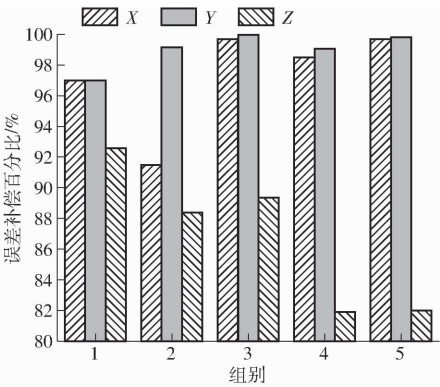


图 17 误差补偿百分比

Fig. 17 Error compensation percentage

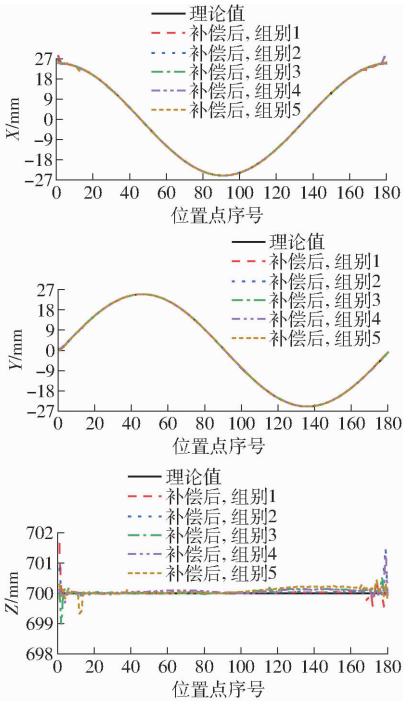


图 18 补偿后末端曲线

Fig. 18 End curves after compensation

4 结论

(1) 完成了一种 3 - PTT 并联机器人的运动学分析。

(2) 建立了机构的 Jacobian, 并分析了 Jacobian 的约束奇异和运动奇异。分析表明机构不存在约束奇异, 当机构的运动不满足式 (7) 或式 (9) 时, 无运动奇异。

(3) 提出了一种基于 Jacobian 和 RBF 网络的末端精确控制策略。分别通过 RBF 获取的末端修正位置和 Jacobian 获得滑块的修正位置, 得到了一种可模拟机构实际运动的运动学模型。

(4) 设置了两种对比实验。验证了本文控制方法的有效性。补偿结果表明, 各组实验中末端轴向 (x 轴) 和径向 (y 轴) 的位置误差均降低 90% 以上, 竖直方向 (z 轴) 的位置误差均降低 80% 以上。

参 考 文 献

- [1] 程刚, 葛世荣. 3-RPS 对称并联式机械腿误差模型及分析[J]. 中国矿业大学学报, 2009, 38(1): 50-55.
CHENG Gang, GE Shirong. Error model and analysis of 3-RPS symmetrical parallel robot leg with three degree-of-freedom [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2009, 38(1): 50-55. (in Chinese)
- [2] 张俊, 蒋舒佳, 池长城. 2UPR&2RPS 型冗余驱动并联机器人的运动学标定[J]. 机械工程学报, 2021, 57(15): 62-70.
ZHANG Jun, JIANG Shujia, CHI Changcheng. Kinematic calibration of a 2UPR&2RPS redundantly actuated parallel robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(15): 62-70. (in Chinese)
- [3] TIAN W, MOU M, YANG J, et al. Kinematic calibration of a 5-DOF hybrid kinematic machine tool by considering the ill posed identification problem using regularization method[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2019, 60(12): 49-62.
- [4] ZHAO D, DOG C, GUO H, et al. Kinematic calibration based on the multi collinearity diagnosis of a 6-DOF polishing hybrid robot using a laser tracker[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2018(6): 1-13.
- [5] SIAMAK P, MOHAMMAD R C Q, HAMID A, et al. Mathematical modelling of linear motion error for Hexarot parallel manipulators[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(8): 942-954.
- [6] 张俊, 池长城, 蒋舒佳. 2UPR-RPS 型并联机构精度设计[J]. 农业机械学报, 2021, 52(7): 411-420.
ZHANG Jun, CHI Changcheng, JIANG Shujia. Accuracy design of 2UPR-RPS parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(7): 411-420. (in Chinese)
- [7] 于今, 余伟, 吴超宇, 等. 直线驱动型并联机器人误差模型与灵敏度分析[J]. 农业机械学报, 2017, 48(7): 383-390.
YU Jin, YU Wei, WU Chaoyu, et al. Error modeling and sensitivity analysis of linear driven parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(7): 383-390. (in Chinese)
- [8] 李国江, 张飞, 李露, 等. 基于多种群协同进化算法的绳索牵引并联机器人末端位置误差补偿[J]. 机器人, 2021, 43(1): 81-89.
LI Guojiang, ZHANG Fei, LI Lu, et al. Error compensation of end-effector position for the cable-driven parallel robot based on multi-group co-evolutionary algorithm[J]. Robot, 2021, 43(1): 81-89. (in Chinese)
- [9] 董慧芬, 高爽笑, 宋金海. 基于径向基神经网络的 Delta 机器人位置精度补偿[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(31): 12883-12889.
DONG Huifeng, GAO Shuangxiao, SONG Jinhai. Position accuracy compensation of Delta robot based on RBF neural network composites[J]. Science Technology and Engineering, 2020, 20(31): 12883-12889. (in Chinese)
- [10] 刘毅, 丰宗强, 刘洋, 等. 轮式并联调姿机器人冗余控制策略研究[J]. 农业机械学报, 2022, 53(10): 423-435.
LIU Yi, FENG Zongqiang, LIU Yang, et al. Investigation on wheeled parallel pose-tuning robot redundant control strategy [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(10): 423-435. (in Chinese)
- [11] 覃志奎. 6 自由度机器人位姿误差建模与补偿方法研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2018.
QIN Zhikui. Research on pose error modeling and its compensation for 6-DOF robot[D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2018. (in Chinese)
- [12] 余跃庆, 田浩. 运动副间隙引起的并联机器人误差及其补偿[J]. 光学精密工程, 2015, 23(5): 1331-1339.
YU Yueqing, TIAN Hao. Error and compensation of parallel robot with joint clearances [J]. Optical and Precision Engineering, 2015, 23(5): 1331-1339. (in Chinese)
- [13] 谢平, 杜义浩, 田培涛, 等. 一种并联机器人误差综合补偿方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(9): 43-49.
XIE Ping, DU Yihao, TIAN Peitao, et al. A parallel robot error comprehensive compensation method [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(9): 43-49. (in Chinese)
- [14] 高鹏宇. 打捞机器人误差补偿方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.
GAO Pengyu. Research on error compensation method of salvage robot[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020. (in Chinese)
- [15] 侯雨雷, 张国兴, 张继永, 等. 3PSS/S 并联机构运动误差预估与补偿[J]. 燕山大学学报, 2020, 44(1): 11-17.
HOU Yulei, ZHANG Guoxing, ZHANG Jiyong, et al. Prediction and compensation of motion error of 3PSS/S type parallel mechanism[J]. Journal of Yanshan University, 2020, 44(1): 11-17. (in Chinese)
- [16] JIAN Yin, YU Gao. Pose accuracy calibration of a serial five DOF robot[J]. Energy Procedia, 2012, 14: 977-982.
- [17] 赵磊, 闫照方, 栾倩倩, 等. 大空间运动 3-RR-RU 并联机器人运动学标定与误差分析[J]. 农业机械学报, 2021, 52(11): 411-420.
ZHAO Lei, YAN Zhaofang, LUAN Qianqian, et al. Kinematics calibration and error analysis of 3-RR-RU parallel robot with large overall motion[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(11): 411-420. (in Chinese)
- [18] 杨强, 孙志礼, 闫明, 等. 一种新型并联机构位姿误差建模及灵敏度分析[J]. 中国机械工程, 2008, 19(14): 1649-1653.
YANG Qiang, SUN Zhili, YAN Ming, et al. Error modeling and sensitivity analysis of a novel parallel mechanism[J]. China

Mechanical Engineering, 2008, 19(14): 1649 – 1653. (in Chinese)

[19] MANSOUR A, HODJAT P, ARIA A, et al. Experimental kinematic calibration of parallel manipulators using a relative position error measurement system[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2010, 26(6): 799 – 804.

[20] 张宪民, 刘晗. 3 – RRR 并联机器人含间隙的运动学标定及误差补偿[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2014, 42(7): 97 – 103.

ZHANG Xianmin, LIU Han. A clearance approach of kinematic calibration and error compensation for 3 – RRR parallel robot [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2014, 42(7): 97 – 103. (in Chinese)

[21] 孟庆梅, 李佳宇, 李菊, 等. 半对称三平移 Delta – CU 并联机构运动误差分析与标定[J]. 农业机械学报, 2021, 52(1): 393 – 400.

MENG Qingmei, LI Jiayu, LI Ju, et al. Error modeling analysis and calibration of semi-symmetrical three-translation Delta – CU parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(1): 393 – 400. (in Chinese)

[22] 熊杰. 六关节机器人误差补偿技术研究是实现[D]. 沈阳: 中国科学院研究生院, 2015.

XIONG Jie. Research and implementation of error compensation technology on six-joint robot [D]. Shenyang: Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2015. (in Chinese)

[23] 李国勇, 杨丽娟. 神经·模糊·预测控制及其 MATLAB 实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2018.

~~~~~

(上接第 429 页)

[17] 李研彪, 郑航, 孙鹏, 等. 考虑关节摩擦的 5 – PSS/UPU 并联机构动力学建模及耦合特性分析[J]. 机械工程学报, 2019, 55(3): 43 – 52.

LI Yanbiao, ZHENG Hang, SUN Peng, et al. Dynamic modeling with joint friction and research on the inertia coupling property of a 5 – PSS/UPU parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(3): 43 – 52. (in Chinese)

[18] CHENG G, SHAN X. Dynamic analysis of a parallel hip joint simulator with four degree of freedoms (3R1T) [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 70(4): 2475 – 2486.

[19] ZHAO J, WANG S. Dynamic analysis of the walking process of parallel foot-wheeled robot based on kane method [C] // 2016 4th International Conference on Sensors, Mechatronics and Automation (ICSMA 2016), 2016: 506 – 511.

[20] KALANI H, REZAEI A, AKBARZADEH A. Improved general solution for the dynamic modeling of Gough-Stewart platform based on principle of virtual work [J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 83(4): 2393 – 2418.

[21] 尤晶晶, 李成刚, 吴洪涛. 并联式六维加速度传感器的哈密顿动力学研究[J]. 机械工程学报, 2012, 48(15): 9 – 17.

YOU Jingjing, LI Chenggang, WU Hongtao. Research on hamiltonian dynamics of parallel type six-axis accelerometer [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(15): 9 – 17. (in Chinese)

[22] 仇鑫, 尤晶晶, 王林康, 等. Stewart 衍生型并联机器人的运动雅可比矩阵推导[J]. 机械设计与研究, 2020, 36(6): 79 – 84.

[23] ZHANG X, ZHANG X, CHEN Z. Dynamic analysis of a 3 – RRR parallel mechanism with multiple clearance joints [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 78: 105 – 115.

[24] 黄凯伟, 沈惠平, 李菊, 等. 一种具有符号式位置正解的部分运动解耦空间 2T1R 并联机构拓扑设计与动力学建模[J]. 中国机械工程, 2022, 33(2): 160 – 169.

HUANG Kaiwei, SHEN Huiping, LI Ju, et al. Topological design and dynamics modeling of a spatial 2T1R parallel mechanism with partially motion decoupling and symbolic forward kinematics [J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(2): 160 – 169. (in Chinese)

[25] 杨廷力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012.

[26] SHEN H, TANG Y, WU G, et al. Design and analysis of a class of two-limb non-parasitic 2T1R parallel mechanism with decoupled motion and symbolic forward position solution-influence of optimal arrangement of limbs onto the kinematics, dynamics and stiffness [J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 172: 104815.

[27] 沈惠平, 李菊, 汤耀. 一特征链—约束链大转角零耦合度两平移—转动操作手: CN113319819A [P]. 2021 – 08 – 31.