

# 具有驱动容错性的冗余并联机构构型综合

单彦霞<sup>1,2</sup> 苏开兴<sup>1,3</sup> 高雪原<sup>1,3</sup> 李仕华<sup>1,3</sup>

(1. 燕山大学机械工程学院, 秦皇岛 066004; 2. 燕山大学里仁学院, 秦皇岛 066004;

3. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室, 秦皇岛 066004)

**摘要:** 目前并联机构大多采用容错控制策略实现驱动故障容错, 而从并联机构结构设计角度研究较少。本文基于雅可比矩阵, 提出一种评价并联机构分支驱动力失效的可操作性失效度指标, 并以冗余并联机构为研究对象, 给出机构具有驱动力失效容错性的驱动“同一性”条件。基于螺旋理论, 提出一种具有驱动容错性的冗余并联机构构型综合方法, 综合出一类具有驱动容错性的三转动冗余并联机构新构型。本文为解决冗余并联机构驱动力失效问题提供了新的思路, 丰富了并联机构的构型, 为具有驱动容错性的冗余并联机构的应用发展提供了理论基础。

**关键词:** 冗余并联机构; 构型综合; 驱动力失效; 驱动容错性

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2022)05-0422-08

OSID: 

## Type Synthesis of Redundant Parallel Mechanism with Actuation Fault Tolerance

SHAN Yanxia<sup>1,2</sup> SU Kaixing<sup>1,3</sup> GAO Xueyuan<sup>1,3</sup> LI Shihua<sup>1,3</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. School of Liren, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

3. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** The control methods are mostly used for the fault tolerance of parallel mechanism at present. However, there are few studies on structure design of parallel mechanism with actuation fault tolerance. To quantitatively analyze the influence of driving force invalidity on the operability performance of mechanism, an operability invalidity index was proposed for evaluating the driving force invalidity of the branches of the parallel mechanism based on the Jacobian matrix. The driving identity condition of the redundant parallel mechanism stated as “the driving force screw of the redundant parallel mechanism was expressed in the same form in a fixed coordinate system, and the linear independent number of the driving space was equal to the degree of freedom. If any driving force screw (driving force invalidity fault) was removed, the driving space would not degrade”, that satisfied the driving force invalidity tolerance was given. Based on the screw theory and guided by the driving identity condition, which promised that the driving force screws can be mutually substituted, a type synthesis method of redundant parallel mechanism was proposed, and a 3R DOF type of redundant parallel mechanisms with actuation fault tolerance was synthesized. The actuation fault tolerance of the (4 - RRR)<sub>1</sub> redundant parallel mechanism synthesized was evaluated by using the proposed operability invalidity index, which verified that the synthesized mechanism had the drive force invalidity tolerance. The research result can provide a way to solve the driving force invalidity of parallel mechanism, and can enrich the types of parallel mechanism, which provided a theoretical basis for the application and development of redundant parallel mechanism with actuation fault tolerance.

**Key words:** redundant parallel mechanism; type synthesis; driving force invalidity; actuation fault tolerance

收稿日期: 2021-06-16 修回日期: 2021-08-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(51775475)和河北省军民融合项目(2020B030)

作者简介: 单彦霞(1983—), 女, 副教授, 博士生, 主要从事并联机器人理论与应用研究, E-mail: shanyx@ysu.edu.cn

通信作者: 李仕华(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事并联机器人理论与应用研究, E-mail: shli@ysu.edu.cn

## 0 引言

并联机构动平台的运动依赖于所有分支的共同驱动,若并联机构某一分支的驱动出现故障,机构动平台的运动会出现失准、失控或失灵问题<sup>[1]</sup>。在机构学中,驱动容错指机构在运行过程中驱动器发生故障,仍然能完成预定工作任务,并维持其性能不变或变化很小。因此,研究并联机构的驱动容错问题对减少驱动故障造成的工程损失具有重要意义。

20世纪80年代末,MACIEJEWSKI<sup>[2]</sup>研究了串联机器人的可靠性与冗余容错问题。MONTEVERDE等<sup>[3]</sup>提出了将四层次(关节、链路、子系统与系统)容错方法应用于串并联机器人。李波<sup>[4]</sup>针对冗余驱动航天器执行机构的故障,设计了2种姿态容错控制方案。文献[5-6]研究串联机构的驱动故障容错问题时,在梯度投影法中引入了加权最小范数法优化容错轨迹规划算法,并针对串联机构提出了综合关节可操作度的容错能力评价指标。缪萍等<sup>[7]</sup>针对自由摆动类故障(其实质是驱动力失效或关节约束失效)提出一种通过优化运动轨迹规划实现驱动容错的方法,并研究了驱动容错过程中驱动关节速度突变的影响因素。闫彩霞等<sup>[8]</sup>基于故障隔离的思想分别研究了冗余并联机构的驱动器故障和非驱动关节故障对机构动力学性能的影响,并利用结构冗余和力矩再分配方法实现了冗余并联机构的故障容错。潘阳<sup>[9]</sup>针对一种双并联结构的6足并联机器人,采用优化设计的驱动控制策略,研究了在锁死故障和不可控故障下该机器人的驱动故障容错性能。YAO等<sup>[10]</sup>研究了一种基于冗余自由度的并联机构驱动容错控制策略及对应的机构工作空间边缘识别方法,并对大重型副反射镜调节并联机构进行了研究,有效提高了机构的工作可靠性和驱动容错性。QU等<sup>[11]</sup>研究了一种三平移4-UPU冗余并联机构驱动力失效问题,该机构在任一分支驱动力失效时机构移动能力不受影响,有较好驱动力失效容错性。YI等<sup>[12]</sup>研究了3种关节失效类型对并联机构运动学性能的影响,提出了一种利用工作空间和运动冗余的机构容错方法。

综上所述,关于并联机构驱动容错的研究主要集中在控制策略方面,也有通过结构冗余提高某一具体机构的驱动容错性。但是,只是针对具体机构的研究,这类机构还不够丰富,缺少具有驱动容错性的冗余并联机构构型综合方法。本文提出一种针对分支驱动力失效故障的具有驱动力失效容错性的冗余并联机构构型综合方法,综合出多种该类型的并

联机构,以期为具有驱动容错性并联机构的应用奠定理论基础。

## 1 驱动失效度评价指标

### 1.1 约束空间和驱动空间

并联机构约束空间  $S_{Cw}$  为机构动平台所受到的各约束力螺旋组成的螺旋系,可求解机构自由度空间的反螺旋得到,即

$$S_{Cw} = \{ \$_{C1w}^r, \$_{C2w}^r, \dots, \$_{C(6-n)w}^r \} \quad (1)$$

机构驱动空间  $S_{Aw}$  指机构的一组驱动力螺旋组成的螺旋系,用于描述机构所受到的驱动力,即

$$S_{Aw} = \{ \$_{A1w}, \$_{A2w}, \dots, \$_{Anw} \} \quad (2)$$

一般情况下,并联机构驱动空间  $S_{Aw}$  的维数与自由度相等。若冗余并联机构的驱动空间和约束空间线性无关,则机构所选驱动空间合理,称之为“驱动合理判据”<sup>[13-14]</sup>。冗余并联机构的自由度和约束度(约束空间的秩)之和仍为6。因此,当驱动力失效故障不影响机构约束性质时,只需维持机构驱动空间和约束空间的秩和为6的关系不变,可有效降低驱动力失效对机构运行的影响,即机构具有驱动力失效容错性。

### 1.2 可操作性失效度指标

雅可比矩阵由驱动空间和约束空间组成。设支链型冗余并联机构的自由度为  $n$ , 分支数为  $q$ , 每个分支上有且仅有1个驱动副, 机构雅可比矩阵可表示为

$$\begin{aligned} J_w = & \begin{bmatrix} S_{Aw}^T \\ S_{Cw}^T \end{bmatrix}_{(q+6-n) \times 6} = [[J_w^F]_{(q+6-n) \times 3} \quad [J_w^M]_{(q+6-n) \times 3}] = \\ & \left[ \begin{array}{cccccc} L_{A1w} & M_{A1w} & N_{A1w}; & P_{A1w} & Q_{A1w} & R_{A1w} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{Aqw} & M_{Aqw} & N_{Aqw}; & P_{Aqw} & Q_{Aqw} & R_{Aqw} \\ L_{C1w} & M_{C1w} & N_{C1w}; & P_{C1w} & Q_{C1w} & R_{C1w} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{C(6-n)w} & M_{C(6-n)w} & N_{C(6-n)w}; & P_{C(6-n)w} & Q_{C(6-n)w} & R_{C(6-n)w} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $J_w^F$ ——雅可比矩阵力矩阵

$J_w^M$ ——雅可比矩阵力矩矩阵

雅可比矩阵与其共轭转置矩阵积行列式的平方根为可操作性指标  $\omega$ , 计算式为

$$\omega = \sqrt{\det(J_w^H J_w)} = \sqrt{\det(J_w J_w^H)} = \prod_{i=1}^n \lambda_i \quad (4)$$

式中  $\lambda_i$ ——雅可比矩阵的正特征值

为了量化分析驱动力失效对机构可操作性能的影响, 基于雅可比矩阵, 机构的可操作性失效度指标(Operability invalidity index, OII)为机构在相

同空间位置或者姿态下,并联机构分支  $i$  驱动力失效后可操作性变化量与失效前的可操作性之比,其表达式为

$$\zeta_i = \frac{\omega_j - \omega_i^f}{\omega_j} \times 100\% = \left(1 - \frac{\omega_i^f}{\omega_j}\right) \times 100\% \quad (5)$$

式中  $\zeta_i$ —机构当前瞬时位姿下的可操作性失效度

$\omega_j$ —机构所有分支驱动正常时的可操作性

$\omega_i^f$ —机构分支  $i$  驱动力失效时的可操作性, $i=1,2,\dots,q$

由式(5)可知,  $\zeta$  越大机构在该位姿下的可操作性越差。

同时,为了准确评价力矩阵和力矩矩阵受驱动力失效的影响,式(5)还可以表示为

$$\begin{cases} \zeta_i^F = \frac{\omega_j^F - \omega_i^{Ff}}{\omega_j^F} \times 100\% = \left(1 - \frac{\omega_i^{Ff}}{\omega_j^F}\right) \times 100\% \\ \zeta_i^M = \frac{\omega_j^M - \omega_i^{Mf}}{\omega_j^M} \times 100\% = \left(1 - \frac{\omega_i^{Mf}}{\omega_j^M}\right) \times 100\% \end{cases} \quad (6)$$

式中  $\zeta_i^F$ —力可操作性失效度 (Force operability invalidity index, FOII)

$\zeta_i^M$ —力矩可操作性失效度 (Moument operability invalidity index, MOII)

为了进一步衡量并联机构在整个工作空间内的可操作性受驱动力失效的影响程度,定义全域可操作性失效度指标 (Global operability invalidity index, GOII),表达式为

$$\bar{\zeta}_w = \frac{\int_w \bar{\zeta} dW}{\int_w dW} \quad (0 \leq \bar{\zeta}_w \leq 1) \quad (7)$$

$$\bar{\zeta} = \frac{\sum_{i=1}^n \zeta_i}{n}$$

$\bar{\zeta}_w$  可反映工作空间内分支驱动力失效故障对机构的可操作性的平均影响程度。 $\bar{\zeta}_w$  越大,表明机构的可操作性失效程度越高;反之,机构驱动力失效容错性越好。GOII 可以作为 OII 的辅助性指标,有利于更全面地分析评价机构的驱动力失效故障对机构可操作性的影响。OII 与 GOII 为机构优化设计及机构的驱动容错性提高奠定理论基础。

## 2 构型综合方法

### 2.1 驱动同一性条件

从驱动力螺旋的角度分析,若并联机构在结构上具有一定驱动容错性,则当机构中任一分支发生驱动力失效故障时,机构仍然能完成工作任务

务<sup>[15-17]</sup>。为了满足“任一分支”的条件,机构分支的驱动力螺旋应具有“同一性”,即:冗余并联机构的驱动力螺旋在固定坐标系下的表达为同一形式,且驱动空间线性无关数等于自由度,则去掉任一驱动力螺旋(驱动力失效故障)时,其驱动空间不会降秩,驱动空间具有驱动容错性。

驱动“同一性”条件,是判断机构是否具有驱动容错性的一个充分必要条件。利用驱动空间的“同一性”条件既可以判断机构是否具有驱动容错性,也可以进行机构综合,进而得到一类具有驱动容错性的并联机构。

### 2.2 构型综合方法

基于驱动“同一性”条件,以满足驱动力螺旋可互相替补为核心,具有驱动容错性的冗余并联机构构型综合的基本流程如图 1 所示,具体步骤为:

(1) 确定机构自由度  $F$ 、冗余驱动分支数目  $m$  和机构运动方式。

(2) 确定机构自由度空间,得到机构单位自由度螺旋系  $S_t$ ,并通过螺旋理论求得机构单位约束空间  $S_{Cw}$ 。

(3) 根据驱动合理判据,求解单位约束空间正交补,得到机构单位约束正交补空间  $S_{Dw}$ 。对单位约束正交补空间进行扩展,得到能满足驱动“同一性”条件的初始单位驱动力螺旋,并得到对应的初始驱动力螺旋组合  $\$_{A_{iw}}$  表达式。

(4) 基于得到的初始驱动力螺旋组合,选择对应的运动副,并从中确定驱动副。得到具体的驱动力螺旋,组成初始的驱动空间  $S'_{A_{iw}}$ 。

(5) 对初始的驱动空间进行扩展:根据冗余驱动分支数,添加满足“同一性”条件的驱动力螺旋,得到可针对驱动力失效的具有驱动容错性的驱动空间  $S_{ARw}$ 。

(6) 利用正交补规则,求解约束空间  $S'_{CRw}$ ,分析约束空间中间的约束力螺旋  $\$_{CR_{iw}}$ ,结合约束图谱确定具体的约束。

(7) 利用并联机构自由度的修正 G-K 公式,根据预设的自由度  $n$ 、分支运动副数等,计算分支自由度  $k_i$  和运动副数  $g_i$  以及过约束数  $\nu$  之间的关系,确定在不同分支自由度数目下,机构的过约束数  $\nu$ 。

(8) 根据机构的自由度要求,以及螺旋之间的相关性,对分支的运动副进行布置得到具体的机构,并使其满足步骤(7)中得到的过约束数和分支自由度。

(9) 应用螺旋理论综合出的并联机构具有运动瞬时性,因此对机构的过约束数和分支自由度进行

全周性分析。

(10) 利用提出的可操作性失效度指标对综合得到的机构进行分析,并优化机构。

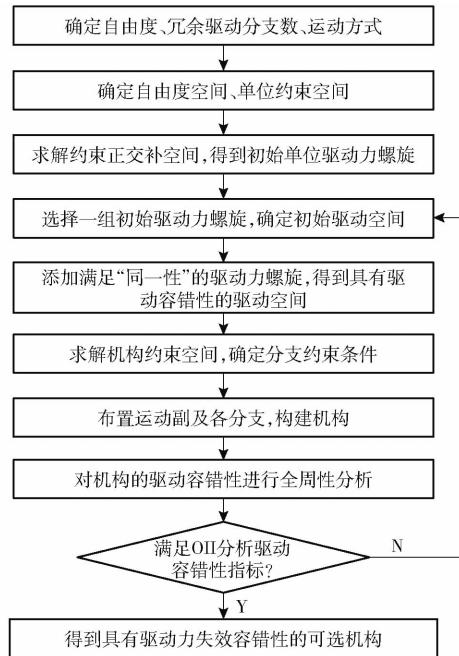


图1 构型综合流程图

Fig. 1 Process of type synthesis

根据该类机构的综合方法,可对不同自由度的具有驱动力失效容错性的冗余并联机构进行分析与综合。

### 3 具有驱动容错性的三转动冗余并联机构构型综合

三转动并联机构在医疗康复和空间指向等领域应用较为广泛,其自由度均为转动,容易满足驱动同一性条件<sup>[18-19]</sup>。以任意1个分支驱动力失效容错的4分支三转动类型并联机构综合为例,根据提出的机构综合方法,其构型综合过程如下:

(1) 设机构自由度为3,取分支数目q为4,机构进行球面转动,并且动平台绕定点转动。

(2) 由设定自由度得到单位自由度空间为

$$\begin{cases} \mathbf{\$}_{1t} = (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}_{2t} = (0 \ 1 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}_{3t} = (0 \ 0 \ 1; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (8)$$

求反螺旋得到单位约束空间为

$$\begin{cases} \mathbf{\$}_{C1w}^r = (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}_{C2w}^r = (0 \ 1 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}_{C3w}^r = (0 \ 0 \ 1; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (9)$$

(3) 机构约束为3个约束力,限制机构的3个移动自由度。根据驱动合理判据,计算单位约束空间的正交补,得到机构约束正交补空间为

$$\begin{cases} \mathbf{\$}_{D1w} = (0 \ 0 \ 0; \ 1 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}_{D2w} = (0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 1 \ 0) \\ \mathbf{\$}_{D3w} = (0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (10)$$

(4) 确定运动副应为R副、U副或S副,并选择其中与定平台相连的R副为驱动副。

(5) 对式(10)驱动力螺旋添加冗余驱动螺旋,得到具有驱动容错性的驱动空间为

$$\mathbf{S}'_{Dw} = \begin{cases} \mathbf{\$}'_{D1w} = (0 \ 0 \ 0; \ L_1 \ M_1 \ N_1) \\ \mathbf{\$}'_{D2w} = (0 \ 0 \ 0; \ L_2 \ M_2 \ N_2) \\ \mathbf{\$}'_{D3w} = (0 \ 0 \ 0; \ L_3 \ M_3 \ N_3) \\ \mathbf{\$}'_{D4w} = (0 \ 0 \ 0; \ L_4 \ M_4 \ N_4) \end{cases} \quad (11)$$

其中  $\sqrt{L_i^2 + M_i^2 + N_i^2} = 1 \quad (i=1,2,3,4)$

(6) 由式(11)驱动空间得到机构约束空间为

$$\mathbf{S}'_{Cw} = \begin{cases} \mathbf{\$}'_{C1w} = (L_1 \ M_1 \ N_1; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}'_{C2w} = (L_2 \ M_2 \ N_2; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}'_{C3w} = (L_3 \ M_3 \ N_3; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}'_{C4w} = (L_4 \ M_4 \ N_4; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)可知,机构约束力螺旋为空间汇交于一点的3个约束力线矢,限制机构的移动自由度。

机构运动副全部为R副时,R副对动平台的驱动力螺旋为力偶,力偶方向可根据R副轴线方向确定。为了满足驱动同一性条件,R副的轴线应汇交于一点,保证驱动失效时的“可替性”。

(7) 自由度分析。由G-K自由度公式可得

$$F = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + \nu = 6(4t - 4g_i + 1) + 4f + \nu = 3 \quad (13)$$

得到的分支组合存在5种情况,如表1所示。为避免累述,以第1种情况为例进行详细描述。

表1 分支运动副布置情况

Tab. 1 Layout of branch joints

情况	分支	分支自由度	过约束度	运动副布置条件
1	4×1	3	9	R副轴线空间汇交一点
2	4×1	4	5	R副轴线空间汇交一点
3	4×1	5	1	R副轴线空间汇交一点; 有且只有1个S副时符合
4	2+2 3+1	6 -3		不满足条件
5	2+1+1	自由度和过约束度不同		不同组合的分支 R副轴线空间汇交一点;若有U副则只能有一个U副; 若有6R分支则只能存在1个

当分支数为4且分支结构相同,设分支自由度

为3,即分支有3个R副。根据前述分析,机构有12个约束力,约束了3个移动自由度,存在9个过约束。由线几何判据,空间汇交于一点的约束力,其线性无关度为3。为保证同一性,该点到各个R副的距离应相等,相应地有以下3种方案:

(1) R副轴线汇交于定、动平台中心点连线的

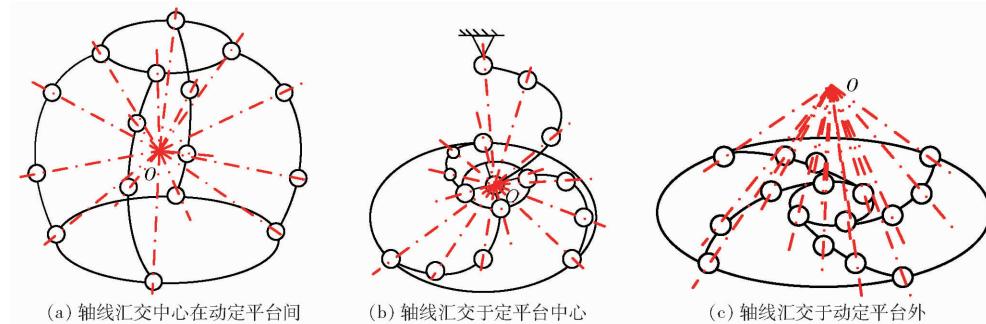


图2 R副布置方案

Fig. 2 Arrangements of rotating pairs

当分支存在U副时,分支过约束要求为9,此时无论如何布置都不能使得机构的过约束满足条件,因此情况1时分支无U副。

分析可知,不能满足自由度条件的情况为:

- ① 分支中含有2个及以上U副。② 分支的过约束度小于0。③ 分支运动副数最多与最少的差值超过2。

中点,该点到各个R副的距离一致,记为I型,如图2a所示。

(2) R副轴线汇交于定平台中心,但4个分支的布置为空间分散布置,记为II型,如图2b所示。

(3) R副轴线汇交于动定平台之外的某定点,记为III型,如图2c所示。

对所有满足自由度性质的分支进行排列组合并进行全周性分析,即分支自由度性质不会随着机构的运动而发生变换。可综合得满足布置要求(约束螺旋汇交一点)的机构有39种,如表2所示。部分机构结构简图如图3所示。

由表2可知,综合出的分支构型组合只有5种完

表2 具有驱动容错性的三转动冗余并联机构

Tab. 2 3R DOF redundant PMs with actuation fault tolerance

方案	构型		
	4	4 - RRR	4 - RRRR
4	4 - <u>RRRR</u>	4 - <u>RRRR</u>	4 - <u>RS</u>
2 + 2	2 <u>RRR</u> - 2 <u>RRRR</u>	2 <u>RRRR</u> - 2 <u>RRRRR</u>	2 <u>RRR</u> - 2 <u>RRRRR</u>
	2 <u>RRRR</u> + 2 <u>RRRRRR</u>	2 <u>RRR</u> - 2 <u>RRS</u>	2 <u>RRRR</u> + 2 <u>RRS</u>
	2 <u>RS</u> - 2 <u>RRS</u>	2 <u>RS</u> - 2 <u>RRRS</u>	2 <u>RRRR</u> - 2 <u>RRS</u>
	3 <u>RRR</u> - 1 <u>RRRR</u>	3 <u>RRR</u> - 1 <u>RRRRR</u>	3 <u>RRR</u> - 1 <u>RRS</u>
	3 <u>RRR</u> - 1 <u>RUS</u>	3 <u>RRR</u> - 1 <u>R</u>	3 <u>RRR</u> - 1 <u>RRRRR</u>
	3 <u>RRRR</u> - 1 <u>RUS</u>	3 <u>RRRR</u> - 1 <u>RRS</u>	3 <u>RRRR</u> - 1 <u>RRRU</u>
3 + 1	3 <u>RRRRR</u> - 1 <u>RRR</u>	3 <u>RRRRR</u> - 1 <u>RRRR</u>	3 <u>RRRRR</u> - 1 <u>RRS</u>
	3 <u>RRRRR</u> - 1 <u>RRRRR</u>	3 <u>RRRRR</u> - 1 <u>RRRS</u>	3 <u>RRRRR</u> - 1 <u>RRRU</u>
	3 <u>RRS</u> - 1 <u>RRR</u>	3 <u>RRS</u> - 1 <u>RRRR</u>	3 <u>RRS</u> - 1 <u>RSU</u>
	3 <u>RRS</u> - 1 <u>RRRU</u>	3 <u>RRS</u> - 1 <u>RRRU</u>	
2 + 1 + 1	2 <u>RRR</u> - 1 <u>RRU</u> - 1 <u>RRS</u>	2 <u>RRR</u> - 1 <u>RRS</u> - 1 <u>RUS</u>	2 <u>RRRR</u> - 1 <u>RRRU</u> - 1 <u>RRRS</u>
	2 <u>RRS</u> - 1 <u>RRR</u> - 1 <u>RRU</u>	2 <u>RRS</u> - 1 <u>RRR</u> - 1 <u>RSU</u>	

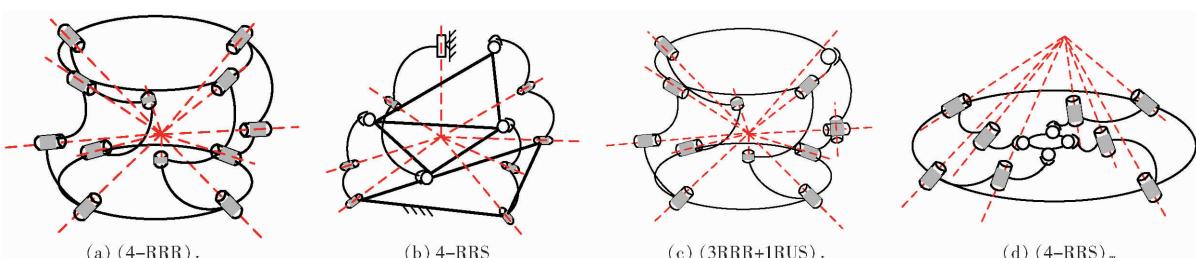


图3 综合得到的部分冗余并联机构结构简图

Fig. 3 Synthesized partial redundant PMs

全对称,其驱动容错性也最理想,选择(4-RRR)<sub>1</sub>冗余并联机构作为实例进行驱动容错性分析。

## 4 (4-RRR)<sub>1</sub> 机构驱动容错性分析

### 4.1 运动学分析

(4-RRR)<sub>1</sub>冗余并联机构由 2 个大小不等的圆形平台以及 4 个完全相同的 RRR 分支构成。所有 R 副的轴线汇交于动定平台中心点连线的中点处;以与定平台相连的 4 个 R 副为驱动副;每个分支的 3 个 R 副的中心点依次标记为  $A_i$ 、 $B_i$ 、 $C_i$  ( $i=1, 2, 3$ )。(4-RRR)<sub>1</sub> 机构三维模型和建立的基坐标系  $OXYZ$ 、动坐标系  $O_pX_pY_pZ_p$  如图 4 所示。

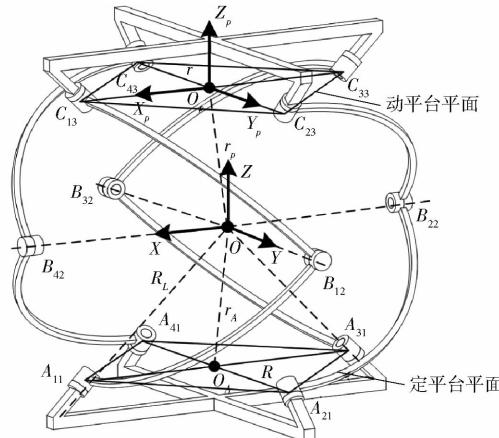


图 4 (4-RRR)<sub>1</sub> 冗余并联机构

Fig. 4 (4-RRR)<sub>1</sub> redundant PM

定平台中心点为  $O_A$ , 设  $OO_A$  和  $OO_p$  长度分别为  $r_A$ 、 $r_p$ 。设与定平台相连的 R 副轴线与定平台平面夹角为  $\phi_R$ , 与动平台相连的 R 副轴线与动平台平面夹角为  $\phi_r$ ; 分支各杆件半径为  $R_L$ 、杆弧度为  $\phi_L$ , 动、定平台半径为  $r$ 、 $R$ 。

为防止机构奇异位形, 动定平台形状相同但半径不同, 设机构参数之间的关系如表 3 所示。

表 3 (4-RRR)<sub>1</sub> 冗余并联机构结构参数关系

Tab. 3 Structural parameters of (4-RRR)<sub>1</sub> redundant PM

参数	$r/R$	$R_L$	$r_A$	$r_p$	$\phi_R$	$\phi_r$	$\phi_L$
数值	3/4	$2R$	$\sqrt{3}R$	$\sqrt{R_L^2 - r^2}$	$\pi/3$	$\arccos \frac{r}{2R}$	$\pi/2$

由机构位置可知, 各分支的点  $B_{i2}$  与  $A_{i1}$ 、 $C_{i3}$  之间存在几何关系:  $l_{OA_{i1}}$  与  $l_{OB_{i2}}$  垂直,  $l_{OC_{i3}}$  与  $l_{OB_{i2}}$  垂直。

各分支第 1 个 R 副在基坐标系下单位运动螺旋为

$$\begin{cases} \$_{11t}^0 = (-\cos\phi_R \ 0 \ \sin\phi_R; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{21t}^0 = (0 \ -\cos\phi_r \ \sin\phi_r; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{31t}^0 = (\cos\phi_R \ 0 \ \sin\phi_R; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{41t}^0 = (0 \ \cos\phi_r \ \sin\phi_r; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (14)$$

各分支第 2 个 R 副在基坐标系下的单位运动螺旋为

$$\begin{cases} \$_{12t}^0 = (l_{12} \ m_{12} \ n_{12}; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{22t}^0 = (l_{22} \ m_{22} \ n_{22}; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{32t}^0 = (l_{32} \ m_{32} \ n_{32}; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{42t}^0 = (l_{42} \ m_{42} \ n_{42}; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (15)$$

其中  $\sqrt{l_{ii}^2 + m_{ii}^2 + n_{ii}^2} = 1 \quad (i=1,2,3,4)$

式中  $l_{ii}$ 、 $m_{ii}$ 、 $n_{ii}$ ——各个分支中间 R 副轴线方向单位向量

各分支第 3 个 R 副在基坐标系下的单位运动螺旋为

$$\begin{cases} \$_{13t}^0 = (l_{13} \ m_{13} \ n_{13}; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{23t}^0 = (l_{23} \ m_{23} \ n_{23}; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{33t}^0 = (l_{33} \ m_{33} \ n_{33}; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{43t}^0 = (l_{43} \ m_{43} \ n_{43}; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (16)$$

其中  $\sqrt{l_{ii}^2 + m_{ii}^2 + n_{ii}^2} = 1 \quad (i=1,2,3,4)$

式中  $l_{ii}$ 、 $m_{ii}$ 、 $n_{ii}$ ——各个分支与动平台相连的 R 副轴线方向单位向量

求反螺旋易得该机构在基坐标系下的单位约束空间为

$$\begin{cases} \$_{C1w}^r = (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{C2w}^r = (0 \ 1 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{C3w}^r = (0 \ 0 \ 1; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (17)$$

设机构动平台的 3 个姿态角为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ , 利用  $Z-Y-X$  描述, 得到机构姿态矩阵  $T^0$  为

$$\begin{bmatrix} \text{cyc}\beta & \text{cys}\beta s\alpha - s\gamma c\alpha & \text{cys}\beta c\alpha + s\gamma s\alpha \\ \text{syc}\beta & \text{sys}\beta s\alpha + c\gamma c\alpha & \text{sys}\beta c\alpha - c\gamma s\alpha \\ -s\beta & c\beta s\alpha & c\beta c\alpha \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中  $s$  表示正弦函数,  $c$  表示余弦函数。

根据选定的驱动副, 即与定平台相连的 R 副为驱动副, 求得机构单位驱动空间为

$$\begin{cases} \$_{A11w} = (0 \ 0 \ 0; \ l_1 \ m_1 \ n_1) \\ \$_{A21w} = (0 \ 0 \ 0; \ l_2 \ m_2 \ n_2) \\ \$_{A31w} = (0 \ 0 \ 0; \ l_3 \ m_3 \ n_3) \\ \$_{A41w} = (0 \ 0 \ 0; \ l_4 \ m_4 \ n_4) \end{cases} \quad (19)$$

其中  $\sqrt{l_i^2 + m_i^2 + n_i^2} = 1 \quad (i=1,2,3,4)$

式中  $l_i$ 、 $m_i$ 、 $n_i$ ——各分支驱动力单位方向向量

各分支的单位驱动力力螺旋为同时垂直于  $l_{OB_i}$  与  $l_{OC_i}$  方向的单位力偶。

设分支的输入值为  $\theta_i$  ( $i=1,2,3,4$ ), 进而结合机构的单位驱动螺旋系和单位约束螺旋系得到机构的雅可比矩阵为

$$J_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & l_1 & m_1 & n_1 \\ 0 & 0 & 0 & l_2 & m_2 & n_2 \\ 0 & 0 & 0 & l_3 & m_3 & n_3 \\ 0 & 0 & 0 & l_4 & m_4 & n_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

#### 4.2 驱动容错性分析

由式(20)可知,当机构任一驱动力螺旋失效时,机构雅可比矩阵秩恒定不变。即机构自由度不发生变化,机构可正常工作。

根据1.2节可操作性失效度指标的定义,利用雅可比矩阵,由式(6)计算得到机构的可操作性失效度图谱,即FOII图谱和MOII图谱,分别如图5、6所示。

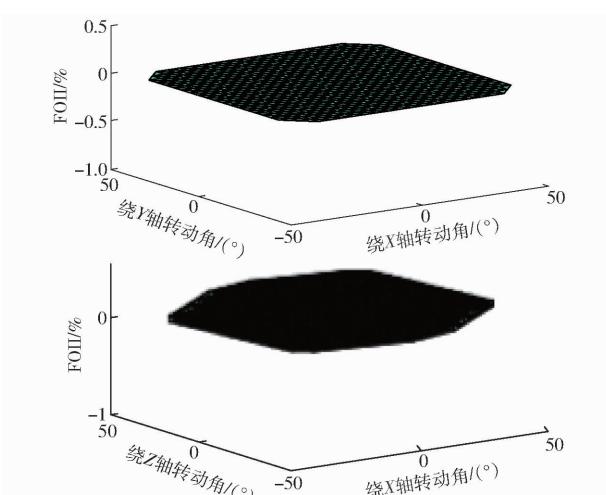


图5 FOII图谱

Fig. 5 FOII atlas

由图5可知,(4-RRR)<sub>1</sub>机构的FOII在单分支驱动力失效后无变化。机构的MOII在个别位置变化较大,这与该位置姿态角和R副轴线角度有关。该MOII图谱表明单个分支的驱动力失效对机构动平台的可操作性影响较小。

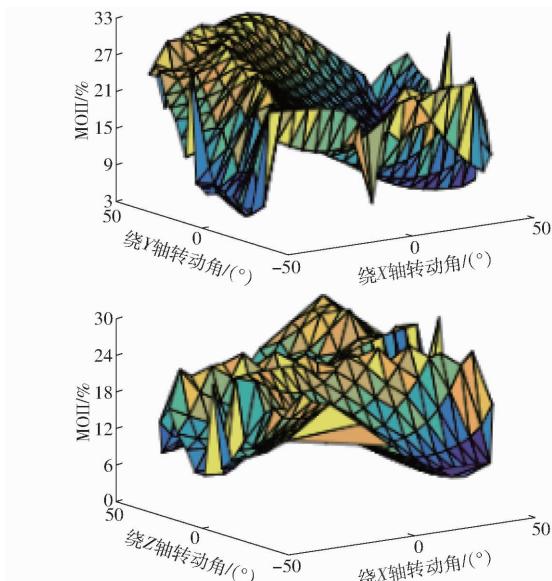


图6 MOII图谱

Fig. 6 MOII atlas

(4-RRR)<sub>1</sub>机构的GOII为22.6283%,以OII和GOII不高于30%为具有驱动容错性的标准<sup>[20]</sup>, (4-RRR)<sub>1</sub>机构具有驱动容错性。但是,(4-RRR)<sub>1</sub>机构在某些位置下的MOII起伏较大,整体性能较差,可优化R副轴线角度、机构转动中心点位置,连杆弧度等结构以进一步提高机构性能。

#### 5 结论

(1)针对驱动力失效故障,提出了一种具有驱动容错性的冗余并联机构构型综合方法。

(2)从理论上解释了机构如何针对驱动力失效进行容错的条件,即驱动“同一性”条件。

(3)利用提出的构型综合方法综合了一类三转动冗余并联机构,得到了39种构型。

(4)通过评价综合出的(4-RRR)<sub>1</sub>机构的驱动容错性,验证了所综合出的冗余并联机构针对驱动力失效具有驱动容错性。

#### 参 考 文 献

- [1] 田军霞,赵京.冗余度机械臂容错操作中关节速度突变的影响因素分析[J].机械科学与技术,2005,24(3):371-374.  
TIAN Junxia, ZHAO Jing. Analysis of influence factors of joint speed mutation in fault tolerant operation of redundant manipulator[J]. Mechanical Science and Technology, 2005,24(3): 371-374. (in Chinese)
- [2] MACIEJEWSKI A A. Fault tolerant properties of kinematically redundant manipulators[C]// Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 1990: 638-642.
- [3] MONTEVERDE V, TOSUNOGLU S. Development and application of fault tolerance measure for serial and parallel robotic structures[J]. International Journal of Modelling & Simulation, 1999, 19(1): 45-51.
- [4] 李波.执行机构故障的航天器姿态容错与控制分配[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2016.  
LI Bo. Actuator fault tolerance and control allocation of spacecraft attitude[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016. (in Chinese)
- [5] 黄玉芳,赵京,缪萍.加权最小范数法在单冗余度机器人容错算法中的应用[J].北京工业大学学报,2001,27(4):426-429.

- HUANG Yufang, ZHAO Jing, MIAO Ping. Application of weighted minimum norm method in fault tolerance algorithm of single redundant robot [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2001, 27(4): 426–429. (in Chinese)
- [6] 赵京, 黄玉芳. 具有容错性能的冗余度机器人轨迹规划[J]. 机械设计与研究, 2002, 18(3): 15–18.
- ZHAO Jing, HUANG Yufang. Trajectory planning of redundant robots with fault tolerance [J]. Mechanical Design and Research, 2002, 18(3): 15–18. (in Chinese)
- [7] 缪萍, 赵京. 冗余度机器人自由摆动故障的运动学容错[J]. 机械科学与技术, 2003, 22(3): 363–365.
- MIAO Ping, ZHAO Jing. Kinematic fault tolerance for free swing fault of redundant robots [J]. Mechanical Science and Technology, 2003, 22(3): 363–365. (in Chinese)
- [8] 闫彩霞, 战强, 叔广慧, 等. 冗余驱动并联机构预防故障的力矩分配法[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2011, 43(2): 217–221.
- YAN Caixia, ZHAN Qiang, SHU Guanghui, et al. Torque distribution method for redundant drive parallel mechanism to prevent failure [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2011, 43(2): 217–221. (in Chinese)
- [9] 潘阳. P-P结构六足机器人性能设计与控制实验研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2014.
- PAN Yang. Performance design and control experiment research of hexapod robot with P-P structure [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2014. (in Chinese)
- [10] YAO J, HAN B, DOU Y, et al. Fault-tolerant strategy and workspace of the subreflector parallel adjusting mechanism [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2019, 233(18): 6656–6667.
- [11] QU H B, FANG Y, GOU S, et al. A novel 4-UPU translational parallel mechanism with fault-tolerant configurations [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2014, 228(16): 3006–3018.
- [12] YI Y, MCINROY J E, CHEN Y. Fault tolerance of parallel manipulators using task space and kinematic redundancy [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(5): 1017–1021.
- [13] LI S, SHAN Y, YU J, et al. Actuation spaces synthesis of lower-mobility parallel mechanisms based on screw theory [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2021, 34(1): 1–12.
- [14] 刘辛军, 谢富贵, 汪劲松, 等. 并联机器人机构学基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2018.
- [15] LI Shihua, LIU Yanmin, CUI Hongliu, et al. Synthesis of branched chains with actuation redundancy for eliminating interior singularities of 3T1R parallel mechanisms [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(2): 250–259.
- [16] 李仕华, 田志立, 王子义, 等. 具有连续转轴的对称 2R1T 三自由度并联机构型综合[J]. 机械工程学报, 2017, 53(23): 74–82.
- LI Shihua, TIAN Zhili, WANG Ziwei, et al. Type synthesis of 2R1T symmetrical parallel mechanism with continuous rotation axes [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(23): 74–82. (in Chinese)
- [17] 刘晓飞, 唐艳华, 刘鑫, 等. 含约束支链的冗余驱动并联机构动力学性能优化[J]. 农业机械学报, 2021, 52(5): 378–385, 403.
- LIU Xiaofei, TANG Yanhua, LIU Xin, et al. Dynamic performance optimization for redundantly actuated parallel manipulator with constraint branch [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(5): 378–385, 403. (in Chinese)
- [18] 朱伟, 戴志明, 刘晓飞, 等. 一种新型弱耦合三平移并联机器人机构及其运动学分析[J]. 中国机械工程, 2017, 28(13): 1561–1566, 1607.
- ZHU Wei, DAI Zhiming, LIU Xiaofei, et al. A novel weak-coupling three-translation parallel robot mechanisms and its kinematics analysis [J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(13): 1561–1566, 1607. (in Chinese)
- [19] 沈惠平, 吉昊, 许正骁, 等. 三平移机构设计与运动学符号解及性能评价[J]. 农业机械学报, 2020, 51(9): 397–407.
- SHEN Huiping, JI Hao, XU Zhengxiao, et al. Design, kinematic symbolic solution and performance evaluation of new three translation mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(9): 397–407. (in Chinese)
- [20] XIE F, LIU X, LI J. Performance indices for parallel robots considering motion/force transmissibility [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2014, 8917: 35–43.