

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2021.08.043

考虑关节摩擦的3-PRS并联机构动力学建模研究

陈国强 周红鹏 黄俊杰 代军 白秉欣 刘梦超

(河南理工大学机械与动力工程学院, 焦作 454000)

摘要: 为了研究摩擦力对并联机构运动过程的影响,对3-PRS并联机构进行了基于关节摩擦力的动力学分析。对3-PRS并联机构进行末端理论运动轨迹规划,采用矢量法对机构进行了运动学分析。提出3种不同的关节摩擦模型,包括库伦摩擦模型、库伦-粘性摩擦模型以及库伦-粘性-静摩擦模型,在考虑关节间摩擦的情况下,基于牛顿-欧拉法建立了3-PRS并联机构的动力学分析模型。逆动力学实例分析表明,负载越大,摩擦力越大,在有无摩擦力的情况下,3个移动副驱动力的最大误差分别为1.40%、1.51%、1.49%。通过正动力学实例分析了不同情况下关节间摩擦模型对末端运动轨迹的影响,结果表明,不同关节摩擦模型对3-PRS并联机构末端的运动轨迹有较大的影响。

关键词: 3-PRS 并联机构; 动力学建模; 牛顿-欧拉法; 摩擦模型; 运动轨迹

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2021)08-0416-11 **OSID:** 

Dynamic Modeling with Joint Friction of 3-PRS Parallel Mechanism

CHEN Guoqiang ZHOU Hongpeng HUANG Junjie DAI Jun BAI Bingxin LIU Mengchao

(School of Mechanical and Power Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

Abstract: In order to research the influence of friction on the operation of the parallel mechanism, the dynamic analysis of the 3-PRS parallel mechanism based on joint friction was carried out. Firstly, the ideal terminal motion trajectory of the 3-PRS parallel mechanism was planned, and the mechanism had three degrees of freedom (DOFs), including two rotation DOFs and one movement DOFs. The vector motion was used to analyze the kinematics of the mechanism, and the velocity and acceleration of each component were analyzed. Secondly, three joint friction models, including Coulomb friction model, Coulomb-viscous friction model and Coulomb-viscous-static friction model were proposed. Under the condition of applying friction between joints, the dynamic modeling of the components and the overall structure of the 3-PRS parallel mechanism was established based on the Newton-Euler method. Finally, the influence of load on the friction of each joint was analyzed. The specified ideal motion trajectory was applied to the terminal of the mechanism. According to the inverse dynamics, the influence of joint friction on the slider driving force was analyzed and the maximum errors of the three slider driving forces were 1.40%, 1.51% and 1.49%, respectively. The three slider driving forces from the inverse dynamics were taken as the main driving forces of the 3-PRS parallel mechanism, and the influence on the terminal motion trajectory caused by the different friction models between joints was analyzed through forward dynamics. The research results showed that the terminal motion trajectory of the 3-PRS parallel mechanism had great impact under different joint friction models.

Key words: 3-PRS parallel mechanism; dynamic modeling; Newton-Euler method; friction modeling; motion trajectory

0 引言

并联机构具有结构紧凑稳定、承载能力强、精度

高、功能强等优点^[1-2]。目前,关于并联机构的研究大多集中在结构、控制策略以及运动学和动力学的模块化等方面^[3-7]。并联机构包括闭环结构的约

束,并且并联机构因考虑关节之间的摩擦而增加了非线性和耦合性^[8],因此,并联机构动力学分析是难点。对机构进行动力学分析需要建立计算简单的动力学模型。常用的动力学模型包括拉格朗日法^[9-10]、牛顿-欧拉法^[11-12]、虚功原理法^[13-14]和凯恩法^[15-16]。拉格朗日法表现形式简单,但计算量较大,适用于不考虑摩擦力的动力学分析。虚功原理法和拉格朗日法同样具有整齐的表达形式,但在机构较多时计算量较大。凯恩法计算方法简捷,但对力与力矩的分析相对匮乏。由于关节之间存在各种力,因此采用牛顿-欧拉法分析较为复杂,但牛顿-欧拉法在构建动力学模型时容易表示内部的约束力和反约束力,适合用于分析机构关节摩擦问题^[17]。

并联机构末端运动精度是衡量其性能的指标之一。并联机构中部件之间的关节对末端运动轨迹有很大影响。关节之间存在着诸多不确定因素,如重力、惯性力以及摩擦力等。机构关节之间通常采用静摩擦模型、库仑摩擦模型、粘性摩擦模型以及相互组合的一些摩擦模型等^[18-23]。段书用等^[24]对串联机构建立了牛顿-欧拉法动力学模型,分析了关节间不同摩擦模型对末端运动轨迹造成的影响,并研究了各关节之间的相互影响。付建宁等^[25]研究了库仑摩擦与粘性摩擦对末端运动轨迹的影响,提出一种表示关节间摩擦力的非线性摩擦补偿方法。REYNOSO-MORA 等^[26]同时考虑库仑摩擦与粘性摩擦对轨迹和前馈控制产生的影响,并提出采用凸松弛的方法解决机械臂的非凸问题。

本文采用牛顿-欧拉法对 3-PRS 并联机构进行动力学分析。规划 3-PRS 并联机构末端运动轨迹,采用矢量法对机构进行运动学分析,分析关节间 3 种不同的摩擦模型,在考虑关节摩擦力的情况下,采用牛顿-欧拉法对 3-PRS 并联机构的每个构件及整体进行动力学建模分析。利用逆动力学分析负载对摩擦力的影响,利用正动力学分析不同摩擦模型对末端运动轨迹的影响。

1 3-PRS 并联机构矢量运动学分析

1.1 机构分析

3-PRS 并联机构的三维模型和结构示意图如图 1、2 所示,分别包括 3 个立柱、3 个滑块、3 根连杆、1 个动平台以及 1 个定平台。滑动导轨以 120°均匀分布在固定平台上,球面副以 120°均匀分布在并联机构的动平台上。该并联机构由 3 个分支链组成,每个分支链由运动副(P)、旋转副(R)和球面副(S)组成,称为 3-PRS 并联机构。

图 2 中, $N_i(i=1,2,3)$ 表示动平台的 3 个顶点,

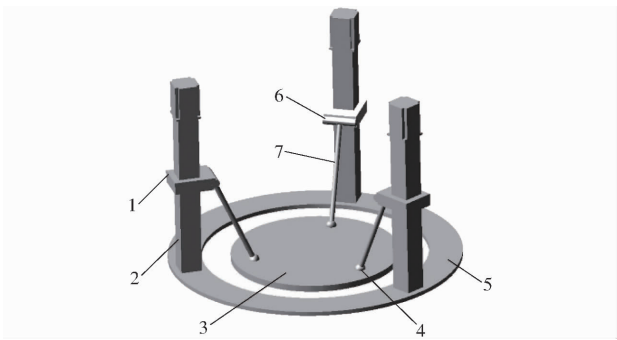


图 1 3-PRS 并联机构模型

Fig. 1 3-PRS parallel mechanism model

1. 滑块 2. 立柱 3. 动平台 4. 球铰 5. 定平台 6. 转动铰 7. 连杆

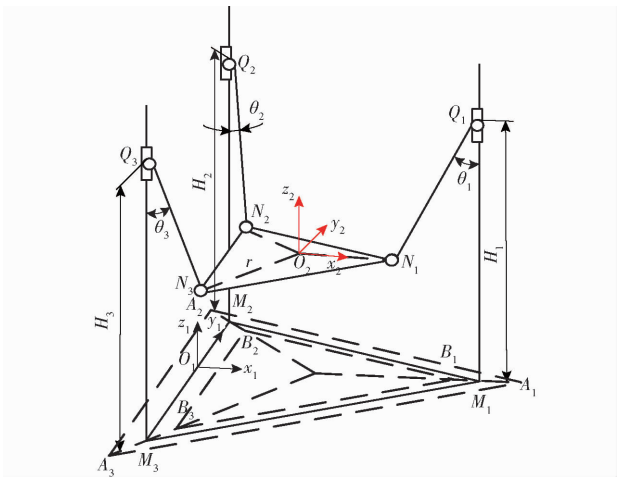


图 2 3-PRS 并联机构结构示意图

Fig. 2 Schematic of 3-PRS parallel mechanism

$M_i(i=1,2,3)$ 表示定平台的 3 个顶点, $Q_iM_i(i=1,2,3)$ 表示 3 根立柱导轨、 $Q_iN_i(i=1,2,3)$ 表示 3 根连杆, $A_iB_i(i=1,2,3)$ 表示均分布在固定平台上的 3 个水平导轨。在定平台上设置定坐标系 $O_1x_1y_1z_1$,其外接圆半径为 R ,在动平台上设置移动坐标系 $O_2x_2y_2z_2$,其外接圆半径为 r 。连杆长度设置为 L_i ,滑块到固定平台的距离设置为 $H_i(i=1,2,3)$, Q_iM_i 和 Q_iN_i 之间的夹角设置为 $\theta_i(i=1,2,3)$ 。设动坐标系绕着定坐标系在 x 轴上的旋转角为 α ,同理绕着定坐标系在 y 和 z 轴上旋转角分别表示为 β 和 γ 。经过分析 3-PRS 并联机构有 3 个自由度,分别是动平台沿 z 轴方向上的移动自由度,以及分别绕 x 和 y 轴方向的转动自由度。

1.2 运动学规划

对建立的 3-PRS 并联机构进行运动轨迹的规划,即设置该机构的末端理想驱动轨迹。由于该机构只有 3 个方向的自由度,其中包括动坐标系绕着定坐标系在 x 轴方向上的旋转角 α , y 轴方向上的旋转角 β 以及 z 轴方向上的平移,设置 3 个方向规则运动轨迹表达式为

$$\begin{cases} \alpha = 0.3\sin(0.4\pi t) \\ \beta = 0.3\cos(0.4\pi t) \\ z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

基于式(1)设定的运动轨迹反求出3个滑块的驱动力,以驱动力驱动机构得到理想轨迹如图3所示。

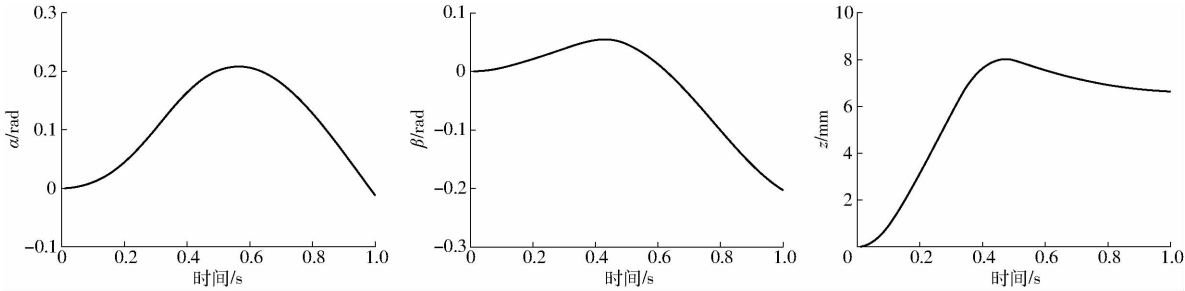


图3 3-PRS 并联机构末端理想运动轨迹

Fig.3 Ideal terminal motion trajectories of 3-PRS parallel mechanism

1.3 位置反解

在3-PRS 并联机构中,通过运动学位置反解表示各个驱动滑块的位移。若已知机构各部件的参数与动平台的末端运动轨迹(参考1.2节),则可以求出机构滑块高度 $H_i(i=1,2,3)$ 。动平台3个端点 $N_i(i=1,2,3)$ 在动坐标系中的位置矢量 $N_i^{O_2}$ 可以表示为

$$\begin{bmatrix} N_1^{O_2} \\ N_2^{O_2} \\ N_3^{O_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & -r/2 & -r/2 \\ 0 & \sqrt{3}r/2 & -\sqrt{3}r/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

在机构运动过程中动坐标系相对于定坐标系原点的位置参数设为 $O_2(x_i, y_i, z_i)$,姿态参数为 (α, β, γ) 。该机构共有3个自由度,因此位置参数 x_i 和 y_i 等于0,姿态参数 γ 等于 0° 。动平台到定平台的坐标旋转矩阵可以表示为

$$\begin{aligned} {}^{01}_{02}R(\alpha, \beta, \gamma) &= R(x, \alpha)R(y, \beta)R(z, \gamma) = \\ &= \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta c\gamma & c\beta s\gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

式中s表示正弦函数,c表示余弦函数。

在3-PRS 并联机构定平台的端点处建立分支坐标系 $w_i x_{wi} y_{wi} z_{wi}(i=1,2,3)$,其中 z_{wi} 轴与定坐标系的 z 轴方向相同沿立柱的方向竖直向上, x_{wi} 轴分别在每个支链之中方向垂直于立柱向外, y_{wi} 遵守右手螺旋准则垂直于立柱。分支坐标系位姿变换模型如图4所示。图4a表示分支坐标系在整体机构上建立的位置模型。图4b表示分支坐标系的变换,即从分支坐标系经过旋转变换到定坐标系。从分支坐标系变换到定坐标系,以 z_{wi} 为定轴旋转 δ_i ,其中当 $i=1,2,3$ 时旋转角分别为 $\delta_1=0^\circ$ 、 $\delta_2=240^\circ$ 和 $\delta_3=120^\circ$ 。变换矩阵 ${}^{01}_{wi}R$ 可以表示为

$${}^{01}_{wi}R = R(z_{wi}, \delta_i) \quad (4)$$

动平台上的3个端点 $N_i(i=1,2,3)$ 在分支坐标系中的位置矢量 N_i^{wi} 可以表示为

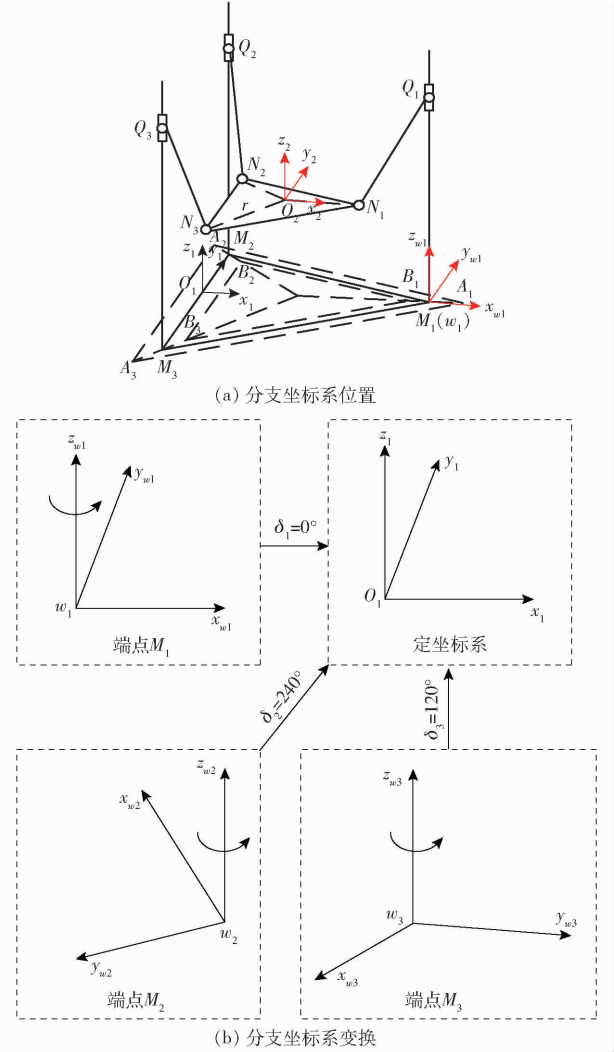


图4 分支坐标系

Fig.4 Branching coordinate system

$$\begin{cases} N_i^{O1} = {}^{01}_{02}R N_i^{O2} + O_1 \\ N_i^{wi} = {}^{01}_{wi}R^{-1} (N_i^{O1} - M_i^{O1}) \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$[M_1^{O1} \quad M_2^{O1} \quad M_3^{O1}] = \begin{bmatrix} 3R/2 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}R/2 & -\sqrt{3}R/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中 N_i^{01} ——动平台的端点 N_i ($i=1,2,3$) 在定坐标系中的位置矢量

M_i^{01} ——分支坐标系的原点 w_i 在定坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 下的位置矢量

移动副中心 Q_i 在分支坐标系中的位置矢量 Q_1^{w1} 可以表示为

$$[Q_1^{w1} \quad Q_2^{w2} \quad Q_3^{w3}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ H_1 & H_2 & H_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

连杆长度 L_i ($i=1,2,3$) 可以表示为

$$L_i^2 = x_L^2 + y_L^2 + z_L^2 = (N_{ix}^{wi} - Q_{ix}^{wi})^2 + (N_{iy}^{wi} - Q_{iy}^{wi})^2 + (N_{iz}^{wi} - Q_{iz}^{wi})^2 \quad (8)$$

整理可以得到滑块的输入位移 H_i ($i=1,2,3$) 为

$$H_i = \sqrt{L_i^2 - (N_{ix}^{wi})^2 - (N_{iy}^{wi})^2} + N_{iz}^{wi} \quad (9)$$

由式(5)、(9)可得机构反解联立求出的滑块高度 H_i ($i=1,2,3$), 根据 1.2 节中设置的机构末端运动轨迹可以得到相应的运动行程。

1.4 速度分析

设广义速度为 $\dot{q} = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma})^T$, 则在定坐标系中速度为

$$V = \begin{bmatrix} v_{02} \\ \omega_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & J_D \end{bmatrix} \dot{q} = J_{02} \dot{q} \quad (10)$$

其中

$$J_D = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

动平台上各端点速度可以表示为

$$v_{Ni} = v_{02} + \omega_{02} N_i^{01} = v_{Hi} e_{Hi} + \omega_{Li} \delta_{Li} \quad (12)$$

式中 v_{Hi} ——滑块速度 O ——零矩阵

e_{Hi} ——滑块输入速度方向单位矢量

ω_{Li} ——连杆角速度

δ_{Li} ——连杆长度单位矢量

式(12)两端同时点乘 δ_{Li}^T , 可以得到机构的输入与输出之间的速度关系为

$$v_{Hi} = J_v V \quad (13)$$

其中

$$J_v = \begin{bmatrix} \delta_{Li}^T & (N_i^{01} \times \delta_{Li})^T \\ \delta_{Li}^T e_{Hi} & \delta_{Li}^T e_{Hi} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(12)两端同时叉乘 δ_{Li} 得到连杆角速度为

$$\omega_{Li} = \frac{\delta_{Li} \times (v_{Ni} - v_{Hi} e_{Hi})}{L} = J_\omega V \quad (15)$$

其中

$$J_\omega = \frac{\tilde{\delta}_{Li}}{L} (J_N - e_{Hi} J_v) \quad (16)$$

式中 $\tilde{\delta}_{Li}$ —— δ_{Li} 的斜对称矩阵

连杆质心的速度可以表示为

$$v_{Li} = v_{Hi} e_{Hi} + \omega_{Li} \delta_{Li} \frac{L}{2} = J_L V \quad (17)$$

其中

$$J_L = e_{Hi} J_v - \frac{L}{2} \tilde{\delta}_{Li} J_\omega \quad (18)$$

1.5 加速度分析

通过式(10)可得动平台加速度为

$$A = \begin{bmatrix} \ddot{v}_{02} \\ \ddot{\omega}_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{02} \\ \varepsilon_{02} \end{bmatrix} \dot{q} = \dot{J}_{02} \dot{q} + J_{02} \ddot{q} \quad (19)$$

根据式(12)可得动平台上各端点处的加速度为

$$a_{Ni} = a_{02} + \varepsilon_{02} N_i^{01} + \varepsilon_{02} \varepsilon_{02} N_i^{01} = a_{Hi} e_{Hi} + \varepsilon_{Li} \delta_{Li} L + \omega_{Li} (\omega_{Li} \delta_{Li}) L \quad (20)$$

同时在式(20)两边点乘 δ_{Li}^T , 可得滑块输入加速度为

$$a_{Hi} = H_i A + V^T J_i V \quad (21)$$

其中

$$H_i = \begin{bmatrix} \delta_{Li}^T & r(N_i^{01} \delta_{Li})^T \\ \delta_{Li}^T e_{Hi} & \delta_{Li}^T e_{Hi} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$J_i = \frac{1}{\delta_{Li}^T e_{Hi}} \left(\begin{bmatrix} O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & r \tilde{\delta}_{Li} N_i^{01} \end{bmatrix} - J_{Li}^T \tilde{\delta}_{Li}^2 J_{Li} \right) \quad (23)$$

在式(20)两端叉乘 δ_{Li} , 可得连杆角加速度为

$$\varepsilon_{Li} = \frac{\delta_{Li} \times (a_{Ni} - a_{Hi} e_{Hi})}{L} = H_\varepsilon A + J_\varepsilon V \quad (24)$$

其中

$$H_\varepsilon = \frac{\tilde{\delta}_{Li}}{L} (H_{Ni} - e_{Hi} H_i) \quad (25)$$

$$J_\varepsilon = -\frac{\tilde{\delta}_{Li}}{L} e_{Hi} V^T J_i \quad (26)$$

对式(17)求导, 连杆质心加速度可以表示为

$$a_{Li} = a_{Hi} e_{Hi} + \omega_{Li} \delta_{Li} \frac{L}{2} + \omega_{Li} (\omega_{Li} \delta_{Li}) \frac{L}{2} = H_{aL} A + J_{aL} V \quad (27)$$

其中

$$H_{aL} = \frac{1}{2} (H_{ai} + e_{Hi} \cdot H_{Hi}) \quad (28)$$

$$J_{aL} = e_{Hi} J_v - \frac{L}{2} e_{Hi} V^T J_i \quad (29)$$

2 摩擦模型

2.1 库仑摩擦模型

库仑摩擦力方向与物体运动方向相反, 其模型表达式为

$$f(v) = f_c \operatorname{sgn}(v) \quad (30)$$

其中

$$f_c = \mu |f_n| \quad (31)$$

式中 v ——两物体之间的相对运动速度

$\operatorname{sgn}(\cdot)$ ——符号函数(随速度改变方向)

f_c ——库伦摩擦力 μ ——库伦摩擦因数
 f_n ——两物体之间的法向力

库伦摩擦模型如图 5 所示。

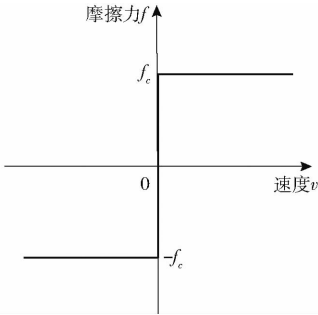


图 5 库伦摩擦模型
Fig. 5 Coulomb friction model

2.2 库伦-粘性摩擦模型

粘性摩擦力大小与速度成正比,方向与物体运动的方向相反,粘性摩擦模型表示为

$$f(v) = f_v v \tag{32}$$

式中 f_v ——粘性摩擦因数

为了更好地体现物体之间的摩擦力模型,常常将不同的摩擦力相互联合表达,从而组成了库伦-粘性摩擦模型,该模型可表示为

$$f(v) = f_c \operatorname{sgn}(v) + f_v v \tag{33}$$

库伦-粘性摩擦模型如图 6 所示。

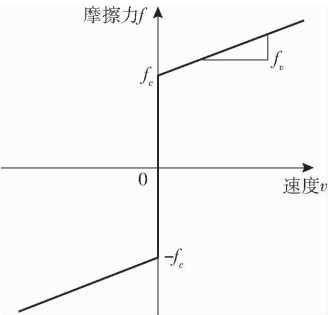


图 6 库伦-粘性摩擦模型
Fig. 6 Coulomb - viscous friction model

2.3 库伦-粘性-静摩擦模型

静摩擦模型可以表示为

$$f(v) = \begin{cases} f_c & (v = 0, |f_c| < f_s) \\ f_s \operatorname{sgn}(v) & (v = 0, |f_c| \geq f_s) \end{cases} \tag{34}$$

式中 f_c ——物体所受的外界力

f_s ——物体所受的最大静摩擦力

由于速度等于零时没有相对滑移,因此静摩擦力与速度没有关系。为了描述物体整个过程所受的摩擦力,将静摩擦力与库伦-粘性摩擦模型相结合形成了库伦-粘性-静摩擦力模型,该模型可以表示为

$$f(v) = \begin{cases} f_c & (v = 0, |f_c| < f_s) \\ f_s \operatorname{sgn}(v) & (v = 0, |f_c| \geq f_s) \\ f_c \operatorname{sgn}(v) + f_v v & (\text{其他}) \end{cases} \tag{35}$$

库伦-粘性-静摩擦模型如图 7 所示。

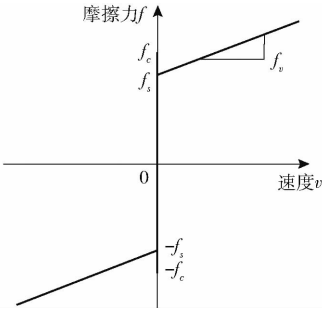


图 7 库伦-粘性-静摩擦模型
Fig. 7 Coulomb - viscous - static friction model

3 动力学建模

运用牛顿-欧拉法对 3 - PRS 并联机构建立动力学模型。牛顿方程表示对部件建立力的平衡,欧拉方程表示对部件建立转矩的平衡,分别对 3 - PRS 并联机构的各个部件建立牛顿-欧拉动力学方程。通过消除部件之间的内力,对整体建立牛顿-欧拉动力学模型,根据整体动力学模型得到整个并联机构的驱动力以及机构运动与外力之间的关系。

3.1 动平台动力学模型

3 - PRS 并联机构的动平台受力如图 8 所示,其中分别包括动平台重力 $m_D g$, 3 根连杆的约束力 F_{Ni} ($i = 1, 2, 3$) 以及球面副所受的摩擦力矩 M_{Ni} , 另外设动平台所受外部的力为 F_w 和外力矩为 M_w 。

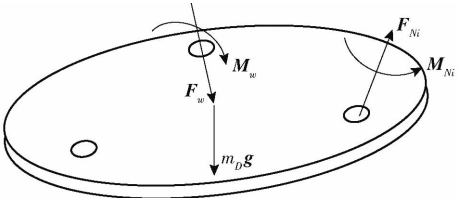


图 8 动平台受力分析
Fig. 8 Force analysis of moving platform

由图 8 可得动平台动力学方程为

$$F_w + m_D g + \sum_{i=1}^3 F_{Ni} = m a_{o2} \tag{36}$$

$$\sum_{i=1}^3 M_{Ni} + M_w + \sum_{i=1}^3 N_i^{o1} F_{Ni} = {}^{o1}I_{o2} \varepsilon_{o2} + \omega_{o2} ({}^{o1}I_{o2} \omega_{o2}) \tag{37}$$

其中

$${}^{o1}I_{o2} = {}^{o1}R_{o2} I_{o2} {}^{o1}R_{o2}^T$$

式中 ${}^{o1}I_{o2}$ ——动平台相对于定坐标系的转动惯量矩阵

I_{o2} ——动平台相对于动坐标系的转动惯量矩阵

3.2 连杆动力学模型

3 - PRS 并联机构的连杆受力如图 9 所示,分别包括连杆重力 $m_{Li} g$, 动平台约束反力 $-F_{Ni}$ 和摩擦力

矩 $-M_{Ni}$ ，以及转动副关约束力 F_{Qi} 和摩擦力矩 M_{Qi} 。

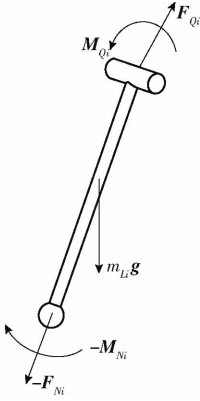


图 9 连杆受力分析
Fig. 9 Force analysis of connecting rod

由图 9 可得连杆动力学方程为

$$-F_{Ni} + m_{Li}g + F_{Qi} = m_{Li}a_{Li} \quad (38)$$

$$\frac{1}{2}L\delta_{Li}(-F_{Ni}) + \frac{1}{2}L(-\delta_{Li})F_{Qi} - M_{Ni} + M_{Qi} = {}^{01}I_{Li}\varepsilon_{Li} + \omega_{Li}({}^{01}I_{Li}\omega_{Li}) \quad (39)$$

其中

式中 ${}^{01}I_{Li}$ ——连杆相对于定坐标系的惯量矩阵
 I_{Li} ——连杆相对于支链坐标系的惯量矩阵
 ${}^{01}R_{Li}$ ——支链到定坐标系的旋转矩阵

3.3 滑块动力学模型

3-PRS 并联机构滑块受力分析如图 10 所示，其中受到自身重力 m_Hg 、连杆转动副关约束反力 $-F_{Qi}$ 和摩擦力矩 $-M_{Qi}$ 、立柱对滑块的作用力 F_{Hi} 以及滑块受到的摩擦力 F_{fi} 。

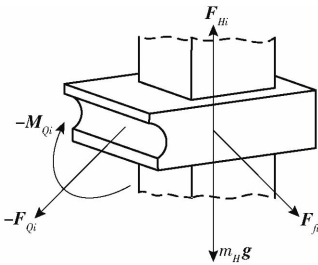


图 10 滑块受力分析
Fig. 10 Force analysis of slider

由图 10 可得滑块动力学方程为

$$F_{Hi} - F_{Qi} + m_Hg + F_{fi} = m_Ha_{Hi} \quad (40)$$

3.4 3-PRS 并联机构动力学模型

建立 3-PRS 并联机构整体牛顿-欧拉方程，根据动平台、连杆和滑块之间的内力和力矩关系建立动力学方程。滑块动力学公式两端同时点乘 e_{Hi}^T 可得

$$e_{Hi}^T F_{Hi} = m_Ha_{Hi} + e_{Hi}^T F_{Qi} - e_{Hi}^T m_Hg - e_{Hi}^T F_{fi} \quad (41)$$

根据式(41)可得作用在滑块上的驱动力表达式为

$$\tau_i = e_{Hi}^T F_{Hi} = e_{Hi}^T (F_{Qi} - m_Hg - F_{fi}) + m_Ha_{Hi} \quad (42)$$

将连杆的牛顿方程(38)代入式(42)可得

$$\tau_i = e_{Hi}^T (m_{Li}a_{Li} + F_{Ni} - m_Hg - F_{fi}) - e_{Hi}^T m_{Li}g + m_Ha_{Hi} \quad (43)$$

对连杆的欧拉方程(39)进行推导可得

$$L\delta_{Li}F_{Ni} = C_i \quad (44)$$

$$\text{其中 } C_i = \frac{1}{2}L\delta_{Li}(m_{Li}g - m_{Li}a_{Li}) - M_{Ni} +$$

$$M_{Qi} - {}^{01}I_{Li}\varepsilon_{Li} - \omega_{Li}({}^{01}I_{Li}\omega_{Li}) \quad (45)$$

式(44)两边同时叉乘 e_{Hi} 可以表示为

$$Le_{Hi} \times \delta_i \times F_{Ni} = e_{Hi} \times C_i \quad (46)$$

式(46)进行变换可以表示为

$$F_{Ni} = \frac{\delta_{Li}(e_{Hi}^T F_{Ni})}{e_{Hi}^T \delta_{Li}} - \frac{e_{Hi} \times C_i}{Le_{Hi}^T \delta_{Li}} \quad (47)$$

式(43)进行形式的变化可以表示为

$$e_{Hi}^T F_{Ni} = \tau_i + e_{Hi}^T (-m_{Li}a_{Li} + m_Hg + F_{fi}) + e_{Hi}^T m_{Li}g - m_Ha_{Hi} \quad (48)$$

联立式(47)、(48)可以表示为

$$F_{Ni} = \frac{\delta_{Li}[\tau_i + e_{Hi}^T (-m_{Li}a_{Li} + m_Hg + F_{fi}) + e_{Hi}^T m_{Li}g - m_Ha_{Hi}]}{e_{Hi}^T \delta_{Li}} - \frac{e_{Hi} \times C_i}{Le_{Hi}^T \delta_{Li}} = \frac{\delta_{Li}}{e_{Hi}^T \delta_{Li}} [e_{Hi}^T (-m_{Li}a_{Li} + m_Hg + F_{fi}) + e_{Hi}^T m_{Li}g - m_Ha_{Hi}] + \frac{\delta_{Li}}{Le_{Hi}^T \delta_{Li}} [\tau_i - \frac{\tilde{e}_{Hi}}{Le_{Hi}^T \delta_{Li}} C_i] \quad (49)$$

联立与推导上述公式可得动力学方程为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_f(q) + F = J\tau \quad (50)$$

式中 $M(q)$ ——惯量矩阵 q ——机构位姿

$C(q, \dot{q})$ ——向心力和科氏力系数，其变量分别包括并联机构的位姿 q 和运动速度 $\dot{q}$

$F_f(q)$ ——并联机构中 3 种不同关节的摩擦力

F ——并联机构所受外力(负载等)

τ ——并联机构中滑块上的驱动力

3.5 动力学方程中的摩擦力

3-PRS 并联机构在运动过程中关节处产生摩擦，设移动副关节、转动副关节和球面副关节所受的摩擦模型分别为 $f_f(v)$ 、 $f_N(v)$ 和 $f_Q(v)$ 。滑块受到的摩擦力 F_{fi} 为摩擦模型 $f_f(v)$ 。设球面副与转动副中的摩擦力矩分别为 M_{Ni} 和 M_{Qi} ，表达式为

$$M_{Ni} = r_N f_N(v) \quad (51)$$

$$M_{Qi} = r_Q f_Q(v) \quad (52)$$

式中 r_N ——球面副半径

r_Q ——转动副半径

联立式(38)、(39)计算可得 F_{Ni} 与 F_{Qi} ，将计算

结果代入摩擦模型 $f_N(v)$ 和 $f_Q(v)$,最终得到的结果即为机构动力学方程中的 $F_f(q)$ 。

4 实验

设 3-PRS 并联机构的各个部件为质地均匀的刚体,各部分参数如表 1 所示,将表中的各部分参数作为已知条件,采用基于 ADAMS 的 GSTIFF 数值方法进行计算。

4.1 逆动力学实例

4.1.1 不同载荷对摩擦力、摩擦力矩的影响

(1) 移动副摩擦力

在立柱与滑块之间为移动副关节,因此两实体之间产生摩擦力。在动平台中心施加负载 30、40、50、60 kg,图 11 为在驱动力作用下移动副与立柱之间所受库伦摩擦力的变化曲线。

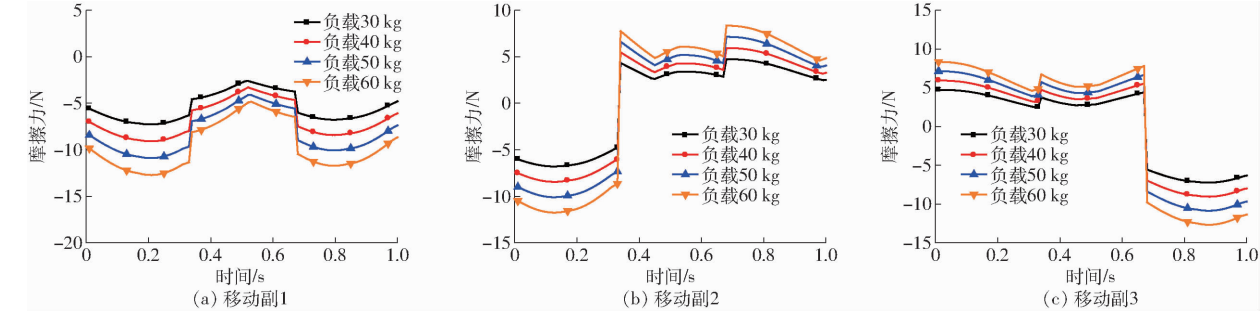


图 11 3 个移动副关节所受摩擦力
Fig. 11 Friction of three sliding pair joints

移动副在 z 轴方向上移动,因此只在一个方向上产生摩擦力。在动平台上分别施加不同的力,动平台与连杆之间的作用力增加,连杆对移动副的作用力增加,因此移动副与立柱之间在 x 轴与 y 轴方向上的正压力增大。当摩擦因数不变,正压力增加,摩擦力逐渐增大,但是摩擦力变化的趋势不变。理论分析与图 11 中的变化相符,因此移动副摩擦添加正确。

(2) 转动副摩擦力矩

由于滑块与连杆为转动副约束,因此两实体之间产生摩擦力矩。在动平台中心施加负载 30、40、50、60 kg,图 12 为连杆与滑块之间所受库伦摩擦力矩的变化曲线。

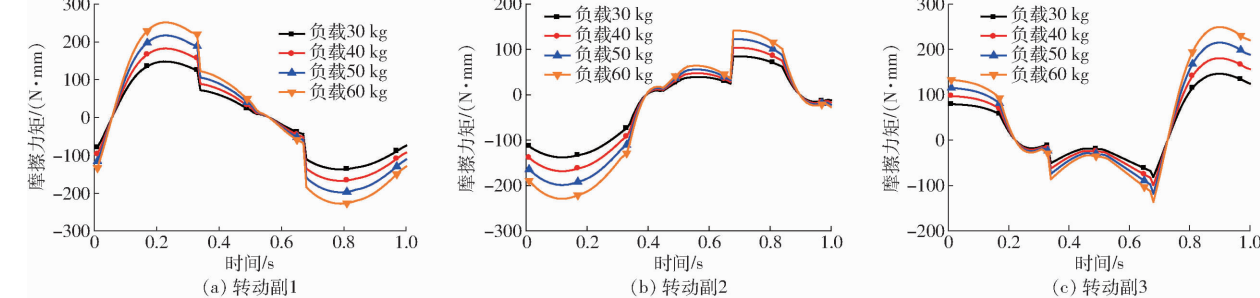


图 12 3 个转动副关节所受摩擦力矩
Fig. 12 Friction torque of three revolute joints

表 1 3-PRS 并联机构结构参数
Tab. 1 Structural parameters of 3-PRS parallel mechanism

参数	数值
动平台外接圆半径 r/mm	150
定平台外接圆半径 R/mm	250
连杆长度 L/mm	250
动平台质量 m/kg	1.164
连杆质量 m_L/kg	0.459
滑块质量 m_H/kg	14.513
动平台转动惯量 $I_D/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	diag[0.029,0.014 5,0.014 5]
连杆转动惯量 $I_{Li}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	diag[0.004 4,0.004 3,0.000 12]
连杆球面副半径 r_N/mm	12.5
连杆转动副半径 r_Q/mm	10
刚体之间库仑摩擦因数 μ	0.05
粘性摩擦因数 f_v	0.01
静摩擦因数 μ_s	0.1

转动副绕着 z 轴转动,因此只在一个方向上产生摩擦力矩。在动平台中间施加向下的作用力,动平台与连杆之间的作用力增大,因此连杆与滑块之间的作用力增大。当摩擦因数和摩擦半径不变,正压力变大,摩擦力矩逐渐增大。实体之间作用力的方向没有改变,摩擦力的变化趋势没有改变。转动副的摩擦力矩理论分析与图 12 中的变化相符,此处摩擦添加正确。

(3) 球面副摩擦力矩

连杆与动平台之间为球面副的约束,两实体之间产生摩擦力矩。在动平台中心施加负载 30、40、50、60 kg,图 13 为连杆与动平台之间所受库伦摩擦力矩的变化曲线。

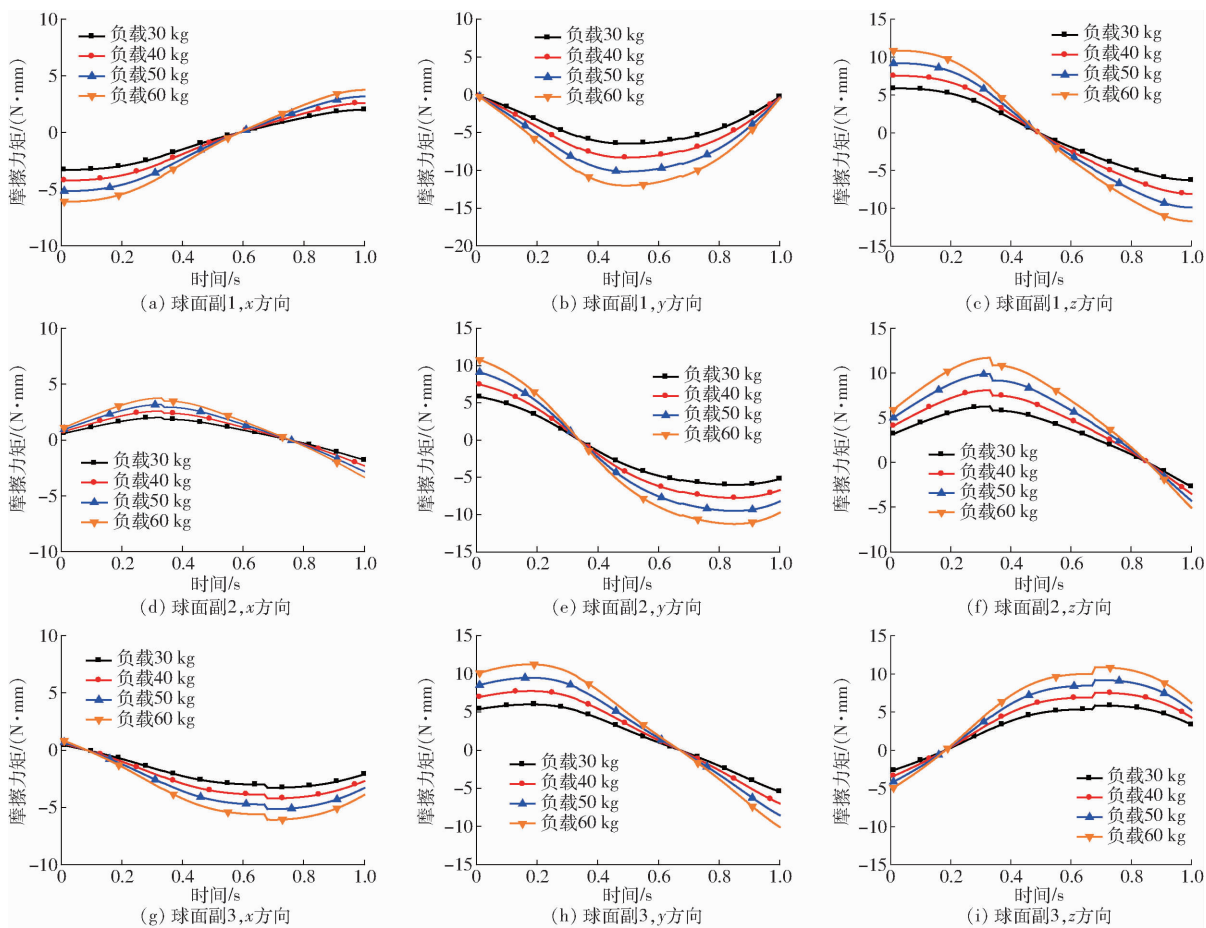


图 13 3 个球面副关节所受摩擦力矩

Fig. 13 Friction torque of three spherical pair joints

连杆与动平台之间的关节为球面副,球面副有 3 个方向上的转动自由度,因此在 x 、 y 、 z 轴方向上都有对应的摩擦力矩。在机构动平台中心垂直向下的力作用下,动平台与连杆之间的作用力增大,导致正压力变大,而摩擦因数和摩擦半径不变,因此 3 个方向上的库伦摩擦力矩都增大。由于实体之间的作用力方向没有改变,因此摩擦力矩的变化趋势没有改变,只是大小发生了变化。3 个方向上的摩擦力矩变化符合理论的分析,因此球面副的摩擦模型添加正确。

从图 11 ~ 13 可知,关节间的摩擦力随着负载的增加也在不断地变大,表明摩擦力对驱动力的施加以及机构的运动轨迹都有很大的影响。

4.1.2 关节摩擦对驱动力的影响

在机构动平台中心负载 60 kg 的情况下,利用牛顿-欧拉法得到的动力学方程计算 3 个滑块的驱动力 τ_1 、 τ_2 、 τ_3 。首先计算 3-PRS 并联机构移动副、转动副和球面副 3 个关节在没有关节摩擦下驱动力,再计算将所有的关节都施加库伦-粘性-静摩擦模型时驱动力。滑块驱动力及其误差如图 14 所示。

由图 14a、14c、14e 可得,在加摩擦力与未加摩擦力两种情况下驱动力变化较大,说明关节摩擦力

对驱动力具有较大的影响。在图 14b、14d、14f 中,加摩擦力与未加摩擦力 2 种情况下相对比 3 个滑块驱动力的最大误差分别为 1.40%、1.51%、1.49%。

4.2 正动力学实例

将逆动力学得到的力作为驱动,通过以下方式添加摩擦力:一类是关节采用库伦-粘性摩擦模型,另一类是关节采用库伦-粘性-静摩擦模型。各关节摩擦模型的具体施加方式分别为:模型 1:所有的关节都为库伦-粘性-静摩擦模型。模型 2:所有的关节都为库伦-粘性摩擦模型。模型 3:只有移动副的关节为库伦-粘性摩擦模型,其余为库伦-粘性-静摩擦模型。模型 4:只有转动副的关节为库伦-粘性摩擦模型,其余为库伦-粘性-静摩擦模型。模型 5:只有球面副的关节为库伦-粘性摩擦模型,其余为库伦-粘性-静摩擦模型。

由图 15 可知静摩擦力的添加对末端的运动轨迹有明显的影 响。对于末端运动轨迹在 x 和 y 方向上的旋转角 α 和 β 差异很小,对于 z 轴方向的位移有着较明显的变化。当关节全部为库伦-粘性摩擦模型时对于末端的运动轨迹没有明显的变化,只有相对位置发生了一些变化。只在移动副关节处施加库伦-粘性摩擦模型与施加库伦-粘性-静摩擦模型

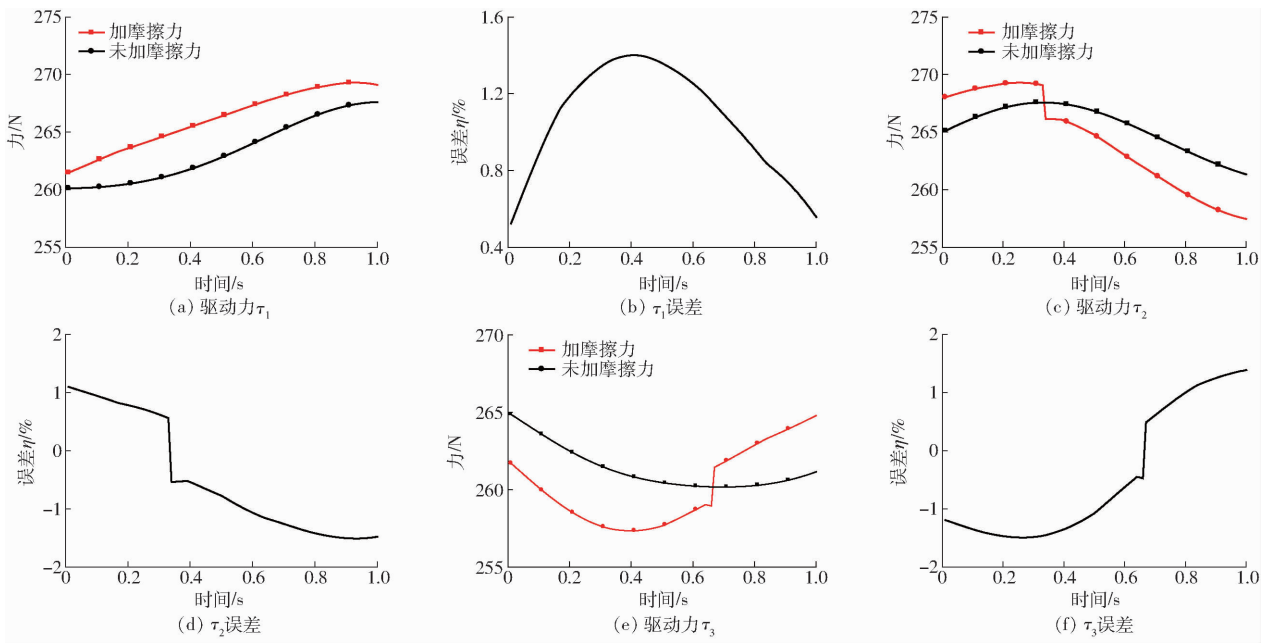


图 14 滑块驱动力及其误差变化曲线

Fig. 14 Slider driving force and error variation

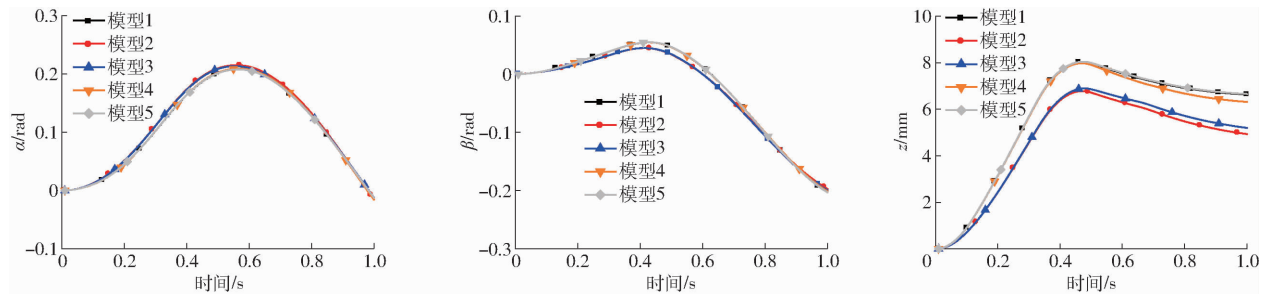


图 15 末端运动轨迹(采用库伦-粘性摩擦模型、库伦-粘性-静摩擦模型)

Fig. 15 Terminal motion trajectories

相比,末端运动轨迹有较大的差异。只在转动副处施加库伦-粘性摩擦模型与施加库伦-粘性-静摩擦模型相比,运动轨迹只有较小的变化。只在球面副处施加库伦-粘性摩擦模型相比基本没有变化。由此可见移动副关节对摩擦力较为敏感,转动副关节次之,球面副最小。

以逆动力学得到的力作为驱动力,改变在关节上添加摩擦模型的方式为:一类是关节采用库伦摩擦模型,另一类是关节采用库伦-粘性-静摩擦模型。各关节摩擦模型的具体施加方式分别为:模型 1:所有的关节都为库伦-粘性-静摩擦模型。模型 2:所

有的关节都为库伦摩擦模型。模型 3:只有移动副的关节为库伦摩擦模型,其余为库伦-粘性-静摩擦模型。模型 4:只有转动副的关节为库伦摩擦模型,其余为库伦-粘性-静摩擦模型。模型 5:只有球面副的关节为库伦摩擦模型,其余为库伦-粘性-静摩擦模型。

从图 16 可以看出,在旋转以及移动的 3 个方向上都有明显的末端运动轨迹变化。关节全部为库伦摩擦模型时,关节的运动轨迹发生了较大的变化。当只有移动副的关节为库伦摩擦模型时,机构末端的运动轨迹产生了极大的变化,移动副对粘性摩擦

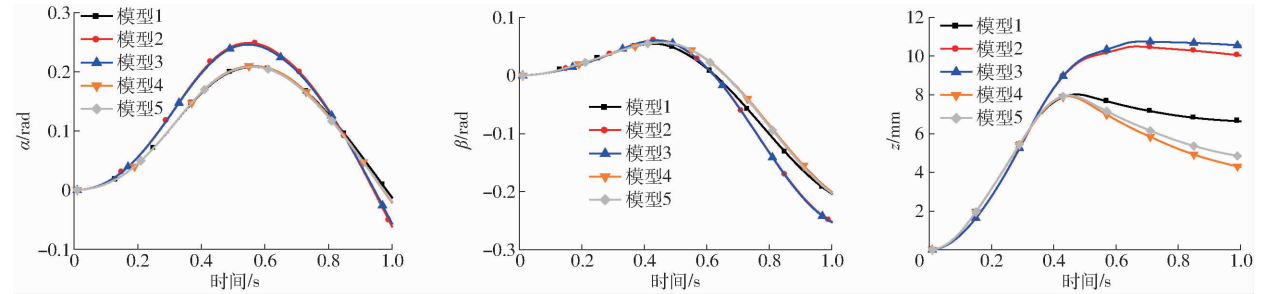


图 16 末端运动轨迹(采用库伦摩擦模型、库伦-粘性-静摩擦模型)

Fig. 16 Terminal motion trajectories

的敏感程度极高。当转动副关节只有库仑摩擦模型时机构末端运动轨迹变化相对较小,球面副关节处的末端变化次之。由此可见各个关节对粘性摩擦都有一定程度的敏感,从高到低依次为:移动副、转动副和球面副。

5 结论

(1)在规定末端运动轨迹的情况下,末端负载越大,关节间的摩擦越大,在施加摩擦力、不施加摩

擦力两种状态下求解驱动力,结果表明,摩擦力对驱动力有较大的影响。

(2)在关节间施加不同摩擦模型的情况下,静摩擦力对机构末端运动轨迹的影响较小,粘性摩擦对末端运动轨迹的影响较大。

(3)分析了 3-PRS 并联机构各关节施加不同摩擦模型对末端运动轨迹的影响,结果表明,各关节对粘性摩擦的敏感程度从高到低依次为:移动副、转动副、球面副。

参 考 文 献

- [1] FU J, GAO F. Optimal design of a 3-leg 6-DOF parallel manipulator for a specific workspace[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(4): 659-668.
- [2] 朱伟,郭倩,马致远,等. SCARA 并联机构刚度和动力学分析[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(10): 375-385. ZHU Wei, GUO Qian, MA Zhiyuan, et al. Stiffness and dynamics analysis of SCARA parallel mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(10): 375-385. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20191044&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.10.044. (in Chinese)
- [3] KUMAR S, SZADKOWSKI K A, MUELLER A, et al. An analytical and modular software workbench for solving kinematics and dynamics of series-parallel hybrid robots[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2020, 12(2): 021114.
- [4] GABARDI M, SOLAZZI M, FRISOIL A. An optimization procedure based on kinematics analysis for the design parameters of a 4-UPU parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 133: 211-228.
- [5] THOMAS M J, JOY M L, SUDHEER A P. Kinematic and dynamic analysis of a 3-PRUS spatial parallel manipulator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2020, 33(1): 1-17.
- [6] MAZARE M, TAGHIZADEH M, NAJAFI M R. Kinematic analysis and design of a 3-DOF translational parallel robot[J]. International Journal of Automation and Computing, 2017, 14(4): 432-441.
- [7] LU S, LI Y, DING B. Kinematics and dynamics analysis of the 3PUS-PRU parallel mechanism module designed for a novel 6-DOF gantry hybrid machine tool[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2020, 34(1): 345-357.
- [8] 李研彪,郑航,孙鹏,等. 考虑关节摩擦的 5-PSS/UPU 并联机构动力学建模及耦合特性分析[J]. 机械工程学报, 2019, 55(3): 43-52. LI Yanbiao, ZHENG Hang, SUN Peng, et al. Dynamic modeling with joint friction and research on the inertia coupling property of a 5-PSS/UPU parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(3): 43-52. (in Chinese)
- [9] 陈修龙,郭景尧,贾永皓. 3-RRPaR 并联机构刚体动力学建模与分析[J/OL]. 农业机械学报, 2020, 51(6): 404-411. CHEN Xiulong, GUO Jingyao, JIA Yonghao. Rigid body dynamics modeling and analysis of 3-RRPaR parallel mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(6): 404-411. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20200644&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.06.044. (in Chinese)
- [10] DESHENG Z. Dynamics analysis of 6-SPS parallel mechanism with S pairs clearance[J]. Australian Journal of Mechanical Engineering, 2019, 19(2) 153-162.
- [11] 冯志友,张燕,杨廷力,等. 基于牛顿欧拉法的 2UPS-2RPS 并联机构逆动力学分析[J]. 农业机械学报, 2009, 40(4): 193-197. FENG Zhiyou, ZHANG Yan, YANG Tingli, et al. Inverse dynamics of a 2UPS-2RPS parallel mechanism by Newton-Euler formulation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009,40(4): 193-197. (in Chinese)
- [12] WANG G, WANG L. Dynamics investigation of spatial parallel mechanism considering rod flexibility and spherical joint clearance[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 137: 83-107.
- [13] ARIAN A, ISAKSSON M, GOSSELIN C. Kinematic and dynamic analysis of a novel parallel kinematic Schönflies motion generator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 147: 103629.
- [14] GALLARDO-ALVARADO J, RODRIGUEZ-CASTRO R, DELOSSANTOS-LARA P J. Kinematics and dynamics of a 4-PRUR Schönflies parallel manipulator by means of screw theory and the principle of virtual work[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 122: 347-360.
- [15] ENFERADI J, JAFARI K. A Kane's based algorithm for closed-form dynamic analysis of a new design of a 3RSS-S spherical parallel manipulator[J]. Multibody System Dynamics, 2020, 49(1): 377-394.
- [16] 陈群凯. 基于凯恩方法的并联稳定平台动力学分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2018. CHEN Qunkai. Dynamic analysis of parallel stabilization platform based on Kane formulation[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2018. (in Chinese)
- [17] ZHANG X, ZHANG X, CHEN Z. Dynamic analysis of a 3-RRR parallel mechanism with multiple clearance joints[J]. Mechanism & Machine Theory, 2014, 78: 105-115.
- [18] 丁千,翟红梅. 机械系统摩擦动力学研究进展[J]. 力学进展, 2013, 43(1): 112-131.

- DING Qian, ZHAI Hongmei. The advance in research of friction dynamics in mechanism system[J]. *Advances in Mechanics*, 2013, 43(1): 112 – 131. (in Chinese)
- [19] REIS V L, DANIEL G B, CAVALCA K L. Dynamic analysis of a lubricated planar slider-crank mechanism considering friction and Hertz contact effects[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 74: 257 – 273.
- [20] ZHANG X Q, WANG X L, ZHANG Y Y. Non-linear dynamic analysis of the ultra-short micro gas journal bearing-rotor systems considering viscous friction effects[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 73(1 – 2): 751 – 765.
- [21] ZHANG L, WANG J, CHEN J, et al. Dynamic modeling for a 6-DOF robot manipulator based on a centrosymmetric static friction model and whale genetic optimization + n algorithm[J]. *Advances in Engineering Software*, 2019, 135: 102684.
- [22] 季晔, 刘宏昭, 原大宁. 含驱动摩擦的四自由度并联机构动力学分析[J]. *中国机械工程*, 2012, 23(8): 910 – 914, 946. JI Ye, LIU Hongzhao, YUAN Daning. Dynamics analysis of a four-DOF parallel mechanism including driver friction[J]. *China Mechanical Engineering*, 2012, 23(8): 910 – 914, 946. (in Chinese)
- [23] 王庚祥, 刘宏昭, 龚春园, 等. 考虑关节摩擦效应的并联机构动力学分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2013, 44(11): 308 – 315. WANG Gengxiang, LIU Hongzhao, LONG Chunyuan, et al. Dynamics analysis of parallel mechanism with joint friction[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(11): 308 – 315. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20131152&flag=1. DOI:10.6014/j.1000-1298.2013.11.052. (in Chinese)
- [24] 段书用, 李昌洛, 韩旭, 等. 机械臂动力学分析及关节非线性摩擦模型建立[J]. *机械工程学报*, 2020, 56(9): 18 – 28. DUAN Shuyong, LI Changluo, HAN Xu, et al. Forward-inverse dynamics analysis of robot arm trajectories and development of a nonlinear friction model for robot joints[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(9): 18 – 28. (in Chinese)
- [25] 付建宁, 詹涵菁, 黄文康. 空间机械臂关节非线性摩擦建模及补偿[J]. *机械传动*, 2014, 38(12): 28 – 32, 72. FU Jianning, ZHAN Hanjing, HUANG Wenkang. Modeling and compensation of non-linear friction for spatial robotic arm joint[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2014, 38(12): 28 – 32, 72. (in Chinese)
- [26] REYNOSO-MORA P, CHEN W, TOMIZUKA M. A convex relaxation for the time-optimal trajectory planning of robotic manipulators along predetermined geometric paths[J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 2016, 37(6): 1263 – 1281.

(上接第 254 页)

- [8] CAMPOS D P, ABATTI P J, HILL A G, et al. Short-term fibre intake estimation in goats using surface electromyography of the masseter muscle[J]. *Biosystems Engineering*, 2019, 183: 209 – 220.
- [9] SHENG H, ZHANG S F, ZUO L S, et al. Construction of sheep forage intake estimation models based on sound analysis[J]. *Biosystems Engineering*, 2020, 192: 144 – 158.
- [10] WU D H, WANG Y F, HAN M X, et al. Using a CNN – LSTM for basic behaviors detection of a single dairy cow in a complex environment[J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2021, 182: 106016.
- [11] CHEN Y J, HE D J, SONG H B. Automatic monitoring method of cow ruminant behavior based on spatio-temporal context learning[J]. *Int. J. Agric. & Biol. Eng.*, 2018, 11(4): 179 – 185.
- [12] SAFA A, AHMED B S, RATED J, et al. Dairy cow rumination detection: a deep learning approach[J]. *arXiv:2101.10445*.
- [13] MAO Y R, HE D J, SONG H B. Automatic detection of ruminant cows' mouth area during rumination based on machine vision and video analysis technology[J]. *Int. J. Agric. & Biol. Eng.*, 2019, 12(1): 186 – 191.
- [14] JIANG M, RAO Y, ZHANG J Y, et al. Automatic behavior recognition of group-housed goats using deep learning[J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2020, 177: 105706.
- [15] GALLI J R, CANGIANO C A, MILONE D H, et al. Acoustic monitoring of short-term ingestive behavior and intake in grazing sheep[J]. *Livestock Science*, 2011, 140(1 – 3): 32 – 41.
- [16] GALLI J R, CANGIANO C A, PECE M A, et al. Monitoring and assessment of ingestive chewing sounds for prediction of herbage intake rate in grazing cattle[J]. *Animal*, 2018, 12(5): 973 – 982.
- [17] LEIBER F, HOLINGER M, ZEHNER N, et al. Intake estimation in dairy cows fed roughage-based diets: an approach based on chewing behaviour measurements[J]. *Applied Animal Behaviour Science*, 2016, 185: 9 – 14.
- [18] SIMONYAN K, ZISSERMAN A. Two-stream convolutional networks for action recognition in videos[C]// *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2014: 568 – 576.
- [19] TRAN D, BOURDEV L, FERGUS R, et al. Learning spatiotemporal features with 3d convolutional networks[C]// *IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, 2015: 4489 – 4497.
- [20] REDMON J, DIVVALA S, GIRSHICK R, et al. You only look once: unified, real-time object detection[C]// *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2016: 779 – 788.
- [21] TAN M X, PANG R M, LE Q V. EfficientDet: scalable and efficient object detection[C]// *IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2020: 10778 – 10787.
- [22] GIRSHICK R. Fast R – CNN[C]// *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, 2015: 1440 – 1448.
- [23] HE K, GKIOXARI G, DOLLÁR P, et al. Mask R – CNN[C]// *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, 2017: 2961 – 2969.
- [24] TAN M X, LE Q V. EfficientNet: rethinking model scaling for convolutional neural networks[C]// *Proceedings of the 36th International Conference on Machine Learning*, 2019: 6105 – 6114.