

两支链三平移并联机构动力学分析与性能优化

李 菊 肖思进 沈惠平 赵一楠 杨廷力
(常州大学现代机构学研究中心, 常州 213164)

摘要: 对前期提出的三平移并联机构 2P4R(Pa)–PR(Pa)R 进行了动力学分析及其性能优化。首先,基于该机构的符号式位置正解,直接求得其各杆件(角)速度和(角)加速度;然后,采用基于虚功原理的序单开链法,对该机构进行动力学建模,并通过比较 3 个驱动力的理论计算值与仿真结果,验证了动力学建模的正确性;进一步,以杆件长度和质量参数作为设计变量,以可达工作空间和能量传递效率两种性能指标为目标函数,对该机构进行运动学和动力学性能的二级递进优化,得到机构在上述两种性能指标下的最优解,使机构可达工作空间性能指标提高 56.2%,全局能量传递效率性能指标提高 63.6%,为机构设计与样机研制奠定了基础。

关键词: 并联机构; 序单开链法; 虚功原理; 动力学建模; 性能优化

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2022)10-0412-11 OSID: 

Dynamics Analysis and Performance Optimization of Two-chain and Three-translation Parallel Mechanism

LI Ju XIAO Sijin SHEN Huiping ZHAO Yi'nan YANG Tingli
(Research Center for Advanced Mechanism Theory, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: Dynamic analysis and performance optimization of the three-translation parallel mechanism (PM) 2P4R(Pa)–PR(Pa)R proposed by the authors were performed. Firstly, based on the symbolic positive solution of the mechanism, the (angular) velocity and (angular) acceleration of each member were obtained directly. Then, the dynamic model of the mechanism was established by using the sequential single-open-chain (SOC) method based on the virtual work principle. The SOC was taken as the basic unit, and the coefficient matrix of the dynamic equation can be directly called by the results of the mechanism velocity analysis, which improved the calculation efficiency. The correctness of the dynamic modeling was verified by comparing the theoretical calculation values of the three driving forces with the simulation results. Further, based on the differential evolution algorithm, taking the length and mass parameters of the rod as the design variables and the two performance indexes of reachable workspace and energy transfer efficiency as the objective functions, the two-level progressive optimization of the kinematic and dynamic performance of the mechanism was carried out, and the optimal solution of the mechanism under the above two performance indexes was obtained, which laid a foundation for the design of mechanism and the development of prototype. The three-translation parallel mechanism not only had analytic positive solution, but also had partial input-output motion decoupling, which was conducive to the trajectory planning and motion control of the mechanism. The mechanism was suitable for handling, grasping, loading and unloading of large-size workpieces along the length direction.

Key words: parallel mechanism; ordered single-open-chain method; virtual work principle; kinetic modeling; performance optimization

0 引言

三平移(3 translation, 3T)并联机器人对于分

拣、抓拿及贴标等速度、精度要求较高的重复性工作,具有明显的优势,因此,在食品、药品和 3C 电子等领域得到了广泛地应用。CLAVEL^[1]于 1988 年

收稿日期: 2021-10-02 修回日期: 2021-12-13
基金项目: 国家自然科学基金项目(51975062,51378062)
作者简介: 李菊(1981—),女,副教授,主要从事机器人机构设计和自动控制研究,E-mail: wangju0209@163.com

首次提出了可实现三维高速平动的 Delta 并联机械手;赵铁石等^[2]提出了三维移动 3RRC 并联机构,该机构结构简单对称,运动学求解方便;杨廷力等^[3]提出了三平移全转动副的并联机构 3RRPaR;CHABLAT 等^[4]提出了滑块驱动的 Orthoglide 新型并联机构,该种机构具有完全解耦特性,且运动学、动力学性能优良。上述三平移机构为完全对称机构,而在非对称并联机构这一大类中,仍存在一部份性能较为优异的机构有待探索和研究。

常用的动力学建模方法主要有:虚功原理法^[5-7]、Newton - Euler 法^[8-10]、Lagrange 法^[11-13]等。国内外学者用这些方法对各种并联机构进行了动力学分析^[14-20]。文献[21]提出了采用基于虚功原理的序单开链法来分析机构动力学,该方法以单开链(SOC)为基本单元,动力学方程系数矩阵可由机构速度分析的结果直接调用,提高了计算效率;而速度分析是确定机构惯性力、力矩所不可缺少的,因此,揭示了机构运动学和动力学之间的内在联系;沈惠平等^[22-23]用该方法分别对单输入两滑块输出平面冲压机构、单自由度一平移两转动并联运动振动筛进行了逆向动力学分析。

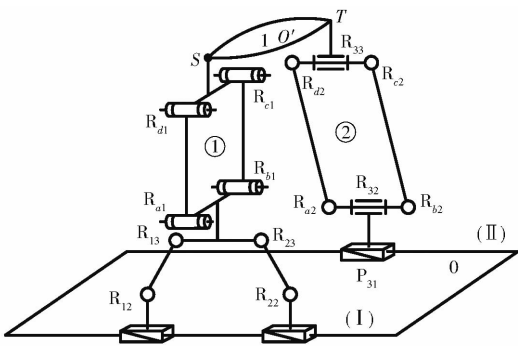
在优化方面,粒子群算法、遗传算法、蚁群算法、免疫算法、差分进化算法等^[24]智能算法,可用于并联机构的运动学和动力学性能优化,它们在适用性和可靠性上的优势更加明显^[25-28]。

本文将运用基于虚功原理的序单开链法,对笔者提出的三平移并联机构 2P4R(Pa)-PR(Pa)R^[29]进行动力学建模与分析;然后分别以杆件长度和质量参数作为设计变量,以可达工作空间和能量传递效率两种性能指标为目标函数,对并联机构进行运动学和动力学性能优化。

1 三平移并联机构及其拓扑分析

1.1 机构设计

如图 1 所示,两支链非对称 3T 并联机构由两条混合支链(HSOC)连接静平台 0、动平台 1 组成^[28-29],其中,HSOC₁由平面六杆机构(P₁₁-R₁₂-R₁₃-R₂₃-R₂₂-P₂₁,简称:2P4R 平面机构)和与之所在平面垂直的平行四边形机构 P(4R)①串联组成;HSOC₂由移动副 P₃₁、转动副 R₃₂、平行四边形机构 P(4R)②和转动副 R₃₃依次串联而成。当静平台 0 上的驱动副 P₁₁、P₂₁、P₃₁在两个导轨上滑动时,动平台 1 会产生 3 个方向的移动,且连杆 R₁₃R₂₃与导轨(I)始终保持平行,机构的三维模型如图 2 所示。



链(SOC),第 j 个 SOC_j 的约束度定义为

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m_j} f_i - I_j - \xi_{Lj} = \begin{cases} \Delta_j^- = -5, -4, -3, -2, -1 \\ \Delta_j^0 = 0 \\ \Delta_j^+ = +1, +2, +3 \end{cases} \quad (5)$$

式中 m_j ——第 j 个 SOC_j 的运动副数

I_j ——第 j 个 SOC_j 的驱动副数

进一步,一组有序的 v 个 SOC 可划分为若干个独立子运动链(SKC),而每个 SKC 仅含一个自由度为零的基本运动链(BKC),对一个 SKC 而言,须满足

$$\sum_{j=1}^v \Delta_j = 0 \quad (6)$$

因此,SKC 耦合度为

$$\kappa = \Delta_j^+ = |\Delta_j^-| = \frac{1}{2} \min \left(\sum_{j=1}^v |\Delta_j| \right) \quad (7)$$

SKC 分解为 v 个 $SOC(\Delta_j)$,可有多种分配方案,取 $\sum |\Delta_j|$ 为最小者。

1.2.2 3T 并联机构拓扑分析

由式(1)、(2)计算得该 3T 并联机构 POC 为

$$M_{Pa} = M_{HSOC1} \cap M_{HSOC2} =$$

$$\left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{12}) \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{33}) \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^0 \end{matrix} \right] \quad (8)$$

其中

$$M_{HSOC1} = \left[\begin{matrix} t^2(\parallel \diamond(R_{12}R_{13}R_{23}R_{22})) \\ r^1(\parallel R_{12}) \end{matrix} \right] \cup$$

$$\left[\begin{matrix} t^1(\parallel P_{\textcircled{1}}^{(4R)}) \\ r^0 \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{12}) \end{matrix} \right]$$

$$M_{HSOC2} = \left[\begin{matrix} t^1(\parallel P_{31}) \\ r^0 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^1(\perp R_{32}) \\ r^1(\parallel R_{32}) \end{matrix} \right] \cup$$

$$\left[\begin{matrix} t^1(\parallel P_{\textcircled{2}}^{(4R)}) \\ r^0 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^1(\perp R_{33}) \\ r^1(\parallel R_{33}) \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{33}) \end{matrix} \right]$$

可见,该机构可实现三平移。

显然,该并联机构包含两个独立回路。第 1 个独立回路:混合支链 1 中的 2P4R 机构,即回路 $LOOP_1 \{P_{11} \perp R_{12} \parallel R_{13} \parallel R_{23} \parallel R_{22} \perp P_{21}\}$ 。第 2 个独立回路:由上述 2P4R 机构与子链 $SOC \{Pa_{\textcircled{1}}^{(4R)} - R_{33}(\perp Pa_{\textcircled{2}}^{(4R)}) \parallel R_{32} \parallel P_{31}\}$ 构成。

其独立位移方程数由式(4)计算得

$$\xi_{L1} = \dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^2(\parallel \diamond(R_{12}R_{13}R_{23}R_{22})) \\ r^1(\parallel R_{13}) \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^2(\parallel \diamond(R_{12}R_{13}R_{23}R_{22})) \\ r^1(\parallel R_{23}) \end{matrix} \right] \right\} =$$

$$\dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^2(\parallel \diamond(R_{12}R_{13}R_{23}R_{22})) \\ r^1(\parallel R_{23}) \end{matrix} \right] \right\} = 3$$
$$\xi_{L2} = \dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^2(\parallel \diamond(R_{12}R_{13}R_{23}R_{22})) \\ r^1(\parallel R_{13}) \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{33}) \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^1(\parallel P_{\textcircled{1}}^{(4R)}) \\ r^0 \end{matrix} \right] \right\} =$$
$$\dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{13}, R_{33})) \end{matrix} \right] \right\} = 5$$

因此,机构自由度为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{Lj} = (6 + 5) - (3 + 5) = 3 \quad (9)$$

进一步,2 个回路的约束度由式(5)计算分别得

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L1} = 6 - 2 - 3 = 1$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L2} = 5 - 1 - 5 = -1$$

因此,这 2 个回路构成一个 SKC,其耦合度由式(7)计算为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = \frac{1}{2} (|+1| + |-1|) = 1 \quad (10)$$

由式(8)、(9)知,当取静平台 0 上的 3 个移动副 P_{11} 、 P_{21} 、 P_{31} 为驱动副时,动平台 1 可产生三维移动输出。

2 3T 并联机构运动分析

2.1 3T 并联机构位置正解

为表述方便,对图 1 所示的机构简图重新标注,得到如图 3 所示的运动学建模图。

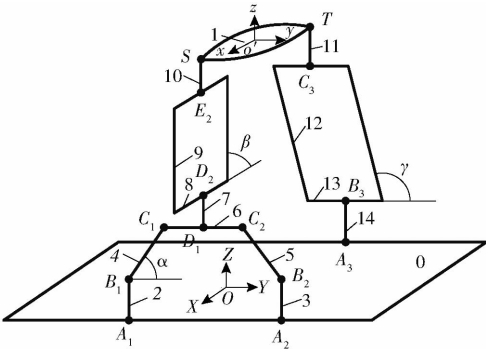


图 3 机构运动学建模图

Fig. 3 Diagram of kinematics modelling

设矩形静平台 0 的长、宽分别为 $2a$ 和 $2b$,以静平台 0 的几何中心为原点,建立静坐标系 $OXYZ$,其中, X 轴和 Y 轴分别垂直和平行于 A_1A_2 连线, Z 轴由右手法则确定;以动平台 1 的几何中心为基点,建立动坐标系 $o'xyz$,其中, x 轴在 TS 连线上,指向点 S , y 轴平行于静坐标系的 Y 轴, z 轴由右手法则确定。

设: $A_iB_i = l_1 (i = 1, 2, 3)$, $B_iC_i = l_2 (i = 1, 2)$,

$C_1C_2 = l_3, D_1D_2 = l_4, SE_2 = l_7, TC_3 = l_8, TS = 2d$ 。平行四边形机构①的长短杆 9、8 的长度分别为 $l_6、l_5$ ，平行四边形机构②长短杆 12、13 的长度分别为 l_9 和 l_{10} ； B_1C_1 与 Y 轴正向的夹角为 α ， D_2E_2 与 X 轴负方向的夹角为 β 。

其位置正解为已知驱动副（滑块）的运动规律，求动平台上 o' 的位置 (x, y, z) 。由文献[29]可知，其正解为

$$o' = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b - l_6 \cos \beta - d \\ y_{A_1} + l_2 \cos \alpha + l_3 / 2 \\ l_1 + l_4 + l_7 + l_2 \sin \alpha + l_6 \sin \beta \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中

$$\cos \alpha = \frac{B}{2l_2} \quad B = y_{A_2} - y_{A_1} - l_3$$

$$\beta = 2 \arctan \frac{-G_1 + \sqrt{G_1^2 + G_2^2 - G_3^2}}{G_3 - G_2}$$

$$G_1 = 2l_6(l_4 + l_7 - l_8 + l_2 \sin \alpha)$$

$$G_2 = -4l_6(b - d)$$

$$G_3 = (2b - 2d)^2 + (y_{A_1} - y_{A_3} + l_2 \cos \alpha + l_3 / 2)^2 + (l_4 + l_7 - l_8 + l_2 \sin \alpha)^2 + l_6^2 - l_9^2$$

由此可知，该两支链的三平移并联机构具有以下优点：①机构不仅具有位置解析正解，且机构沿 Y 方向的移动仅由驱动副 P_{11} 、 P_{21} 决定，这使机构具有部分输入-输出运动解耦性，有利于机构的轨迹规划及运动控制。②当静平台上 3 个驱动副 P_{11} 、 P_{21} 、 P_{32} 同向同速运动时，该机构可实现 Y 方向的大范围移动（大工作空间）；而当 3 个驱动副取不同的速度时，可实现小范围内的精确作业。因此，该机构适合于长度方向较大尺寸工件的搬运、抓取、上下料等操作。

2.2 速度和加速度分析

2.2.1 动平台中心速度映射模型

令驱动副输入速度为 $v_1 = (0, \dot{q}_1, 0)$ 、 $v_2 = (0, \dot{q}_2, 0)$ 、 $v_3 = (0, \dot{q}_3, 0)$ 。

对式(11)求导可得

$$v_{o'} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_6 \dot{\beta} \sin \beta \\ \dot{y}_{A_1} - l_2 \dot{\alpha} \sin \alpha \\ l_2 \dot{\alpha} \cos \alpha + l_6 \dot{\beta} \cos \beta \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中

$$\dot{\alpha} = -\frac{\dot{B}}{2l_2 \sin \alpha} \quad \dot{\beta} = -\frac{\dot{G}_1 \sin \beta + \dot{G}_3}{G_1 \cos \beta - G_2 \sin \beta}$$

$$\dot{G}_1 = 2l_6 l_6 \dot{\alpha} \cos \alpha$$

$$\dot{G}_3 = 2(y_{A_1} - y_{A_3} + l_2 \cos \alpha + l_3 / 2)(\dot{y}_{A_1} - \dot{y}_{A_3} - l_2 \dot{\alpha} \sin \alpha) + 2l_2 \dot{\alpha} \cos \alpha (l_4 + l_7 - l_8 + l_2 \sin \alpha)$$

该机构动平台 o' 与 3 个输入之间的速度映射^[29]为

$$J_p \dot{\chi} = J_q \dot{q} \quad (13)$$

其中

$$J_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{bmatrix} \quad J_{\dot{q}} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_{A_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_2}{\partial y_{A_2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial y_{A_3}} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\chi} = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T$$

$$\dot{q} = [\dot{y}_{A_1} \quad \dot{y}_{A_2} \quad \dot{y}_{A_3}]^T$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = f_{11} = 2(z - l_7 - l_6 \sin \beta - l_4 - l_1)(-\cot \alpha)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y} = f_{12} = 2(y - l_3 / 2 - y_{A_1})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial z} = f_{13} = 2(z - l_7 - l_6 \sin \beta - l_4 - l_1)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y_{A_1}} = u_{11} = -2(y - l_3 / 2 - y_{A_1})$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x} = f_{21} = 2(z - l_7 - l_6 \sin \beta - l_4 - l_1)(-\cot \alpha)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y} = f_{22} = 2(y + l_3 / 2 - y_{A_2})$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial z} = f_{23} = 2(z - l_7 - l_6 \sin \beta - l_4 - l_1)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y_{A_2}} = u_{22} = -2(y + l_3 / 2 - y_{A_2})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x} = f_{31} = 2(x - d + b) \quad \frac{\partial f_3}{\partial y} = f_{32} = 2(y - y_{A_3})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial z} = f_{33} = 2(z - l_8 - l_1) \quad \frac{\partial f_3}{\partial y_{A_3}} = u_{33} = -2(y - y_{A_3})$$

当机构不处于奇异位置时， J_p 可逆，则

$$\dot{\chi} = J_p^{-1} J_q \dot{q} \quad (14)$$

2.2.2 动平台中心加速度映射模型

将式(12)对时间 t 求导，可得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_{A_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_2}{\partial y_{A_2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial y_{A_3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_{A_1} \\ \ddot{y}_{A_2} \\ \ddot{y}_{A_3} \end{bmatrix} + K_0 = 0 \quad (15)$$

其中

$$K_0 = [K_1 \quad K_2 \quad K_3]^T$$

K_1 、 K_2 、 K_3 分别为 J_p 和 J_q 内每个元素对时间 t 的导数与对应变量的微分乘积的和，即

$$K_1 = \dot{f}_{11} \dot{x} + \dot{f}_{12} \dot{y} + \dot{f}_{13} \dot{z} - \dot{u}_{11} \dot{y}_{A_1}$$

$$K_2 = \dot{f}_{21} \dot{x} + \dot{f}_{22} \dot{y} + \dot{f}_{23} \dot{z} - \dot{u}_{22} \dot{y}_{A_2}$$

$$K_3 = \dot{f}_{31} \dot{x} + \dot{f}_{32} \dot{y} + \dot{f}_{33} \dot{z} - \dot{u}_{33} \dot{y}_{A_3}$$

其中
$$K_1 = \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x} \right) \frac{d\beta}{dt} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x} \right) \frac{dz}{dt} \frac{dx}{dt} +$$
$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f_1}{\partial y} \right) \frac{dy}{dt} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial}{\partial y_{A_1}} \left(\frac{\partial f_1}{\partial y} \right) \frac{dy_{A_1}}{dt} \frac{dy}{dt} +$$
$$\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\partial f_1}{\partial z} \right) \frac{d\beta}{dt} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial f_1}{\partial z} \right) \frac{dz}{dt} \frac{dz}{dt} -$$
$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f_1}{\partial y_{A_1}} \right) \frac{dy}{dt} \frac{dy_{A_1}}{dt} - \frac{\partial}{\partial y_{A_1}} \left(\frac{\partial f_1}{\partial y_{A_1}} \right) \cdot$$
$$\frac{dy_{A_1}}{dt} \frac{dy_{A_1}}{dt}$$
$$K_2 = \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x} \right) \frac{d\beta}{dt} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x} \right) \frac{dz}{dt} \frac{dx}{dt} +$$
$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f_2}{\partial y} \right) \frac{dy}{dt} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial}{\partial y_{A_2}} \left(\frac{\partial f_2}{\partial y} \right) \frac{dy_{A_2}}{dt} \frac{dy}{dt} +$$
$$\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\partial f_2}{\partial z} \right) \frac{d\beta}{dt} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial f_2}{\partial z} \right) \frac{dz}{dt} \frac{dz}{dt} +$$
$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f_2}{\partial y_{A_2}} \right) \frac{dy}{dt} \frac{dy_{A_2}}{dt} + \frac{\partial}{\partial y_{A_2}} \left(\frac{\partial f_2}{\partial y_{A_2}} \right) \cdot$$
$$\frac{dy_{A_2}}{dt} \frac{dy_{A_2}}{dt}$$
$$K_3 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f_3}{\partial x} \right) \frac{dx}{dt} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f_3}{\partial x} \right) \frac{dy}{dt} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial}{\partial y_{A_3}} \cdot$$
$$\left(\frac{\partial f_3}{\partial y} \right) \frac{dy_{A_3}}{dt} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial f_3}{\partial z} \right) \frac{dz}{dt} \frac{dz}{dt} \frac{\partial}{\partial y} \cdot$$
$$\left(\frac{\partial f_3}{\partial y_{A_3}} \right) \frac{dy}{dt} \frac{dy_{A_3}}{dt} + \frac{\partial}{\partial y_{A_3}} \left(\frac{\partial f_3}{\partial y_{A_3}} \right) \frac{dy_{A_3}}{dt} \frac{dy_{A_3}}{dt}$$

当机构不处于奇异位置时, $\mathbf{J}_p$ 可逆, 则有

即
$$\ddot{\chi} - \mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{J}_q \ddot{q} + \mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{K}_0 = 0$$
$$\ddot{\chi} = \mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{J}_q \ddot{q} - \mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{K}_0 \tag{16}$$

式(15)即为动平台原点 o' 的加速度映射模型。

2.2.3 HSOC₁ 各杆件(角)速度和(角)加速度

连杆 2、3、14 与驱动滑块固连, 则其质心速度分别为

$$\begin{cases} v_{1y} = \dot{q}_1 \\ v_{2y} = \dot{q}_2 \\ v_{3y} = \dot{q}_3 \end{cases} \tag{17}$$

所以, R_{12} 、 R_{22} 速度分别为

$$\begin{cases} v_{R_{12}} = v_1 \\ v_{R_{22}} = v_2 \end{cases}$$

杆件 4、5 质心速度、加速度分别为

$$\mathbf{v}_4 = \mathbf{v}_{R_{12}} + \boldsymbol{\omega}_4 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_4$$
$$\mathbf{v}_5 = \mathbf{v}_{R_{22}} + \boldsymbol{\omega}_5 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_5$$
$$\mathbf{a}_4 = \mathbf{a}_{R_{12}} + \boldsymbol{\varepsilon}_4 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_4 + \boldsymbol{\omega}_4 \times \left(\boldsymbol{\omega}_4 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_4 \right)$$
$$\mathbf{a}_5 = \mathbf{a}_{R_{22}} + \boldsymbol{\varepsilon}_5 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_5 + \boldsymbol{\omega}_5 \times \left(\boldsymbol{\omega}_5 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_5 \right)$$

式中 $\mathbf{r}_4$ 、 $\mathbf{r}_5$ ——杆件 4、5 的位置向量
左右两边分别叉乘 $\mathbf{r}_4/2$ 、 $\mathbf{r}_5/2$, 得杆 4、5 的角速度、角加速度分别为

$$\boldsymbol{\omega}_4 = \mathbf{r}_4 \times (\mathbf{v}_4 - \mathbf{v}_{R_{12}}) / (l_2^2/2)$$
$$\boldsymbol{\omega}_5 = \mathbf{r}_5 \times (\mathbf{v}_5 - \mathbf{v}_{R_{22}}) / (l_2^2/2)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_4 = \mathbf{r}_4 \times \left[\mathbf{a}_4 - \mathbf{a}_{R_{12}} - \boldsymbol{\omega}_4 \times \left(\boldsymbol{\omega}_4 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_4 \right) \right] / (l_2^2/2)$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_5 = \mathbf{r}_5 \times \left[\mathbf{a}_5 - \mathbf{a}_{R_{22}} - \boldsymbol{\omega}_5 \times \left(\boldsymbol{\omega}_5 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_5 \right) \right] / (l_2^2/2)$$

2.2.4 HSOC₂ 各杆件(角)速度和(角)加速度

由文献[29]可知, 杆 6 运动始终平行于 A_1A_2 , 因此, 杆 6、7、8 角速度、角加速度均为 0, 则

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{J}_{iv} \dot{\mathbf{q}} \quad (i = 6, 7, 8)$$
$$\mathbf{a}_i = \mathbf{J}_{iv} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_{iv} \dot{\mathbf{q}} \quad (i = 6, 7, 8)$$

式中 $\mathbf{J}_{iv}$ ——杆件 i 速度矩阵

同理, 杆 9 速度和加速度为

$$\mathbf{v}_9 = \mathbf{v}_{R_{a1}} + \boldsymbol{\omega}_9 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_9$$
$$\mathbf{a}_9 = \mathbf{a}_{R_{a1}} + \boldsymbol{\varepsilon}_9 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_9 + \boldsymbol{\omega}_9 \times \left(\boldsymbol{\omega}_9 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_9 \right)$$

等式两边叉乘 $\mathbf{r}_9$, 得杆 9 角速度和角加速度分别为

$$\boldsymbol{\omega}_9 = \mathbf{r}_9 \times (\mathbf{v}_9 - \mathbf{v}_{R_{a1}}) / (l_6^2/2)$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_9 = \mathbf{r}_9 \times \left[\mathbf{a}_9 - \mathbf{a}_{R_{a1}} - \boldsymbol{\omega}_9 \times \left(\boldsymbol{\omega}_9 \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_9 \right) \right] / (l_6^2/2)$$

同理, 可得杆 12 速度、加速度为

$$\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_{R_{a2}} + \boldsymbol{\omega}_{12} \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_{12}$$
$$\mathbf{a}_{12} = \mathbf{a}_{R_{a2}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{12} \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_{12} + \boldsymbol{\omega}_{12} \times \left(\boldsymbol{\omega}_{12} \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_{12} \right)$$

等式两边分别叉乘 $\mathbf{r}_{12}$, 则杆 12 角速度、角加速度分别为

$$\boldsymbol{\omega}_{12} = \mathbf{r}_{12} \times (\mathbf{v}_{12} - \mathbf{v}_{R_{a2}}) / (l_9^2/2)$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_{12} = \mathbf{r}_{12} \times \left[\mathbf{a}_{12} - \mathbf{a}_{R_{a2}} - \boldsymbol{\omega}_{12} \times \left(\boldsymbol{\omega}_{12} \times \frac{1}{2} \mathbf{r}_{12} \right) \right] / (l_9^2/2)$$

2.3 运动学数值验证

给定 3 个驱动副运动规律分别为

$$\begin{cases} y_{A_1} = 10 \sin t - 194.19 \\ y_{A_2} = -10 \cos t + 142.61 \\ y_{A_3} = -10 \sin t + 146.89 \end{cases} \tag{18}$$

则其速度和加速度变化规律分别是

$$\dot{\mathbf{q}} = (10 \cos t, 10 \sin t, -10 \cos t) \tag{19}$$
$$\ddot{\mathbf{q}} = (-10 \sin t, 10 \cos t, 10 \sin t) \tag{20}$$

通过 Matlab 软件对式(11)~(20)进行编程, 可以得动平台 1 中心点位置、速度和加速度曲线如图 4a、5a、6a 所示。

同时, 将样机导入 ADAMS 中进行机构仿真分

析,得到动平台 1 上点 o' 的速度和加速度仿真曲线,如图 4b、5b、6b 所示。

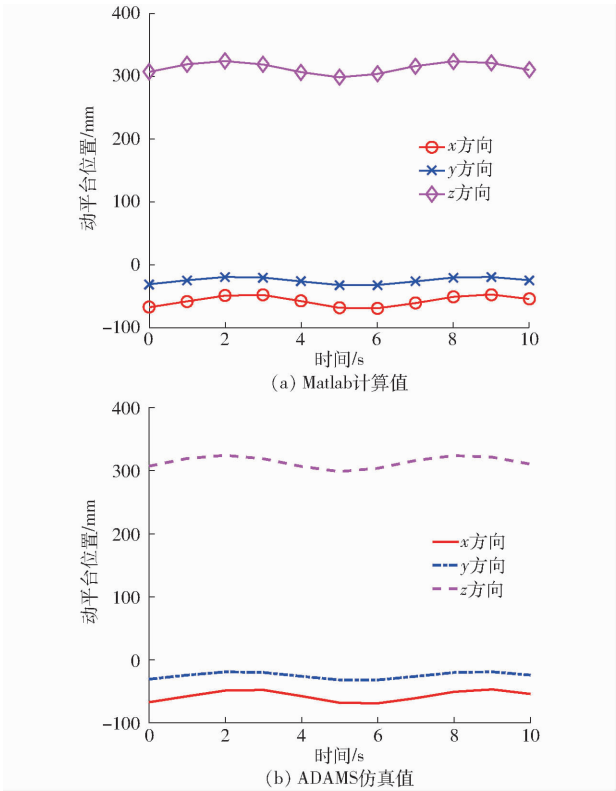


图 4 3T 并联机构动平台位置变化

Fig. 4 Position changes of 3T PM moving platform

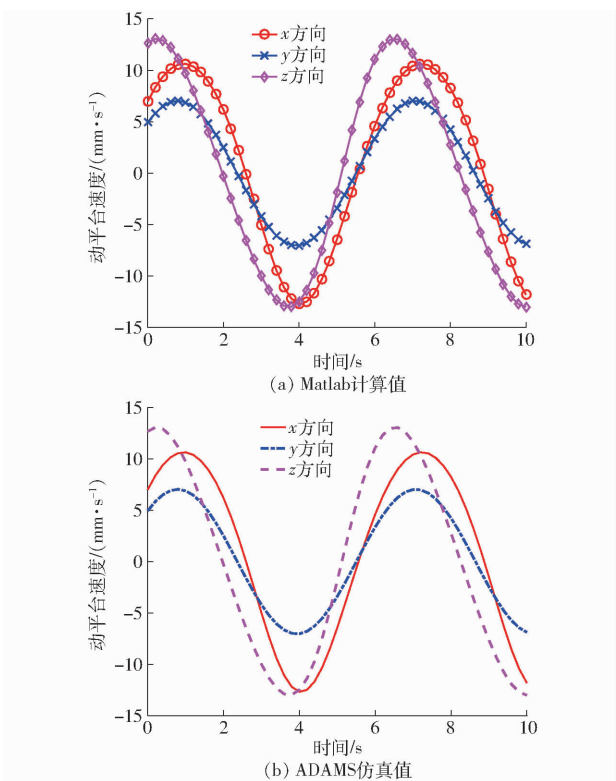


图 5 3T 并联机构动平台速度变化

Fig. 5 Velocity changes of 3T PM moving platform

图 4~6 表明,由理论推导后经 Matlab 软件编程求得的每个时间点的位置、速度和加速度,和

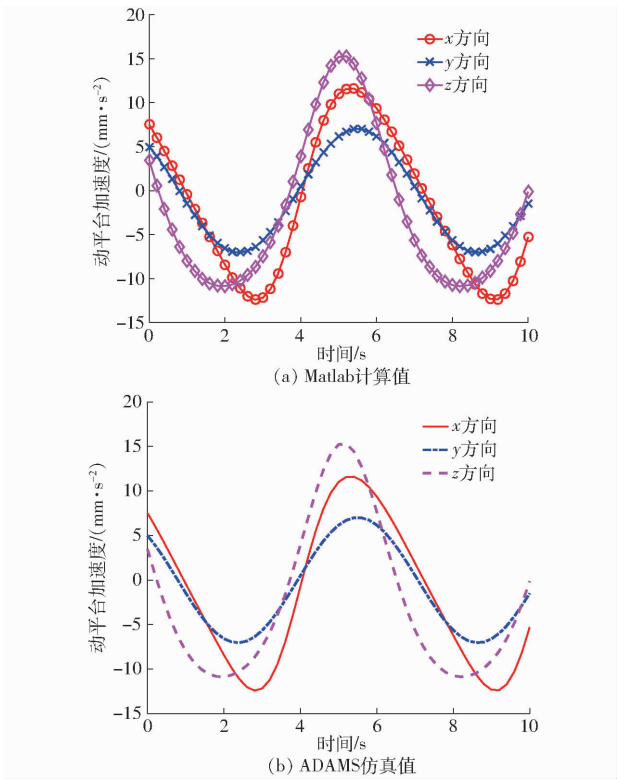


图 6 3T 并联机构动平台加速度变化

Fig. 6 Acceleration changes of 3T PM moving platform

ADAMS 软件的仿真数值一致,由此,可以验证位置、速度和加速度公式推导的正确性。

3 3T 并联机构逆向动力学分析

3.1 运动学参数确定

(1)回路 $LOOP_1$ 中各杆件的速度和角速度矩阵

令机构 3 个驱动滑块的输入速度 $\dot{q}_1$ 、 $\dot{q}_2$ 、 $\dot{q}_3$ 为机构广义速度 $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3]^T$,由式(17)可知驱动杆 2、3 速度可表示为

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{J}_{1v} \dot{\mathbf{q}} \quad \mathbf{v}_2 = \mathbf{J}_{2v} \dot{\mathbf{q}}$$

其中

$$\mathbf{J}_{1v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{J}_{2v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

同理,连杆 4、5 速度和角速度矩阵分别为

$$\mathbf{J}_{4v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{4}\cot\alpha & -\frac{1}{4}\cot\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{4\omega} = \frac{2\tilde{\mathbf{r}}_4}{l_2^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{4}\cot\alpha & -\frac{1}{4}\cot\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{5v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{1}{4}\cot\alpha & -\frac{1}{4}\cot\alpha & 0 \end{bmatrix}$$
$$J_{5\omega} = \frac{2\tilde{r}_5}{l_2^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{4}\cot\alpha & -\frac{1}{4}\cot\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

因杆件 6 只产生平动,因此,杆件 6 速度矩阵为

$$J_{6v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\cot\alpha & -\frac{1}{2}\cot\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

(2)回路 LOOP₂中各杆件速度和角速度矩阵
由式(17)可知,驱动杆 14 速度矩阵为

$$J_{3v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

动平台 1 速度矩阵为

$$J_{10v} = J_p^{-1} J_q$$

同理,可得杆件 9、12、13、15 速度和角速度矩阵为:

杆件 9

$$J_{9v} = \frac{1}{2}(J_{6v} + J_p^{-1} J_q)$$

$$J_{9\omega} = \tilde{r}_9 (J_p^{-1} J_q - J_6) / l_6^2$$

杆件 12

$$J_{12v} = \frac{1}{2}(J_{3v} + J_p^{-1} J_q)$$

$$J_{12\omega} = \tilde{r}_{12} (J_{12v} - J_{3v}) / (l_9^2 / 2)$$

杆件 13

$$J_{13v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

杆件 15

$$J_{15v} = J_p^{-1} J_q$$

3.2 系统受力分析

对于动平台,作用在质心的力为

$$F_{o'} = F + m_o g - m_o \ddot{X} \tag{21}$$

式中 F ——作用在动平台质心的外力
对于其他构件,其外力(含惯性力)主矢和外力主矩(含惯性力矩)分别为驱动杆 2、3、14 所受的外力,即

$$F_i = m_i g - m_i a_i \quad (i = 2, 3, 4) \tag{22}$$

从动杆 4、5 运动方式为平动和转动,所以其所受外力(矩)分别为

$$\begin{cases} F_i = m_i g - m_i a_i \\ M_i = - {}^o I_i \varepsilon_i - \omega_i \times ({}^o I_i \omega_i) \end{cases} \quad (i = 4, 5) \tag{23}$$

式中 ${}^o I_i$ ——杆件 i 相对静平台的惯性张量

由第 1 节可知,杆件 6 只有平动,所以其所受外力为

$$F_6 = m_6 g - m_6 a_6 \tag{24}$$

同理,杆件 9、12、13、15 所受外力(矩)分别为

$$\begin{cases} F_i = m_i g - m_i a_i \\ M_i = - {}^o I_i \varepsilon_i - \omega_i \times ({}^o I_i \omega_i) \end{cases} \quad (i = 9, 12) \tag{25}$$

$$F_i = m_i g - m_i a_i \quad (i = 13, 15) \tag{26}$$

驱动力为

$$M_d = [M_1 \quad M_2 \quad M_3]^T \tag{27}$$

3.3 动力学方程建立与求解

根据基于虚功原理的序单开链法^[21]建立的动力学方程式为

$$M_d + B^T F + C^T M = 0 \tag{28}$$

其中

$$\begin{aligned} F &= [F_1 \quad F_2 \quad \cdots \quad F_{15}]^T \\ B &= [J_{1v} \quad J_{2v} \quad \cdots \quad J_{15v}] \\ C &= [J_{1\omega} \quad J_{2\omega} \quad \cdots \quad J_{15\omega}] \end{aligned}$$

$$M = [0 \ 0 \ 0 \ M_4 \ M_5 \ 0 \ 0 \ 0 \ M_9 \ M_{10} \ 0 \ M_{12} \ M_{13} \ 0 \ M_{15}]^T$$

将式(21)~(27)代入式(28),整理得驱动力 M_{di} ($i = 1, 2, 3$) 为

$$M_{di} = \sum_{i=1}^{15} \left\{ (m_i a_i - m_i g) \frac{\partial r_i}{\partial q} + [{}^o I_i \varepsilon_i - \omega_i \times ({}^o I_i \omega_i)] \frac{\partial \varphi_i}{\partial q} \right\} \tag{29}$$

3.4 算例验证

3 个驱动滑块的运动轨迹同式(18)。
设计虚拟样机,并确定该并联机构各构件的属性参数,如表 1 所示。

表 1 3T 并联机构尺寸、质量参数
Tab.1 Parameters of 3T PM

参数	数值
杆 2、3、14 高度 l_1 /mm	70
杆 $B_1 C_1$ 、 $B_2 C_2$ 长度 l_2 /mm	160
杆 $C_1 D_1$ 长度 l_3 /mm	120
$R_{a1} R_{b1}$ 连杆长度 l_5 /mm	90
$R_{a1} R_{d1}$ 连杆长度 l_6 /mm	180
动平台长度 $2d$ /mm	90
$R_{a2} R_{d2}$ 连杆长度 l_9 /mm	300
$R_{a2} R_{b2}$ 连杆长度 l_{10} /mm	150
杆 $D_1 D_2$ 长度 l_4 /mm	0
杆 $E_2 S$ 长度 l_7 /mm	0
杆 $C_3 T$ 长度 l_8 /mm	0
滑块 1、2 质量 m_1 /g	90
滑块 3 质量 m_3 /g	84
杆 $B_1 C_1$ 、 $B_2 C_2$ 质量 m_4 /g	38
杆 $C_1 C_2$ 、 $D_1 D_2$ 质量 m_6 /g	81
$R_{a1} R_{d1}$ 杆质量 m_9 /g	41
动平台质量 $m_{o'}$ /g	57
$R_{a2} R_{d2}$ 连杆质量 m_{12} /g	61
$R_{a2} R_{b2}$ 连杆质量 m_{13} /g	49
$R_{d2} R_{c2}$ 连杆质量 m_{15} /g	49

对式(21)~(29)进行 *Matlab* 编程计算,得到 3 个驱动滑块的驱动力变化曲线,如图 7 所示。

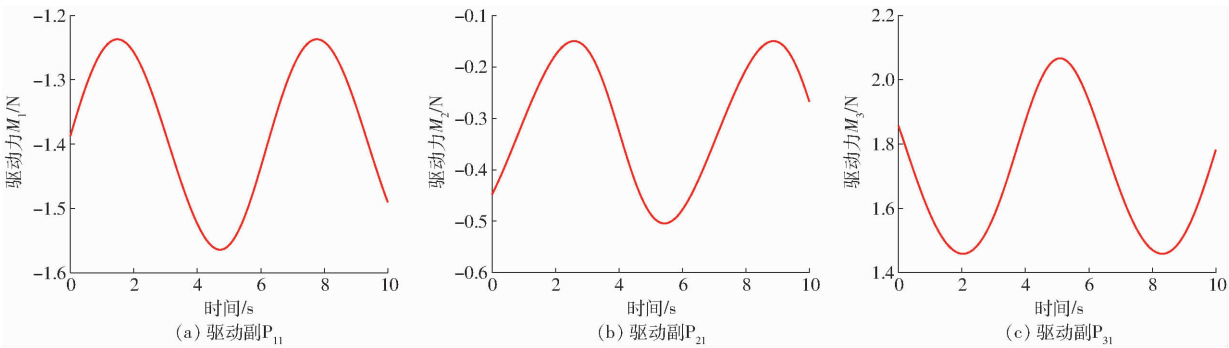


图 7 3T 并联机构驱动力的变化曲线

Fig. 7 Driving force curve of 3T PM

将虚拟样机导入 ADAMS 中,步长取 0.01 s,仿真时间为 10 s,对机构进行动力学仿真,结果如图 8 所示。

对比图 7、8,可知 3 个驱动滑块的驱动力理论计算值与仿真值变化一致,从而验证了理论计算的正确性。

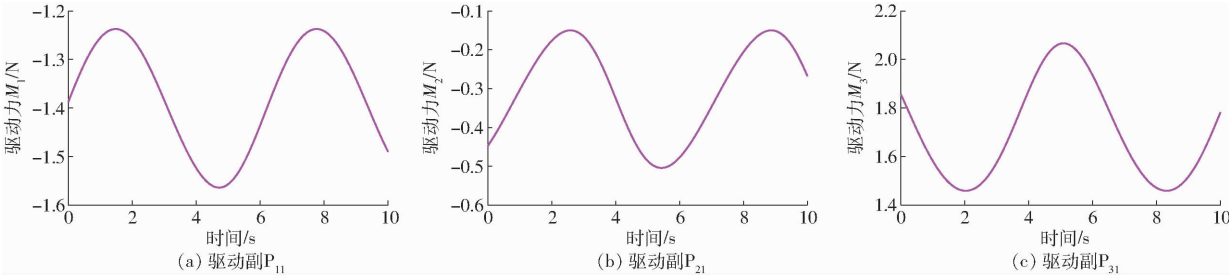


图 8 3T 并联机构驱动力的仿真变化曲线

Fig. 8 Simulation curves of driving force of 3T PM

4 3T 并联机构运动学和动力学性能优化

4.1 运动学性能优化

4.1.1 设计变量确定

并联机构的运动学性能受尺度参数和布置方式等变量影响,本文先对机构尺度参数进行优化。设 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_5 、 l_6 、 l_9 、 l_{10} 、 d 分别为杆件 2、4、6、8、12、13 和杆件 1 的长度,因此,确定运动学性能优化的设计变量为

$$\mathbf{x} = [l_1 \quad l_2 \quad l_3 \quad l_5 \quad l_6 \quad l_9 \quad l_{10} \quad d] \quad (30)$$

4.1.2 约束条件确定

以原始杆长的 $\pm 50\%$ 为设计变化量,确定设计变量的设计范围,如表 2 所示。

表 2 杆长设计变量及其变化范围

Tab. 2 Design variable and range

mm

参数	l_1	l_2	l_3	l_5	l_6	l_9	l_{10}	d
数值	35 ~ 105	80 ~ 240	60 ~ 180	45 ~ 135	90 ~ 270	150 ~ 450	75 ~ 225	23 ~ 68

由机构的原始参数计算得到 $l_{\max} = l_1 + l_2 + l_3 + l_5 + l_6 + l_9 + l_{10} + d$,则在优化过程中设计变量必须满足约束

$$l_1 + l_2 + l_3 + l_5 + l_6 + l_9 + l_{10} + d \leq l_{\max} \quad (31)$$

4.1.3 目标函数确定

利用表 2 中机构的原始尺度参数,运用离散化方法,在一定范围内搜索静坐标系中间隔为 1 cm 的空间点所形成的可达工作空间,搜索到的点集可认为是由无数个 1 cm^3 的小立方体组成的三维体即可达工作空间;通过点集的数量可近似估计原始工作空间的体积为

$$V = 40\,173 \times 1 \text{ cm}^3 = 40\,173 \text{ cm}^3 \quad (32)$$

则可将工作空间体积定义为可达工作空间性能指标 $f_v = V$,因此,根据其体积确定的目标函数及其设计目标为

$$\max f_v(\mathbf{x}) = V \quad (33)$$

4.1.4 优化过程分析和结果比较

上述优化模型建立后,可利用差分进化算法并借助 Matlab 对机构运动学性能进行优化计算,但优化计算非常耗时,因此,该方法也可在减少算法的种群规模和迭代次数的情况下,判断优化设计结果的可靠性,为此,根据文献[31–32]对算法参数进行初始化设置:种群规模为 30,最大迭代次数为 200,缩放因子为 0~1,交叉因子为 0.8~1。

通过上述算法参数的设置,对机构运动学性能进行优化计算,其优化计算过程如图 9 所示,随着迭代次数的增加,目标函数的变化趋向稳定。

将机构优化后的尺度参数最优解进行圆整,并

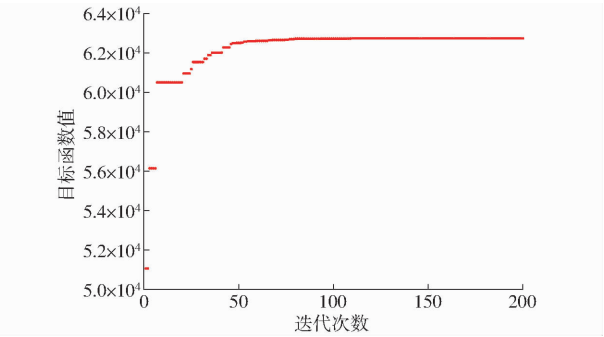


图9 差分进化算法计算曲线

Fig. 9 Calculation curve of differential evolution algorithm

对比优化前后尺度参数,如表3所示;可达工作空间性能指标 f_V 从40 173 mm³增加到62 733 mm³,增幅达到56.2%。

表3 优化前后尺度参数

Tab. 3 Comparison of scale parameters and performance before and after optimization									mm
项目	l_1	l_2	l_3	l_5	l_6	l_9	l_{10}	d	
优化前	70	160	120	90	180	300	150	45	
优化后	38	240	61	59	207	362	161	23	

由表3可知,机构的驱动杆长度和动平台长度减少较多,从动杆 B_1C_1 、 B_2C_2 和两个平行四边形长杆长度增加。机构优化后的可达工作空间得到提升,图10为优化前后工作空间。

4.2 动力学性能优化

当机构的最优尺度参数确定后,通过优化机构的质量参数,可以进一步达到优化机构动力学性能的目的。

4.2.1 设计变量确定

设 m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 、 m_5 、 m_6 、 m_9 、 $m_{o'}$ 、 m_{12} 和 m_{13} 分

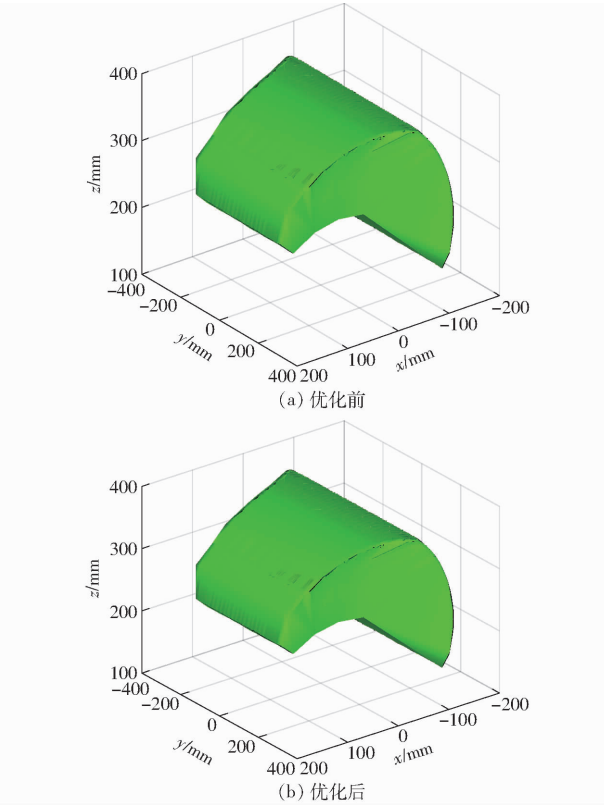


图10 优化前后可达工作空间

Fig. 10 Reachable workspace before and after optimization

别为滑块1、滑块2、滑块3、杆 B_1C_1 、杆 B_2C_2 、杆件6、杆件8、杆件1、杆件12和杆件13的质量,因此,确定设计变量为

$$\boldsymbol{m} = [m_1 \quad m_2 \quad m_3 \quad m_4 \quad m_5 \quad m_6 \quad m_9 \quad m_{o'} \quad m_{12} \quad m_{13}]$$

(34)

4.2.2 约束条件确定

参考4.1节,以原始质量的50%作为变化量,如表4所示。

表4 质量设计变量及其变化范围

Tab. 4 Design variable and range										g
参数	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_9	$m_{o'}$	m_{12}	m_{13}
数值	45 ~ 135	45 ~ 135	42 ~ 124	19 ~ 57	19 ~ 57	40 ~ 120	20 ~ 62	23 ~ 80	30 ~ 90	25 ~ 75

通过计算各构件的原始质量,得到

$$m_{\min} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_9 + m_{o'} + m_{12} + m_{13}$$

(35)

则优化过程中设计变量应满足总体约束为

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_9 + m_{o'} + m_{12} + m_{13} \geq m_{\min}$$

(36)

4.2.3 目标函数确定

由文献[33]可知,以能量传递效率 ζ_k 为指标,可解决惯性矩阵量纲不一致的问题,即

$$\zeta_k = \frac{E_k}{T}$$

(37)

其中

$$E_k = \frac{1}{2} \boldsymbol{m}_{o'} \boldsymbol{v}_{o'}^T \boldsymbol{v}_{o'}$$

$$T = \frac{1}{2} m_1 \boldsymbol{v}_1^T \boldsymbol{v}_1 + \frac{1}{2} m_2 \boldsymbol{v}_2^T \boldsymbol{v}_2 + \frac{1}{2} m_3 \boldsymbol{v}_3^T \boldsymbol{v}_3 + \frac{1}{2} m_4 \boldsymbol{v}_4^T \boldsymbol{v}_4 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_4^T I_4 \boldsymbol{\omega}_4 + \frac{1}{2} m_4 \boldsymbol{v}_5^T \boldsymbol{v}_5 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_5^T I_5 \boldsymbol{\omega}_5 + \frac{1}{2} m_6 \boldsymbol{v}_6^T \boldsymbol{v}_6 + m_9 \boldsymbol{v}_9^T \boldsymbol{v}_9 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_9^T I_9 \boldsymbol{\omega}_9 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_9^T I_{91} \boldsymbol{\omega}_9 + \frac{1}{2} m_{o'} \boldsymbol{v}_{o'}^T \boldsymbol{v}_{o'} + m_{12} \boldsymbol{v}_{12}^T \boldsymbol{v}_{12} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{12}^T I_{12} \boldsymbol{\omega}_{12} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{12}^T I_{121} \boldsymbol{\omega}_{12} + \frac{1}{2} m_{13} \boldsymbol{v}_{13}^T \boldsymbol{v}_{13} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{13}^T I_{13} \boldsymbol{\omega}_{13} + \frac{1}{2} m_{15} \boldsymbol{v}_{15}^T \boldsymbol{v}_{15} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{15}^T I_{15} \boldsymbol{\omega}_{15}$$

式中 E_k ——动平台动能

T ——3T 并联机构整体动能

对于整个机构来说,动平台动能可认为是该机构的有效能量,且动平台所占有动能的比例越高,则说明机构能量传递效果越好。为评价机构整体的能量传递性能,将全局能量传递效率性能指标 f_p 定义为

$$f_p = \frac{\int_w \xi_k dw}{\int_w dw}$$

(38)

设原始质量参数下机构的能量传递效率为 f_{p_0} , 由此,计算出动力学性能优化的目标函数为

$$\max f_d = \frac{f_p - f_{p_0}}{f_{p_0}}$$

(39)

4.2.4 优化过程分析和结果比较

上述优化模型建立后,可利用差分进化算法并借助 Matlab 对机构动力学性能进行优化计算。参考表 4 的设置参数,对智能算法进行初始化设置。

通过上述参数设置,对机构动力学性能进行优化计算,结果如图 11 所示。

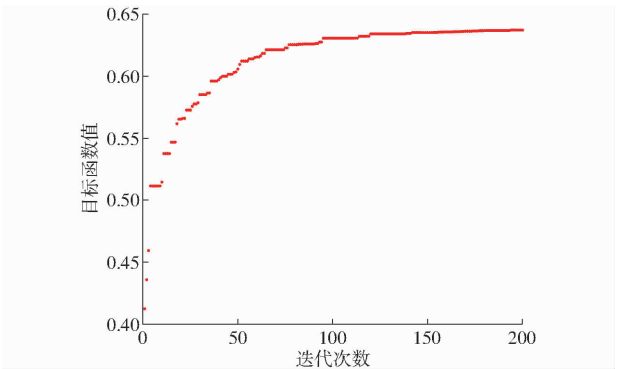


图 11 算法计算曲线

Fig. 11 Calculation curve of algorithms

由图 11 可知,差分进化算法在迭代 180 次之后开始收敛,说明机构动力学优化得到了最优解,即全局能量传递效率性能指标 f_p 提高了 63.6%。将优化前后得到的质量参数进行比较,如表 5 所示。

表 5 优化前后质量

Tab.5 Comparison of performance indexes about optimization

项目	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_9	$m_{a'}$	m_{12}	m_{13}
优化前	90	90	84	38	38	81	41	57	61	49
优化后	47	47	44	21	20	45	25	81	34	25

5 结论

- (1)采用基于虚功原理的序单开链法,建立了非对称 3T 并联机构的动力学模型,该法以单开链为基本单元,提高了计算效率;并通过比较驱动力的理论计算值与仿真结果,验证了动力学建模的正确性。
- (2)基于差分进化算法,分别以杆长和质量参数作为设计变量,以可达工作空间和能量传递效率为目标函数,对 3T 并联机构先后进行运动学和动力学性能优化(可达工作空间性能指标 f_v 提高 56.2%,全局能量传递效率性能指标 f_p 提高 63.6%),为机构设计和样机研制奠定了基础。
- (3)该 3T 并联机构不仅具有位置解析正解,还具有部分输入-输出运动解耦性,有利于机构的轨迹规划及运动控制。该机构适合于长度方向较大尺寸工件的搬运、抓取、上下料等操作。

参 考 文 献

[1] CLAVEL R. Delta, a fast robot with parallel geometry [C] // Proceedings of the 18th International Symposium on Industrial Robots. Bedford: IFS Publications,1988;91-100.

[2] 赵铁石,黄真. 一种三维移动并联平台机构的运动学分析[J]. 中国机械工程, 2001, 12(6):612-616.

ZHAO Tieshi, HUANG Zhen. Kinematics of a three-dimension translational parallel platform mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2001, 12(6):612-616. (in Chinese)

[3] 杨廷力,金琼,刘安心,等. 用于虚轴机床和机器人等的一类三维平移并联机构:CN01108283.6[P]. 2001-02-28.

[4] CHABLAT D, ANGELES J. The design of a novel prismatic drive for a three-DOF parallel-kinematics machine[J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128(4):710.

[5] 陈修龙,冯伟明,赵永生. 五自由度并联机器人机构动力学模型[J]. 农业机械学报, 2013, 44(1):236-243.

CHEN Xiulong, FENG Weiming, ZHAO Yongsheng. Dynamics model of 5-DOF parallel robot mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(1):236-243. (in Chinese)

[6] STAICU S. Inverse dynamics of the 3-PRR planar parallel robot[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2009, 57:556-563.

[7] 贾晓辉,田延岭,张大卫. 基于虚功原理的 3-RRPR 柔性精密定位工作台动力学分析[J]. 机械工程学报, 2011, 47(1):68-74.

JIA Xiaohui, TIAN Yanling, ZHANG Dawei. Inverse dynamics of 3-RRPR compliant precision positioning stage based on the principle of virtue work[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(1):68-74. (in Chinese)

[8] 孔令富,张世辉,肖文辉,等. 基于牛顿-欧拉方法的 6-PUS 并联机构刚体动力学模型[J]. 机器人, 2004, 26(5):395-399.

KONG Linfu, ZHANG Shihui, XIAO Wenhui, et al. Rigid body dynamics model of the 6-PUS parallel mechanism based on Newton Euler method[J]. Robot, 2004, 26(5):395-399. (in Chinese)

- [9] 陈根良,王皓,来新民,等. 基于广义坐标形式牛顿—欧拉方法的空间并联机构动力学正问题分析[J]. 机械工程学报, 2009,45(7):41–48.
CHEN Genliang, WANG Hao, LAI Xinmin, et al. Forward dynamics analysis of spatial parallel mechanisms based on the Newton–Euler method with generalized coordinates[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009,45(7):41–48. (in Chinese)
- [10] 李研彪,郑航,孙鹏,等. 考虑关节摩擦的5–PSS/UPU 并联机构动力学建模及耦合特性分析[J]. 机械工程学报, 2019, 55(3): 43–52.
LI Yanbiao, ZHENG Hang, SUN Peng, et al. Dynamic modeling with joint friction and research on the inertia coupling property of a 5–PSS/UPU parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(3): 43–52. (in Chinese)
- [11] 王向阳,郭盛,曲海波,等. 并联机构驱动力优化配置方法及应用研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(1): 44–53.
WANG Xiangyang, GUO Sheng, QU Haibo, et al. Study on optimal allocation method of parallel mechanism and its application[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(1): 44–53. (in Chinese)
- [12] ZHANG D G. The Lagrange dynamic equations of multi-rigid body systems with external shocks[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1996, 17(6): 589–595.
- [13] MUHARLIAMOV R. On the equations of kinematics and dynamics of constrained mechanical systems[J]. Multi-body System Dynamics, 2001, 6(1):17–28.
- [14] TSAI J L W. Solving the inverse dynamics of a Stewart–Gough manipulator by the principle of virtual work[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2000, 122(1): 3–9.
- [15] 杨志永,赵学满,黄田,等. 并联机构动力学建模及伺服系统参数辨识[J]. 天津大学学报, 2004, 37(6):475–479.
YANG Zhiyong, ZHAO Xueman, HUANG Tian, et al. Dynamic modeling of parallel manipulator and parameter identification of its servo system[J]. Journal of Tianjin University, 2004, 37(6):475–479. (in Chinese)
- [16] 黄真,赵永生,赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 89–210.
- [17] 王庚祥,刘宏昭,龚春园,等. 考虑关节摩擦效应的并联机构动力学分析[J]. 农业机械学报, 2013, 44(11):308–315.
WANG Gengxiang, LIU Hongzhao, GONG Chunyuan, et al. Dynamics analysis of parallel mechanism with joint friction[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(11): 308–315. (in Chinese)
- [18] 余联庆,王占坤,李红军,等. 冗余驱动闭链弓形五连杆动力学建模与优化[J]. 中国机械工程, 2019, 30(8): 954–960.
YU Lianqing, WANG Zhankun, LI Hongjun, et al. Dynamics modeling and optimization for closed five-bow-shaped-bar linkages with redundant actuation[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(8): 954–960. (in Chinese)
- [19] 陈修龙,孙德才,王清. 基于拉格朗日的冗余驱动并联机构刚体动力学建模[J]. 农业机械学报, 2015, 46(12):329–336.
CHEN Xiulong, SUN Decai, WANG Qing. Rigid dynamics modeling of redundant actuation parallel mechanism based on Lagrange method[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(12):329–336. (in Chinese)
- [20] 刘善增,余跃庆,苏丽颖,等. 3–RRS 柔性并联机器人的动力学建模与频率特性分析[J]. 中国机械工程, 2008, 19(10):1219–1224.
LIU Shanzeng, YU Yueqing, SU Liying, et al. Dynamics modeling and frequency analysis of a 3-RRS flexible parallel manipulator[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(10):1219–1224. (in Chinese)
- [21] 杨廷力. 机械系统基本理论—结构学、运动学、动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.
- [22] 沈惠平,黄凯伟,邓嘉鸣,等. 具有符号式正解的降耦冲压机构动力学建模与分析[J]. 农业机械学报, 2021, 52(3): 401–409.
SHEN Huiping, HUANG Kaiwei, DENG Jiaming, et al. Dynamic modeling and analysis of decoupling punching mechanism with symbolic positive position[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(3):401–409. (in Chinese)
- [23] 沈惠平,肖思进,尤晶晶,等. 一平移两转动并联运动振动筛动力学建模与精度分析[J]. 农业机械学报, 2021, 52(2): 394–400.
SHEN Huiping, XIAO Sijin, YOU Jingjing, et al. Dynamic modeling and precision analysis of parallel vibrating screen with one-translation and two-rotation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(2):394–400. (in Chinese)
- [24] ACHARYYA S K, MANDAL M. Performance of EAs for four-bar linkage synthesis[J]. Mechanism & Machine Theory, 2009, 44(9):1784–1794.
- [25] 邹琦,曲海波,郭盛. 一种三自由度可重构并联机构优化设计及性能分析[J]. 中国机械工程, 2018, 29(10):1172–1178.
ZOU Qi, QU Haibo, GUO Sheng. Optimal design and performance analysis of a 3-DOF reconfigurable parallel mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(10):1172–1178. (in Chinese)
- [26] 韦斌. 三自由度并联机器人机构多目标优化与刚度性能研究[D]. 邯郸: 河北工程大学, 2013.
WEI Bin. Multi-objective optimization and stiffness performance analysis for 3-DOF parallel manipulators[D]. Handan: Heibei University of Engineering, 2013. (in Chinese)