

三关节位姿约束单驱动非圆齿轮五杆手指机构研究

叶 军¹ 陈建能² 喻陈楠² 沈姗姗¹ 薛明瑞¹ 叶志超¹

(1. 浙江工业职业技术学院机电工程学院, 绍兴 312000; 2. 浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018)

摘要: 为了克服传统多杆手指机构的不足并且满足更多仿生手指的应用要求, 本文提出一种基于三关节位姿约束的单驱动非圆齿轮五杆手指机构设计方法。根据手指实际尺寸以及运动位姿, 建立 n 位姿点约束条件, 采用运动学映射理论以及矩阵奇异值分解法求解了满足给定约束条件的铰链点曲线, 进一步根据两个驱动输入杆转角关系设计满足位姿点要求的非圆齿轮副, 并推导单驱动非圆齿轮五杆手指机构的 IO 方程。在此基础上, 以三关节的 5 位姿约束条件为例, 并根据杆长、误差、铰链点选取范围、非圆齿轮传动等其他约束条件, 确立铰链点 A 和 B 的可行曲线解域, 并最终得到满足全部约束条件的单驱动非圆齿轮五杆手指机构参数, 设计了手指机构样机并进行相关试验。该试验样机表明本文提出的设计方法是正确和有效的。

关键词: 非圆齿轮五杆手指机构; IO 方程; 运动学映射

中图分类号: TH11 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2022)05-0430-08

OSID:



Design of 1 – DOF Non-circular Gear Five Bar Finger Mechanism with Three Finger Joint Position and Pose Constraints

YE Jun¹ CHEN Jianneng² YU Chennan² SHEN Shanshan¹ XUE Mingrui¹ YE Zhichao¹
(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Zhejiang Industry Polytechnic College, Shaoxing 312000, China
2. Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In order to overcome the shortcomings of traditional multi bar finger mechanism and meet more requirements of bionic finger at the same time, a design method of one degree of freedom non-circular gear five bar finger mechanism with position and pose points constraints of finger three joints was proposed. According to the actual size and motion position and pose of the finger, constraints of n position and pose points were established. The kinematic mapping theory and matrix singular value decomposition method were used to solve the hinge point curve meeting the requirements of the given constraints. According to the angular relationship between the two driving input rods, a non-circular gear pair meeting the requirements of position and pose points was designed, and the IO equation of one degree of freedom non-circular gear five bar finger mechanism was further deduced. On this basis, taking the five position and pose points constraint of three finger joint as an example, according to the other constraints of rod length, error, selection range of hinge points and non-circular gear transmission, the feasible curve solution domain was established. Finally, a one degree of freedom non-circular gear five bar finger mechanism parameters meeting all conditions was obtained, a finger mechanism prototype was developed and relevant tests were carried out. The experimental prototype showed that the design method proposed was correct and effective.

Key words: non-circular gear five bar finger mechanism; IO equation; kinematic mapping

0 引言

仿生手指机构是拾取机器人和人体假手的重要

组成部分,并广泛地运用于生产和生活实践中。为了适应不同的需求,学者们设计了多种构型和驱动方式的仿生手指机构^[1-3]。由于手指关节数量、紧

收稿日期: 2021-11-09 修回日期: 2021-12-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(51975536)、浙江省自然科学基金项目(LQ20E050003)和浙江省教育厅一般项目(202146575)

作者简介: 叶军(1989—),男,讲师,博士,主要从事机构设计和农业机械研究,E-mail: 804070508@qq.com

通信作者: 陈建能(1972—),男,教授,博士生导师,主要从事农业机械研究,E-mail: jiannengchen@zstu.edu.cn

凑性等限制,仿生手指各关节无法进行单独驱动,为此欠驱动机构和单驱动机构常常被用于设计仿生手指机构。李小彭等^[4]基于变胞原理提出了一种欠驱动仿生手,3个关节可以实现2种不同的工作模式。刘今越等^[5]提出了一种关节可锁紧的单腱欠驱动机构,并完成手指传动机构和腱绳张紧机构的设计。SUN等^[6]通过齿轮、杆组和弹簧组成一个欠驱动手指机构,能够较好地完成耦合和自适应抓取物体。欠驱动手指机构多采用腱绳驱动方式^[7],使得手指机构的承载能力、稳定性和精度等都有所降低。

传统单驱动机构具有承载能力高、精度好、控制简单等特点,近几年越来越多学者将其运用于手指机构设计中。BATALLER等^[8]采用八杆机构设计了手指外骨骼机构,并将其用于手指康复训练中。JANG等^[9]采用可堆叠的双四杆机构设计了单驱动的仿生食指机构并进行了运动学分析。LIU等^[10]采用五杆周转机构设计了具有高承载能力的仿生手指机构并进行了相关试验。GUI^[11]提出了基于肢体运动识别的单驱动八杆机构设计方法,并将其用于手指机构设计中。韩建友等^[12-13]提出了基于解域综合的单驱动平面六杆和八杆手指机构设计方法,并依据力传递性能选取了最佳参数。然而现有传统单驱动多杆手指机构的结构紧凑性不够,同时大多数机构无法实现人类手指关节运动中的位置和姿态(以下称位姿)要求。

针对上述分析的问题,本文提出一种基于三关节位姿约束的单驱动非圆齿轮五杆手指机构设计方法,以期使得仿手指机构更好地实现人类手指在运动中的位姿要求。

1 单驱动非圆齿轮五杆手指机构组成和求解思路

图1为单驱动非圆齿轮五杆手指机构,由一对非圆齿轮副和五杆机构组成。其中,非圆齿轮1为固定中心轮,非圆齿轮2中心安装于铰链点A处,并与杆AB保持固定联结,五杆机构OABCD通过铰链点O安装于机架上。该机构原理为:驱动杆OD在普通电机驱动下相对于机架转动,从而驱动非圆齿轮2绕着非圆齿轮1做行星运动,并进一步带动连杆AB做平面运动,最终实现整体机构进行平面仿手指运动。相比较于图2所示的六杆手指机构,该机构采用齿轮机构具有更好的紧凑性和传力性,同时非圆齿轮副传动的多样性赋予了该机构更高的设计灵活性。最佳仿生手指机构能够完全实现人类的手指运动位置和姿态要求,为此本文中以三关节位

姿为约束,建立非圆齿轮五杆机构运动综合方法,最大限度地实现人类手指运动中的位置和姿态要求。

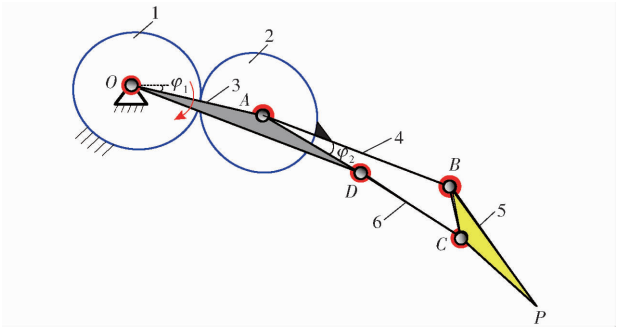


图1 单驱动非圆齿轮五杆手指机构组成
Fig.1 Composition of 1-DOF non-circular gear five bar finger mechanism

1、2. 非圆齿轮副 3. 驱动杆OD 4. 连杆AB 5. 末端杆BP 6. 连杆DC

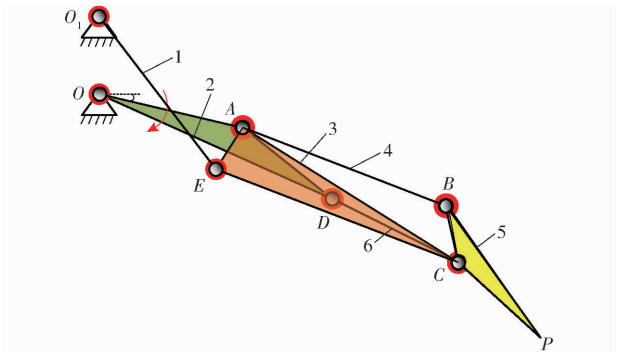


图2 六杆手指机构组成
Fig.2 Composition of six bar finger mechanism

1. 连杆杆O₁E 2. 驱动杆OD 3. 连杆AC 4. 连杆AB 5. 末端杆BP 6. 连杆DC

本文单驱动非圆齿轮五杆手指机构求解思路为:首先选取三关节的若干个位姿作为初始约束条件,如图3a所示。以给定的三关节位姿为约束,求解满足约束条件要求的铰链点A和B参数,得到一个五杆机构,如图3b所示。最后,根据驱动杆OD和连杆AB的转角关系,求解满足给定三关节位姿要求的非圆齿轮副,得到单驱动非圆齿轮五杆手指机构,如图3c所示。

2 三关节位姿约束的非圆齿轮五杆机构设计方法

2.1 三关节位姿约束的运动映射建立

图4为五杆机构示意图,在铰链点O建立动坐标系X₂UY₂并随着驱动杆OD运动而运动,在五杆机构的位姿点P上建立动坐标系X₃EY₃并随着连杆CP运动。当给定三关节的若干位姿为约束条件时,即已知五杆机构杆OD、DC、CP长度以及若干个运动位姿,只需求解出铰链点A和B坐标位置就可

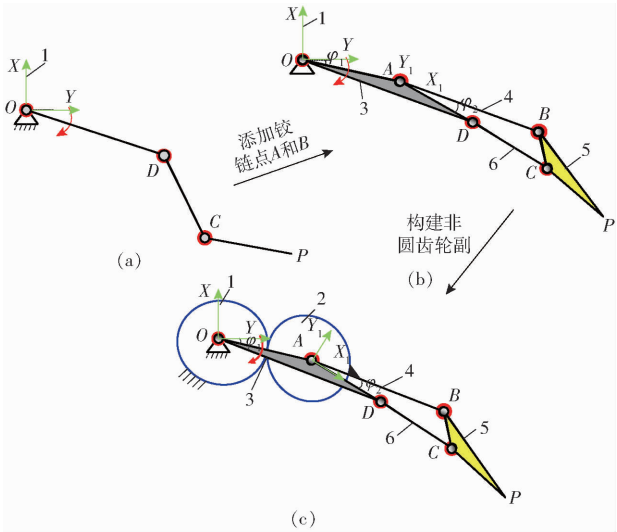


图 3 单驱动非圆齿轮五杆手指机构求解思路

Fig. 3 Solution idea of 1-DOF non-circular gear

five bar finger mechanism

1、2. 非圆齿轮 3. 驱动杆 OD 4. 连杆 AB 5. 末端杆 BP 6. 连杆 DC

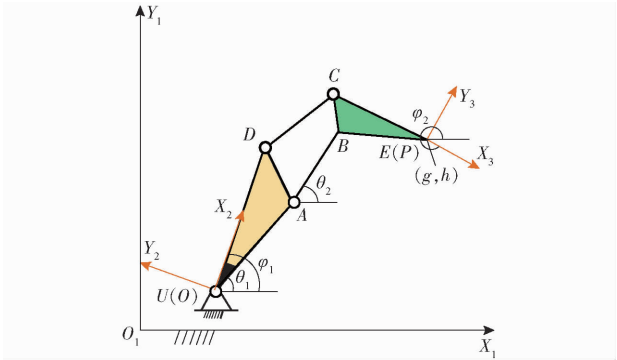


图 4 五杆机构示意图

Fig. 4 Schematic of five bar mechanism

得到满足三关节位姿约束的五杆机构。

通过三关节约束位姿条件可知铰链点 O 的安装位置 $O(a,b)$ 、第一杆 OD 的转角 φ_1 (逆时针为正)、末端位置点 $P(g,h)$ 以及方位角 φ_2 , 为此第一坐标系 X_1OY_1 下位姿点 $P(g,h)$ 在第二坐标系 X_2UY_2 中点 $P(e,f)$ 表示为

$$\begin{bmatrix} e \\ f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos v & -\sin v & j_1 \\ \sin v & \cos v & j_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \\ h \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中

$$v = \varphi_1 - \varphi_2$$

$$j_1 = (g - a) \cos \varphi_1 - (b - h) \sin \varphi_1$$

$$j_2 = (h - b) \cos \varphi_1 + (a - g) \sin \varphi_1$$

由图 4 可知,铰链点 D 和 A 在动坐标系 X_2UY_2 为定点,因此在动坐标系 X_2UY_2 下,该五杆机构就等效为图 5 所示的四杆机构。因此,在已知若干三关节(即杆 OD 、 DC 和 CP 三关节)位姿时,求解五杆机构未知铰链点 A 和 B 的问题,可通过式(1)转换

成为已知杆 DC 和杆 CP 若干位姿的 2R 杆组运动综合求解问题。

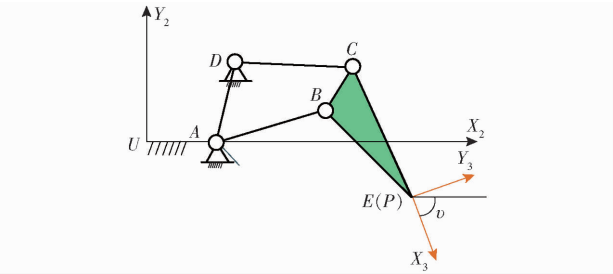


图 5 在动坐标系 X_2UY_2 中的四杆机构

Fig. 5 Four bar mechanism in dynamic coordinate system X_2UY_2

根据刚体运动学映射相关理论^[14-15],第二坐标系 X_2UY_2 下的末端位姿点 $P(e,f,v)$ 可采用齐次坐标 (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4) 进行表达,具体为

$$\begin{cases} Z_1 = 0.5(e \sin(0.5v) - f \cos(0.5v)) \\ Z_2 = 0.5(ecos(0.5v) + f \sin(0.5v)) \\ Z_3 = \sin(0.5v) \\ Z_4 = \cos(0.5v) \end{cases} \quad (2)$$

由于动坐标系 X_3EY_3 建立在位姿点 P 上并随杆 CP 运动,那么五杆机构中的坐标点 B 在动坐标系 X_3EY_3 下为定点 $B(x,y)$,在第二坐标系 X_2UY_2 下点 B 坐标 (X_B, Y_B) 可以表示为

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_4^2 - Z_3^2 & -2Z_4Z_3 & 2(Z_1Z_3 + Z_2Z_4) \\ 2Z_4Z_3 & Z_4^2 - Z_3^2 & 2(Z_2Z_3 - Z_1Z_4) \\ 0 & 0 & Z_3^2 + Z_4^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

即

$$\begin{cases} X_B = (Z_4^2 - Z_3^2)x - 2Z_4Z_3y + 2(Z_1Z_3 + Z_2Z_4) \\ Y_B = 2Z_4Z_3x + (Z_4^2 - Z_3^2)y + 2(Z_2Z_3 - Z_1Z_4) \end{cases} \quad (4)$$

2.2 五杆机构运动综合求解

由图 5 可知,在第二坐标系 X_2UY_2 下点 $B(X_B, Y_B)$ 被约束在以点 A 为圆心、杆 AB 为半径的圆周上,为此点 B 的平面运动轨迹可以表示为

$$a_0(X_B^2 + Y_B^2) + 2a_1X_B + 2a_2Y_B + a_3 = 0 \quad (5)$$

其中 a_0, a_1, a_2, a_3 为圆的参数, $a_0 \neq 0$ 。

将式(5)用动坐标系 X_3EY_3 下的定点 $B(x,y)$ 进行表示,即将式(4)代入式(5)可得

$$\begin{aligned} & 2a_0(Z_1^2 + Z_2^2) - 2a_0x(Z_1Z_3 - Z_2Z_4) - \\ & 2a_0y(Z_2Z_3 + Z_1Z_4) + 2a_1(Z_1Z_3 + Z_2Z_4) + \\ & 2a_2(Z_2Z_3 - Z_1Z_4) + 2(a_2x - a_1y)Z_3Z_4 - \\ & (a_1x + a_2y)(Z_3^2 - Z_4^2) + \\ & 0.5(a_3 + a_0x^2 + a_0y^2)(Z_4^2 + Z_3^2) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)中,令 $p_1 = 2a_0, p_2 = -2a_0x, p_3 = -2a_0y, p_4 = 2a_1, p_5 = 2a_2, p_6 = 2(a_2x - a_1y), p_7 = -(a_1x + a_2y)$,

$p_8 = 0.5(a_3 + a_0x^2 + a_0y^2)$ ，通过公式整理可得

$$\begin{cases} p_1p_6 + p_2p_5 - p_3p_4 = 0 \\ 2p_1p_7 - p_2p_4 - p_3p_5 = 0 \end{cases} \tag{7}$$

通过几何关系可以求解动坐标系 X_3EY_3 下的定点 $B(x,y)$ 为

$$\begin{cases} x = \frac{p_6p_5 - 2p_7p_4}{p_5^2 + p_4^2} \\ y = \frac{-p_6p_4 - 2p_7p_5}{p_5^2 + p_4^2} \end{cases} \tag{8}$$

并可通过式(3)得到第二坐标系 X_2UY_2 下坐标点 $B(X_B,Y_B)$ 。

通过式(5)中圆心点的求解，得到第二坐标系 X_2UY_2 下坐标点 $A(X_A,Y_A)$ 为

$$\begin{cases} X_A = \frac{a_1}{a_0} = \frac{p_6p_3 + 2p_7p_2}{p_2^2 + p_3^2} \\ Y_A = \frac{a_2}{a_0} = \frac{2(-p_6p_2 + 2p_7p_3)}{p_2^2 + p_3^2} \end{cases} \tag{9}$$

2R 杆组夹角为

$$\begin{cases} \phi_1 = \arctan \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \\ \phi_2 = \arctan \frac{f - Y_B}{e - X_B} \end{cases} \tag{10}$$

式中 ϕ_1 ——第二坐标系下第二杆 AB 和水平线之间的夹角

ϕ_2 ——第二坐标系下第三杆 BC 和水平线之间的夹角

由式(8)、(9)可知，只要求解出 $p_i(i=1,2,\cdots,8)$ 可最终得到满足三关节约束的五杆机构参数。当给定 n 组三关节位姿约束条件，最终通过式(6)得到一个过约束的线性方程组

$$Mp = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \cdots & M_{18} \\ M_{21} & M_{22} & \cdots & M_{28} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \cdots & M_{n8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_8 \end{bmatrix} = 0 \tag{11}$$

其中

$$\begin{aligned} M_{i1} &= Z_{i1}^2 + Z_{i2}^2 & M_{i2} &= Z_{i1}Z_{i3} - Z_{i2}Z_{i4} \\ M_{i3} &= Z_{i2}Z_{i3} + Z_{i1}Z_{i4} & M_{i4} &= Z_{i1}Z_{i3} + Z_{i2}Z_{i4} \\ M_{i5} &= Z_{i2}Z_{i3} - Z_{i1}Z_{i4} & M_{i6} &= Z_{i3}Z_{i4} \\ M_{i7} &= Z_{i3}^2 - Z_{i4}^2 & M_{i8} &= Z_{i3}^2 + Z_{i4}^2 \quad (i=1,2,\cdots,n) \end{aligned}$$

对于一个过约束线性方程组，主要采用方法有 QR 分解法、高斯消元法以及奇异值分解法(SVD)等数学方法。为了求解最小二乘法意义上的一般解空间，本文采用奇异值分解法求解线性方程组，满足式(7)所示的附加约束条件的特定值。由于 $pM^T Mp = 0$ ，该线性方程组求解问题变为求解 $M^T M$ 的特征向量 V 的问题。根据奇异值分解过程，将求

解出 $M^T M$ 的单位特征向量按特征值由小到大排列为 $v_1, v_2, \cdots, v_8$ 。设 $\alpha, \beta, \gamma, \cdots, \delta$ 为若干系数，则一般解空间为

$$p = \alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_3 + \cdots + \delta v_8 \tag{12}$$

为了求解第二坐标系 X_2UY_2 下的杆 AB ，至少要选取 3 个单位特征向量，式(7)的两个约束条件(方程组)才有解。对于过约束的方程组(即存在 4 组约束条件以上)，必然存在着误差，而特征值反映了误差，为此本文选取 4 个最小的单位特征向量，组成解空间为

$$q = \alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_3 + \kappa v_4 \tag{13}$$

将式(12)代入到式(7)中进行求解时，需要对其中的一个参数进行赋值处理，即

$$\kappa = \cot \omega \quad (\omega \in (0, \pi)) \tag{14}$$

通过上述的计算过程，可以得到第二坐标系 X_2UY_2 下杆 AB 的铰链点 A 和 B 曲线，再通过式(1)求解在第一坐标系 X_1OY_1 下的铰链点 A 和 B 曲线，如图 6 所示。在曲线上选取对应点得到铰链点 A 和 B 的坐标值，并以第一个位置点机构参数为五杆机构的最终参数。

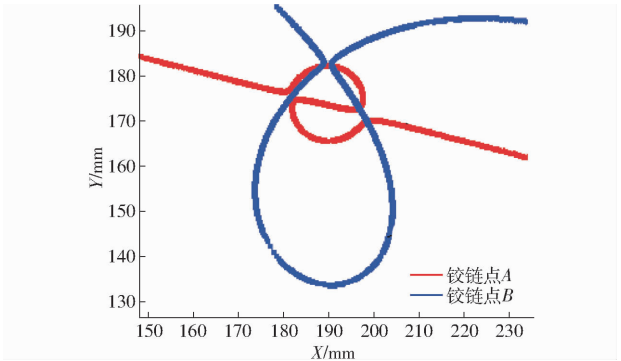


图 6 五杆机构铰链点 A 和 B 曲线示意图
Fig.6 Schematic of hinge points A and B curves of five bar mechanism

当三关节位姿约束条件大于 4 组时，所求的五杆机构无法精确实现所有位姿点，存在着一定误差。在第二坐标系 X_2UY_2 下，误差出现在杆 AB 和 BP 求解过程中，而位姿点 P 在三关节位姿约束时的位置为

$$\begin{bmatrix} X_{pi} \\ Y_{pi} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{AB} \\ l_{BP} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \phi_{1i} & \sin \phi_{2i} & X_A \\ \cos \phi_{1i} & \cos \phi_{2i} & Y_A \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中 l_{AB} ——杆 AB 的长度 l_{BP} ——杆 BP 的长度
该五杆机构误差是实际位姿点位置与目标位置点之间的误差，为此各点误差和平均误差为

$$\begin{aligned} L_{1i} &= \sqrt{(X_{pi} - e_i)^2 + (Y_{pi} - f_i)^2} \quad (i=1,2,\cdots,n) \\ e_m &= \sum_{i=1}^n L_{1i} / n \end{aligned} \tag{16}$$

式中 L_{li} ——各点误差 e_m ——平均误差

2.3 位姿约束要求的非圆齿轮模型建立

由图 1 和图 3 可知,单驱动非圆齿轮五杆机构是由非圆齿轮配合完成具体的平面运动,因此需要设计满足三关节位姿约束的非圆齿轮副。由于非圆齿轮单方向转动,需要先判定与齿轮旋转相关两杆是否符合齿轮传动要求。由于三关节位姿约束条件是给定的,杆 OA 的转动方向已知,需判定杆 AB 相对于杆 OA 的顺序缺陷,即判定坐标系 X_2UY_2 中式(10)中所得转角 ϕ_1 是否满足转动顺序和方向。顺序缺陷的判定方法即为判别转角 ϕ_1 是否按从小到大进行排列。

由具体结构可知,非圆齿轮副的作用是实现连杆 OA 和连杆 AB 之间的转角关系,为此需构造两杆之间的传动关系。根据 2.2 节的五杆机构运动综合求解,可以得到坐标系 $X_1O_1Y_1$ 中若干个杆 OA 转角 $\theta_{1i}(i=0,1,\cdots,n)$ 和杆 AB 转角 θ_{2i} ,所构造的两杆传动关系必须经过这些对应点,本文通过三次样条曲线进行插值拟合构造两杆转角关系为

$$\theta_2 = G(\theta_1) \tag{17}$$

具体的过程详见文献[16]。

根据上述所得转角关系曲线,可以计算得到非圆齿轮副传动比为

$$i_{12} = \frac{d\theta_2}{d\theta_1} = G'(\theta_1) \tag{18}$$

为此,在已知杆 OA 长度为 $2a$ 和非圆齿轮传动比函数时,根据非圆齿轮传动原理,主动齿轮、从动齿轮的节曲线方程为^[17-19]

$$\begin{cases} r_1(\theta_1) = \frac{a}{1+i_{12}} = \frac{a}{1+G'(\theta_1)} \\ r_2 = a - r_1 \\ \theta_2 = -\int_0^{\theta_1} \frac{1}{G'(\theta_1)} d\theta_1 = -\int_0^{\theta_1} \frac{r_1}{a-r_1} d\theta_1 \end{cases} \tag{19}$$

3 单驱动非圆齿轮五杆手指机构的 IO 方程

建立单驱动非圆齿轮五杆手指机构的 IO 方程,便于研究该机构末端连杆的轨迹和姿态,分析手指机构的运动学特性。

图 7 为单驱动非圆齿轮五杆手指机构运动简图。设杆 OA 与水平夹角为 ψ_1 ,杆 AD 与杆 AB 夹角为 ψ_2 ,杆 AD 与杆 DC 夹角为 ψ_3 。

由上述的单驱动非圆齿轮五杆机构综合,可以得到该机构的具体结构参数以及初始条件。设 c_o 、 c_a 、 c_b 、 c_c 、 c_d 、 c_p 分别是铰链点 O 、 A 、 B 、 C 、 D 以及末端点 P 的坐标。当该机构的输入转角为 ψ_1 时,可以得到铰链点 A 和 D 的坐标为

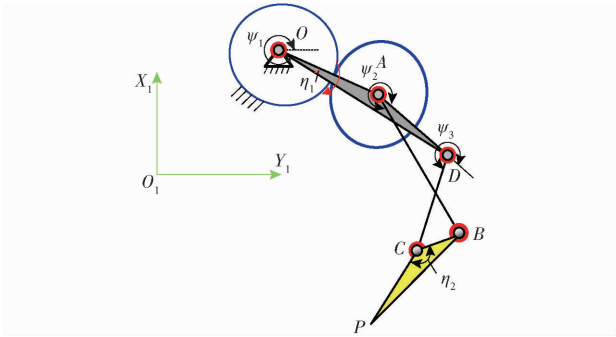


图 7 单驱动非圆齿轮五杆机构的运动简图
Fig. 7 Kinematic diagram of 1-DOF non-circular gear five bar finger mechanism

$$\begin{cases} c_a = c_o + \mathbf{R}(\psi_1 + \eta_1) \mathbf{I} l_{OA} \\ c_d = c_o + \mathbf{R}(\psi_1) \mathbf{I} l_{OD} \end{cases} \tag{20}$$

其中 $\mathbf{R}(\psi_1) = \begin{bmatrix} \cos\psi_1 & -\sin\psi_1 \\ \sin\psi_1 & \cos\psi_1 \end{bmatrix}$ $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

式中 l_{OA} ——杆 OA 长度 l_{OD} ——杆 OD 长度
 η_1 ——固定夹角 $\angle DOA$

而根据非圆齿轮传动原理和式(17)可知

$$\psi_2 - \psi_{20} = G(\psi_1 - \psi_{10}) \tag{21}$$

式中 ψ_{10} 、 ψ_{20} ——初始安装角度

在图 7 中四杆机构 $ABCD$ 的任意一个位姿,都可通过 Freudenstein 方程将四杆机构 $ABCD$ 中的输入与输出之间写成无量纲形式^[20]

$$k_1 - k_2 \cos\psi_2 - k_3 \cos\psi_3 + \cos\psi_3 \sin\psi_2 - \cos\psi_2 \sin\psi_3 = 0 \tag{22}$$

其中
$$\begin{cases} k_1 = \frac{l_{AD}^2 + l_{AB}^2 + l_{AC}^2 - l_{BC}^2}{2l_{AB}l_{BC}} \\ k_2 = \frac{-l_{AD}}{l_{BC}} \\ k_3 = \frac{-l_{AD}}{l_{AB}} \end{cases} \tag{23}$$

式中 k_1 、 k_2 、 k_3 ——参数

计算得到 ψ_3 ,由此可以计算得到铰链点 C 和 B 坐标为

$$\begin{cases} c_c = c_d + \mathbf{R}(\psi_3) \hat{d}_1 l_{CD} \\ c_b = c_a + \mathbf{R}(\psi_2) \hat{d}_1 l_{AB} \end{cases} \tag{24}$$

其中
$$\hat{d}_1 = \frac{c_d - c_a}{\|c_d - c_a\|}$$

为此,最终位姿点 P 的坐标为

$$c_p = c_c + \mathbf{R}(\eta_2) \hat{d}_2 l_{CP} \tag{25}$$

其中
$$\hat{d}_2 = \frac{c_c - c_b}{\|c_c - c_b\|}$$

式中 η_2 ——固定夹角 $\angle PCB$

根据上述过程,可以建立输入杆 OA 转角与位姿点 P 之间的 IO 方程。

4 设计实例与试验

根据相关文献中的人体手指长度,选择约 50 百分位手指尺寸作为样本,具体如表 1 所示。以掌指关节为原点并通过试验数据得到手指在平面内运动轨迹,从中取整并提取了 5 个三关节处转角值(表 2),末端位姿点可由此转角和手指尺寸计算得到。该手指机构是以第一杆转角、末端位姿点、安装原点为初始条件,构建满足三关节位姿约束的五杆机构,然后求解满足约束要求的非圆齿轮副。

表 1 人体手指长度选取

Tab.1 Selection of human finger length

手指指节	手指长度/mm	安装位置/(mm,mm)
OD	40	(0,0)
DC	28	
CP	20	

表 2 三关节的 5 个转动角

Tab.2 Five rotation angle of three finger joints

编号	角度/(°)		
	角度 1	角度 2	角度 3
1	360	360	360
2	350.5	332.5	338
3	330.5	273.5	275.5
4	318	240.5	231
5	310.5	223.5	204

首先将 5 个末端位姿点通过式(1)转换为动坐标 X_2UY_2 下的坐标点,构建求解铰链点 A 和 B 的系数矩阵,并由矩阵奇异值分解方法得到如表 3 所示特征值,并根据 2.2 节最终求解出铰链点 A 和 B 曲线,如图 8 所示。

表 3 给定的 5 个位姿点的特征值

Tab.3 Eigenvalues of five position and pose points

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
数值	0	0	0	4.8×10^{-3}	1.390 7	14.89	1 960.4	1.754×10^7

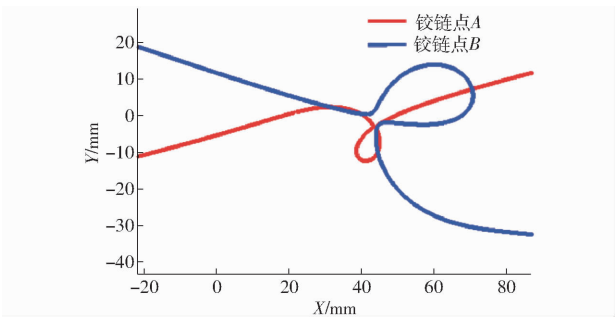


图 8 铰链点 A 和铰链点 B 的曲线

Fig.8 Curves of hinge points A and B

为了得到合适的手指杆机构结构参数,将铰链

点 A 的选取限定在一定的范围之内($x_A \in [12\text{ mm}, 25\text{ mm}]$, $y_A \in [-10\text{ mm}, 8\text{ mm}]$),并限定 $40\text{ mm} \leq l_{AB} \leq 50\text{ mm}$, $10\text{ mm} \leq l_{BC} \leq 20\text{ mm}$ 。在限定范围内,通过顺序缺陷、杆长判定等其他约束条件得到最终可行解域,如图 9 所示。

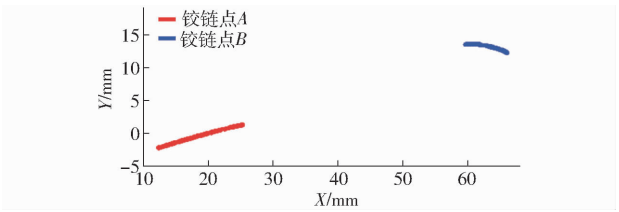


图 9 铰链点 A 和铰链点 B 的可行解域

Fig.9 Feasible solution domain of hinge points A and B

选取铰链点 A 为(15.13, -1.21)mm,铰链点 B 为(60.47,13.69)mm,计算得到连杆 OA 和连杆 AB 的转角,再由三次样条曲线构建非圆齿轮副的传动比曲线,如图 10 所示。通过连杆 OA 长度以及传动比曲线,计算得到非圆齿轮节曲线并构造齿轮轮廓,如图 11 所示。根据上文中单驱动非圆齿轮五杆手指机构的 IO 方程,运用 Matlab 软件进行编程计算得到图 12 所示的手指机构位姿点 P 运动轨迹,其中该机构位姿点位置误差为 0.236 mm,无姿态误差。

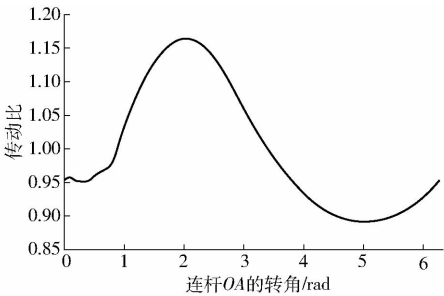


图 10 非圆齿轮副的传动比

Fig.10 Transmission ratio of non-circular gear pair

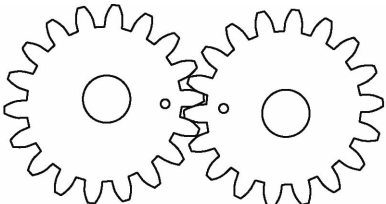


图 11 非圆齿轮副齿廓

Fig.11 Tooth profile of non-circular gear pair

根据上述机构尺寸参数,采用 Creo 软件建立三维模型,得到如图 13 所示的手指机构三维模型。

为了进一步验证本文设计方法的正确性和可行性,通过光敏树脂光固化成型工艺得到了手指机构样机并建立了试验平台,然后在运动过程中采集手指机构末端点运动过程的 8 个位置点的坐标和角度(包括给定 5 位姿点处)。图 14 为手指机构在给定的 5 个位姿点处的状态,表 4 为 5 位姿点处的平均误差。

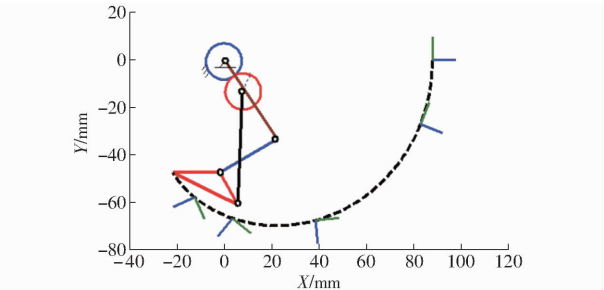


图 12 手指机构的末端运动轨迹

Fig. 12 End motion trajectory of finger mechanism

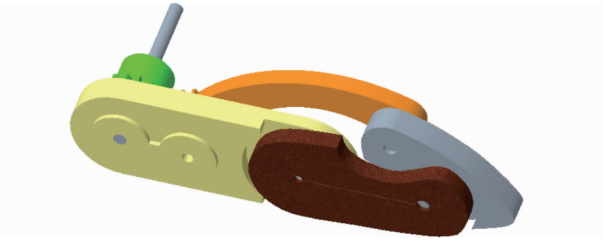


图 13 新型手指机构的三维模型

Fig. 13 3D model of new finger mechanism

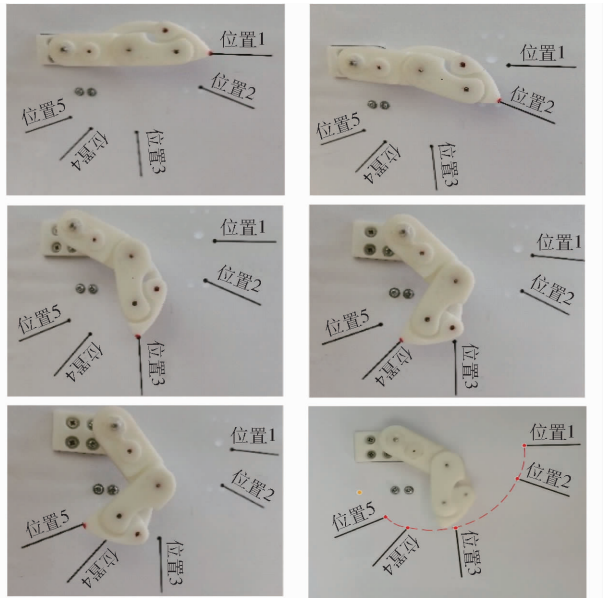


图 14 手指机构的 5 位置及其轨迹

Fig. 14 Five position points and their trajectories of new finger mechanism

通过 5 次手指运动试验采集数据求取平均值得到具体数据,并以此数据采用 Matlab 进行多项式拟合最终得到手指机构的实际轨迹,如图 15 所示。

试验结果表明,所设计的手指机构可以很好地

表 4 手指机构的误差

Tab. 4 Error of new finger mechanism		
编号	位置误差/mm	姿态误差/(°)
1	0.25	0.5
2	1.10	0.8
3	0.95	1.0
4	0.60	0.6
5	0.55	1.2

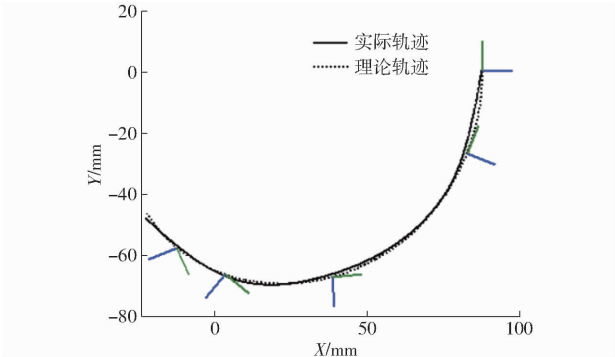


图 15 手指机构的实际和理论轨迹对比

Fig. 15 Comparison of actual and theoretical trajectories of new finger mechanism

满足三关节位姿约束要求,理论和实际末端运动曲线大致相同。其手指末端的最大位置误差为 1.1 mm,最大姿态误差为 1.2°,其主要由手指关节的制造、装配误差所引起。

5 结论

(1)通过运动学映射理论以及 SVD 分解方法求解了三关节约束的五杆机构铰链点 A 和 B 曲线,并结合非圆齿轮传动理论进行了手指机构运动综合。根据手指样机验证了该理论的正确性和可行性。

(2)建立了单驱动非圆齿轮五杆手指机构的 IO 方程,并通过 Matlab 程序求解出理论轨迹。样机手指机构的末端的最大位置误差为 1.1 mm,最大姿态误差为 1.2°,其理论和实际的末端运动曲线大致相同,验证了本文所提出的设计方法。

(3)所求解的铰链点曲线能满足所提出的三关节位姿约束要求,可根据实际仿生手指的设计目标和用途,选取合适机构参数,满足不同设计要求并为进一步的手指机构结构优化提供基础。

参 考 文 献

[1] KASHEF S R, AMINI S, AKBARZADEH A. Robotic hand: a review on linkage-driven finger mechanisms of prosthetic hands and evaluation of the performance criteria[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 145: 103677.

[2] 杨占力, 赵松, 刘今越, 等. 基于关约束的欠驱动五指灵巧手设计与验证[J]. 机械设计, 2020, 37(9): 42-48. YANG Zhanli, ZHAO Song, LIU Jinyue, et al. Design and verification of an underactuated five-finger dexterous hand based on joint constraints[J]. Journal of Machine Design, 2020, 37(9): 42-48. (in Chinese)

[3] JIN X, FANG Y, ZHANG D, et al. Design of dexterous hands based on parallel finger structures[J]. Mechanism and Machine

- Theory, 2020, 152: 103952.
- [4] 李小彭, 郭军强, 孙万琪, 等. 混合工作模式欠驱动手设计及其接触力分析[J]. 机械工程学报, 2021, 57(1): 8 – 18.
LI Xiaopeng, GUO Junqiang, SUN Wanqi, et al. Design and contact force analysis of under-actuated manipulator with hybrid working mode[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(1): 8 – 18. (in Chinese)
- [5] 刘今越, 赵睿, 贾晓辉, 等. 手指关节可独立控制的欠驱动灵巧手[J]. 机械工程学报, 2020, 56(3): 47 – 55.
LIU Jinyue, ZHAO Rui, JIA Xiaohui, et al. Underactuated dexterous hand with independent control of finger joint[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(3): 47 – 55. (in Chinese)
- [6] SUN J, ZHANG W. A novel coupled and self-adaptive underactuated multifingered hand with gear-rack-slider mechanism[J]. Journal of Manufacturing Systems, 2012, 31(1): 42 – 49.
- [7] STAVENUITER R A J, BIRGLEN L, HERDER J L. A planar underactuated grasper with adjustable compliance [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 112: 295 – 306.
- [8] BATALLER A, CABRERA J, CLAVIJO M, et al. Evolutionary synthesis of mechanisms applied to the design of an exoskeleton for finger rehabilitation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 105: 31 – 43.
- [9] JANG G, LEE C, LEE H, et al. Robotic index finger prosthesis using stackable double 4 – BAR mechanisms [J]. Mechatronics, 2013, 23(3): 318 – 325.
- [10] LIU S, VAN M, CHEN Z, et al. A novel prosthetic finger design with high load-carrying capacity [J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 156: 104121.
- [11] GUI S. Identification design of one-DOF eight-bar based on limb movements[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 142: 103592.
- [12] 韩建友, 蔡营疆. 单自由度平面六杆手指机构解域综合方法[J]. 农业机械学报, 2018, 49(9): 367 – 373.
HAN Jianyou, CAI Yingjiang. Solution-region synthesis method of single-degree-of-freedom planar six-bar mechanisms for robotic fingers[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(9): 367 – 373. (in Chinese)
- [13] 崔光珍, 韩建友, 杨通. 给定 4R 开链的八杆机构解域综合理论与方法[J]. 农业机械学报, 2015, 46(4): 331 – 337.
CUI Guangzhen, HAN Jianyou, YANG Tong. Solution region synthesis method of eight-bar linkages for 4R open chain[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(4): 331 – 337. (in Chinese)
- [14] 朱立红, 张良, 赵韩, 等. 一种具有可拓展性解空间的平面杆组机构运动综合方法[J]. 中国机械工程, 2015, 26(19): 2590 – 2594, 2600.
ZHU Lihong, ZHANG Liang, ZHAO Han, et al. A novel motion synthesis approach with enlargeable error space allowance for planar linkages[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(19): 2590 – 2594, 2600. (in Chinese)
- [15] ZHAO P, LI X, ZHU L, et al. A novel motion synthesis approach with expandable solution space for planar linkages based on kinematic mapping[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 105: 164 – 175.
- [16] YE J, ZHAO X, WANG Y, et al. A novel planar motion generation method based on the synthesis of planetary gear train with noncircular gears[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2019, 33(2): 4939 – 4949.
- [17] 徐高欢, 谢荣盛, 孙培峰, 等. 自由节曲线非圆齿轮驱动差速泵设计与性能试验[J]. 农业机械学报, 2020, 51(4): 411 – 417.
XU Gaohuan, XIE Rongsheng, SUN Peifeng, et al. Design and experiment of differential pump driven by non-circular gear with free pitch curve[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(4): 411 – 417. (in Chinese)
- [18] 赵雄, 陈建能, 杨茂祥, 等. 二阶自由非圆齿轮行星系钵苗移栽机取苗机构[J]. 农业机械学报, 2014, 45(4): 123 – 127.
ZHAO Xiong, CHEN Jianneng, YANG Maoxiang, et al. Seedling pick-up mechanism of planetary gear train with two-order general non-circular gears[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(4): 123 – 127. (in Chinese)
- [19] 吴序堂, 王贵海. 非圆齿轮及非匀速比传动[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997: 30 – 60.
- [20] 李庠, 李瑞琴, 李辉, 等. 可重构单驱动 3 – RRR 平面并联机构连杆曲线与姿态的数值解法[J]. 兵工学报, 2021, 42(5): 1074 – 1082.
LI Xiang, LI Ruiqin, LI Hui, et al. A numerical solution of coupler curve and orientation for reconfigurable single-driven 3 – RRR planar parallel mechanism[J]. Acta Armamentarii, 2021, 42(5): 1074 – 1082. (in Chinese)