

# 考虑输出刚度不确定性的柔顺机构拓扑优化设计

占金青<sup>1</sup> 李翼丰<sup>1</sup> 朱本亮<sup>2</sup> 刘敏<sup>1</sup>

(1. 华东交通大学载运工具与装备教育部重点实验室, 南昌 330013;

2. 华南理工大学广东省精密装备与制造技术重点实验室, 广州 510641)

**摘要:**为了降低机构性能对输出刚度不确定因素的敏感程度,提出一种考虑输出刚度不确定性的柔顺机构拓扑优化设计方法。采用区间模型描述输出刚度的不确定性,利用多项式混沌展开式(Polynomial chaos expansion, PCE)和Smolyak稀疏网格积分法计算随机响应统计矩,以机构输出位移的期望值最大化和标准差最小化为目标函数,以机构结构体积为约束,建立考虑输出刚度不确定性的柔顺机构稳健性拓扑优化模型,采用移动渐近线优化算法更新设计变量。夹持器和咬合机构数值算例验证提出设计方法的有效性,与确定性拓扑优化结果比较,稳健性拓扑优化设计获得的柔顺机构构型有所不同,机构的输出位移标准差减小,有效地降低机构对输出刚度不确定性的敏感程度。随着加权系数增大,获得的柔顺机构输出位移标准差和期望值减小。随着不确定输出刚度幅值增大,获得的柔顺机构输出位移标准差增大,并且输出位移期望值有所减小。

**关键词:**柔顺机构; 输出刚度不确定性; 拓扑优化; 多项式混沌展开式

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2023)01-0412-07

OSID:



## Topological Design of Compliant Mechanisms Considering Uncertainties of Output Stiffness

ZHAN Jinqing<sup>1</sup> LI Yifeng<sup>1</sup> ZHU Benliang<sup>2</sup> LIU Min<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Conveyance and Equipment of Ministry of Education, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China

2. Guangdong Provincial Key Laboratory of Precision Equipment and Manufacturing Technique,  
South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

**Abstract:** To reduce the sensitivity of the performance to the uncertainties of the output stiffness, a method for topology optimization of compliant mechanisms considering uncertainties of the output stiffness was proposed. The interval model was employed to describe uncertainties of the output stiffness. The polynomial chaos expansion and Smolyak sparse grid method were applied to calculate the statistical moments of the structural responses. Maximization of the expected value of the output displacement and minimization of the standard deviation of that were developed as the objective function, and the structure volume was used as the constraint. The model for robust topology optimization of compliant mechanisms considering uncertainties of the output stiffness was established. The design variables were updated by the method of moving asymptotes. Numerical examples such as compliant gripper and crunching mechanism were presented to demonstrate the validity of the proposed method. Compared with the results of deterministic topology optimization, the optimal configurations of compliant mechanisms obtained by robust topology optimization were different, and the standard deviation of the output displacement was decreased. Thus, the sensitivity of the mechanical performance to the uncertainties of the output stiffness can be reduced effectively. As the weighting coefficient was increased, the expected value and standard deviation of the output displacement of the mechanism were decreased. As the amplitude was increased, the standard deviation of the output displacement was increased, and the expected value of the output displacement was decreased.

**Key words:** compliant mechanisms; uncertainties of output stiffness; topology optimization; polynomial chaos expansion

收稿日期: 2022-09-18 修回日期: 2022-11-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(52065019、52165002、51665011)、江西省自然科学基金项目(2020BAB204015、2020ACBL214013)和江西省研究生创新专项资金项目(YC2021-S463)

作者简介: 占金青(1979—),男,教授,博士,主要从事柔顺机构优化设计研究,E-mail: zhan\_jq@126.com

通信作者: 刘敏(1990—),男,副教授,博士,主要从事柔性铰链优化设计研究,E-mail: lmin2016@foxmail.com

## 0 引言

柔顺机构具有一体化加工、无噪声、无需润滑和高精度等优点<sup>[1-3]</sup>, 广泛用于微纳操作、精密加工、仿生机器人和微机电系统(Micro-electro-mechanical system, MEMS)等领域<sup>[4-7]</sup>。柔顺机构的设计方法主要有伪刚体模型法和拓扑优化方法。与伪刚体模型法相比, 柔顺机构拓扑优化设计无需从已知的刚性机构出发, 在给定设计域、输入及输出作用等条件下获得最优的柔顺机构拓扑构型, 并且使其某种性能达到最优<sup>[8-10]</sup>。然而, 目前大多数柔顺机构拓扑优化设计研究都是在确定性条件下进行的。

实际上, 柔顺机构在设计、制造及运行中存在大量的误差和不确定性, 忽略不确定性因素可能导致设计的机构构型不一定最优, 且容易导致机构运动精度降低。KOGISO 等<sup>[11]</sup>基于均匀化方法建立了考虑作用载荷方向不确定性的柔顺机构稳健性拓扑优化模型, 获得的机构输出位移标准差更小, 具有更好的稳健性。罗阳军等<sup>[12]</sup>考虑载荷及材料属性不确定性因素, 提出一种考虑不确定性的柔顺机构稳健性拓扑优化设计方法。LAZAROV 等<sup>[13]</sup>采用随机配置方法量化材料和几何不确定性, 进行柔顺机构稳健性拓扑优化设计研究。WANG 等<sup>[14]</sup>引入田口质量损失函数的期望作为优化目标, 建立了基于运动误差的柔顺机构稳健性拓扑优化模型, 并通过实验验证了稳健性设计结果的有效性。ZHAN 等<sup>[15]</sup>基于非概率有界场模型进行考虑材料不确定性的无类铰链柔顺机构稳健性拓扑优化设计, 分析了有界不确定场的相关长度对机构拓扑构型的影响。上述研究主要集中研究载荷、材料和几何尺寸不确定性因素。

通常, 柔顺机构拓扑优化设计需要在输出端施加虚拟输出弹簧刚度用来模拟被操作对象的刚度, 优化设计结果很大程度上取决于输出刚度, 被操作对象的刚度存在不确定性, 这会对设计的柔顺机构运行精度产生影响, 因此需降低机构性能对输出刚度不确定性的敏感程度。CARDOSO 等<sup>[16]</sup>考虑输出刚度不确定性进行柔顺机构稳健性拓扑优化设计, 但是采用蒙特卡罗模拟方法计算机构输出位移的期望和标准差, 需要利用大量样本进行不确定性分析, 导致优化计算效率低。

本文提出一种新的考虑输出刚度不确定性的柔顺机构稳健性拓扑优化设计方法。采用区间模型描述输出刚度的不确定性, 不确定输出刚度被视为均匀分布的随机变量, 通过高斯随机变量的无记忆非线性变换获得其均匀分布; 采用多项式混沌展开式结合 Smolyak 稀疏网格积分法计算随机响应统计

矩; 以机构输出位移的期望值最大化和标准差最小化为目标函数, 以机构结构体积为约束, 建立考虑输出刚度不确定性的柔顺机构稳健性拓扑优化模型; 采用移动渐近线法更新设计变量。

## 1 输出刚度不确定性描述

区间模型<sup>[17]</sup>只需要指定不确定变量的上界和下界, 可以相对容易地确定和描述不确定性的边界; 本文采用区间模型描述输出刚度的不确定性, 将不确定输出刚度  $k_{\text{out}}$  视为均匀分布区间变量, 其可表示为

$$k_{\text{out}} \in k_I = [k_L, k_U] \quad (1)$$

式中  $k_I$ ——区间集

$k_L$ ——区间下界

$k_U$ ——区间上界

区间均值与幅值分别记为

$$\begin{cases} k_0 = (k_U + k_L)/2 \\ k_e = (k_U - k_L)/2 \end{cases} \quad (2)$$

式中  $k_0$ ——输出刚度均值

$k_e$ ——输出刚度幅值

输出刚度不确定区间变量可等效转换为均值与随机项之和, 即

$$k_{\text{out}} = k_0 + k_e \delta \quad (3)$$

式中  $\delta$ ——均匀分布随机变量, 取  $[-1, 1]$

区间模型的均匀分布随机变量  $\delta$  可由高斯分布随机变量通过无记忆非线性变换<sup>[18]</sup>得到

$$\delta = \Psi_U^{-1}(\Phi_\xi(\xi)) \quad (4)$$

式中  $\Psi_U^{-1}$ —— $[-1, 1]$  的均匀分布变量的累积分布函数的逆

$\xi$ ——高斯分布随机变量

$\Phi_\xi$ ——标准高斯变量的累积分布函数

## 2 柔顺机构稳健性拓扑优化模型

为了降低柔顺机构运动精度对输出刚度不确定性的敏感程度, 采用改进的固体各向同性材料惩罚模型<sup>[19-20]</sup>, 以机构的输出位移期望值最大化和输出位移标准差最小化为目标函数, 以机构体积为约束, 建立考虑输出刚度不确定性的柔顺机构稳健性拓扑优化模型

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \mu[u_0(\boldsymbol{\rho}, \xi)] - \lambda \sigma[u_0(\boldsymbol{\rho}, \xi)] \\ \text{s. t. } \begin{cases} \mathbf{K}(\boldsymbol{\rho}, \xi) \mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}, \xi) = \mathbf{F} \\ \mathbf{K}(\boldsymbol{\rho}, \xi) \widetilde{\mathbf{U}}(\boldsymbol{\rho}, \xi) = \widetilde{\mathbf{F}} \\ V = \sum_{e=1}^N \rho_e v_e \leq f^* V_0 \\ 0 \leq \rho_e \leq 1 \end{cases} \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\text{其中 } \mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_{\text{in}} + \mathbf{K}_{\text{out}}$$

式中  $\boldsymbol{\rho}$ ——单元密度向量列阵

$\rho_e$ ——第  $e$  个单元的密度

$v_e$ ——充满材料的单元体积

$\lambda$ ——加权系数

$u_0$ ——机构输出位移

$\mu$ ——机构输出位移期望值

$\sigma$ ——机构输出位移标准差

$\mathbf{F}$ ——输入端作用的载荷列阵

$\mathbf{U}$ ——载荷  $\mathbf{F}$  作用产生的节点位移列阵

$\tilde{\mathbf{F}}$ ——输出端作用的虚拟单位载荷列阵

$\tilde{\mathbf{U}}$ ——虚拟单位载荷列阵  $\tilde{\mathbf{F}}$  作用产生的节点

位移列阵

$V$ ——优化后体积

$V_0$ ——初始设计域体积

$f^*$ ——允许的材料体积比

$N$ ——有限单元数目

$\mathbf{K}$ ——整体刚度矩阵

$\mathbf{K}_e$ ——单元刚度矩阵

$\mathbf{K}_{\text{in}}$ ——整体输入刚度矩阵

$\mathbf{K}_{\text{out}}$ ——整体输出刚度矩阵

### 3 随机响应求解

不确定性输出刚度区间变量由标准高斯随机变量  $\xi$  表示, 机构的输出响应  $U(\xi)$  可采用 PCE<sup>[21-22]</sup> 表示为

$$U(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} y_i \psi_i(\xi) \quad (6)$$

式中  $y_i$ ——多项式展开系数

$\psi_i(\xi)$ ——正交多项式基函数

正交多项式基函数满足

$$E[\psi_i(\xi)\psi_j(\xi)] = E[\psi_i^2(\xi)]\delta_{ij} \quad (7)$$

式中  $\delta_{ij}$ ——Kronecker delta 函数

$E[\cdot]$ ——期望运算符

根据 Askey 策略<sup>[23]</sup>, 对于不同的随机变量分布类型, 采用相应的正交多项式基函数, 其中对于高斯分布随机变量  $\xi_i$ , 采用对应的 Hermite 多项式  $H_{\alpha_i}(\xi_i)$  ( $\alpha_i$  对应随机变量  $\xi_i$  的多项式阶数), 对多个随机参数,  $\psi_i$  可表示为

$$\psi_i = \prod_{i=1}^s H_{\alpha_i}(\xi_i) \quad (8)$$

$$\mathbf{i} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s)$$

式中  $s$ ——随机变量数量

$i$ ——索引元组

多项式混沌展开的总阶数  $p$  计算式为

$$p = |\mathbf{i}| = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_s \quad (9)$$

数值计算中, 一般将多项式(6)截断为指定阶数, 即

$$U(\xi) = \sum_{0 \leq i \leq p} y_i \psi_i(\xi) \quad (10)$$

根据给定的随机变量数量  $s$  和多项式阶数  $p$ , 截断后 PCE 系数的项数表示为

$$N_p + 1 = \frac{(s+p)!}{s! p!} \quad (11)$$

多项式混沌展开式(6)中系数  $y_i$  的表达是不确定性系统响应求解的关键, 其表示为

$$y_i = \frac{\int U(\xi) \psi_i(\xi) d\xi}{E[\psi_i^2(\xi)]} \quad (12)$$

式(12)中  $E[\psi_i^2(\xi)]$  根据相应的正交多项式基函数得出解析表达, 而积分采用非嵌入式方法<sup>[24]</sup> 根据概率空间下随机变量在特定积分点处的值进行求解, 即

$$y_i \approx \frac{\sum_{q=1}^{n_q} U(\xi^{(q)}) \psi_i(\xi^{(q)}) \omega^{(q)}}{E[\psi_i^2(\xi)]} \quad (13)$$

式中  $n_q$ ——总积分点数

$\omega^{(q)}$ ——积分点对应的权值

$U(\xi^{(q)})$ ——特定积分点下的系统响应, 可通过有限元分析求解获得

基于 Smolyak 算法的稀疏网格积分法<sup>[25]</sup> 依据随机变量的不同分布情况采用不同积分规则的稀疏网格类型, 能够有效地减少计算成本并保证精度。本文采用 Kronrod – Patterson (KP) 规则获得稀疏网格积分点。输出位移期望值和标准差分别表示为

$$\mu[U(\xi)] = E\left(\sum_{0 \leq i \leq p} y_i \psi_i(\xi)\right) = E(y_0 \psi_0) = y_0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sigma[U(\xi)] &= \sqrt{E[U^2(\xi)] - (E[U(\xi)])^2} = \\ &\sqrt{\sum_{0 \leq i \leq p} E[\psi_i^2(\xi)] y_i^2 - y_0^2} = \\ &\sqrt{\sum_{0 \leq i \leq p} E[\psi_i^2(\xi)] y_i^2} \end{aligned} \quad (15)$$

### 4 敏感度分析

采用基于梯度的优化算法 (Method of moving asymptotes, MMA)<sup>[26]</sup> 求解柔顺机构稳健性拓扑优化问题, 需要解决优化目标函数和约束敏感度信息。

机构输出位移的期望值对单元密度  $\rho_e$  的灵敏度可表示为

$$\frac{\partial \mu[u_0(\boldsymbol{\rho}, \xi)]}{\partial \rho_e} = \frac{\partial y_0(\boldsymbol{\rho})}{\partial \rho_e} \quad (16)$$

机构输出位移的标准差对单元密度  $\rho_e$  的灵敏度可求解为

$$\frac{\partial \sigma[u_0(\boldsymbol{\rho}, \xi)]}{\partial \rho_e} = \frac{\partial \sqrt{\sum_{0 < i \leq p} E[\psi_i^2(\xi)] y_i^2(\boldsymbol{\rho})}}{\partial \rho_e} = \frac{\sum_{0 < i \leq p} E[\psi_i^2(\xi)] y_i(\boldsymbol{\rho}) \frac{\partial y_i(\boldsymbol{\rho})}{\partial \rho_e}}{\sqrt{\sum_{0 < i \leq p} E[\psi_i^2(\xi)] y_i^2(\boldsymbol{\rho})}} \quad (17)$$

其中

$$\frac{\partial y_i(\boldsymbol{\rho})}{\partial \rho_e} = \frac{\sum_{q=1}^{n_q} \frac{\partial u_0(\boldsymbol{\rho}, \xi^{(q)})}{\partial \rho_e} \psi_i(\xi^{(q)}) \omega^{(q)}}{E[\psi_i^2(\xi)]} \quad (18)$$

式(18)的每个特定积分点  $\xi^{(q)}$  ( $q = 1, 2, \dots, n_q$ ) 的确定性输出位移相对于单元密度的灵敏度  $\partial u_0(\boldsymbol{\rho}, \xi^{(q)}) / \partial \rho_e$ , 可由机构输出位移  $u_0$  对单元密度求导得到

$$\frac{\partial u_0}{\partial \rho_e} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}^T \mathbf{K} \mathbf{U}}{\partial \rho_e} + \tilde{\mathbf{U}}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{U} + \tilde{\mathbf{U}}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \rho_e} \quad (19)$$

由于作用载荷  $\mathbf{F}$  与设计变量无关, 载荷对单元密度的灵敏度为零, 再由有限元平衡方程  $\mathbf{KU} = \mathbf{F}$  和  $\tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{U}} = \tilde{\mathbf{F}}$ , 式(19)可写为

$$\frac{\partial u_0}{\partial \rho_e} = -\tilde{\mathbf{U}}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{U} \quad (20)$$

## 5 数值算例

通过夹持器与咬合机构来验证提出的设计方法的有效性。在两个算例中, 设计域尺寸  $L \times L$  为  $120 \mu\text{m} \times 120 \mu\text{m}$ , 厚度  $t$  为  $3 \mu\text{m}$ , 实体材料弹性模量  $E_0$  为  $180 \text{ GPa}$ , 空洞材料弹性模量  $E_{\min}$  为  $1.8 \times 10^{-7} \text{ GPa}$ , 泊松比  $\mu$  为  $0.3$ , 允许体积比  $f^*$  为  $0.25$ , 最小过滤半径  $r_{\min}$  为  $2.5$  倍单元尺寸; 采用四阶 PCE 和基于五级 KP 规则的 Smolyak 稀疏网格积分法计算随机响应。

### 5.1 夹持器设计

夹持器机构设计域、边界条件和载荷作用如图 1 所示, 设计域左边的上侧和下侧固定, 设计域右边正方形空洞尺寸为  $30 \mu\text{m} \times 30 \mu\text{m}$ , 载荷  $\mathbf{F}$  作用在左边中点, 大小为  $10 \text{ mN}$ , 输入刚度  $k_{in}$  为  $1000 \mu\text{N}/\mu\text{m}$ , 输出刚度均值  $k_o$  为  $100 \mu\text{N}/\mu\text{m}$ 。由于夹持器设计域是对称的, 取一半设计域进行设计, 设计域离散为  $7200$  个平面四边形单元。

为了验证提出的设计方法有效性, 首先进行夹持器确定性拓扑优化设计, 获得的夹持器拓扑构型如图 2 所示, 其输出位移的期望值和标准差分别为  $13.831 \mu\text{m}$  和  $0.770 \mu\text{m}$ 。考虑不确定输出刚度幅值

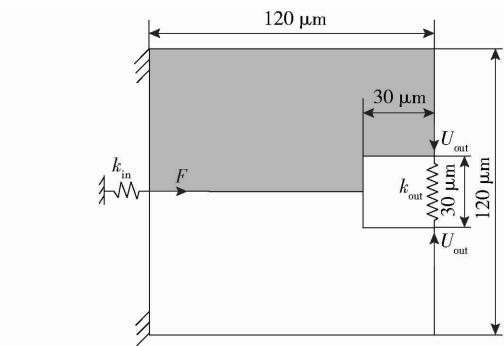


图 1 夹持器设计域

Fig. 1 Design domain of gripper

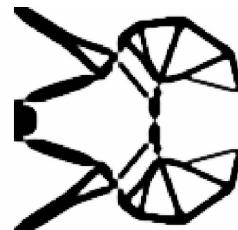


图 2 夹持器确定性拓扑优化结果

Fig. 2 Gripper obtained by deterministic topology optimization

$k_e$  为  $25 \mu\text{N}/\mu\text{m}$  和加权系数  $\lambda$  为  $10$  条件下进行夹持器稳健性拓扑优化设计, 获得的夹持器拓扑构型如图 3 所示, 其输出位移的期望值和标准差分别为  $10.597 \mu\text{m}$  和  $0.261 \mu\text{m}$ 。与确定性优化结果相比, 稳健性拓扑优化获得的夹持器构型存在明显的差异, 右侧区域的支撑杆件布局发生变化, 并且其尺寸变大; 夹持器的输出位移期望值有所减小, 但是输出位移标准差减少  $66.2\%$ ; 表明稳健性拓扑优化设计能够有效地降低夹持器对输出刚度不确定性的敏感程度, 验证了提出的考虑输出刚度不确定性的柔顺机构稳健性拓扑优化设计方法的有效性。

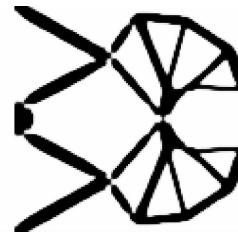


图 3 夹持器稳健性拓扑优化结果

Fig. 3 Gripper obtained by robust topology optimization

为了研究不同的加权系数对拓扑优化结果影响, 考虑不确定输出刚度幅值  $k_e$  为  $25 \mu\text{N}/\mu\text{m}$  条件下, 取加权系数  $\lambda$  分别为  $1, 5, 15$  进行夹持器稳健性设计, 拓扑优化结果如图 4 和表 1 所示。由此可见, 随着加权系数  $\lambda$  的增大, 获得的夹持器构型有所不同, 右侧区域的支撑杆件尺寸变大; 夹持器的输出位移的期望值随之减小, 输出位移标准差也越小。表明加权系数  $\lambda$  越大, 可以获得更加稳健的夹持器,

但夹持器的输出位移期望值越小。

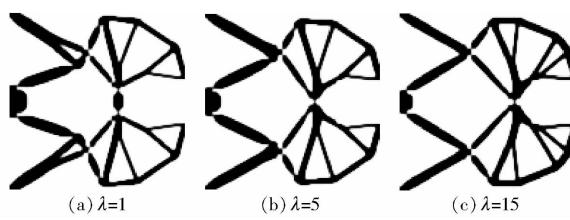


图 4 不同加权系数  $\lambda$  的稳健性拓扑优化获得的夹持器构型

Fig. 4 Grippers obtained by results for robust topology optimization with different weighting factor  $\lambda$

表 1 不同加权系数  $\lambda$  的夹持器稳健性优化结果

Tab. 1 Results for robust topology optimization of gripper with different weighting factor  $\lambda$

加权系数 $\lambda$	期望值 $\mu(u_0)/\mu\text{m}$	标准差 $\sigma(u_0)/\mu\text{m}$
1	13.612	0.713
5	12.685	0.504
15	9.573	0.187

考虑加权系数  $\lambda$  为 5 条件下,采用不确定输出刚度幅值  $k_e$  分别为 20、30、35  $\mu\text{N}/\mu\text{m}$  的条件下进行夹持器稳健性拓扑设计,拓扑优化结果如图 5 和表 2 所示。随着不确定输出刚度幅值增大,获得的夹持器拓扑构型差异不大;输出位移期望值随之减小,输出位移标准差有所增大。稳健性拓扑优化设计获得的夹持器输出位移期望值与标准差均比确定性拓扑优化更小。上述结果表明提出柔顺机构稳健性设计方法能够有效地降低夹持器对输出刚度不确定性因素的敏感程度,但夹持器输出位移期望值有所减小。

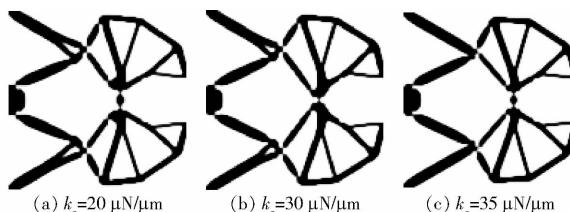


图 5 不同输出刚度幅值  $k_e$  的稳健性拓扑优化  
获得的夹持器构型

Fig. 5 Grippers obtained by results for robust topology optimization with different amplitude  $k_e$

表 2 不同输出刚度幅值  $k_e$  的夹持器确定性  
与稳健性拓扑优化结果

Tab. 2 Results for deterministic and robust topology optimization of gripper with different amplitude  $k_e$

输出刚度 幅值 $k_e/\mu\text{N}\cdot\mu\text{m}^{-1}$	稳健性设计		确定性设计	
	期望值 $\mu(u_0)/\mu\text{m}$	标准差 $\sigma(u_0)/\mu\text{m}$	期望值 $\mu(u_0)/\mu\text{m}$	标准差 $\sigma(u_0)/\mu\text{m}$
20	12.836	0.427	13.815	0.614
30	11.987	0.483	13.850	0.926
35	11.826	0.548	13.872	1.085

## 5.2 咬合机构设计

咬合机构设计域、边界条件和载荷作用如图 6 所示,设计域左边的上、下两端固定,载荷  $F$  作用在右边的上、下两端,大小为 20 mN,输入刚度  $k_{in}$  为 1 000  $\mu\text{N}/\mu\text{m}$ ,输出刚度均值  $k_0$  为 1 000 N/m。由于设计域是对称的,同样采用一半设计域进行设计,设计域离散为 7 200 个平面四边形单元。

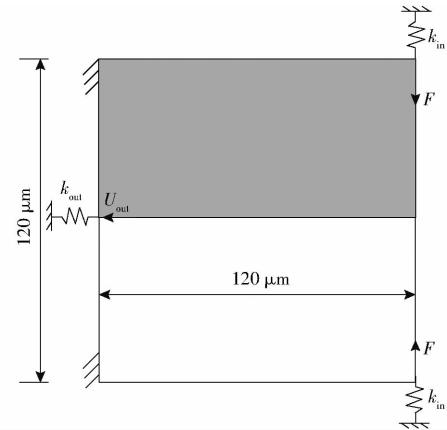


图 6 咬合机构设计域

Fig. 6 Design domain of crunching mechanism

同样地,分别进行咬合机构确定性和稳健性( $k_e = 250 \mu\text{N}/\mu\text{m}, \lambda = 10$ )拓扑优化设计,获得的咬合机构拓扑构型分别如图 7、8 所示,输出位移期望值分别为 9.318、7.509  $\mu\text{m}$ ,输出位移标准差分别为 0.714、0.276  $\mu\text{m}$ 。与确定性拓扑优化结果相比,稳健性拓扑优化获得的咬合机构构型存在明显差异、更加复杂,存在更多支撑杆件,这样可以更好地承受输出刚度扰动的影响,具有更好的稳健性。稳健性拓扑优化获得的咬合机构输出位移期望值和标准差均比确定性结果小,同样表明稳健性拓扑优化设计能够有效地降低咬合机构对输出刚度不确定性因素的敏感程度,验证了提出的考虑输出刚度不确定性的柔顺机构拓扑优化设计方法的有效性。

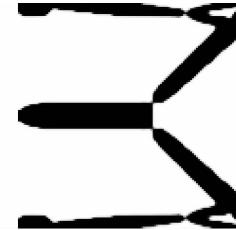


图 7 咬合机构确定性拓扑优化结果

Fig. 7 Crunching mechanism obtained by deterministic topology optimization

考虑不确定输出刚度幅值  $k_e = 250 \mu\text{N}/\mu\text{m}$  条件下,取加权系数  $\lambda$  分别为 1、5、15 进行咬合机构稳健性拓扑优化设计,优化结果如图 9 和表 3 所示。由图 9 可见,随着加权系数  $\lambda$  增大,稳健性拓扑优化获得的咬合机构拓扑构型更加复杂,出现更多支撑

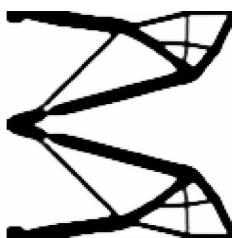


图 8 咬合机构稳健性拓扑优化结果

Fig. 8 Crimping mechanism obtained by robust topology optimization

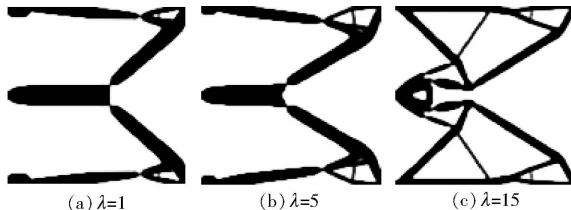
图 9 不同加权系数  $\lambda$  的稳健性拓扑优化获得的咬合机构

Fig. 9 Crimping mechanisms obtained by robust topology optimization with different weighting factor  $\lambda$

表 3 不同加权系数  $\lambda$  的咬合机构稳健性优化结果Tab. 3 Results for robust topology optimization of crimping mechanism with different weighting factor  $\lambda$ 

加权系数 $\lambda$	期望值 $\mu(u_0)/\mu\text{m}$	标准差 $\sigma(u_0)/\mu\text{m}$
1	9.293	0.679
5	8.765	0.483
15	6.326	0.168

杆件,承受输出刚度扰动的影响能力更强,具有更好的稳健性。由表 3 可知,随着加权系数  $\lambda$  增大,获得的咬合机构的输出位移期望值与标准差均随之减小。这也说明随着加权系数  $\lambda$  越大,可以获得更加稳健的咬合机构,但是输出位移期望值越小。

当加权系数  $\lambda$  为 5 时,考虑不确定输出刚度幅值  $k_e$  分别为  $200, 300, 350 \mu\text{N}/\mu\text{m}$  进行咬合机构拓扑优化设计,拓扑优化结果如图 10 和表 4 所示。随着不确定输出刚度幅值增大,获得的咬合机构拓扑构型差异不大;咬合机构输出位移的期望值随之减小,输出位移的标准差有所增大。稳健性拓扑优化设计获得的咬合机构输出位移期望值与标准差均比确定性拓扑优化更小。表明提出柔顺机构稳健性设计方法能够有效地降低咬合机构对输出刚度不确定性因素的敏感程度,但是咬合机构的输出位移期望

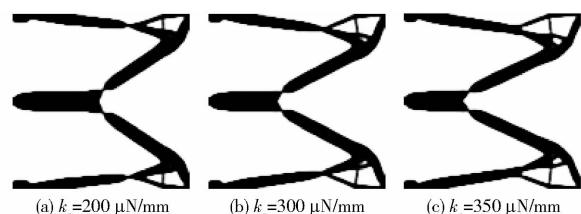
图 10 不同输出刚度幅值  $k_e$  的稳健性拓扑优化获得的咬合机构构型

Fig. 10 Crimping mechanisms obtained by robust topology optimization with different amplitude  $k_e$

表 4 不同输出刚度幅值  $k_e$  的咬合机构确定性与稳健性优化结果Tab. 4 Results for deterministic and robust topology optimization of crimping mechanism with different amplitude  $k_e$ 

输出刚度幅值 $k_e/\mu\text{N}\cdot\mu\text{m}^{-1}$	稳健性设计		确定性设计	
	期望值 $\mu(u_0)/\mu\text{m}$	标准差 $\sigma(u_0)/\mu\text{m}$	期望值 $\mu(u_0)/\mu\text{m}$	标准差 $\sigma(u_0)/\mu\text{m}$
200	8.963	0.431	9.299	0.568
300	8.534	0.517	9.343	0.861
350	8.274	0.536	9.372	1.101

值有所减小。

## 6 结论

(1)为了降低机构性能对输出刚度不确定因素的敏感程度,采用区间模型描述输出刚度的不确定性,利用多项式混沌展开式和 Smolyak 稀疏网格积分法计算随机响应统计矩,以机构输出位移期望值的最大化和加权标准差的最小化为目标函数,提出一种考虑输出刚度不确定的柔顺机构稳健性拓扑优化方法。

(2)与确定性拓扑优化结果相比,稳健性拓扑优化获得的柔顺机构拓扑构型存在明显差异,机构的输出位移标准差减小,能够有效地降低机构对输出刚度不确定性因素的敏感程度,机构具有更好的稳健性,但是输出位移的期望值也有所减小。

(3)随着加权系数增大,稳健性拓扑优化获得的柔顺机构拓扑构型有所不同,机构输出位移的期望值与标准差随之减小,机构具有更好的稳健性。随着不确定输出刚度幅值增大,获得的柔顺机构拓扑构型差异不大,机构的输出位移标准差随之增大,并且输出位移期望值有所减小。

## 参 考 文 献

- [1] 余跃庆, 张亚涛, 张绪平, 等. 柔顺微夹持机构理论分析与实验 [J]. 农业机械学报, 2018, 49(11): 393–398.  
YU Yueqing, ZHANG Yatao, ZHANG Xuping, et al. Theoretical analysis and experiment on compliant microgripper mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(11): 393–398. (in Chinese)
- [2] 华洪良, 廖振强, 陈勇将, 等. 面向夹持机构的紧凑型串联弹性力控驱动器设计与试验 [J]. 农业机械学报, 2021, 52(12): 426–432, 442.

- HUA Hongliang, LIAO Zhenqiang, CHEN Yongjiang, et al. Design and test of compact series elastic force actuator for grasping mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(12): 426–432, 442. (in Chinese)
- [3] LIU M, ZHAN J, ZHU B, et al. Topology optimization of compliant mechanism considering actual output displacement using adaptive output spring stiffness [J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 143(4): 103728.
- [4] 于靖军, 郝广波, 陈贵敏, 等. 柔性机构及其应用研究进展 [J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 53–68.
- YU Jingjun, HAO Guangbo, CHEN Guimin, et al. State-of-art of compliant mechanisms and their applications [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 53–68. (in Chinese)
- [5] 马金玉, 余胜东, 康升征, 等. 基于压电作动器驱动的微操作机构设计与运动控制 [J]. 农业机械学报, 2021, 52(9): 417–426.
- MA Jinyu, YU Shengdong, KANG Shengzheng, et al. Design and motion control of piezo-driven puncture micromanipulation mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(9): 417–426. (in Chinese)
- [6] 邱丽芳, 刘宁宁, 陈明坤, 等. Nested-LET 柔性铰链设计与性能分析 [J]. 农业机械学报, 2018, 49(5): 420–426.
- QIU Lifang, LIU Ningning, CHEN Mingkun, et al. Design and performance analysis of nested-LET flexure hinge [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(5): 420–426. (in Chinese)
- [7] 卢清华, 亢诗迪, 陈为林, 等. 基于柔顺铰链拓扑优化的桥式位移放大机构设计、分析与实验测试 [J]. 机械工程学报, 2022, 58(11): 57–71.
- LU Qinghua, KANG Shidi, CHEN Weilin, et al. Design, analysis and experimental test of the bridge-type displacement amplification mechanism based on the topology optimization of flexure hinge [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(11): 57–71. (in Chinese)
- [8] 朱本亮, 张宪民, 李海, 等. 基于节点密度插值的多材料柔顺机构拓扑优化 [J]. 机械工程学报, 2021, 57(15): 53–61.
- ZHU Benliang, ZHANG Xianmin, LI Hai, et al. Topology optimization of multi-material compliant mechanisms using node-density interpolation scheme [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(15): 53–61. (in Chinese)
- [9] 占金青, 彭怡平, 罗震, 等. 考虑全局应力约束的大变形柔顺机构拓扑构型设计 [J]. 农业机械学报, 2021, 52(2): 408–415.
- ZHAN Jinqing, PENG Yiping, LUO Zhen, et al. Topological design of large-displacement compliant mechanisms considering global stress constraints [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(2): 408–415. (in Chinese)
- [10] ACHLEITNER J, WEHRLE E. On material selection for topology optimized compliant mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 167: 104474.
- [11] KOGISO N, AHN W J, NISHIWAKI S, et al. Robust topology optimization for compliant mechanisms considering uncertainty of applied loads [J]. Journal of Advanced Mechanical Design Systems and Manufacturing, 2008, 2(1): 96–107.
- [12] 罗阳军, 亢战, 吴子燕. 考虑不确定性的柔顺机构拓扑优化设计 [J]. 机械工程学报, 2011, 47(1): 1–7.
- LUO Yangjun, KANG Zhan, WU Ziyan. Topology optimization design of compliant mechanisms under uncertainties [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(1): 1–7. (in Chinese)
- [13] LAZAROV B S, SCHEVENELS M, SIGMUND O. Topology optimization considering material and geometric uncertainties using stochastic collocation methods [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2012, 46(4): 597–612.
- [14] WANG X, GENG X, WANG L, et al. Motion error based robust topology optimization for compliant mechanisms under material dispersion and uncertain forces [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2018, 57(6): 2161–2175.
- [15] ZHAN J, LUO Y. Robust topology optimization of hinge-free compliant mechanisms with material uncertainties based on a non-probabilistic field model [J]. Frontiers of Mechanical Engineering, 2019, 14(2): 201–212.
- [16] CARDOSO E L, DA SILVA G A, BECK A T. Robust topology optimization of compliant mechanisms with uncertainties in output stiffness [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2019(6): 532–547.
- [17] ZHENG Y, DA D, LI H, et al. Robust topology optimization for multi-material structures under interval uncertainty [J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 78(2): 627–647.
- [18] GRIGORIU M. Simulation of stationary non-Gaussian translation processes [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, 124(2): 121–126.
- [19] LIU C H, HSU M C, CHEN T L, et al. Optimal design of a compliant constant-force mechanism to deliver a nearly constant output force over a range of input displacements [J]. Soft Robotics, 2020, 7(6): 758–769.
- [20] RONG J, RONG X, PENG L, et al. A new method for optimizing the topology of hinge-free and fully decoupled compliant mechanisms with multiple inputs and multiple outputs [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2021, 122(12): 2863–2890.
- [21] BAI S, KANG Z. Robust topology optimization for structures under bounded random loads and material uncertainties [J]. Computers & Structures, 2021, 252(2): 106569.
- [22] LUO Y, ZHAN J. Linear buckling topology optimization of reinforced thin-walled structures considering uncertain geometrical imperfections [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2020, 62(6): 3367–3382.
- [23] D'ANTONA G, MONTI A, PONCI F, et al. Maximum entropy multivariate analysis of uncertain dynamical systems based on the Wiener-Askey polynomial chaos [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(3): 689–695.
- [24] KESHAVARZZADEH V, MEIDANI H, TORTORELLI D A. Gradient based design optimization under uncertainty via stochastic expansion methods [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2016, 306: 47–76.
- [25] HEISSA F, WINSCHELB V. Likelihood approximation by numerical integration on sparse grids [J]. Journal of Econometrics, 2008, 144(1): 62–80.
- [26] SVANBERG K. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1987, 24(2): 359–373.