

三平移刚柔混合并联机构优化设计与动力学分析

朱伟 时宽祥 王烨 沈惠平 段恩业

(常州大学机械工程学院,常州 213164)

摘要:提出了一种三自由度绳驱动并联机构,其包含3组同组平行、异组交叉结构的绳系支链和1组被动弹性支链,具有轻质量、高加速度、大工作空间等特点。基于封闭矢量方法推导了机构运动学方程,并分析了机构可达工作空间和任务工作空间以及中间弹性支链对工作空间范围的影响;基于达朗贝尔原理推导了机构的平衡方程,利用边界搜索法、控制变量法建立了中间弹性支链的结构参数与绳索驱动力之间的关系,在保证机构满足高加速度及任务工作空间的条件下,以绳索的驱动力为优化目标对弹性支链结构参数进行优化,确定了合理的弹簧弹性系数和初始长度。采用拉格朗日方法建立了机构的动力学方程,并通过联合 Matlab 数值计算与 ADAMS 仿真验证了动力学方程的正确性。最后,基于优化结果设计了试验样机,并通过试验验证了机构运动学方程的正确性。

关键词:绳驱并联机构;运动学;参数优化;动力学建模

中图分类号:TH112 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2021)12-0417-09 OSID:



Optimization Design of 3-DOFs Translational Cable-driven Rigid-flexible Hybrid Parallel Mechanism and Its Dynamics Analysis

ZHU Wei SHI Kuanxiang WANG Ye SHEN Huiping DUAN Enye
(College of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: A type of three DOFs cable-driven parallel mechanism was proposed, it contained three sets of cables, the same set of parallel and different sets of cross-structured cable branch chains and a set of passive elastic branch chains, which had the characteristics of light weight, high acceleration and large working space. Firstly, based on the closed vector method, the motion analysis of the mechanism was carried out to get the effect of spring branch chain on its working space. Secondly, the balance equation of the mechanism was derived based on the D'Alembert principle, and the relationship between the structural parameters of the intermediate elastic branch chain and the cable driving force was established by using the boundary search method and the controlled variable method to ensure that the mechanism met high acceleration and task working space. Taking the driving force of the rope as the optimization goal to optimize the structural parameters of the elastic branch chain, and determine the reasonable spring coefficient and initial length. Then, Lagrangian method was used to establish the dynamic equation of the mechanism, through the joint Matlab numerical calculation and ADAMS simulation to verify the correctness of the dynamic equation. Finally, the experimental sample was made based on the optimization results, and the institutional motion equation was verified by the experiment.

Key words: cable-driven parallel mechanism; kinematics; parameter optimization; dynamics modeling

0 引言

绳驱动并联机构^[1] (Cable-driven parallel mechanisms, CDPMs) 是一种用绳索驱动代替刚性杆驱动的并联机构,它具有工作空间大、运动速度

快、承载能力强、柔顺性好等特点。绳驱动并联机构 CDPMs 可分为欠约束 CDPMs ($n < m + 1$, n 为机构自由度, m 为机构驱动绳索数目)、完全约束 CDPMs ($n = m + 1$) 和过约束 CDPMs ($n > m + 1$)。由于绳索只能受拉,所以完全约束和过约束的 CDPMs 可以实

收稿日期: 2020-12-23 修回日期: 2021-01-26
基金项目: 江苏省自然科学基金项目 (BK20161192)
作者简介: 朱伟 (1976—), 男, 副教授, 博士, 主要从事机器人机构学和多维振动控制研究, E-mail: zwllx@126.com

现完全控制,而欠约束的 CDPMs 则需要增加辅助力来实现控制^[2]。MING 等^[3]提出将重力看作虚拟驱动绳索,并从理论和试验上证实了欠约束 CDPMs 在重力作用下是可控的,此后,这一方法被广泛应用于欠约束 CDPMs 的驱动控制^[4]。为了使并联机构只存在移动自由度,通常在支链中采用平行四边形结构,如经典的 Delta^[5]机器人,这种构型方式同样适用于 CDPMs。BOSSCHER 等^[6]将平行四边形支链应用于 CDPMs,提出一种平行绳索结构的欠约束绳驱并联机械手,这类由平行绳索支链结构构成的 CDPMs 在运动中只要同组绳索与动、静平台的链接点构成平行四边形,则动平台的姿态始终不会改变^[7]。VU 等^[8]在此基础上使用3组绳索构成3个平行四边形支链,机构动平台只能作空间平移运动,并且通过雅可比矩阵的奇异性确定了机构的工作空间。

相比刚性并联机构,CDPMs 虽有上述诸多优点,但同时存在绳索张力不足、刚度较差^[9]等缺点。为了改善绳驱并联机构的力学性能,BEHZADIPOUR 等^[10]提出通过增加刚性杆来改善 CDPMs 刚度,并通过构建等效弹簧的方法建立机构的刚度矩阵,结果表明这种方式可有效提高 CDPMs 的结构刚度。ZHANG 等^[11]在3自由度平行绳结构的 CDPM 中增加了一条中间弹性支链,不仅提高了绳索张力,使机构各组绳索在运动中分别保持平行,而且改善了机构运动性能。BEHZADIPOUR 等^[12]提出了一种类似“可变脊椎”的结构,用来提高 CDPMs 中的绳索张力。然而,在大多数 CDPMs 中,驱动绳索对动平台通常都存在力矩作用,给机构分析带来较大难度,GOSSELIN 等^[13]发明了空间交叉绳系(Crossing cables)结构,绳索拉力对动平台的合力矩为零,大大简化了力学分析难度,而且这种构型不会发生绳索干涉现象^[14],又增加了绳驱并联机器人的可达工作空间,具有很好的推广应用价值。

本文提出一种3自由度绳驱并联机构,在绳系为同组平行异组交叉的 CDPMs 基础上,增加一被动弹性支链,分析机构的运动学方程、可达工作空间和任务工作空间;在动平台具有高加速度的前提下,以驱动绳索的驱动力为优化目标对弹簧参数进行优化;建立拉格朗日动力学方程,通过和期望运动轨迹对比,验证其正确性和合理性。

1 机构设计

机构原理如图 1a 所示,由静平台、动平台以及连接于二者之间的3组平行绳索(6根绳索)和中间

弹性可伸缩支链组成。3组平行绳索一端(绳①、②为组1,绳③、④为组2,绳⑤、⑥为组3)穿过固定在静平台上的3组导向套 A_1A_2 、 A_3A_4 、 A_5A_6 上,同组平行绳索另一端连接于动平台的圆周上,连接点分别记为 B_1 和 B_2 、 B_3 和 B_4 、 B_5 和 B_6 ,且 B_1B_2 、 B_3B_4 、 B_5B_6 的连线均经过动平台圆心 O ,两两之间的夹角为 60° ,如图 1b 所示。中间弹性可伸缩支链两端分别通过 U 副连接于静、动平台中心点 O 和点 P ,该支链可以看作 SPS 型弹性支链(S 表示球副, P 表示移动副)。由于弹簧作用,中间支链始终处于被压状态,3组平行绳索则保持张紧,它们与静、动平台的连接点构成了平行四边形结构 $A_1A_2B_1B_2$ 、 $A_3A_4B_3B_4$ 、 $A_5A_6B_5B_6$ 。因此,动平台在运动中姿态保持不变,即机构只能实现三平移运动,故记为 3T 绳驱机构(T 表示移动副)。

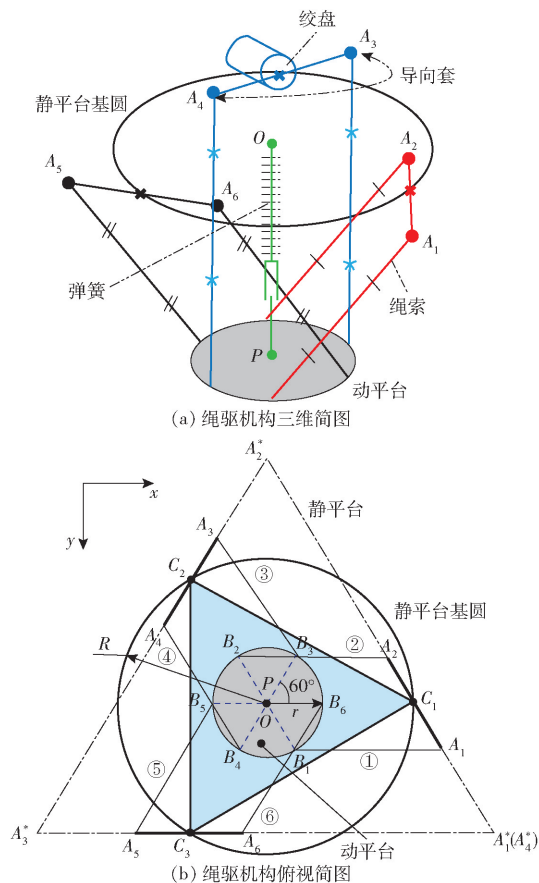


图1 绳驱机构原理图

Fig. 1 Principle diagram of mechanism

机构结构设计如图 1b 和图 2 所示。驱动电机位于 $A_{2i-1}A_{2i}$ ($i=1,2,3$) 的中间位置 C_i ($i=1,2,3$) 处,电机带动绞盘旋转从而同时驱动两根平行绳索 $A_{2i-1}B_{2i-1}$ 和 $A_{2i}B_{2i}$ 运动,如图 2b 所示。中间弹性可伸缩支链由移动杆、导向杆和安装于两者之间的弹簧组成,刚性杆不仅有导向作用,还可以限制弹簧的伸缩范围,其结构如图 2c 所示。绳索布置方式采用同组平行、异组交叉的结构,如图 2d 所示。

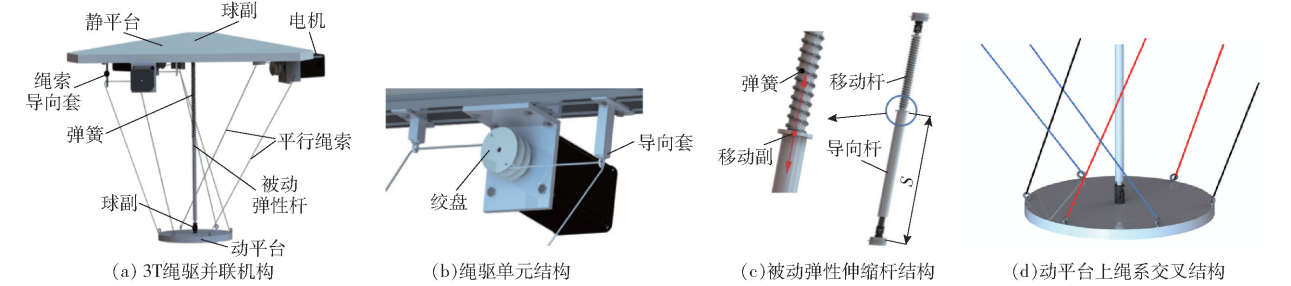


图 2 机构结构图

Fig. 2 Structure charts of mechanism

2 运动学分析

2.1 位置与速度分析

根据图 1b 中的几何关系,电机安装点 $C_i (i=1, 2, 3)$ 位于静平台边长 $1/3$ 处,即 $l_{A_i^* C_i} = \frac{l_{A_i^* A_{i+1}^*}}{3} (i=1, 2, 3)$ 。设定 $l_{A_{2i-1} A_{2i}} = l_{B_{2i-1} B_{2i}} = 2r$, 其中 r 为动平台半径。

如图 3 所示,在静平台中心点 O 建立机构的固定坐标系 $Oxyz$, OC_1 方向为固定坐标系的 x 轴正方向, $Oxyz$ 的 z 轴正方向为垂直向下。由于机构只存在空间三平移运动,动平台中心点 P 的位置在固定坐标系中可表示为

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{l}_{OP} = (x, y, z) \tag{1}$$

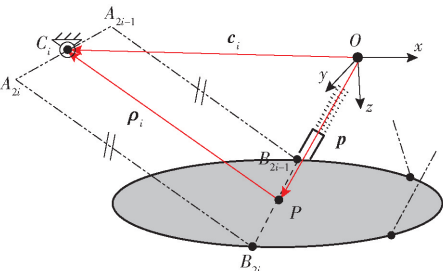


图 3 机构运动学模型

Fig. 3 Kinematic model of mechanism

由于机构中 6 绳索构成 3 组平行绳索,所以对机构进行运动分析时,可以将每组平行绳索分别简化成一条由点 P 到点 C_i 之间的虚拟的中间绳索,如图 3 所示,记 $l_{PC_i} = \rho_i (i=1, 2, 3)$, 则 $\rho_i = l_{B_{2i-1} A_{2i-1}} = l_{B_{2i} A_{2i}} \circ$

根据封闭矢量原理可建立机构位置方程

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{c}_i - \boldsymbol{\rho}_i \quad (i=1, 2, 3) \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{c}_i$ ——第 i 个电机 C_i (绞盘) 在固定坐标系中的位置矢量

根据图 1b 可知

$$\begin{cases} \boldsymbol{c}_1 = \boldsymbol{R}_1 \boldsymbol{c}_1 \\ \boldsymbol{c}_2 = \boldsymbol{R}_2 \boldsymbol{c}_1 \\ \boldsymbol{c}_3 = \boldsymbol{R}_3 \boldsymbol{c}_1 \end{cases} \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{c}_1 = [R \ 0 \ 0]^T$

式中 R ——静平台基圆半径

$\boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2, \boldsymbol{R}_3$ ——固定坐标绕 z 轴转动的变换矩阵,旋转角分别为 0° 、 -120° 和 120°

将式(3)代入式(2)可得运动方程

$$\boldsymbol{R}_i \boldsymbol{c}_1 - \boldsymbol{p} = \boldsymbol{\rho}_i \tag{4}$$

所以 3T 绳驱机构的位置方程为

$$\|\boldsymbol{R}_i \boldsymbol{c}_1 - \boldsymbol{p}\| = \|\boldsymbol{\rho}_i\| \quad (i=1, 2, 3) \tag{5}$$

设被动弹性支链 $\boldsymbol{p}$ 的单位向量和第 i 组虚拟中间绳索矢量 $\boldsymbol{\rho}_i$ 的单位向量分别为 $\boldsymbol{u}_p$ 和 $\boldsymbol{u}_i$, 则 $\boldsymbol{u}_p = \boldsymbol{p} / \|\boldsymbol{p}\|$, $\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{\rho}_i / \|\boldsymbol{\rho}_i\|$ 。将式(2)两边对时间求导可得

$$\dot{\boldsymbol{\rho}}_i = \dot{\boldsymbol{\rho}}_i \boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{\rho}_i \dot{\boldsymbol{u}}_i = -\dot{\boldsymbol{p}} \tag{6}$$

式中 ρ_i ——第 i 组中间绳索矢量 $\boldsymbol{\rho}_i$ 的长度

对式(6)两边点乘单位向量 $\boldsymbol{u}_i$, 进一步得到各组绳索的速度为

$$\dot{\rho}_i = \boldsymbol{u}_i \cdot \dot{\boldsymbol{\rho}}_i = -\boldsymbol{u}_i \cdot \dot{\boldsymbol{p}} \tag{7}$$

因为 6 条绳索构成 3 组平行四边形绳索结构,所以绳索速度和动平台速度可以表示为

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = [\dot{\rho}_1 \ \dot{\rho}_2 \ \dot{\rho}_3]^T = -[\boldsymbol{u}_1 \ \boldsymbol{u}_2 \ \boldsymbol{u}_3]^T \dot{\boldsymbol{p}} = -\boldsymbol{J}^T \dot{\boldsymbol{p}} \tag{8}$$

式中 $\dot{\boldsymbol{\rho}}$ ——绳索速度

$\dot{\boldsymbol{p}}$ ——机构动平台速度

$\boldsymbol{J}$ ——机构雅可比矩阵

2.2 工作空间分析

绳索并联机构在运动过程中弹簧一直处于被压缩状态(保持弹性),但弹簧被压缩量有限。通常情况下弹簧最大压缩量不超过初始长度的 50%^[15], 则中间弹性可伸缩支链的长度 p 的范围为

$$p_{\min} \leq p \leq p_{\max} \tag{9}$$

其中 $p_{\min} = 0.5L_S + S$ $p_{\max} = L_S + S$

式中 $p_{\min}, p_{\max}$ ——中间弹性可伸缩支链的最小和最大长度

L_S ——弹簧初始长度

S ——导向杆长度,如图 2c 所示

考虑到中间弹性支链的尺寸以及球铰的约束,设弹性支链的摆动范围为 $[-\pi/4,\pi/4]$,动平台最大运动空间的几何形状如图4所示。对于CDPMs,其工作空间的确定还要考虑驱动绳索是否受拉。设每条绳索的拉力为 $t_j(j=1,2,\cdots,6)$,因同组平行绳索中两绳索的拉力相同,故3组平行绳索的等效拉力矢量可表示为 $T_i=T_iu_i=2t_{2i-1}=2t_{2i}$ (T_i 为第 i 组平行绳索的拉力, $i=1,2,3$),由于绳索只能承受单向力,所以机构在工作空间内任意位置时,各组绳索的拉力 T_i 必须为正(方向同 u_i),否则该位置点不在机构的工作空间内^[16]。如图5所示,机构动平台同时受到3组平行绳索的等效拉力 T_i 、中间支链弹性力 F_k 和动平台重力 G 的作用,弹簧弹力沿着中间支链向下。根据静力平衡原理建立动平台力平衡方程

$$T_1+T_2+T_3+F_k+G=0 \tag{10}$$

其中 $F_k=k(L_s+S-p)u_p$ $G=mg$
式中 m ——动平台质量
 g ——重力加速度向量
 k ——弹簧弹性系数

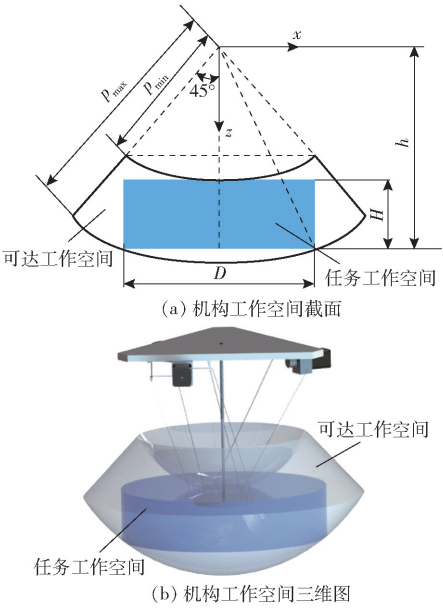


图4 机构工作空间
Fig. 4 Workspace of 3T mechanism

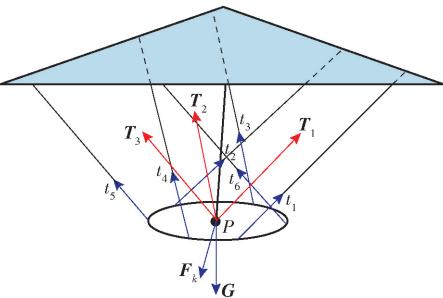


图5 动平台受力分析
Fig. 5 Analysis of forces to platform

绳索拉力 T_i 、弹簧弹力 F_k 和动平台重力 G 在空间中汇交于动平台的质心点 P ,且构成封闭矢量,由文献[17]可知,只要弹簧弹力 F_k 向下(弹簧受压),则式(10)中各组绳索拉力 T_i 都一定平行于第 i 组绳索且方向向上,即拉力为正。所以,机构可达工作空间^[18]的几何形状如图5所示。

考虑到实际应用,设定动平台的任务工作空间^[17]几何形状为一规则的圆柱体,如图5所示。设该圆柱体直径 D 与高 H 的比为4:1,则可建立几何关系

$$(p_{\min}+H)^2+4H^2=p_{\max}^2 \tag{11}$$

联立式(9)、(11)可得

$$H=\frac{(\sqrt{30}-1)L_s}{10} \tag{12}$$

设当中间支链与固定坐标系 $Oxyz$ 的 z 轴重合,且动平台位于任务工作空间的下底面时,动平台对应的位置为机构的初始位置,对应的高度为初始高度 h ,且由图4a可知 h 为

$$h=p_{\min}+H \tag{13}$$

基于以上分析可知,绳索拉力、机构可达工作空间、任务工作空间与中间支链的长度 p 有关,而中间支链的长度 p 又取决于弹簧的初始长度 L_s 。

3 中间支链优化设计

3.1 参数优化

为了满足高加速度及一定的任务工作空间的要求,机构弹簧参数确定需要同时从3方面来考虑:① 绳索拉力必须大于等于允许最小张力 $f_{\min}$ 。② 保证机构在具有高加速度的状态下,驱动绳索的驱动力较小,能量消耗较小。③ 机构能够达到期望的任务工作空间。需要注意的是,动平台在高速运动时,由于机构存在弹簧,所以会产生弹性振动,进而影响机构的运动精度和稳定性。为了减轻弹簧的弹性振动,一方面设计弹簧直径与刚性移动杆的直径近乎相等;另一方面,弹簧在机构工作过程中始终处于被压状态。由前面的分析可知,中间弹性支链不仅影响动平台的工作空间,而且支链中的被压弹簧对机构的绳索张力、加速度及驱动力都有很大的影响。若中间支链中导向杆长度 S 已确定,则弹簧就决定了中间支链结构,而影响弹簧特性的主要有两个参数:弹性系数和初始长度。

根据机构结构,设置机构部分参数如表1所示。设弹簧弹性系数和初始长度分别为 k 和 L_s ,根据达朗贝尔原理求得绳子拉力需满足

$$UT=ma\varepsilon-F_k-mg \tag{14}$$

表 1 机构参数

Tab. 1 Mechanism parameters

参数	数值
静平台基圆半径 R/m	0.3
动平台半径 r/m	0.1
动平台质量 m/kg	0.6
导向杆长度 S/m	0.4

其中 $\boldsymbol{U} = [\boldsymbol{u}_1 \quad \boldsymbol{u}_2 \quad \boldsymbol{u}_3]$ $\boldsymbol{T} = [T_1 \quad T_2 \quad T_3]^T$

式中 $\boldsymbol{T}$ ——绳索拉力向量

$\boldsymbol{a}$ ——动平台(质心)加速度

$\boldsymbol{\varepsilon}$ ——动平台加速度方向的单位矢量

因为 $\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3$ 为线性无关的列向量,所以 $\boldsymbol{U}$ 存在逆矩阵 $\boldsymbol{U}^{-1}$,则绳索拉力可表示为

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{U}^{-1}(\boldsymbol{ma}\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{F}_k - \boldsymbol{mg}) \tag{15}$$

由机构位置方程式(2)、(3)可得

$$\rho_1 \boldsymbol{u}_1 + \rho_2 \boldsymbol{u}_2 + \rho_3 \boldsymbol{u}_3 = (\boldsymbol{c}_1 + \boldsymbol{c}_2 + \boldsymbol{c}_3) - 3\boldsymbol{p} = -3\boldsymbol{p} \tag{16}$$

两边同时点乘 $\boldsymbol{F}_k$ 后,整理可得

$$-3\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{F}_k\boldsymbol{p}\boldsymbol{u}_p = [\boldsymbol{F}_k\rho_1 \quad \boldsymbol{F}_k\rho_2 \quad \boldsymbol{F}_k\rho_3]^T \tag{17}$$

其中 $\boldsymbol{F}_k = k(\boldsymbol{L}_s + \boldsymbol{S} - \boldsymbol{p})$

将式(17)代入式(15)可得

$$\boldsymbol{T} = \frac{[\boldsymbol{F}_k\rho_1 \quad \boldsymbol{F}_k\rho_2 \quad \boldsymbol{F}_k\rho_3]^T}{6p} + \frac{1}{2}\boldsymbol{U}^{-1}(\boldsymbol{ma}\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{mg}) \tag{18}$$

由式(18)可求 $\boldsymbol{T}$ 的分量 T_i 为

$$T_i = \frac{F_k\rho_i}{3p} - (\boldsymbol{U}_i^{-1})^T(\boldsymbol{ma}\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{mg}) \quad (i = 1, 2, 3) \tag{19}$$

设动平台加速度方向为任意的,记 $\theta(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ 表示 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 之间的夹角,则当 $\theta(\boldsymbol{\varepsilon}, (\boldsymbol{U}_i^{-1})^T) = 180^\circ$ 时, T_i 最小, $\theta(\boldsymbol{\varepsilon}, (\boldsymbol{U}_i^{-1})^T) = 0^\circ$ 时 T_i 最大,所以各个绳索拉力范围为

$$T_n^i \leq T_i \leq T_m^i \tag{20}$$

其中 $T_n^i = \frac{F_k\rho_i}{3p} - (\boldsymbol{U}_i^{-1})^T\boldsymbol{mg} - \|(\boldsymbol{U}_i^{-1})^T\|ma$

$$T_m^i = \frac{F_k\rho_i}{3p} - (\boldsymbol{U}_i^{-1})^T\boldsymbol{mg} + \|(\boldsymbol{U}_i^{-1})^T\|ma$$

式中 $\boldsymbol{U}_i^{-1}$ —— $\boldsymbol{U}^{-1}$ 的第 i 行

$\|(\boldsymbol{U}_i^{-1})^T\|$ —— $(\boldsymbol{U}_i^{-1})^T$ 的 2 范数

对式(20)两端所表达的集合取并集,即可得到当机构在工作空间内运动加速度为 $\boldsymbol{a}$ 时,绳索可能的最小和最大拉力为

$$T_{\min} = \min_{i=1,2,3} T_i =$$

$$\min_{i=1,2,3} \left(\frac{F_k\rho_i}{3p} - (\boldsymbol{U}_i^{-1})^T\boldsymbol{mg} - \|(\boldsymbol{U}_i^{-1})^T\|ma \right) \tag{21}$$

$$T_{\max} = \max_{i=1,2,3} T_i =$$

$$\max_{i=1,2,3} \left(\frac{F_k\rho_i}{3p} - (\boldsymbol{U}_i^{-1})^T\boldsymbol{mg} + \|(\boldsymbol{U}_i^{-1})^T\|ma \right) \tag{22}$$

根据式(20)~(22),通过 Matlab 编程进行边界搜索^[19],可得到各组绳索驱动力 T_i 分别达到最大值 T_m^i 和最小值 T_n^i 时动平台位置为

$$\begin{cases} s_m = (0, 0, p_{\min}) \\ s_n^1 = (-1.25H, 0, p_{\min} + H) \\ s_n^2 = (1.25H, -1.25\sqrt{2}H, p_{\min} + H) \\ s_n^3 = (1.25H, 1.25\sqrt{2}H, p_{\min} + H) \end{cases} \tag{23}$$

其中, s_m 表示机构的 3 组平行绳索驱动力分别达到最大值 T_m^i 时,动平台在任务工作空间中的位置; $s_n^i (i = 1, 2, 3)$ 表示机构的第 i 组平行绳索的驱动力达到最小值 T_n^i 时,动平台在任务工作空间中的位置。

将式(23)所表达的动平台位置在任务工作空间中表示,如图 6 所示。

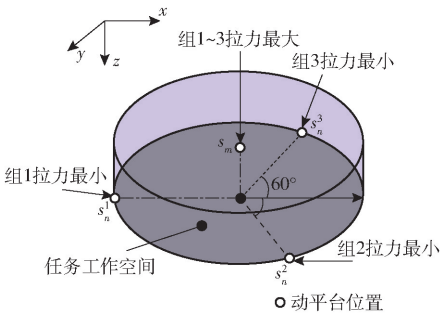


图 6 3 组绳索的拉力分别取最大值时动平台的位置

Fig. 6 Position of moving platform when maximum or minimum pull of three sets of cables was taken

当给定动平台一个加速度,则绳索驱动力与弹簧参数的关系可以由式(2)、(3)和式(19)~(22)确定。为了使机械手能够高速运动,设式(14)中动平台任意方向的加速度为 $5g$ 。当动平台在任意位置的任意方向都具有 $5g$ 加速度时,则被动弹性支链中弹簧弹性系数 k 、初始长度 L_s 和绳索驱动力 $T_{\min}$ 、 $T_{\max}$ 之间的关系如图 7 所示。

设定本机构中每组平行绳索的最小张紧力 $f_{\min}$ 为 10 N ,因为绳索必须处于张紧状态,即拉力不小于最小张紧力,所以弹簧的参数必须在 $T_{\min} \geq 10\text{ N}$ 的区域中选择。从图 7 可以看出,同一初始长度(弹性系数)下, $T_{\min}/T_{\max}$ 等值线的值越大,绳索拉力就越大,即所需要驱动力越大,所以选择 $T_{\min} = 10\text{ N}$ 的等值线。此时,绳索在满足最小张力的条件下,动

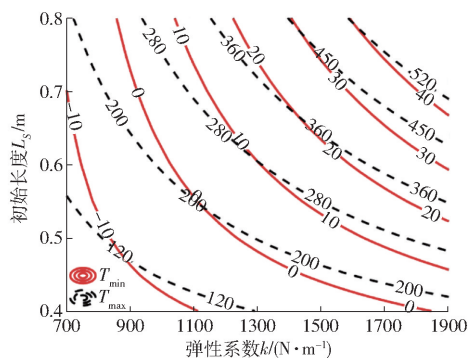


图7 弹簧弹性系数与初始长度之间的关系
Fig. 7 Relationship between spring elasticity coefficient and initial length

平台达到加速度 $5g$ 所需要的绳索最小驱动拉力为 10 N 。在 $T_{\min} = 10\text{ N}$ 的等值线上,若初始长度 L_s 选择越大,则绳索拉力的最大值 $T_{\max}$ 就越大,即所需要绳索的驱动拉力越大。从式(12)可知,若初始长度 L_s 减小,则机构的任务工作空间就会缩小。考虑到机构的实际应用,设定期望的任务工作空间的高度 $H \geq 0.25\text{ m}$,则弹簧初始长度必须满足 $L_s \geq 0.56\text{ m}$ 。因此综合考虑,弹簧初始长度 L_s 可选为 0.6 m ,此时弹簧弹性系数 k 为 $1\,300\text{ N/m}$,如图7所示。从图7可以看出,当 $L_s = 0.6\text{ m}$ 、 $k = 1\,300\text{ N/m}$,若动平台在工作空间内以加速度 $5g$ 运动时,绳索的驱动力(拉力)的最小值和最大值分别为 10 N 和 280 N 。此时,由式(13)可得,机构初始高度 h 为 0.95 m 。图8为弹簧参数优化设计流程图。

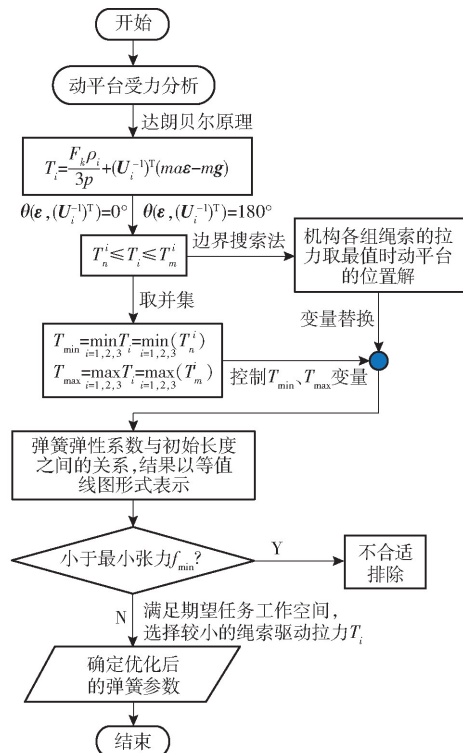


图8 弹簧参数优化设计流程图

Fig. 8 Flow chart of spring parameter optimization

3.2 性能估计与验证

为了验证弹簧参数选取的合理性,还需要对动平台的加速度进行计算,验证其是否满足期望的高加速度的设计要求。当驱动绳索的拉力取到最小值或者最大值时,对应的机构加速度分别记为临界加速度。由式(21)可计算出当绳索的拉力取最小值时,临界加速度 a_i^n 为

a_i^n = (F_k \rho_i - 3p T_{\min} - 3mp (U_i^{-1})^T g) / (3mp || (U_i^{-1})^T ||) (24)

式中, $T_{\min} = 10\text{ N}$ 。

将上面优化后的弹簧参数 L_s 、 k 和初始高度 h 代入式(24),可以得到动平台的加速度 a 为

a = min(a_i^n) = min((F_k \rho_i - 3p T_{\min} - 3mp (U_i^{-1})^T g) / (3mp || (U_i^{-1})^T ||)) (25)

根据式(22),当绳索拉力取最大值时,临界加速度 a_i^m 为

a_i^m = (-F_k \rho_i + 3p T_{\max} + 3mp (U_i^{-1})^T g) / (3mp || (U_i^{-1})^T ||) (26)

式中, $T_{\max} = 280\text{ N}$ 。

此时,动平台对应的加速度 a 为

a = min(a_i^m) = min((-F_k \rho_i + 3p T_{\max} + 3mp (U_i^{-1})^T g) / (3mp || (U_i^{-1})^T ||)) (27)

根据上述优化结果,选取弹簧参数: $L_s = 0.6\text{ m}$, $k = 1\,300\text{ N/m}$,且每组绳索拉力 $T_i = 10\text{ N}$ 和 $T_i = 280\text{ N}$ 时,机构在工作空间内任意位置的加速度,结果如图9所示。从图9可以看出,在驱动绳索拉力为 10 N 和 280 N 时,机构动平台的最大加速度分别为 288.6 m/s^2 和 217.4 m/s^2 ,最小加速度分别为 50.4 m/s^2 和 49.7 m/s^2 。显然,优化后弹簧参数使动平台加速度达到期望的 $5g$ 加速度,可以实现高速运动。由此,可以认为弹簧参数的优化方法和结果合理。机构参数分别为 $k = 1\,300\text{ N/m}$, $L_s = 0.6\text{ m}$, $h = 0.95\text{ m}$ 。

4 动力学分析

4.1 动平台动力学模型

在 CDPMs 中,3T 机构主要有动能和势能两种能量,可以考虑采用拉格朗日方法建立动平台的动力学模型。动平台质量为 m ,轻质刚性伸缩杆质量为 m_r ,绳索质量忽略不计,建立如图3所示的坐标系。根据拉格朗日法,建立机构动力学方程为

d/dt (dL/dq-dot) - dL/dq = Q' (28)

其中

L = E_k - E_p

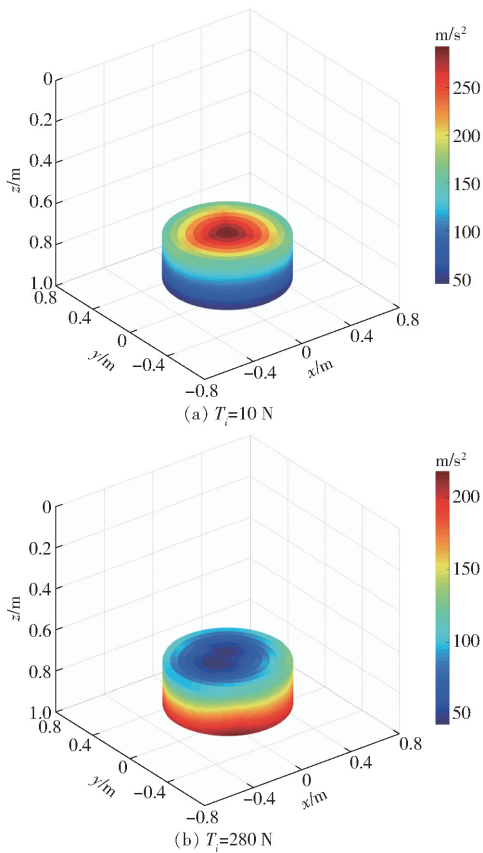


图 9 任务工作空间中动平台加速度

Fig. 9 Acceleration of moving platform in workspace

式中 $\boldsymbol{q}$ ——广义坐标向量
 L ——拉格朗日函数 E_k ——机构动能
 E_p ——机构势能(包括重力),取 Oxy 平面是零势能面
 $\boldsymbol{Q}'$ ——广义坐标对应的广义力向量(非保守力引起的)

根据图 2、3,推导得基于广义坐标 $\boldsymbol{q}$ 的机构动能和势能为

$$E_k = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}{2l^2}(ml^2 + m_r) \tag{29}$$

$$E_p = \frac{-gz(m_r + 2m) + k(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - l)^2}{2} \tag{30}$$

则拉格朗日函数 L 为

$$L = \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \left(m + \frac{m_r}{l} \right) + gz(m_r + 2m) - k(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - l)^2}{2} \tag{31}$$

求解广义力的方法有矢量定义法和广义虚位移法,这里采用后者。由虚位移原理求解广义力为

$$\sum_{j=1}^3 Q'_j \delta q_j = \sum_{i=1}^n \delta W(F_i) \tag{32}$$

式中 q_j ——机构第 j 个广义坐标
 Q'_j ——非保守力对应于 q_j 的广义力

δW ——绳索拉力所作的虚功

将 $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$ 代入式(32)得

$$\sum \delta W = Q'_1 \delta x + Q'_2 \delta y + Q'_3 \delta z \tag{33}$$

因为 δq_j 具有任意性,所以设 $\delta x \neq 0, \delta y = \delta z = 0$,则机构绳索拉力所作的虚功为

$$\sum \delta W = T_1 \delta x + T_2 \delta x + T_3 \delta x \tag{34}$$

即 $Q'_1 \delta x = T_1 \delta x + T_2 \delta x + T_3 \delta x \tag{35}$

则由式(35)可计算

$$Q'_1 = \frac{\sum \delta W}{\delta x} = iU_1 T \tag{36}$$

同理,分别设 $\delta y \neq 0, \delta x = \delta z = 0$ 和 $\delta z \neq 0, \delta x = \delta y = 0$,则有

$$Q'_2 \delta y = T_1 \delta y + T_2 \delta y + T_3 \delta y \tag{37}$$

$$Q'_3 \delta z = T_1 \delta z + T_2 \delta z + T_3 \delta z \tag{38}$$

将式两边分别同除以 δy 和 δz 可得

$$Q'_2 = \frac{\sum \delta W}{\delta y} = jUT = U_2 T \tag{39}$$

$$Q'_3 = \frac{\sum \delta W}{\delta y} = kUT = U_2 T \tag{40}$$

式中 Q'_1, Q'_2, Q'_3 ——广义向量 $\boldsymbol{Q}'$ 中的元素
 i, j, k ——笛卡尔坐标系的 x, y, z 轴的单位矢量

U_1, U_2, U_3 —— $\boldsymbol{U}$ 的第 1、2、3 行元素

根据 3T 绳驱机构工作空间的几何关系,可得到广义坐标向量 $\boldsymbol{q}$ 的范围为

$$N_l \leq \boldsymbol{q}^T [i \ j \ k] \leq M_l \tag{41}$$

其中 $N_l = -l \cos \frac{\pi}{4} [1 \ 1 \ 1]^T$

$$M_l = l \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \ \frac{\sqrt{2}}{2} \ 1 \right]^T$$

将式(31)、(36)、(39)、(40)代入式(28)可得

$$\left\{ \begin{aligned} \left(m + \frac{m_r}{l} \right) \ddot{x} + k \left(1 - \frac{l}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) x &= U_1 T \\ \left(m + \frac{m_r}{l} \right) \ddot{y} + k \left(1 - \frac{l}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) y &= U_2 T \\ \left(m + \frac{m_r}{l} \right) \ddot{z} + k \left(1 - \frac{l}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) z - \left(m + \frac{m_r}{2} \right) g &= U_3 T \end{aligned} \right. \tag{42}$$

将式(42)改写成矩阵形式,并联立式(41)即可得动平台的动力学模型为

$$\left\{ \begin{aligned} \left(m + \frac{m_r}{l} \right) \ddot{\boldsymbol{q}} + k \left(1 - \frac{l}{|\boldsymbol{q}|} \right) \boldsymbol{q} + \boldsymbol{Q} &= \mathbf{0} \\ N_l \leq \boldsymbol{q}^T [i \ j \ k] \leq M_l \end{aligned} \right. \tag{43}$$

其中 $\ddot{\mathbf{q}} = [\ddot{x} \quad \ddot{y} \quad \ddot{z}]^T \quad l = p_{\max}$

$$\mathbf{Q} = [-Q'_1 \quad -Q'_2 \quad -Q'_3 - mg - m_r g/2]$$

4.2 仿真验证与分析

在机构的动力学模型中,机构参数如表 1 所示。设动平台期望轨迹方程为

$$\begin{cases} z = 0.075 \cos(10\pi t) + 0.875 & (t \in [0, 0.1]) \\ x = 0.1 \cos(10\pi(t - 0.2)) + 0.1 & (t \in [0.3, 0.4]) \\ \begin{cases} x = 0.2 \cos \frac{5\pi(t - 0.6)}{2} \\ y = 0.2 \sin \frac{5\pi(t - 0.6)}{2} \end{cases} & (t \in [0.6, 1.4]) \end{cases} \quad (44)$$

由式(44)可知,动平台的期望运动为空间运动:动平台先由初始位置 $z = 0.95\text{ m}$ 垂直向上运动至 $z = 0.8\text{ m}$ 处,停滞 0.2 s 再沿 x 轴正方向水平运动 0.2 m ,再停滞 0.2 s 后在该水平面上作半径为 0.2 m 的圆周运动。

已知动平台的运动轨迹求驱动力是动力学反解问题^[20]。将动力学模型式(43)的 Matlab 数值计算结果和 ADAMS 的虚拟样机仿真结果进行对比,结果如图 10 所示。由图 10 可以看出,Matlab 数值计算结果与 ADAMS 仿真结果基本一致,验证了动力学模型的正确性。

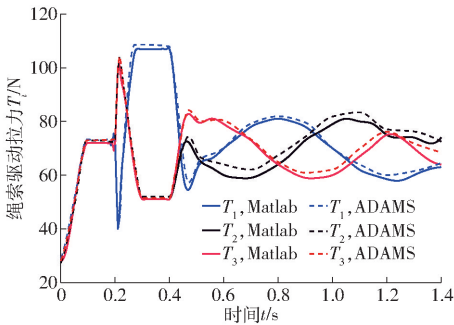


图 10 绳索驱动力对比

Fig. 10 Comparison chart of cable driving forces

5 试验

基于中间支链结构优化后的结果,设计并搭建了 3 自由度绳驱动并联机构的试验样机(图 11)。

在抓取、分拣等领域中,绳驱并联机器人的主要操作就是在机器人可以达到的三维空间中,实现某一点到另一点的抓取和放置操作(Pick and place operations,PPO)^[21],故假设动平台期望轨迹为“门”字形轨迹,包括拾取、搬运、放置三过程,如图 12 所示。其中,设定 6 个路径点,记为 $N_h(h = 1, 2, \dots, 6)$;表 2 为它们的坐标位置。为实现这一轨迹,动平台需依次完成上升阶段 N_0N_2 、水平运动阶段 N_2N_4 以及下降阶段 N_4N_6 。

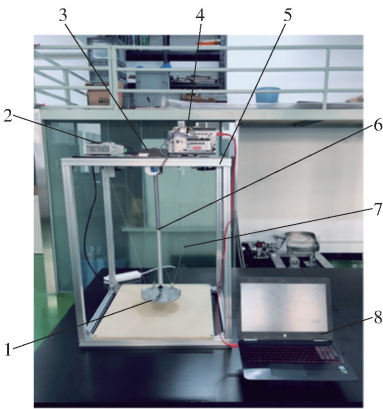


图 11 三平移刚柔混合并联机构试验样机

Fig. 11 Experimental prototype of 3-DOFs translational cable-driven rigid-flexible hybrid parallel mechanism

1. 动平台 2. 电源 3. 电机驱动器 4. 运动驱动器 5. 静平台
6. 中间弹性伸缩杆 7. 驱动绳索 8. PC 端

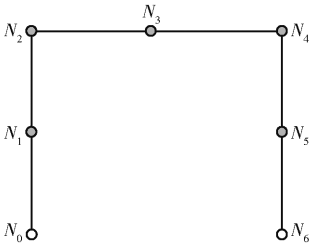


图 12 “门”字轨迹

Fig. 12 Track like character door

表 2 “门”轨迹中各路径点的位置

Tab. 2 Position of each path point in track like character door

路径点	位置/(m × m × m)
N_0 (起点)	(0,0,0.950)
N_1	(0,0,0.875)
N_2	(0,0,0.800)
N_3	(0.1,0,0.800)
N_4	(0.2,0,0.800)
N_5	(0.2,0,0.875)
N_6 (终点)	(0.2,0,0.950)

当动平台轨迹已知时,可通过式(4)计算出各组绳索长度 ρ_i 的理论值;在绳索驱动并联机构的实验样机中,测出动平台运动至各路径点 N_h 时,各组绳索长度 ρ_i 的实际值,其结果如图 13 所示。由图 13 可以看出,各组绳索长度 ρ_i 的理论值和测量值基本吻合。因此,可以证实机构运动学方程的建立是正确的。

6 结论

(1)提出一种由 3 组平行绳索和一条被动弹性支链组成的绳驱并联机械手机构,该机构不仅可以提高绳索张紧力和机构刚度,还能使机构具有较高

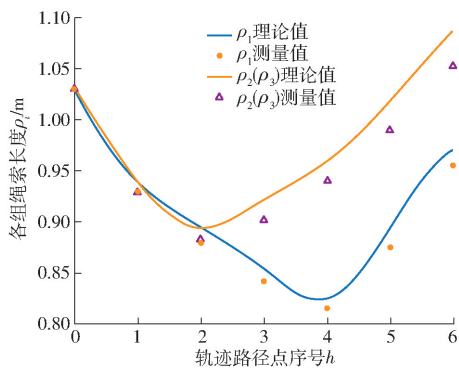


图 13 各組繩索長度 ρ_i 变化

Fig. 13 Changes of length of each set of cables

加速度,实现高速运动。

(2)在机构具有高加速度的条件下以驱动绳索的驱动力为优化目标对弹簧做了参数优化,最终得到了弹簧参数与绳索拉力之间的关系;从而为机构的优化设计提供合适的性能指标。

(3)采用拉格朗日法对机构进行了动力学建模,得到了动平台的动力学方程,并利用 Matlab 和 ADAMS 软件进行动力学仿真,得到了绳索的驱动力曲线,验证了动平台的运动轨迹;最后,基于优化结果设计了样机,并证实了建立的机构运动学方程是正确的。

参 考 文 献

[1] ZITZEWITZ J, FEHLBERG L, BRUCKMANN T, et al. Cable-driven parallel robots[M]. Berlin: Springer, 2013.

[2] SU Y, QIU Y, LIU P. Optimal cable tension distribution of the high-speed redundant driven camera robots considering cable sag and inertia effects[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2014,6:729020.

[3] MING A, KAJITANI M, HIGUCHI T. On the design of wire parallel mechanism[J]. International Journal of the Japanese Society for Precision Engineering,1995,29(4):337-342.

[4] GOSSELIN C, BOUCHARD S. A gravity-powered mechanism for extending the workspace of a cable-driven parallel mechanism; application to the appearance modelling of objects[J]. Int. J. Autom. Technol., 2010, 4(4):372-379.

[5] QIAN S, ZI B, SHANG W W, et al. A review on cable-driven parallel robots[J]. Chin. J. Mech. Eng, 2018, 31(1): 31-66.

[6] BOSSCHER P, WILLIAMS R L, TUMMINO M. A concept for rapidly-deployable cable robot search and rescue systems[C]// Proceedings of the International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2005: 589-598.

[7] GOSSELIN C. Cable-driven parallel mechanisms: state of the art and perspectives[J]. Mech. Eng. Rev., 2014, 1(1): 1-17.

[8] VU D S, BARNETT E, ZACCARIN A M, et al. On the design of a three-DOF cable-suspended parallel robot based on a parallelogram arrangement of the cables[J]. Mechanisms and Machine Science, 2018, 53: 319-330.

[9] 孙驰宇,沈惠平,王一熙,等. 零耦合度部分运动解耦三平移并联机构刚度建模与分析[J/OL]. 农业机械学报,2020, 51(6):385-395.
SUN Chiyu,SHEN Huiping,WANG Yixi, et al. Stiffness analysis of three-translation parallel mechanism with zero coupling degree and partial motion decoupling[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2020,51(6): 385-395. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20200642&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.06.042. (in Chinese)

[10] BEHZADIPOUR S, KHAJEPOUR A. A new cable-based parallel robot with three degrees of freedom[J]. Multibody Syst. Dyn., 2005,13(4): 371-383.

[11] ZHANG Z, SHAO Z, WANG L, et al. Optimal design of a high-speed pick-and-place cable-driven parallel robot[J]. Mechanisms and Machine Science, 2018, 53: 340-352.

[12] BEHZADIPOUR S, KHAJEPOUR A. Stiffness of cable-based parallel manipulators with application to stability analysis[J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128(1): 303-310.

[13] GOSSELIN C, BARNETT E, VU D S, et al. Experimental validation of a three-DOF cable-suspended parallel robot for spatial translation with constant orientation[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2019,11(2):1-7.

[14] PERRAULT S, CARDOU P, GOSSELIN C, et al. Geometric determination of the interference-free constant-orientation workspace of parallel cable-driven mechanisms[J]. Journal of Mechanisms & Robotics, 2010, 2(3): 1-9.

[15] CHILDS P R N. Mechanical design engineering handbook[M]. London: Butterworth-Heinemann, 2018.

[16] 黄佳怡. 柔索驱动并联机器人的理论及其应用研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2010.
HUANG Jiayi. The theory and application of the parallel robot driven by the flexor[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2010. (in Chinese)

[17] ZHANG Z, SHAO Z, WANG L. Optimization and implementation of a high-speed 3-DOFs translational cable-driven parallel robot[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 145:103693.

[18] 周结华,彭侠夫. 三自由度冗余驱动并联机构的奇异性和工作空间分析[J]. 中国机械工程,2014,25(6):751-756.
ZHOU Jiehua,PENG Xiafu. Three degrees of freedom redundancy drives parallel mechanism singularity and workspace analysis [J]. China Mechanical Engineering, 2014,25(6):751-756. (in Chinese)

[19] 牟家旺,于今,吴超宇,等. Tripod 并联机器人工作空间完全解析与实验验证[J/OL]. 农业机械学报,2017,48(7):368-375.
MOU Jiawang,YU Jin,WU Chaoyu, et al. Workspace resolution of Tripod parallel manipulator and experimental verification[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2017,48(7):368-375. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20170747&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.07.047. (in Chinese)

[20] CHEN X, LI Y. Dynamics analysis of spatial parallel mechanism with irregular spherical joint clearance[J]. Shock and Vibration, 2019, 2019:1-21.

[21] 柳成. Delta 高速并联机器人关键技术的研究[D]. 长春:长春理工大学,2020.
LIU Cheng. Research on key technologies for high-speed Delta parallel robots[D]. Changchun: Changchun University of Science and Technology,2020. (in Chinese)