

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2023.01.041

基于力传递模型的连续体机器人驱动误差补偿研究

齐 飞¹ 张 恒¹ 裴海珊¹ 陈 柏² 吴洪涛²

(1. 常州大学机械与轨道交通学院, 常州 213164; 2. 南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

摘要: 针对绳索传动系统中的非线性摩擦、驱动线伸长及关节间耦合效应导致的连续体机器人控制精度较低的问题, 提出了一种考虑非线性摩擦的连续体机器人误差补偿方法。基于虚功原理构建包含关节间耦合作用的连续体机器人静力学模型, 分析不同预紧力、不同包角等参数对绳-轮传动系统力传递效率的影响规律, 并基于改进的 Capstan 方程建立包含绳索弯曲刚度及非线性摩擦的力传递模型, 提出一种基于力传递模型的驱动误差补偿方法, 通过运动实验对所建模型及控制方法进行验证。结果表明, 补偿前后连续体机器人运动控制精度得到明显提高, 平均位置误差由补偿前 5.94 mm 降低至补偿后 3.15 mm, 补偿率达 46.97%。

关键词: 连续体机器人; 静力学; 绳索传动; 驱动补偿; 运动耦合

中图分类号: TP242 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2023)01-0402-10

OSID:



Drive Error Compensation of Continuum Manipulator Based on Force Transfer Model

QI Fei¹ ZHANG Heng¹ PEI Haishan¹ CHEN Bai² WU Hongtao²

(1. School of Mechanical Engineering and Rail Transit, Changzhou University, Changzhou 213164, China

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Due to the nonlinear friction in wire/cable transmission system, the elongation of the drive cable and the coupling between adjacent joints, the motion control accuracy of the continuum robot is low. So an error compensation method of the continuum robot with considering of the nonlinear friction was presented. Firstly, the kinematics model of the robot was established by the Euler transformation principle under the constant curvature arc assumption, and then the statics model of the continuum manipulator, including the coupling between adjacent joints was derived based on the principle of virtual work. Moreover, the influences of the pre-tightening force of the cable and different wrap angle on the force transfer efficiency of the cable transmission system were analyzed by the experiments. By using the improved Capstan equation, a force transferring model considering the bending stiffness of the cable and the nonlinear friction was established, and the model-based error compensation method was presented. Finally, the effectiveness and correctness of the established model and control method were verified by the motion compensation experiments of the continuum manipulator. The results indicated that the motion control accuracy of the robot after compensation was significantly improved compared with that before compensation, the average position error was reduced from 5.94 mm before compensation to 3.15 mm after compensation, and the compensation rate was up to 46.97%, which verified the correctness of the compensation method and the proposed model.

Key words: continuum manipulator; static model; wire/cable drive; drive compensation; motion coupling

收稿日期: 2022-10-18 修回日期: 2022-11-11

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51575256)、中国博士后科学基金项目(2022M711436)和江苏省普通高校自然科学研究计划项目(21KJB460029)

作者简介: 齐飞(1990—),男,讲师,博士,主要从事绳驱动连续体机器人系统研究,E-mail: qifei224@cczu.edu.cn

0 引言

连续体机器人具有强柔顺性、高灵活性及超冗余自由度等特点, 可通过自身的弯曲变形实现对非规则形状物体的缠绕抓取, 在农业采摘、农业生产等方面具有广阔的应用前景^[1-3]。但由于连续体机器人传动系统中的非线性摩擦、绳的伸长及关节间的耦合作用等影响^[4-5], 机器人运动控制精度较低, 严重影响水果定位精度和抓取质量,亟需发展一种更为精准、高效、普适的驱动误差补偿技术,以提高机器人的运动控制品质。

目前,国内外已围绕连续体机器人运动建模及误差补偿技术展开了相关研究, XU 等^[6]提出了一种用于蛇形机器人驱动补偿方法, 通过理论模型估算出绳的伸长量和回弹量, 并基于前馈补偿控制器实现机器人控制精度的提高, 但其忽略了关节间的耦合作用影响。SIMAAN 等^[7]基于静力学模型对连续体机器人运动传递损失和耦合效应进行了分析, 同样采用前馈方法进行补偿, 但忽略了非线性摩擦对传动系统的影响。KESNER 等^[8]提出了基于库伦摩擦模型的机器人驱动补偿方法, 实现对介入导管机器人误差的补偿, 但其忽略了机器人本身的建模误差。文献[9-10]提出了一种基于绞盘摩擦模型的驱动损失模型, 此模型重在研究钢丝绳传动特性, 未涉及具体实验。AGRAWAL 等^[11]提出了一种双切曲线光滑逆解补偿方法, 并将其应用到线驱动机器人身上, 但需要提前已知机器人的末端误差。XU 等^[12]提出了一种用于肌腱驱动的柔性内窥镜机器人的运动补偿控制器, 并建立了肌腱驱动传递损失模型及伸长模型, 通过前馈补偿控制器以提高机器人的轨迹跟踪精度。ROY 等^[13]针对多模块连续体机器人传动系统的摩擦、驱动绳伸长及迟滞等进行了建模研究, 提出了一种基于机器人力传递模型的误差补偿方法, 但没有考虑驱动线与连续体机器人本身摩擦损失的影响。

为此,本文针对自主研发的柔性连续体机器人进行运动建模及驱动误差补偿研究,提出一种基于力传递模型的连续体机器人驱动误差补偿方法,以提高其控制精度。

1 连续体机器人运动学模型

图 1 为设计的绳驱动连续体机器人, 该系统由 NiTi 合金芯柱、连接盘及硅胶外壳组成, 通过分布在圆周上的 3 根驱动绳索实现机器人的弯曲变形控制^[14]。NiTi 合金芯柱为机器人的中心骨架, 提供机器人弯曲时所需的刚度和弹性恢复力。连接盘等间

距胶粘在 NiTi 合金芯柱上, 以满足机器人的等曲率建模假设。为建模方便, 假设机器人单节弯曲单元质量和惯性均由连接盘和芯柱质量和惯性所决定, 同时忽略了结构的扭转变形和剪切变形。

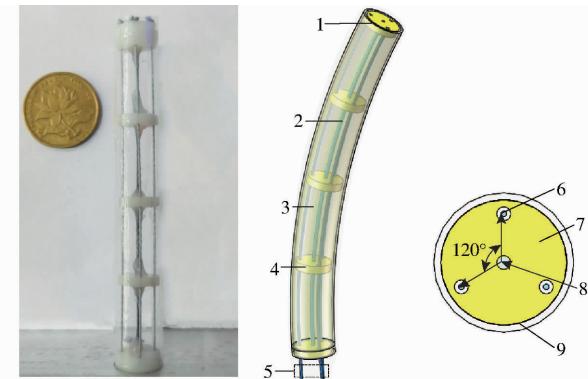


图 1 单节弯曲单元结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of single bending segment

1、7. 连接盘 2、8. NiTi 合金芯柱 3、9. 硅胶外壳 4. 导向盘
5、6. 驱动绳

图 2 为机器人单节弯曲单元的坐标示意图, 每节弯曲单元可由两个参数进行描述, 即 $\psi_i = [\theta_i \ \beta_i]^T$, 其中 θ_i 为机器人弯曲角, β_i 为机器人弯曲平面所在的方向角。根据常曲率建模假设, 单节机器人弯曲单元中心骨架形状近似为一个圆弧, 且在弯曲运动过程中其轴向长度保持不变, 则单节弯曲单元两端坐标系间的旋转变换矩阵可由 3 个欧拉变换得出, 分别绕对应运动坐标系的 z 轴、y 轴和 z 轴旋转变换, 旋转量为 $\psi_i = [\theta_i \ \beta_i]^T$ 。

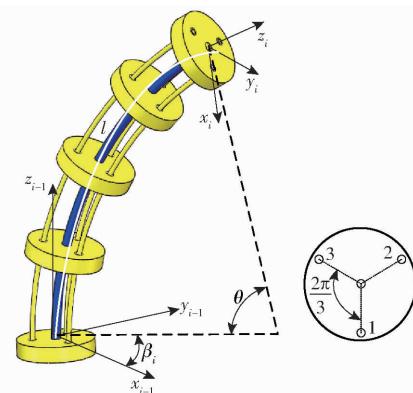


图 2 单节弯曲单元坐标示意图

Fig. 2 Coordinate diagram of single bending segment

根据欧拉变换, 则相邻坐标系间的旋转变换矩阵为

$$\begin{aligned} {}_{i-1}^i \mathbf{R} &= \text{Rot}(z_i, \beta_i) \text{Rot}(y_i, \theta_i) \text{Rot}(z_i, -\beta_i) = \\ & \begin{bmatrix} c\theta_i c\beta_i^2 + s\beta_i^2 & c\beta_i s\beta_i (c\theta_i - 1) & c\beta_i s\theta_i \\ c\beta_i s\beta_i c\theta_i & s\beta_i^2 c\theta_i + c\beta_i^2 & s\beta_i s\theta_i \\ -c\beta_i s\theta_i & -s\beta_i s\theta_i & c\theta_i \end{bmatrix} \quad (1) \end{aligned}$$

式中 s 表示正弦函数, c 表示余弦函数。

根据几何分析法,机器人单节弯曲单元前后两端坐标系间的相对位置为

$${}^{i-1}_i \mathbf{p} = \text{trans} \left(\frac{l}{\theta_i} c\beta_i (1 - c\theta_i), \frac{l}{\theta_i} s\beta_i (1 - c\theta_i), \frac{l}{\theta_i} s\theta_i \right) \quad (2)$$

式中 l ——弯曲单元长度 ${}^{i-1}_i \mathbf{p}$ ——位置向量

则第 i 节弯曲单元末端坐标系在基坐标系中的位姿矩阵 \mathbf{T}_i 为

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i & \mathbf{P}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{R}_i = {}^{i-1}_i \mathbf{R} \\ \mathbf{P}_i = {}^{i-1}_i \mathbf{p} \quad (i=1) \\ \mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{i-1} {}^{i-1}_i \mathbf{R} \\ \mathbf{P}_i = \mathbf{R}_{i-1} {}^{i-1}_i \mathbf{p} + \mathbf{P}_{i-1} \quad (i>1) \end{cases}$$

式中 \mathbf{P}_i ——第 i 节弯曲单元末端坐标系在基坐标系中的位置

\mathbf{R}_i ——第 i 节弯曲单元末端坐标系在基坐标系中的姿态

图 3 为机器人驱动绳索的几何关系示意图。根据常曲率建模假设,各驱动绳索对应的弯曲角相等,且在基座面上的投影线相互平行,则根据几何分析法,可推算出机器人弯曲变形时驱动绳长为

$$\begin{aligned} l_{i1} &= l - r\theta_i \cos\beta_i \\ l_{i2} &= l - r\theta_i \cos\left(\beta_i - \frac{2\pi}{3}\right) \\ l_{i3} &= l - r\theta_i \cos\left(\beta_i + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

式中 l_{ij} ——机器人弯曲变形时各驱动绳长, $j=1, 2, 3$

r ——驱动绳孔到 NiTi 合金芯柱中心孔的距离

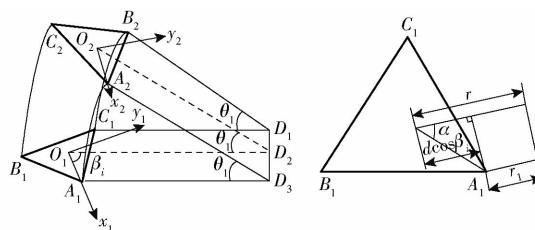


图 3 驱动绳布局示意图

Fig. 3 Schematic of driving cables

令 $\mathbf{q}_i = [l_{i1} \ l_{i2} \ l_{i3}]^T$, 将式(4)相对于参数 ψ_i 求导可得

$$\Delta \mathbf{q}_i = \mathbf{J}_{iq\psi} \dot{\psi} \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{J}_{iq\psi} = \begin{bmatrix} -r\cos\beta_i & r\theta_i \sin\beta_i \\ -r\cos\left(\beta_i - \frac{2\pi}{3}\right) & r\theta_i \sin\left(\beta_i - \frac{2\pi}{3}\right) \\ -r\cos\left(\beta_i + \frac{2\pi}{3}\right) & r\theta_i \sin\left(\beta_i + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

式中 $\mathbf{J}_{iq\psi}$ ——关节参数与驱动参数间的雅可比矩阵

$\Delta \mathbf{q}_i$ ——驱动绳长变化量

而关节空间与操作空间的瞬时运动学可通过对关节参数直接求导得出,即关节参数与机器人末端位姿偏差量间的映射关系,即

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_{ix} \dot{\psi} = [\mathbf{J}_{xv\psi} \ \mathbf{J}_{x\omega\psi}]^T \dot{\psi} \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{J}_{xv\psi} = \begin{bmatrix} lc\beta_i \frac{\theta_i s\theta_i + c\theta_i - 1}{\theta_i^2} & l \frac{c\theta_i - 1}{\theta_i} s\beta_i \\ ls\beta_i \frac{\theta_i s\theta_i + c\theta_i - 1}{\theta_i^2} & -l \frac{c\theta_i - 1}{\theta_i} c\beta_i \\ l \frac{\theta_i c\theta_i - s\theta_i}{\theta_i^2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{x\omega\psi} = \begin{bmatrix} -s\beta_i & -c\beta_i s\theta_i \\ c\beta_i & -s\beta_i s\theta_i \\ 0 & 1 - c\theta_i \end{bmatrix}$$

式中 $\mathbf{J}_{xv\psi}$ ——机器人末端速度对应的雅可比矩阵

$\mathbf{J}_{x\omega\psi}$ ——机器人末端角速度对应的雅可比矩阵

2 连续体机器人静力学模型

由于连续体机器人通常工作在低速场景下,常通过机器人静力学模型对其运动变形特性进行研究。基于虚功原理建立了连续体机器人静力学模型,并对驱动绳与连接盘间的摩擦影响进行分析。假设单节弯曲单元所受到的外力为 $\mathbf{W}_e = [\mathbf{f}_e^T \ \mathbf{m}_e^T]^T$, 则根据虚功原理^[15-16]推导出的机器人弯曲变形时的静力学模型为

$$\mathbf{W}_e^T \Delta \mathbf{x} + \boldsymbol{\tau}_i^T \Delta \mathbf{q}_i = \Delta \mathbf{U}_i \quad (7)$$

式中 $\Delta \mathbf{x}$ ——在外力作用下机器人末端位移偏差

$\boldsymbol{\tau}_i^T$ ——输入导管机器人系统使其变形所需的驱动力

$\Delta \mathbf{U}_i$ ——机器人弯曲变形后势能

在机器人弯曲角已知时,系统所储存的弹性势能为

$$U_i = \int_0^l \frac{E_i I_i}{2} \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 ds = \frac{E_i I_i}{2l} \theta^2 \quad (8)$$

式中 E_i ——机器人本体弹性模量

I_i ——惯性矩

将 $\Delta \mathbf{q}_i = \mathbf{J}_{iq\psi} \Delta \psi_i$, $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{J}_{ix} \Delta \psi$ 代入式(7), 则根据虚功原理, 连续体机器人静力学模型可化简为

$$\mathbf{J}_{iq\psi}^T \boldsymbol{\tau}_i + \mathbf{J}_{ix}^T \mathbf{W}_e = \nabla \mathbf{U}_i \quad (9)$$

式中 $\nabla \mathbf{U}_i$ ——系统中势能相对于参数 ψ 的导数

在机器人弯曲变形运动时,其输入力 $\boldsymbol{\tau}_i$ 为

$$\boldsymbol{\tau}_i = (\mathbf{J}_{iq\psi}^T)^+ (\nabla \mathbf{U}_i - \mathbf{J}_{ix}^T \mathbf{W}_e) + (\mathbf{I} - (\mathbf{J}_{iq\psi}^T)^+ \mathbf{J}_{ix}^T) \boldsymbol{\eta} \quad (10)$$

式中 η —作用到中心骨架上力矢量, 取

$$[1 \ 1 \ 1]^T$$

2.1 相邻关节间力矩耦合效应

由于连续体机器人是由多节结构和功能相同的弯曲单元相互串联而成, 则后端弯曲单元的弯曲运动势必会对近端弯曲单元产生一个耦合作用力矩^[17](图4), 从而影响近端弯曲单元的变形精度。为提高机器人控制精度, 需研究相邻关节间耦合效应。假设第*i+1*节弯曲单元在弯曲变量为 ψ_{i+1} 时对第*i*节弯曲单元产生一个耦合力矩 ${}^{i+1,i}M_c^i(\psi_{i+1})$ 为

$${}^{i+1,i}M_c^i(\psi_{i+1}) = [{}^{i+1,i}M_{c\theta}^i \ {}^{i+1,i}M_{c\alpha}^i]^T \quad (11)$$

其中

$${}^{i+1,i}M_{c\theta}^i = \frac{-E_{i+1}I_{i+1}}{\rho_{i+1}} = \frac{-E_{i+1}I_{i+1}}{1/k_{i+1}}$$

$${}^{i+1,i}M_{c\alpha}^i \approx 0$$

式中 ρ_{i+1} —第*i+1*节弯曲单元中心骨架的曲率半径

${}^{i+1,i}M_{c\theta}^i$ 、 ${}^{i+1,i}M_{c\alpha}^i$ —第*i+1*节弯曲单元弯曲角和旋转角对第*i*节弯曲单元产生的耦合力矩

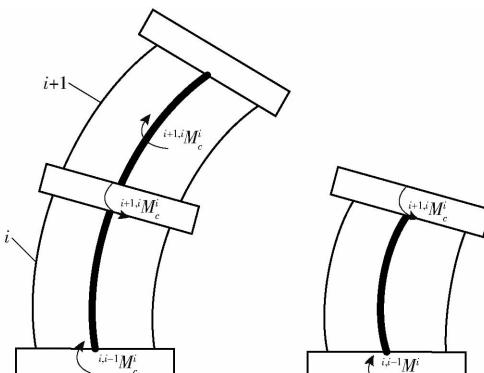


图4 相邻关节间的耦合力矩示意图

Fig. 4 Schematic of coupling effects in adjacent segments

由于第*i+1*节弯曲单元与第*i*节弯曲单元间的驱动绳均相对平行^[18-19], 则旋转角引起的耦合力矩 ${}^{i+1,i}M_{c\alpha}^i$ 可近似为0。同理, 第*i*节弯曲单元基座底盘会受到一个由第*i-1*节弯曲单元产生的反作用力矩 ${}^{i,i-1}M_c^i(\psi_i)$ 。根据几何关系 $\rho_{i+1}\theta_{i+1} = l_{i+1}$, 将其代入式(11)化简可得

$${}^{i+1,i}M_c^i = \begin{bmatrix} {}^{i+1,i}M_{c\theta}^i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中

$${}^{i+1,i}M_{c\theta}^i = \frac{-E_{i+1}I_{i+1}}{l_{i+1}} \theta_{i+1}$$

前文推导的机器人静力学模型(式(9))并没有考虑关节间耦合力矩的影响, 则将式(12)代入式(9)中并

假设机器人所受的外力 $\mathbf{W}_e^T = 0$, 则连续体机器人的静力学模型将修正为

$$\breve{\tau}_i^T \mathbf{J}_{iq\psi} \Delta\boldsymbol{\psi}_i + {}^{i+1,i}M_c^T \Delta\boldsymbol{\psi}_i - {}^{i,i-1}M_c^T \Delta\boldsymbol{\psi}_{i0} = \nabla \breve{\mathbf{U}}_i^T \Delta\boldsymbol{\psi}_i \quad (13)$$

式中 $\breve{\tau}_i^T$ —修正后机器人驱动力矩

$\breve{\mathbf{U}}_i^T$ —修正后弹性势能

由于第*i*节弯曲单元基座连接盘的虚位移 $\Delta\boldsymbol{\psi}_{i0}$ 为0, 则耦合力矩所做的功为0。同时忽略耦合力矩对弹性势能的变换梯度的影响, 则静力学模型可化简为

$$\begin{aligned} \breve{\tau}_i^T \mathbf{J}_{iq\psi} \Delta\boldsymbol{\psi}_i &= (\tau_i^T \mathbf{J}_{iq\psi} - {}^{i+1,i}M_c^T) \Delta\boldsymbol{\psi}_i \\ \mathbf{J}_{iq\psi}^T \breve{\tau}_i &= \mathbf{J}_{iq\psi}^T \tau_i - {}^{i+1,i}M_c \end{aligned} \quad (14)$$

则第*i*节弯曲单元驱动力模型为

$$\breve{\tau}_i = \tau_i - (\mathbf{J}_{iq\psi}^T)^{+i+1,i} M_c \quad (15)$$

2.2 连接盘与驱动绳间力传递特性分析

考虑到驱动绳在通过绳-轮传动系统后, 将依次穿过连接盘导向孔并最终固定在机器人末端。为实现机器人精确控制, 需要对驱动绳与连接盘间的力传递特性进行研究, 采用经典库伦摩擦模型^[20-21]对其进行建模分析, 如图5所示。

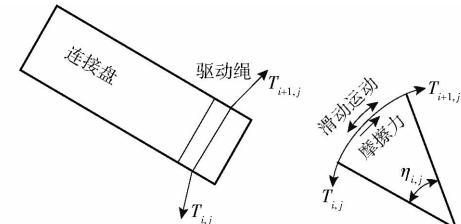


图5 驱动绳与连接盘间的相互运动示意图

Fig. 5 Motion relationship schematic of cable-disk system

由图5可得

$$\begin{cases} ds = \rho_r \eta_{i,j} \\ N_{i,j} \approx T_{i,j} \eta_{i,j} \\ f_{i,j} = dT_{i,j} \end{cases} \quad (16)$$

式中 ds —微小传动单元长度

ρ_r —微小传动单元曲率半径

$\eta_{i,j}$ —微小传动单元接触包角

$T_{i,j}$ —第*i*节弯曲单元第*j*根驱动绳的张力

$f_{i,j}$ —驱动绳与连接盘间的摩擦力

$N_{i,j}$ —驱动绳与连接盘间的正压力

则驱动绳与连接盘间的摩擦力为

$$f_{i,j} = dT_{i,j} = \mu T_{i,j} \eta_{i,j} \operatorname{sgn}(\dot{q}) \quad (17)$$

式中 μ —摩擦因数

\dot{q} —驱动绳相对连接盘的滑动速度

sgn —驱动绳相对于连接盘的滑动速度方向

将式(17)化简, 对两边同时积分可得

$$\ln \frac{T_{i+1,j}}{T_{i,j}} = \operatorname{sgn}(\dot{q}) \mu \eta_{i,j} \quad (18)$$

式中 $T_{i+1,j}$ ——输出张力

则包含非线性摩擦力的力传递模型为

$$T_{i+1,j} = \begin{cases} T_{i,j} \exp(\operatorname{sgn}(\dot{q}) \mu \eta_{i,j}) & (\dot{q} \neq 0) \\ T_{i,j}(t^{-1}) & (\dot{q} = 0) \end{cases} \quad (19)$$

式中 $T_{i,j}(t^{-1})$ ——驱动绳相对于连接盘无运动时前一时刻的张力

由于连接盘间的驱动绳形状为直线,其方向矢量与连接盘对应导向孔的位置相关,则连接盘上各导向孔在自身坐标系中的位置矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{i,j}^i &= \mathbf{r}(-1)^{j+1} \cdot \\ &\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi(j-1)}{3}\right) \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi(j-1)}{3}\right) \quad 0 \right]^T \end{aligned} \quad (j=1,2,3) \quad (20)$$

则第 i 节弯曲单元第 j 个驱动绳的位置为

$$\mathbf{h}_{i,j} = \mathbf{h}_{i,j} / \|\mathbf{h}_{i,j}\| \quad (21)$$

其中

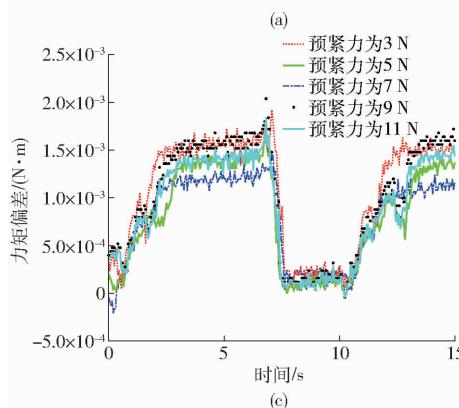
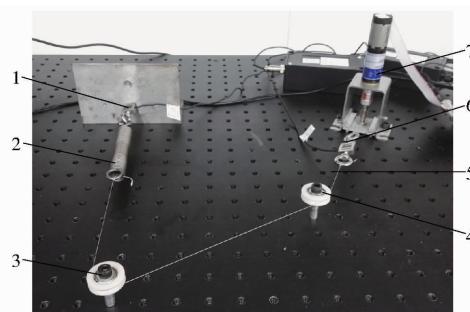
$$\mathbf{h}_{i,j} = \begin{cases} {}^0\mathbf{P} + {}^0\mathbf{R}\mathbf{r}_{i,j}^i - \mathbf{r}_{i,j}^i & (i=1) \\ {}^i\mathbf{R}^{i-1}\mathbf{P} + {}^i\mathbf{R}\mathbf{r}_{i,j}^i - {}^{i-1}\mathbf{R}\mathbf{r}_{i,j}^i & (i>1) \end{cases}$$

根据驱动绳的位置矢量,即可得到驱动绳与连接盘接触时包角

$$\eta_{i,j} = \arccos(\mathbf{b}_{i,j} \cdot \mathbf{b}_{i+1,j}) \quad (22)$$

将式(22)代入式(19)化简可得

$$T_{i,j} = \begin{cases} T_{j,act} & (i=1) \\ T_{i-1,j} \varepsilon_{i,j} & (i>1) \end{cases} \quad (23)$$



其中 $\varepsilon_{i,j} = \exp(\operatorname{sgn}(\dot{q}) \mu \arccos(\mathbf{b}_{i,j} \cdot \mathbf{b}_{i+1,j}))$

式中 $\varepsilon_{i,j}$ ——摩擦力影响系数

$T_{i-1,j}$ ——包角为 $\eta_{i,j}$ 时导向孔两端输入拉力

$T_{j,act}$ ——施加到机器人系统中的绳张力

将式(23)代入式(14)、(15),即可建立包含驱动绳与连接盘间摩擦力的静力学模型,即连续体机器人传动系统的力传递模型为

$$\ddot{\boldsymbol{\tau}}_{(n)} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\varepsilon}_{(n)}) \boldsymbol{\tau}_{(n)} - (\mathbf{J}_{nq\psi}^T)^{+n} \mathbf{M}_c \quad (24)$$

其中 $\ddot{\boldsymbol{\tau}}_{(n)} = [\ddot{\boldsymbol{\tau}}_1^T \quad \ddot{\boldsymbol{\tau}}_2^T \quad \dots \quad \ddot{\boldsymbol{\tau}}_n^T]^T$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{(n)} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1^T \quad \dots \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{n-1}^T \quad \mathbf{O}^T]^T$$

$${}^n\mathbf{M}_c = [{}^{2,1}\mathbf{M}_c^T \quad {}^{3,2}\mathbf{M}_c^T \quad \dots \quad {}^{n,n-1}\mathbf{M}_c^T \quad \mathbf{O}^T]^T$$

式中 $\ddot{\boldsymbol{\tau}}_{(n)}$ ——输入到机器人弯曲单元的初始张力

$\boldsymbol{\varepsilon}_{(n)}$ ——等效摩擦因数

${}^n\mathbf{M}_c$ ——相邻关节间耦合力矩

\mathbf{O} ——零矩阵

3 连续体机器人力传递特性分析

为分析连续体机器人绳-轮传动系统间的力传递特性,搭建如图 6a 所示的实验平台对绳-轮传动系统力传递特性进行分析。该平台包括 1 台 maxon 伺服电机,2 个拉力传感器(JLBS 型,10 kg),1 根直径为 0.4 mm、弹性模量为 4.96×10^9 Pa 的大力马纤维线,1 个负载弹簧和 2 个导向轮等。假设绳-轮力传递系统处于静态平衡状态且无相对滑动,同时忽

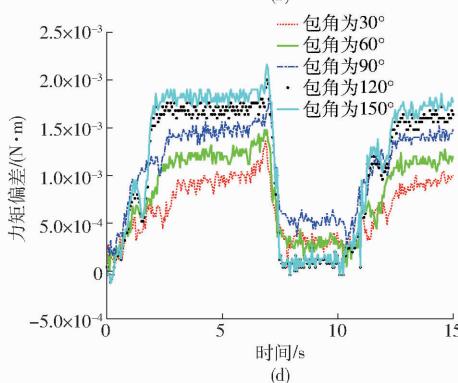
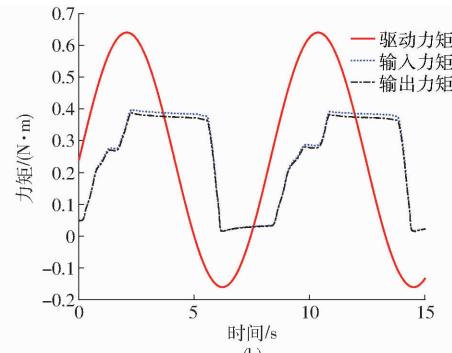


图 6 绳-轮传动系统运动特性

Fig. 6 Motion characteristics of cable-pulley system

1、6. 拉力传感器 2. 负载弹簧 3、4. 导向轮 5. 驱动绳 7. 伺服电机

略系统中导向轮与其转轴间的摩擦，则在力矩工作模式下对输出端的负载弹簧进行运动控制，分别在不同预紧力（3、5、7、9、11 N）和包角（30°、60°、90°、120°、150°）下基于张力传感器测量系统的输入张力和输出张力，测量结果如图 6b~6d 所示。

由图 6 可知，绳-轮传动系统在不同预紧力、不同包角下其输入与输出力矩间的偏差较小，即机器人力传递系统在通过导向轮传动时其力矩损失量较小。由图 6c 可知，绳的预紧力与力矩损耗成正比，预紧力越大，力矩损失越大，但在预紧力超过 7 N 后，力矩的损失量随着预紧力的增大反而减小，可能在预紧力为 9 N 或 11 N 时，驱动绳与导向轮间存在相对滑动所造成；而图 6d 为不同接触包角状态下绳-轮传动系统的力传递特性，力矩损失量正比于接触包角，包角越大，力矩损失越大。同时与图 6c 对比可知，接触包角对传动损耗的影响比绳索预紧力的作用大。

根据文献[20,22]，基于导向轮力传递过程中绳的变形为粘弹性变形，则驱动绳和导向轮间的摩擦力与其所承受的正压力满足能量法，即

$$f = \alpha N^n \quad (n \leq 1) \quad (25)$$

式中 f —摩擦力 N —法向力

式(25)中 α 和 n 是常量，主要与接触材料的特性相关。但当 $\alpha = \mu, n = 1$ 时，则满足阿蒙顿定律^[23]。在基于导向轮力传递过程中（图 7），驱动绳与导向轮接触时的弹性力、剪切力和弯曲力矩在 OXY 平面内满足力和力矩平衡，即

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = T \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - (T + dT) \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - \\ (Q + dQ) \sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - Q \sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) + df = 0 \\ \sum F_y = (Q + dQ) \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - Q \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - \\ (T + dT) \sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - T \sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) + dN = 0 \\ \sum M = M + dM - M - (Q + dQ) \frac{R d\varphi}{2} - \\ Q \frac{R d\varphi}{2} + r d f = 0 \end{array} \right. \quad (26)$$

由于 $d\varphi$ 比较小，将 $d\varphi = 0, \sin \frac{d\varphi}{2} = \frac{d\varphi}{2}, \cos \frac{d\varphi}{2} = 1$

代入式(26)化简可得

$$\left\{ \begin{array}{l} dT + Q d\varphi - df = 0 \\ dQ - T d\varphi + dN = 0 \\ dM - Q R d\varphi + r d f = 0 \end{array} \right. \quad (27)$$

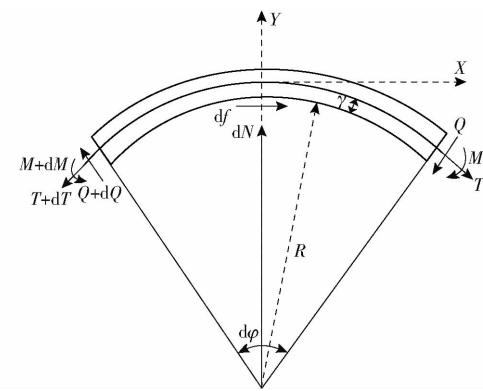


图 7 驱动绳与导向轮受力示意图

Fig. 7 Force diagram of cable-pulley system

线，采用改进的 Capstan 方程进行建模分析，研究驱动绳弯曲刚度和非线性摩擦对运动传递效率的影响。而弯曲刚度对力传递效率的影响主要通过分析绳-轮半径比值对传动效率的影响进行研究。令 $\rho = R_j/r_s, R = R_j + r_s$ 为导线轮接触面的圆弧半径， r_s 为驱动绳的半径。由于弯曲力矩独立于参数 φ ，则相对于包角 φ 的导数为

$$\frac{dM}{d\varphi} = \frac{d^2 M}{d\varphi^2} = 0 \quad (28)$$

将式(28)代入式(27)，两边同时除以 $d\varphi$ ，并删除 Q 得

$$\frac{d^2 T}{d\varphi^2} + \frac{\rho}{n} \left(\frac{1+\rho}{\alpha\rho} \right)^{\frac{1}{n}} T^{\frac{1-n}{n}} \frac{dT}{d\varphi} - \rho T = 0 \quad (29)$$

式(29)为改进的 Capstan 方程，该方程包含弯曲刚度及非线性摩擦力对传动效率的影响，能够比较准确地描述驱动绳在运动过程中的粘弹性的变形。此微分方程可通过四阶 Runge-Kutta 方法解出数值解，从而得出基于绳-轮传递系统中输入和输出张力比值。假设驱动绳在自身张力的作用下与导向轮完全接触，如图 8 所示，则绳与轮接触面的边界条件有

$$\left\{ \begin{array}{l} T(0) = T_1 \cos\theta_1 \\ T(\theta) = T_2 \cos\theta_2 \end{array} \right. \quad (30)$$

式中 $T(0)$ —通过导线轮两端绳输入张力

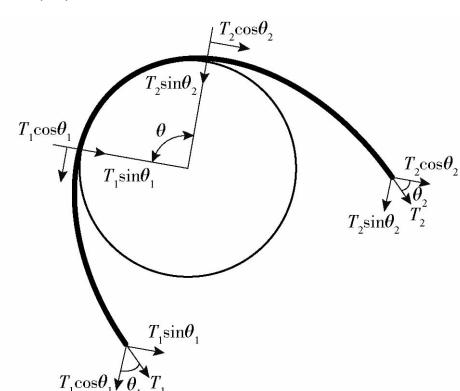


图 8 绳与轮接触面示意图

Fig. 8 Schematic of cable-pulley contact surface

$T(\theta)$ ——通过导线轮两端绳输出张力

根据接触边界条件,将微分方程化简为

$$\begin{cases} T'(\varphi) = Z(\varphi) \\ Z'(\varphi) = -\frac{\rho}{n} \left(\frac{1+\rho}{\alpha\rho} \right)^{\frac{1}{n}} T^{\frac{1-n}{n}}(\varphi) Z(\varphi) + \rho T(\varphi) \\ T(0) = T_1 \cos \theta_1 \\ Z(0) = \rho T_1 \sin \theta_1 \end{cases} \quad (31)$$

为了方便计算,将初始夹角设定为 $\theta_1 = 0$,则考虑弯曲刚度和非线性摩擦等影响下经过绳-轮传动系统后输入与输出张力比 κ 为

$$\kappa = \frac{T_{in}}{T_{out}} = \sqrt{\frac{\rho^2 T^2(\varphi) + T'^2(\varphi)}{\rho^2 T^2(0)}} = \frac{1}{\rho^2 T(0)} \sqrt{\rho^2 T^2(\varphi) + T'^2(\varphi)} \quad (32)$$

式中 T_{in} 、 T_{out} ——绳-轮传动系统中的输入和输出张力

假设绳-轮传动系统接触面的总包角变化范围为 $0 \leq \theta \leq \pi$, 绳-轮半径比 ρ 取值 1 或 10, 摩擦因数 α 为 0.15 或 0.6, 参数 n 取 0.67 或 1, 且经绳-轮传动系统后绳的输出张力为 1, 则经绳-轮传动系统前后输入张力和输出张力比随包角的变化规律如图 9 所示。由图 9 可知, 与经典的 Capstan 方程相比, 考虑非线性摩擦及弯曲刚度的模型比经典的 Capstan 方程的摩擦损失小, 且改进后驱动绳张力比值随弯曲角度的变化相对比较平稳, 即在输出相同张力时所需的绳输入张力小。同时分析不同参数对绳-轮传动模型的影响, 对比图 9a 和图 9b 可知, 改进后传动模型中绳张力损失较小, 且非线性摩擦对张力损耗的影响比弯曲刚度的大。当摩擦因数 α 为 0.6 时, 输入和输出的绳张力比比在摩擦因数 α 为 0.15 时变化快, 表明摩擦因数是影响传递效率的最主要参数。

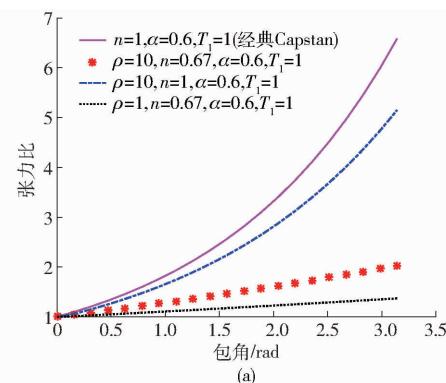
4 机器人运动传递模型及驱动补偿

考虑到驱动绳本身的材料特性及绳张力的作用, 不可避免地造成绳的伸张, 从而影响机器人控制精度。若令 $d\delta$ 为驱动绳伸长量, T 为绳张力, E 、 A 分别为驱动绳的弹性模量和横截面积, 则根据胡克定律^[24-25], 绳的伸长量模型为

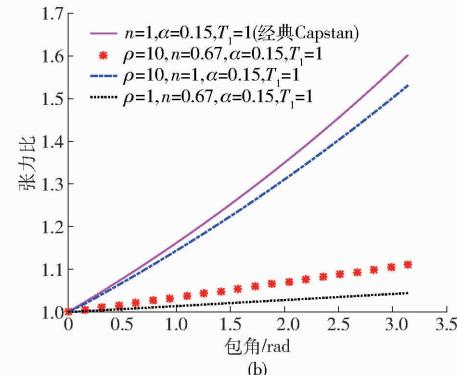
$$d\delta = \frac{T dl}{EA} \quad (33)$$

4.1 绳-轮传动系统中运动传递模型

由于绳-轮传动系统非线性摩擦的影响, 驱动绳经过导向轮后其输入和输出张力将有所损失^[26-27]。根据式(32)、(33), 经过绳-轮传动系统后绳的伸长量模型为



(a)



(b)

图 9 经绳-轮传动系统前后输入和输出张力比

Fig. 9 Tension ratio between incoming force and outgoing force after cable-pulley system

$$\delta_c = \frac{1}{EA} \int_0^\varphi T_{in} R d\varphi - \frac{T_0 R \varphi}{EA} \quad (34)$$

式中 T_0 ——驱动绳的初始预紧力

R ——导向轮半径

$d\varphi$ ——绳-轮接触面包角

将式(34)积分后化简可得

$$\delta_c = \frac{1}{EA\rho} \int_0^\varphi \frac{T_{out}}{\rho^2 T(0)} \sqrt{\rho^2 T^2(\varphi) + T'^2(\varphi)} d\varphi - \frac{T_0 R \varphi}{EA} = \frac{1}{EA k \rho^2} \int_0^\varphi \sqrt{\rho^2 T^2(\varphi) + T'^2(\varphi)} d\varphi - \frac{T_0 R \varphi}{EA} \quad (35)$$

式中 k ——传动轮曲率半径

4.2 机器人自身的运动传递模型

第 2 节分析了机器人自身的弯曲变形特性, 建立了包含非线性摩擦和关节耦合作用的力传递模型。令 T_i 为第 i 根驱动绳的张力, E_i 、 A_i 分别为驱动绳的弹性模量和横截面积, 将 $dl_i = p_i d\eta_i$ 代入式(33)积分并结合驱动绳与连接盘间的摩擦模型(式(24)), 则在运动过程中由连接盘摩擦力影响所造成的绳伸张量为

$$\delta_i = \frac{T_i}{E_i A_i k_i \mu \operatorname{sgn}(\dot{q})} (\exp(\operatorname{sgn}(\dot{q}) \mu \eta_i) - 1) - \frac{T_0 l_i}{E_i A_i} = \begin{cases} \frac{1}{E_i A_i} \left(-\frac{T_i}{k_i \mu} + \frac{T_i}{k_i \mu} \exp(\mu \eta_i) - T_0 l_i \right) & (\dot{q} \geq 0) \\ \frac{1}{E_i A_i} \left(\frac{T_i}{k_i \mu} - \frac{T_i}{k_i \mu} \exp(-\mu \eta_i) - T_0 l_i \right) & (\dot{q} < 0) \end{cases} \quad (36)$$

(36)

为提高机器人控制精度,对机器人的驱动控制系统进行补偿,提出了一种基于力传递模型的连续体机器人驱动补偿方法,该方法通过一个前馈补偿控制器估算出弯曲变形过程中驱动的损失量,然后将其反馈补偿到驱动单元中,以提高机器人的控制精度,补偿流程如图 10 所示。

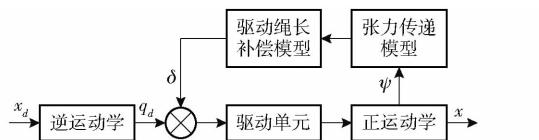


图 10 驱动补偿流程示意图

Fig. 10 Compensation control of drive system

最终得到连续体机器人的驱动误差补偿量为

$$\tilde{q}_i = q_i + \delta_i \quad (37)$$

式中 \tilde{q}_i ——第 i 节补偿后驱动量

q_i ——第 i 节机器人理论驱动量

5 实验

通过连续体机器人的补偿实验对控制效果进行验证,搭建如图 11 所示的机器人样机平台。该系统主要有 3 个 maxon 伺服电机(A-max22 型)及对应的驱动控制器(GP22C 型),5 个铝合金连接盘,通过连接盘中心孔的 NiTi 合金芯柱及 3 根均匀分布在连接盘圆周直径为 0.8 mm 的大力马驱动绳组成。机器总长为 90 mm,直径为 10 mm,通过调节绳长均连接一个微型张力传感器(JLBS-MD-10kg 型),用以测量机器人在弯曲运动过程中实际张力。采用高精度双目激光跟踪仪(CTrac-380 型)设备对机器人的末端位置进行实时跟踪,其跟踪精度为 0.022 mm,通过对比驱动补偿前后机器人控制精度来验证所提驱动补偿方法的正确性和有效性。

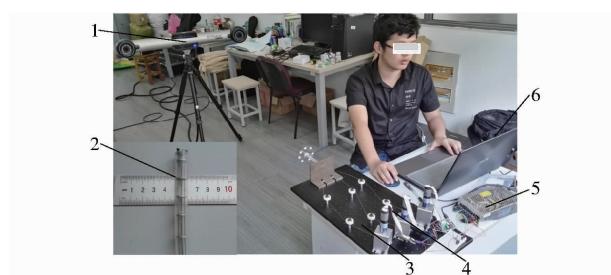


图 11 测量实验现场图

Fig. 11 Experimental platform of compensation

control of robot

- 1. 双目激光跟踪仪 2. 连续体机器人 3. 驱动绳 4. 伺服电机
- 5. 电源 6. 控制 PC

首先对机器人误差补偿模型中的未知参数进行标定,假设机器人系统力传递模型中的初始摩擦参

数值,利用张力传感器测量得到的实际输入张力与力传递模型中的理论张力进行优化估算,将求解模型中的摩擦力参数问题转换为线性最小二乘法优化问题进行求解,其参数估算模型为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{(n)} = \min \| \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{(n)} - \check{\boldsymbol{\tau}}_{(n)} \| \\ \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{(n)} = [\tilde{\tau}_1^T \quad \tilde{\tau}_2^T \quad \cdots \quad \tilde{\tau}_n^T]^T \\ \check{\boldsymbol{\tau}}_{(n)} = [\check{\tau}_1^T \quad \check{\tau}_2^T \quad \cdots \quad \check{\tau}_n^T]^T \\ \check{\boldsymbol{\tau}}_i = \text{diag}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) \boldsymbol{\tau}_i - (\mathbf{J}_{iqb}^T)^{+i+1,i} \mathbf{M}_c \end{cases} \quad (38)$$

式中 $\tilde{\boldsymbol{\tau}}_{(n)}$ ——通过张力传感器测量得到的实际驱动力

$\check{\boldsymbol{\tau}}_{(n)}$ 可通过静力学模型计算得到理论值,然后根据式(38)估算出力传递模型中的摩擦力参数。

令旋转角 $\beta=0^\circ$ 保持固定不变,而弯曲角变化范围为 $40^\circ \sim 90^\circ$,步距角为 5° ,则机器人只在驱动线 1 的拉伸作用下进行弯曲运动,力传递模型中驱动绳 1 对应的摩擦因数可通过估算得出,同理分别对于旋转角 $\beta=120^\circ, 240^\circ$,驱动线 2 和 3 对应的摩擦因数可以通过优化估算得出,结果如表 1 所示。

表 1 摩擦因数估算值

Tab. 1 Estimated parameters of friction coefficient

参数	$\beta=0^\circ$	$\beta=120^\circ$	$\beta=240^\circ$
μ	0.26	0.31	0.28
λ/mm	0.54	0.23	0.72

5.1 平面弯曲实验

首先控制连续体机器人在单一平面内进行平面弯曲运动,通过对比补偿前后机器人末端位置精度来验证所提补偿方法的有效性。假设机器人在旋转角 $\beta=0^\circ$ 的平面内以弯曲速率为 $\pi/10$ 从 0° 弯曲至 90° ,则补偿前后机器人末端位置跟踪实验过程如图 12 所示。图 12b、12c 分别展示了补偿前后机器人在 oxz 平面内运动时的末端轨迹及其末端位置偏差。从实验结果可知,补偿前后机器人末端的位置精度得到明显改善。由图 12c 可知,补偿前机器人末端定位误差均值为 3.03 mm,补偿后机器人末端定位误差均值为 1.48 mm,精度提高 50.99%,由此验证了补偿方法的有效性和正确性。同时随着弯曲角的增大,机器人末端位置误差也逐渐增大,这可能是由于机器人结构组装误差、建模误差及硅胶外壳变形误差所引起的,但总占比较小,可忽略不计。

5.2 空间圆弧轨迹实验

根据预先设定的圆弧轨迹并通过逆运动学来计算运动过程中的驱动绳长,而机器人的实际运动轨迹则通过视觉跟踪系统进行测量,则补偿前后机器人空间圆弧运动过程如图 13a 所示。由图 13b、13c

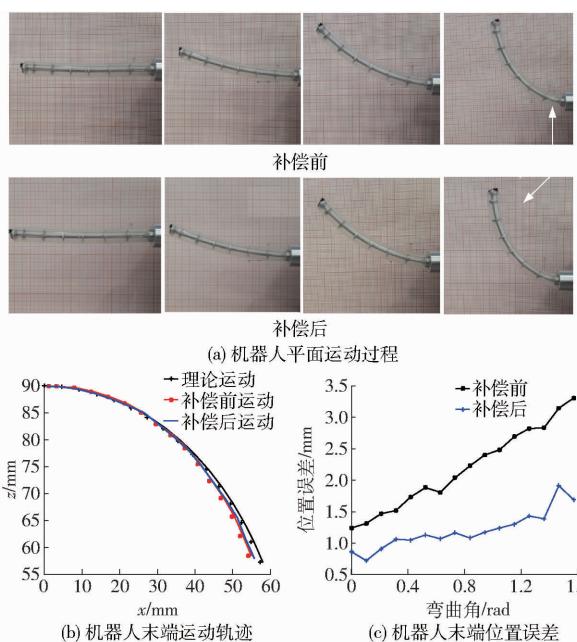


图 12 补偿前后机器人的平面弯曲运动

Fig. 12 Planar bending motion of robot before and after compensation

可知,补偿后机器人末端定位精度得到明显提高,机器人末端位置误差均值由补偿前 5.94 mm 降低至补偿后 3.15 mm,降低 46.97%。与平面运动结果相比,补偿前后机器人空间运动时的位置误差偏大,其可能是由于不同方向上的位置误差累积叠加造成的。通过以上机器人平面和空间控制实验结果验证了所提补偿方法的正确性和有效性。

6 结论

(1) 所提的驱动补偿控制方法综合考虑了传动系统的非线性摩擦、驱动绳伸长及关节间的耦合作用等影响,能够有效提高机器人的运动控制精度,并

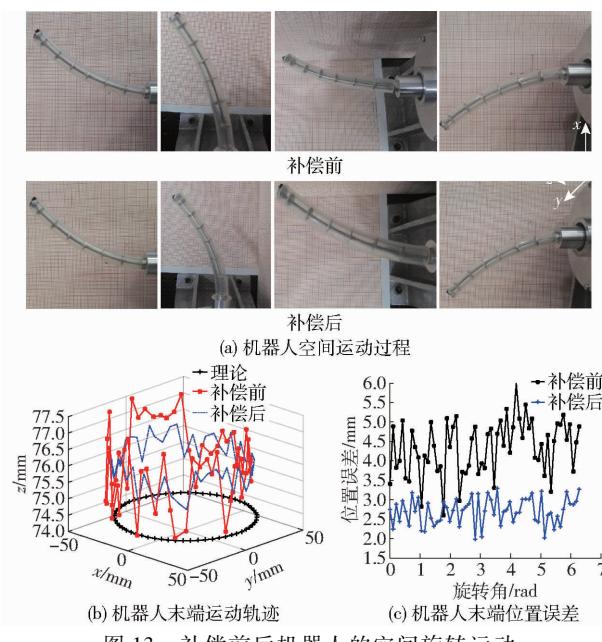


图 13 补偿前后机器人的空间旋转运动

Fig. 13 Spatial rotation motion of robot before and after compensation

通过实验得到验证。但在空间圆弧运动过程中其位置误差明显大于平面弯曲运动时位置偏差,其主要原因可能是机器人各方向的位置误差累积和结构扭转变形所造成的。

(2) 分析了绳-轮传动系统的力传递特性,建立了包含弯曲刚度和非线性摩擦的力传递模型,更为精准地描述了传动系统的力传递过程。

(3) 实验结果同时验证了所建的运动学模型和绳索驱动系统力传递模型,但忽略了硅胶外壳对机器人运动变形的影响,后续有必要进行深入研究。

(4) 机器人在实验过程中存在一定的迟滞现象,可能是由于驱动绳的伸张及与导向轮间的滑动摩擦所造成的,此误差较小,可忽略不计。

参 考 文 献

- [1] QI F, CHEN B, GAO S, et al. Dynamic model and control for a cable-driven continuum manipulator used for minimally invasive surgery [J]. The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery, 2021, 17(3): 2234.
- [2] QI F, JU F, BAI D M, et al. Kinematics optimization and static analysis of a modular continuum robot used for minimally invasive surgery [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine, 2018, 232(2): 135–148.
- [3] LAI J, HUANG K, LU B, et al. Verticalized-tip trajectory tracking of a 3d-printable soft continuum robot: enabling surgical blood suction automation [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 27(3): 1545–1556.
- [4] LEE D H, KIM Y H, COLLINS J, et al. Non-linear hysteresis compensation of a tendon-sheath-driven robotic manipulator using motor current [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(2): 1224–1231.
- [5] WANG M, XIN D, BA W, et al. Design, modelling and validation of a novel extra slender continuum robot for in-situ inspection and repair in aeroengine [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 67: 102054.
- [6] XU K, SIMAAN N. Actuation compensation for flexible surgical snake-like robots with redundant remote actuation [C] // Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2006: 4148–4154.
- [7] SIMAAN N, XU K, WEI W, et al. Design and integration of a telerobotic system for minimally invasive surgery of the throat [J]. The International Journal of Robotics Research, 2009, 28(9): 1134–1153.
- [8] KESNER S B, HOWE R D. Position control of motion compensation cardiac catheters [J]. IEEE Transactions on Robotics,

- 2011, 27(6): 1045–1055.
- [9] CHIANG L S, JAY P S, VALDASTRI P, et al. Tendon sheath analysis for estimation of distal end force and elongation [C] // 2009 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. IEEE, 2009: 332–337.
- [10] PHEE S J, LOW S C, DARIO P, et al. Tendon sheath analysis for estimation of distal end force and elongation for sensorless distal end [J]. Robotica, 2010, 28(7): 1073–1082.
- [11] AGRAWAL V, PEINE W J, YAO B, et al. Control of cable actuated devices using smooth backlash inverse [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2010: 1074–1079.
- [12] XU W, POON C C Y, YAM Y, et al. Motion compensated controller for a tendon-sheath-driven flexible endoscopic robot [J]. International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery, 2017, 13(1): e1747.
- [13] ROY R, WANG L, SIMAAN N. Modeling and estimation of friction, extension, and coupling effects in multisegment continuum robots [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(2): 909–920.
- [14] 齐飞,余世刚,高书苑,等.考虑非线性摩擦的绳驱动连续体机器人动力学研究[J].农业机械学报,2021,52(4):375–383,401.
QI Fei, SHE Shigang, GAO Shuyuan, et al. Dynamic of cable-driven continuum robot with nonlinear friction model [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(4): 375–383, 401. (in Chinese)
- [15] 席万强,陈柏,丁力,等.考虑非线性摩擦模型的机器人动力学参数辨识[J].农业机械学报,2017,48(2):393–399.
XI Wanqiang, CHEN Bai, DING Li, et al. Dynamic parameter identification for robot manipulators with nonlinear friction model [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(2): 393–399. (in Chinese)
- [16] RUCKER D C. Statics and dynamics of continuum robots with general tendon routing and external loading [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2011, 27(6): 1033–1044.
- [17] YUAN H, ZHOU L, XU W. A comprehensive static model of cable-driven multi-section continuum robots considering friction effect [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 135: 130–149.
- [18] 沈惠平,朱忠顾,孟庆梅,等.零耦合度空间2T1R并联机构运动学与刚度建模分析[J].农业机械学报,2020,51(10):411–420.
SHEN Huiping, ZHU Zhongqi, MENG Qingmei, et al. Kinematics and stiffness modeling analysis of spatial 2T1R parallel mechanism with zero coupling degree [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(10): 411–420. (in Chinese)
- [19] 朱伟,郭倩,马致远,等. SCARA并联机构刚度和动力学分析[J].农业机械学报,2019,50(10):375–385.
ZHU Wei, GUO Qian, MA Zhiyuan, et al. Stiffness and dynamics analysis of SCARA parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(10): 375–385. (in Chinese)
- [20] WU Q, WANG X, CHEN L, et al. Transmission model and compensation control of double-tendon-sheath actuation system [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 62(3): 1599–1609.
- [21] WU H, YIN M, XU Z, et al. Transmission characteristics analysis and compensation control of double tendon-sheath driven manipulator [J]. Sensors, 2020, 20(5): 1301.
- [22] XUE R, REN B, YAN Z, et al. A cable-pulley system modeling based position compensation control for a laparoscope surgical robot [J]. Mechanism and machine theory, 2017, 118: 283–299.
- [23] DO T N, TJAHHOWIDODO T, LAU M W S, et al. Nonlinear friction modelling and compensation control of hysteresis phenomena for a pair of tendon-sheath actuated surgical robots [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 60: 770–784.
- [24] WOCKENFU W R, BRANDT V, WEISHEIT L, et al. Design, modeling and validation of a tendon-driven soft continuum robot for planar motion based on variable stiffness structures [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(2): 3985–3991.
- [25] HUANG X, ZOU J, GU G. Kinematic modeling and control of variable curvature soft continuum robots [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 26(6): 3175–3185.
- [26] 李菊,朱忠顾,沈惠平,等.三平移并联机构拓扑设计与运动学分析[J].农业机械学报,2022,53(9):425–433,442.
LI Ju, ZHU Zhongqi, SHEN Huiping, et al. Topological design and kinematic analysis of novel three-translation parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(9): 425–433, 442. (in Chinese)
- [27] 马金玉,余胜东,康升征,等.基于压电作动器驱动的微操作机构设计与运动控制[J].农业机械学报,2021,52(9):417–426.
MA Jinyu, YU Shengdong, KANG Shengzheng, et al. Design and motion control of piezo-driven puncture micromanipulation mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(9): 417–426. (in Chinese)