doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2021.01.047

# 四自由度混联天线机构静力学及运动特性仿真与设计

张国兴'郭金伟'侯雨雷'曾达幸2

(1. 燕山大学机械工程学院, 秦皇岛 066004; 2. 东莞理工学院机械工程学院, 东莞 523000)

摘要:研究天线机构静力学和运动特性是提高天线轨迹跟踪精度的有效途径。首先,对混联天线机构结构进行构 型描述;然后,基于力旋量变换关系对混联天线机构各部件进行受力分析,借助数值计算软件进行静力学求解,分 析特定位姿混联天线机构驱动力的分布情况,并将理论求解结果与仿真结果进行对比,以验证理论分析的正确性; 应用有限元软件分析混联天线机构特定位姿下的变形情况,对混联天线机构的整体变形进行评估;针对混联天线 机构进行振动特性仿真,获得混联天线机构特定位姿下的振型和固有频率;采用数值计算软件进行混联天线机构 运动仿真,获得混联天线机构俯仰运动和方位运动的包络空间;最后,基于设计完成的关键零部件模型设计了混联 天线机构物理样机。

关键词: 混联天线; 机构; 静力学; 包络空间 中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2021)01-0418-09



# Statics and Kinematic Characteristics Simulation of 4-DOF Hybrid Antenna Mechanism for Design

ZHANG Guoxing<sup>1</sup> GUO Jinwei<sup>1</sup> HOU Yulei<sup>1</sup> ZENG Daxing<sup>2</sup>

School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China
 School of Mechanical Engineering, Dongguan University of Technology, Dongguan 523000, China)

Abstract: It is an effective way to improve the tracking accuracy of antenna by studying the static and kinematic characteristics of antenna mechanism. Firstly, the structure of the hybrid antenna mechanism was described. Secondly, the force analysis of each component of the hybrid antenna mechanism was given based on the wrench transformation relationship. The static solution of the hybrid antenna mechanism was carried out based on the numerical calculation software. The actuation forces distribution of the hybrid antenna mechanism with special positioning attitude were studied. The theoretical solution results were compared with the software simulation results to verify the correctness of the theoretical analysis. Thirdly, the finite element software was used to study the deformation of the hybrid antenna mechanism under special positioning attitude, and the overall deformation of the hybrid antenna mechanism was evaluated. The vibration characteristics of the hybrid antenna mechanism were simulated. Meanwhile, the vibration mode and natural frequency of the hybrid antenna mechanism under special positioning attitude were obtained. The motion simulation of hybrid antenna mechanism was carried out based on the numerical calculation software, and the motion envelope space of pitch and azimuth motion trajectory of the hybrid antenna mechanism was studied. Finally, the structure design of the key components of the hybrid antenna mechanism was carried out, and the physical prototype of the hybrid antenna mechanism was developed based on the key parts model. The research result can provide a reference for the design and development of antenna mechanism.

Key words: hybrid antenna; mechanism; statics; envelope space

通信作者: 侯雨雷(1980—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事机器人自动化集成和复杂机电系统研究, E-mail: ylhou@ ysu. edu. cn

收稿日期: 2020-09-17 修回日期: 2020-10-20

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFB1307900)、国家自然科学基金项目(51775473)、河北省自然科学基金项目(E2018203140、 E2019203109)、河北省高等学校科学技术研究重点项目(ZD2019020)、广东省普通高校机器人与智能装备重点实验室项目 (2017KSYS009)和东莞理工学院机器人与智能装备创新中心项目(KCYCX2017006)

作者简介:张国兴(1990—),男,博士生,主要从事机器人机构学理论与应用研究,E-mail: 876564013@ qq. com

#### 0 引言

天线是航天探测、导航预警和军事侦查等领域 中数据信息交互的重要设备[1]。并联天线机构因 能够带动反射面实现连续转动而在天线领域得到关 注<sup>[2]</sup>。国内外研究人员已将 Stewart 并联机构应用 于大型天线系统调姿领域[3-6]。少自由度并联机构 能够满足运动需求,且制造成本低,在天线领域具有 应用潜力<sup>[7]</sup>。文献[8-9]对车载并联天线机构进 行了动力学仿真。文献[10]对四自由度混联式天 线机构进行了力学仿真分析。文献[11]设计了一 种高收拢率四面体折展机械臂,进行了运动学和模 态分析,并研制了样机。文献[12]基于四面体单元 设计了桁架式可展开天线机构。文献[13-14]基 于模块化思想设计了多种桁架式天线机构,并进行 了性能分析和对比。文献[15-16]提出了一种双 层环形天线机构,并进行了机构运动学和动力学分 析。

在机构学领域,研究人员进行了诸多研究。赵 永生等<sup>[17]</sup>提出了适用于过约束并联机构的受力分 析方法。沈惠平等<sup>[18]</sup>研究了低耦合度部分解耦的 3T1R并联机构,分析了机构的工作空间。畅博彦 等<sup>[19]</sup>对具有整周回转能力的 3T1R 机构进行了运 动学分析,得到机构工作空间。叶伟等<sup>[20]</sup>对一种 2R2T并联机构进行了运动学分析,得到机构工作空 间和性能图谱。SUN 等<sup>[21]</sup>分析了一种 5-DOF 摩擦 搅拌焊混联机构的刚度性能。LI 等<sup>[22]</sup>基于几何代 数方法对过约束并联机构的刚度建模问题进行了研 究。CAO 等<sup>[23]</sup>在考虑各杆件重力和外力的情况下, 对过约束并联机构进行研究。GUO 等<sup>[24]</sup>提出一种 适用于航空零件加工的新型 5-DOF 并联机构。 YANG 等<sup>[25]</sup>通过增加变形协调方程,研究了两种过 约束并联机构的刚度模型。

随着天线反射面口径的逐渐增大,确保天线高 精度可靠运行愈发重要。目前,天线机构多采用串 联式或并联式机构,应用于天线领域的混联天线机 构研究并不多,设计承载力强和运动性能优越的混 联天线机构具有重要实用价值。本文以四自由度混 联天线机构为研究对象,在承载性能方面,进行混联 天线机构的静力学分析和天线机构有限元和振动特 性仿真;在运动性能方面,通过运动姿态仿真得到机 构运动包络图;最后,基于设计的关键零部件模型设 计天线机构样机。

#### 1 构型描述

如图1所示,四自由度混联天线机构包括天线

反射面 C、极化转动机构 T 和 3-R(RRR) R 并联 机构。该四自由度混联机构中 3-R(RRR)R 并联 部分的动平台和定平台均为等边三角形:支链部 分包含3个轴线相交的转动副以及与定/动平台 连接的2个转动副。极化转动机构采用电机驱动 齿轮和转盘轴承实现反射面绕自身轴线转动。 在定/动平台外接圆圆心分别建立参考坐标系  $OO_{0}O_{0}O_{1}$ 和动坐标系  $CC_{0}C_{1}$ ,在反射面的相位 中心点建立末端坐标系  $TT_xT_xT_z$ ,参考坐标系  $O_x$ 轴方向与 OP1 一致, O. 轴垂直于定平台且向上为 正;动坐标系 C, 轴方向与 CQ, 一致, C, 轴垂直于 动平台且向上为正; $T_x$ 轴与动坐标系  $C_x$ 轴重合,  $T_x$  轴初始方向与动坐标系  $C_x$  轴相同。在混联天 线机构各个关节转动副建立关节局部坐标系,其 中各个关节局部坐标系的 z 轴均沿转动副轴线方 卣。



Fig. 1 Configuration of 4-DOF hybrid manipulator

由图 1 可知, 3-R(RRR) R 并联机构部分具有 两转一移 3 个自由度, 2 个转动自由度能够实现天 线反射面的方位和俯仰运动, 1 个移动自由度能够 实现天线反射面的竖直方向收拢运动。天线反射面 与动平台之间设有单自由度转动副,称为极化转动 机构,其作用是带动天线反射面绕自身轴线转动。 因此,混联天线机构能够实现方位、俯仰、收拢运动 和极化转动。

### 2 力学分析

在转动副 R 关节局部坐标系下,转动副 R 受到约束力 $\hat{f}_{R1}$ 、 $\hat{f}_{R2}$ 、 $\hat{f}_{R3}$ 和约束力偶 $\hat{f}_{R4}$ 、 $\hat{f}_{R5}$ 作用, 分别限制了杆件沿 x、y、z 轴的移动自由度和绕 x、y 轴的转动自由度。根据旋量理论得到各个 运动副在关节局部坐标系下约束力和约束力偶 旋量表示。将局部坐标系下转动副 R 受到的约 束力和约束力偶构造关节约束矩阵形式,可以 表示为

1 中 
左

$$\boldsymbol{C}_{R} = \begin{bmatrix} \hat{f}_{R1} & \hat{f}_{R2} & \hat{f}_{R3} & \hat{f}_{R4} & \hat{f}_{R5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(1)

选取与定平台连接的转动副 P<sub>i</sub>(*i*=1,2,3)和极 化机构转动副 Q<sub>4</sub> 作为驱动,如图 1 所示关节局部坐 标系 *z* 轴均为驱动所在轴线。因此,各个驱动的单 位驱动力旋量可以表示为

$$\boldsymbol{M}_{m} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(2)

首先建立混联天线机构反射面静力学平衡方 程。反射面与混联天线机构动平台通过极化转动装 置连接。天线反射面受力情况如图2所示。



图 2 天线反射 固受 月

Fig. 2 Force diagram of antenna reflector

如图 2 所示,天线反射面受到极化转动机构提供的 3 个约束力 F<sub>4x</sub>、F<sub>4y</sub>、F<sub>4z</sub>和 2 个约束力偶 M<sub>4x</sub>、 M<sub>4y</sub>,极化转动机构驱动装置提供一个沿 z 轴方向的 驱动力矩,同时天线反射面受到重力作用。根据力 旋量变换关系,将天线反射面关节局部坐标系下表 示的约束旋量系矩阵转换为参考坐标下表示的约束 旋量系矩阵。同理可将天线反射面关节局部坐标系 下表示的驱动力旋量系矩阵转换为参考坐标下表示 的驱动力旋量系矩阵,可得

$$\begin{cases} {}^{o}\boldsymbol{C}_{F} = \begin{bmatrix} {}^{o}_{Q_{4}}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ {}^{o}\boldsymbol{\hat{\mathcal{Q}}}_{4}{}^{o}_{Q_{4}}\boldsymbol{R} & {}^{o}_{Q_{4}}\boldsymbol{R} \end{bmatrix} \boldsymbol{C}_{R} \\ {}^{o}\boldsymbol{M}_{4} = \begin{bmatrix} {}^{o}_{Q_{4}}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ {}^{o}\boldsymbol{\hat{\mathcal{Q}}}_{4}{}^{o}_{Q_{4}}\boldsymbol{R} & {}^{o}_{Q_{4}}\boldsymbol{R} \end{bmatrix} \boldsymbol{M}_{m} \end{cases}$$
(3)

式中 <sup>0</sup><sub>Q4</sub>**R**——转动副 Q<sub>4</sub> 局部坐标系的旋转矩阵 <sup>0</sup>**Q**<sub>4</sub>——转动副 Q<sub>4</sub> 局部坐标系位置向量的 反对称矩阵

将作用于天线反射面的单位约束力矩阵和驱动 力矩阵迁移到基坐标系,表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{C}_{c_{-F}} = \begin{bmatrix} {}^{o}_{c}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ {}^{o}\boldsymbol{\hat{C}}^{o}_{c}\boldsymbol{R} & {}^{o}_{c}\boldsymbol{R} \end{bmatrix}^{o}\boldsymbol{C}_{F} \\ \boldsymbol{M}_{c_{-F}} = \begin{bmatrix} {}^{o}_{c}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ {}^{o}\boldsymbol{\hat{C}}^{o}_{c}\boldsymbol{R} & {}^{o}_{c}\boldsymbol{R} \end{bmatrix}^{o}\boldsymbol{M}_{4} \end{cases}$$
(4)

式中  $c^{o}\mathbf{R}$ ——动坐标系旋转矩阵

°*ĉ*——动坐标系位置向量反对称矩阵

在参考坐标系下,可将天线反射面受到的约束 力旋量、驱动力旋量和重力旋量进行线性叠加,得到

**g**——重力加速度旋量

0----零向量

混联天线机构动平台与3条支链和天线反射面 均通过转动副连接。动平台受力情况如图3所示。



图 3 动平台和极化转动机构受力 Fig. 3 Force diagram of moving platform and polarized rotating mechanism

如图 3 所示,根据牛顿第三定律,在极化转动机 构与天线反射面连接处受到天线反射面提供的 3 个 约束反力  $F'_{4x}$ 、 $F'_{4y}$ 、 $F'_{4z}$ 和 2 个约束反力偶  $M'_{4x}$ 、 $M'_{4y}$ ,同 时受到极化转动机构驱动器提供的一个反力偶  $M'_{4\circ}$ 。 在极化转动机构与 3 个分支连接处分别受到各个分 支提供的 3 个约束力  $F_{Qix}$ 、 $F_{Qiy}$ 、 $F_{Qiz}$ 和 2 个约束力偶  $M_{Qix}$ 、 $M_{Qiy}$ 。同时极化转动机构还受到自身重力作用。

根据力旋量变换关系,将作用于极化转动机构 的关节局部坐标系下表示的单位关节约束旋量系矩 阵转换为参考坐标下表示的单位关节约束旋量系矩 阵,得到

$${}^{o}\boldsymbol{C}_{K_{i}Q_{i}C} = \begin{bmatrix} {}^{o}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ {}^{o}\boldsymbol{Q}_{i} & {}^{o}\boldsymbol{R} & {}^{o}\boldsymbol{Q}_{i} \\ {}^{o}\boldsymbol{Q}_{i} & {}^{o}\boldsymbol{R} & {}^{o}\boldsymbol{Q}_{mi} \\ \end{array} \end{bmatrix} \boldsymbol{C}_{R} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6)$$

式中 <sub>Qmi</sub><sup>o</sup>**R**——转动副 Q<sub>mi</sub>局部坐标系的旋转矩阵 <sup>o</sup>**Q**<sub>i</sub>——转动副 Q<sub>mi</sub>局部坐标系位置向量的 反对称矩阵

将作用于极化转动机构的3个分支的单位约束 力矩阵迁移到基坐标系下,表示为

$$\boldsymbol{C}_{K_{i}Q_{i}C} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\hat{K}}_{i\,Q_{mi}} & \boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\hat{K}}_{i\,Q_{mi}} & \boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\hat{K}}_{i\,Q_{mi}} & \boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{O} \boldsymbol{C}_{K_{i}Q_{i}C} \quad (i = 1, 2, 3)$$

(7)

式中  $\hat{K}$  ——极化转动机构位置向量的反对称矩阵

在参考坐标系下,可将极化转动机构受到3个分 支的约束力、极化转动机构驱动反力、天线反射面约束

式

式中 I<sub>c</sub>——动平台空间惯量

混联天线机构包括3个分支,每个分支包括4个杆件,每个杆件之间均通过转动副连接,每个杆件的受力情况如图4所示。



如图 4 所示,杆件  $K_i Q_i$  两端分别受到 3 组约束 反力  $F_{Kix}$ 和  $F'_{Qix}$ 、 $F_{Kiy}$ 和  $F'_{Qiy}$ 、 $F_{Kiz}$ 和  $F'_{Qiz}$ 以及 2 个约束 反力偶  $M_{Kix}$ 和  $M'_{Qix}$ 、 $M_{Kiy}$ 和  $M'_{Qiy}$ ;杆件  $G_i K_i$  两端分别 受到 3 组约束反力  $F_{Gix}$ 和  $F'_{Kix}$ 、 $F_{Giy}$ 和  $F'_{Kiy}$ 、 $F_{Giz}$ 和  $F'_{Kiz}$ 以及两组约束反力偶  $M_{Gix}$ 和  $M'_{Kix}$ 、 $M_{Giy}$ 和  $M'_{Kiy}$ ;杆件  $J_i G_i$  两端分别受到 3 组约束反力  $F_{Jix}$ 和  $F'_{Giz}$ 、 $F_{Jiy}$ 和  $F'_{Giy}$ 、 $F_{Jiz}$ 和  $F'_{Giz}$ 以及 2 组约束反力偶  $M_{Jix}$ 和  $M'_{Gix}$ 、 $M_{Jiy}$ 和  $M'_{Giy}$ ;杆件  $P_i J_i$  两端分别受到 3 组约束反力  $F_{Pix}$ 和  $F'_{Jix}$ 、 $F_{Piy}$ 和  $F'_{Jiy}$ 、 $F_{Piz}$ 和  $F'_{Jiz}$ 以及 2 组约束反力偶  $M_{Pix}$ 和  $M'_{Jix}$ 、 $M_{Piy}$ 和  $M'_{Jiy}$ 。杆件  $K_i Q_i$ 、 $G_i K_i$ 、 $J_i G_i$  和  $P_i J_i$ 还受到杆件自身重力  $G_{ij}$ (j = 1, 2, 3, 4)的作用,在杆 件  $P_i J_i$ 的  $P_i$  端受到驱动器提供的驱动力矩  $M_{mi}$ 。

根据力旋量变换关系,将作用于3个分支的关 节局部坐标系下表示的关节约束旋量系矩阵转变为 参考坐标下表示的关节约束旋量系矩阵,得到

$$\begin{cases} {}^{O}C_{G_{i}K_{i}\ldots K_{i}Q_{i}} = \begin{bmatrix} {}^{O}R & 0 \\ {}^{O}R_{mi} & {}^{O}R & {}^{O}R \end{bmatrix} C_{R} \quad {}^{O}C_{J_{i}G_{i}\ldots G_{i}K_{i}} = \begin{bmatrix} {}^{O}R & 0 \\ {}^{O}G_{i} & {}^{O}R & {}^{O}R \end{bmatrix} C_{R} \\ \begin{cases} {}^{O}C_{P_{i}J_{i}\ldots J_{i}G_{i}} = \begin{bmatrix} {}^{O}R & 0 \\ {}^{O}j_{i} & {}^{O}R & {}^{O}R \end{bmatrix} C_{R} \quad {}^{O}C_{G_{i}\ldots G_{i}K_{i}} = \begin{bmatrix} {}^{O}R & 0 \\ {}^{O}p_{i} & {}^{O}R & {}^{O}R \end{bmatrix} C_{R} \\ (i = 1, 2, 3) \quad (9) \end{cases}$$

**P**——转动副 P<sub>mi</sub>局部坐标系位置向量的反 对称矩阵

同理,将作用于杆件 *P<sub>i</sub>J<sub>i</sub>* 的关节局部坐标系下 表示的驱动力旋量矩阵转换为参考坐标下表示的驱 动力旋量系矩阵,得到

$${}^{o}\boldsymbol{M}_{G_{-}P_{i}J_{i}} = \begin{bmatrix} {}^{o}_{P_{mi}}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ {}^{o}\boldsymbol{\hat{P}}_{iJ_{mi}} {}^{o}\boldsymbol{R} & {}^{o}_{P_{mi}}\boldsymbol{R} \end{bmatrix} \boldsymbol{M}_{m} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (10)$$

将作用于3个分支的单位约束力矩阵迁移到基 坐标系下,表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{C}_{G_{i}K_{i}\ldots K_{i}Q_{i}} = \begin{bmatrix} c_{mi}^{O}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ o \, \hat{\boldsymbol{G}}_{i} c_{mi}^{O}\boldsymbol{R} & c_{mi}^{O}\boldsymbol{R} \end{bmatrix}^{O} \boldsymbol{C}_{G_{i}K_{i}\ldots K_{i}Q_{i}} \\ \boldsymbol{C}_{J_{i}G_{i}\ldots G_{i}K_{i}} = \begin{bmatrix} c_{j}^{O}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ o \, \hat{\boldsymbol{J}}_{iJ_{mi}}^{O}\boldsymbol{R} & c_{mi}^{O}\boldsymbol{R} \end{bmatrix}^{O} \boldsymbol{C}_{J_{i}G_{i}\ldots G_{i}K_{i}} \\ \boldsymbol{C}_{P_{i}J_{i}\ldots J_{i}G_{i}} = \begin{bmatrix} c_{p}^{O}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ o \, \hat{\boldsymbol{P}}_{iP_{mi}}^{O}\boldsymbol{R} & c_{pmi}^{O}\boldsymbol{R} \end{bmatrix}^{O} \boldsymbol{C}_{P_{i}J_{i}\ldots J_{i}G_{i}} \\ \boldsymbol{C}_{G_{i}P_{i}J_{i}} = \boldsymbol{E}_{6\times 6}^{O} \boldsymbol{C}_{G_{i}P_{i}J_{i}} \\ (i = 1, 2, 3) \end{cases}$$
(11)

将作用于杆件 *P<sub>i</sub>J<sub>i</sub>* 的单位驱动力矩阵迁移到 基坐标系下,表示为

$$\boldsymbol{M}_{G_{-}P_{i}J_{i}} = \boldsymbol{E}_{6\times6}{}^{0}\boldsymbol{M}_{G_{-}P_{i}J_{i}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (12)$$

在参考坐标系下,可将杆件 K<sub>i</sub>Q<sub>i</sub>、C<sub>i</sub>K<sub>i</sub>、J<sub>i</sub>G<sub>i</sub>和 P<sub>i</sub>J<sub>i</sub>受到的约束力和约束力偶,杆件自身重力和驱动器的驱动力矩进行线性叠加,得到

$$\begin{cases} C_{G_{i}K_{i},K_{i}Q_{i}}^{\mathrm{T}} [F_{Kix} F_{Kiy} F_{Kiz} M_{Kix} M_{Kiy}]^{\mathrm{T}} - \\ C_{C_{k},Q_{i}}^{\mathrm{T}} [F_{Qix} F_{Qiy}' F_{Qiz}' M_{Qix}' M_{Qiy}']^{\mathrm{T}} + I_{K_{i}Q_{i}}g = O \\ C_{J_{i}G_{i},G_{i}K_{i}}^{\mathrm{T}} [F_{Gix} F_{Giy} F_{Giz} M_{Gix} M_{Giy}]^{\mathrm{T}} - \\ C_{K_{i}Q_{i},G_{i}K_{i}}^{\mathrm{T}} [F_{Kix}' F_{Kiy}' F_{Kiz}' M_{Kix}' M_{Kiy}']^{\mathrm{T}} + I_{G_{i}K_{i}}g = O \\ C_{P_{i}J_{i},J_{i}G_{i}}^{\mathrm{T}} [F_{Jix} F_{Jiy} F_{Jiz} M_{Jix} M_{Jiy}]^{\mathrm{T}} - \\ C_{G_{i}K_{i},J_{i}G_{i}}^{\mathrm{T}} [F_{Jix}' F_{Giy}' F_{Giz}' M_{Gix}' M_{Giy}']^{\mathrm{T}} + I_{J_{i}G_{i}}g = O \\ C_{G_{i}F_{i}J_{i}G_{i}}^{\mathrm{T}} [F_{Jix}' F_{Jiy}' F_{Jiz} M_{Jix} M_{Jiy}]^{\mathrm{T}} - \\ C_{G_{i}F_{i}J_{i}G_{i}}^{\mathrm{T}} [F_{Jix}' F_{Jiy}' F_{Jiz}' M_{Jix}' M_{Jiy}']^{\mathrm{T}} + \\ M_{G_{i}P_{i}J_{i}}^{\mathrm{T}} [F_{Jix}' F_{Jiy}' F_{Jiz}' M_{Jix}' M_{Jiy}']^{\mathrm{T}} + \\ (i = 1, 2, 3) \end{cases}$$

(13)

式中  $I_{K_iQ_i}$  — 杆件  $K_iQ_i$  的空间惯量  $I_{G_iK_i}$  — 杆件  $G_iK_i$  的空间惯量  $I_{J_iG_i}$  — 杆件  $J_iG_i$  的空间惯量  $I_{P_iJ_i}$  — 杆件  $P_iJ_i$  的空间惯量

如图 5 所示, 混联天线机构定平台受到分支  $P_i J_i$  提供的 3 个约束反力  $F'_{Pix}$ 、 $F'_{Piy}$ 、 $F'_{Pix}$ 和 2 个约束 反力偶  $M'_{Pix}$ 、 $M'_{Piy}$ 以及自身重力的作用, 还受到连接 点  $P_i$  处驱动器提供的驱动反力矩。



Fig. 5 Force diagram of fixed platform

在参考坐标系下,可将定平台受到3个分支的 约束反力 F'<sub>Pix</sub>、F'<sub>Pix</sub>和约束反力偶 M'<sub>Pix</sub>、M'<sub>Piy</sub>,驱 动反力偶 M'<sub>mi</sub>以及定平台自身重力进行线性叠加, 得到

$$-\sum_{i=1}^{3} \boldsymbol{C}_{P_{i}J_{i}\ldots G}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} F_{P_{ix}}' & F_{P_{iy}}' & F_{P_{iz}}' & M_{P_{ix}}' & M_{P_{iy}}' \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} - \sum_{i=1}^{3} \boldsymbol{M}_{P_{i}J_{i}\ldots G}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{mi}' + \boldsymbol{I}_{G}\boldsymbol{g} = \boldsymbol{O}$$
(14)

联立混联天线机构各个部件的力平衡方程,混 联天线机构全部杆件的力平衡方程可以表示为

$$C\eta + I\hat{g} = 0 \tag{15}$$

式中 I——混联天线机构全部杆件的广义空间惯 性矩阵

 $\hat{g}$ ——旋量重力加速度矩阵

η-----混联天线机构的驱动力矩阵

根据式(15)可以得到各个关节约束力和驱动 器提供的驱动力矩阵为

$$\boldsymbol{\eta} = -\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{I}\boldsymbol{g} \qquad (16)$$

其中  $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\tau}_j \quad \boldsymbol{\tau}_m]^{\mathrm{T}}$ 

式中 7;——各关节的约束力矩阵

 $au_m$ ——各个驱动器的驱动力矩阵

通过求得 **τ**<sub>j</sub> 和 **τ**<sub>m</sub> 即可获得混联天线机构各个 部件受到的约束力和驱动关节处的驱动力。

根据天线机构任务需求将工作空间设定为:俯仰角为0°~90°;方位角运动范围为0°~360°。得 到天线机构驱动关节力矩随位形分布情况如图6所示。

图 6 给出了理想条件下天线机构驱动各关节力 矩随俯仰和方位角变化情况,各关节力矩最大值为 323.86 N·m,驱动力矩的求解结果为伺服电机选型 和机构样机研制提供参考。

表1给出了混联天线机构方位角为0°,俯仰角



Fig. 6 Torques distribution of actuations

表 1	两组位姿下驱动关节力矩的对比

Tab. 1	Comparison	of static	analysis	results
--------	------------	-----------	----------	---------

75 -1. 꼬 +1-	俯仰角/	理论值/	仿真值/	相对误差/
亚列大卫	(°)	( N • m )	( N•m)	%
× # 1	45	9.543	9.488	0. 576
天节1	90	16.502	16.283	1.330
¥. # 2	45	- 92. 953	- 92. 425	0.568
天节2	90	- 12. 082	- 12. 037	0.372
关节 3	45	- 92. 953	- 92. 523	0.463
	90	- 12. 082	- 11. 941	1.167

分别为 45°和 90°两组位姿各驱动关节力矩理论 值、仿真值及相对误差,其中理论值为图 6 中对应 位姿的数值计算结果,仿真值为有限元软件仿真 结果。

由表1可知,静力学理论求解结果与仿真分析 结果之间的相对误差不大于1.330%,验证了静力 学分析结果的正确性。

## 3 仿真分析

#### 3.1 静力学仿真

将三维模型导入 ANSYS/Workbench,设定模型 材料弹性模量为 6.96 Pa, 泊松比为 0.31, 屈服强度 为 6.85 × 10<sup>8</sup> Pa, 重力加速度设为 9.8 m/s<sup>2</sup>。天线



Fig. 7 Deformation diagrams of typical poses

由图7可知,当天线俯仰角为45°、90°时,天线 最大变形分别为0.57404、0.67395mm,最大变形 均发生在反射面边沿,最大变形约占运动半径的 0.11%和0.13%,俯仰角为45°、90°时混联天线机 构满足设计要求。

#### 3.2 振动分析

借助有限元分析软件得到天线机构俯仰角为 45°和90°的前6阶固有频率,如表2所示。俯仰角 为45°的天线机构振型云图如图8所示。

表 2 机构前 6 阶模态固有频率

Tab. 2	Natural	frequency	of	the	first	six	modes	Н	
--------	---------	-----------	----	-----	-------	-----	-------	---	--

带大队应日	俯仰角	角/(°)
快心阶斤亏 -	45	90
第1阶	16.226	11.439
第2阶	20.564	17.267
第3阶	22.944	21.958
第4阶	34.752	33. 689
第5阶	38.353	36.031
第6阶	65.538	66.445

由表2可知,天线机构前6阶固有频率分布在 11.439~65.538 Hz,随着俯仰角的增加,前5阶固 有频率均减小。由前6阶振型可以看出,天线机构 分支连杆变形较大,容易产生较大交变应力,导致疲 劳裂纹和断裂现象,连杆部位是混联天线机构的相 对薄弱环节,可通过增加连杆半径等方式提升连杆 刚度。设计环节需要使激励频率尽量远离系统固有 频率,以避免发生共振现象。

# 3.3 包络空间分析

天线卫星追踪运动过程中应避免与周围物体发 生干涉,故需评估整个天线机构的运动范围,即运动 包络空间。参考天线机构工作任务需求,设定混联 天线机构俯仰运动时:方位角为0°,俯仰角0°~ 90°;方位运动时:方位角为0°~360°,俯仰角45°。 采用 Matlab 软件对机构进行运动特性仿真,图9~11 分别为混联天线机构运动线框图、俯仰运动包络空 间和方位运动包络空间。

图 9 为混联天线机构初始位姿、俯仰 90°运动 状态和方位 360°运动状态。运动特性仿真结果表 明该混联天线机构满足天线轨迹跟踪的性能要 求。

图 10、11 分别给出了混联天线机构俯仰运动和 方位运动的运动包络空间三维视图、俯视图和左视 图。由图 10、11 得到混联天线机构整机运动范围如 表 3 所示。

由表 3 可知, 混联天线机构俯仰和方位运动过 程中, x 轴方向运动范围为 - 1 045 ~ 1 045 mm, y 轴 方向运动范围为 - 1 045 ~ 1 045 mm, z 轴方向运动 范围为 - 508 ~ 1 445 mm。通过对混联天线机构运 动包络空间分析,获得机构俯仰和方位运动范围,为 天线机构安装和运行保障提供参考。



图 8 俯仰角 45°机构振型 Fig. 8 Model shapes in pitch angle 45°



图 10 机构俯仰运动包络空间示意图





Fig. 11 Motion attitude diagrams of hybrid antenna mechanism

表 3	天线机构包络空间范围
	<u></u>

Tab. 3	Envelope	space	range	of	antenna	mechanism
--------	----------	-------	-------	----	---------	-----------

运动方式	x/mm	y/mm	z/mm
俯仰运动	- 937 ~ 1 026	- 965 ~ 965	- 508 ~ 1 445
方位运动	-1 045 ~1 045	-1 045 ~1 045	0 ~1 345

# 4 样机设计

424

根据 1.8 m 口径天线座架结构和运动设计需 求,开展混联天线机构三维模型绘制和物理样机 设计。混联天线机构各条支链需要带动天线运 动,同时对极化转动机构及天线反射面起支撑作 用。图 12 给出了混联天线机构传动支链结构图。 极化转动机构作用是带动天线反射面绕自身轴线 转动,图 13 给出了极化转动机构结构图。

图 12 为上/下支链包含上/下支链 1 和上/下支



链 2,通过转动轴承组成转动副。如图 13 所示,极 化转动机构包含驱动电机、转盘轴承和小齿轮,驱动 电机带动小齿轮带动转盘轴承转动,进而驱动反射 面实现绕法向轴线的极化转动。基于混联天线机构 样机静力学及仿真和关键部件设计,开展机构部件 的选型、加工和装配。1.8 m 口径混联天线机构 1:1 等比例物理样机如图 14 所示。



# 5 结论

(1)以 3-R(RRR)R 并联机构为基础构建 3-R(RRR)R+R四自由度混联天线机构,该混联天 线机构能够适应反射面俯仰运动、方位运动以及天 线反射面绕轴线转动的需求。混联天线机构满足天 线运动功能要求。

(2)基于螺旋理论对混联天线机构进行静力学 分析,获得了俯仰角范围为0°~90°、方位角范围为



图 14 混联天线机构物理样机 Fig. 14 Physical prototype of hybrid antenna mechanism

0°~360°时的驱动关节力矩值,运用有限元软件得 到了机构俯仰角为45°和90°时的整体变形,获得俯 仰角为45°和90°时机构的固有频率。

(3)进行了混联天线机构的运动仿真,获得了 俯仰角范围为0°~90°和方位角范围为0°~360°的 运动包络空间图。对混联天线机构关键零部件进 行结构设计,设计了四自由度混联天线机构物理 样机。

参考文献

- [1] KRAUS J D, MARHEFKA R J. Antennas for all applications [M]. McGraw-Hill, 2003: 1-9.
- [2] ARTEMENKO Y N, VESTROV E E, KORENOVSKII V V, et al. Method for the synthesize of parallel-structure mechanisms for orientating a space telescope antenna[J]. Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2012, 41(4): 265 - 269.
- [3] KOCH P M, KESTEVEN M, NNSHIOKA H, et al. The AMiBA hexapod telescope mount[J]. Astrophysical Journal, 2009, 694(2): 1670-1684.
- [4] 姚蕊,李庆伟,孙京海,等. FAST 望远镜馈源舱精度分析研究[J]. 机械工程学报, 2017, 53(17): 36-42.
   YAO Rui, LI Qingwei, SUN Jinghai, et al. Accuracy analysis on focus cabin of FAST[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(17): 36-42. (in Chinese)
- [5] 侯雨雷,段艳宾,窦玉超,等. 65m 射电望远镜天线副面调整机构标定研究[J]. 中国机械工程, 2013, 24(24): 3318-3322, 3328.

HOU Yulei, DUAN Yanbin, DOU Yuchao, et al. Calibration of adjusting mechanism for subreflector of a 65 meters radio telescope[J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(24): 3318 - 3322, 3328. (in Chinese)

 [6] 李建军,段艳宾,曾达幸,等. 65 米射电望远镜天线并联式副面调整机构动力学仿真研究[J].系统仿真学报,2014, 26(5):1040-1046,1070.

LI Jianjun, DUAN Yanbin, ZENG Daxing, et al. Study on dynamics simulation of parallel adjusting mechanism for sub-reflector of 65m antenna[J]. Journal of System Simulation, 2014, 26(5): 1040 - 1046, 1070. (in Chinese)

[7] 侯雨雷,张国兴,侯荣伟,等.基于旋量的风载作用 3-RSR 并联天线机构动力学建模[J].振动与冲击,2020,39(19): 174-181.

HOU Yulei, ZHANG Guoxing, HOU Rongwei, et al. Dynamic modeling of 3-RSR parallel antenna mechanism under wind load based on screw theory[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(19): 174 - 181. (in Chinese)

[8] 侯雨雷,赵亚杰,周治宇,等.3-RSR/SP 并联车载天线机构运动及力学特性分析[J].中国机械工程,2017,28(23): 2799-2808.

HOU Yulei. ZHAO Yajie, ZHOU Zhiyu, et al. Kinematic and mechanics characteristic analysis of 3-RSR/SP parallel vehicleborne antenna mechanisms[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(23): 2799 - 2808. (in Chinese)

[9] 杨彦东,周治宇,邓云蛟,等. 3-RSR 型并联车载天线机构动力学优化与仿真[J].中国机械工程,2019,30(10):1219-1225,1232.

YANG Yandong, ZHAO Zhiyu, DENG Yunjiao, et al. Dynamics optimization and simulation of 3-RSR parallel vehicle-borne antenna mechanisms[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(10): 1219-1225, 1232. (in Chinese)

 [10] 邓云蛟,段艳宾,李建军,等.基于工作空间的混联式极化天线机构参数化设计及其力学分析[J].机械工程学报,2020, 56(18):38-41.
 DENC Yuniias DUAN Yanhin II Jianiun et al. Parametria design of hybrid relarization antenna mechanism based on

DENG Yunjiao, DUAN Yanbin, LI Jianjun, et al. Parametric design of hybrid polarization antenna mechanism based on workspace and its mechanical analysis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(18): 38-41. (in Chinese)

- [11] 郭金伟,许允斗,张国兴,等.四面体式折展机械臂构型设计与分析[J/OL].农业机械学报,2020,51(9):384-389. GUO Jinwei, XU Yundou, ZHANG Guoxing, et al. Configuration design and analysis of the deployable mechanical arm[J/ OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020,51(9):384-389. http://www.j-csam.org/ jcsam/ch/reader/view\_abstract.aspx? flag = 1&file\_no = 20200944&journal\_id = jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298. 2020.09.044. (in Chinese)
- [12] XU Yundou, GUO Jinwei, GUO Luyao, et al. Design and analysis of a truss deployable antenna mechanism based on a 3UU 3URU unit [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2019, 32(12): 2743 – 2754.
- [13] GUO Jinwei, ZHAO Yongsheng, XU Yundou, et al. A novel modular deployable mechanism for the truss antenna: assembly principle and performance analysis[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 105: 105976(1-15).
- [14] 郭金伟,许允斗,刘文兰,等.基于四面体单元的新型可展机构自由度分析[J].机械工程学报,2019,55(12):9-18.
   GUO Jinwei, XU Yundou, LIU Wenlan, et al. Mobility analysis of novel deployable mechanism based on tetrahedral element [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(12):9-18. (in Chinese)
- [15] HAN Bo, XU Yundou, YAO Jiantao, et al. Design and analysis of a scissors double-ring truss deployable mechanism for space antennas[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 93: 105357.
- [16] 韩博,许允斗,姚建涛,等. 双层环形桁架可展天线机构运动特性与动力学分析[J]. 兵工学报, 2020, 41(4): 810-821.
   HAN Bo, XU Yundou, YAO Jiantao, et al. Kinematic characteristics and dynamics analysis of a double-ring truss deployable antenna mechanism[J]. Acta Armamentrall, 2020, 41(4): 810-821. (in Chinese)
- [17] 赵永生,许允斗,姚建涛,等.一种过约束并联机构受力分析的方法[J].中国机械工程,2014,25(6):711-717.
   ZHAO Yongsheng, XU Yundou, YAO Jiantao, et al. A force analysis method for overconstrained parallel mechanisms[J].
   China Mechanical Engineering, 2014, 25(6):711-717. (in Chinese)
- [18] 沈惠平,许正骁,许可,等. 低耦合度且部分解耦的 3T1R 并联机构设计与分析[J/OL]. 农业机械学报,2019,50(2): 373-383,419.

SHEN Huiping, XU Zhengxiao, XU Ke, et al. Design and analysis for partially decoupled 3T1R parallel mechanism with low coupling degree [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(2): 373 - 383, 419. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\_abstract.aspx? flag = 1&file\_no = 20190243&journal\_id = jcsam. DOI: 10. 6041/j.issn.1000-1298.2019.02.043. (in Chinese)

[19] 畅博彦,李晓宁,金国光,等.具有整周回转能力的 3T1R 并联机构运动学分析[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(7): 406-416.

CHANG Boyan, LI Xiaoning, JIN Guoguang, et al. Kinematics analysis of novel 3T1R parallel manipulator with full rotational capability[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(7): 406-416. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\_abstract. aspx? flag = 1&file\_no = 20190745&journal\_id = jcsam. DOI: 10.6041/j.issn. 1000-1298.2019.07.045. (in Chinese)

[20] 叶伟,李秦川,张克涛. 一种运动部分解耦的 2R2T 并联机构运动学与性能分析 [J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(1): 381-389.

YE Wei, LI Qinchuan, ZHANG Ketao. Kinematics and performance analysis of 2R2T parallel manipulator with partially decoupled motion[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(1): 381 – 389. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\_abstract.aspx? flag = 1&file\_no = 20190143&journal\_id = jcsam. DOI: 10.6041/j. issn. 1000-1298.2019.01.043. (in Chinese)

- [21] SUN Tao, WU Hao, LIAN Binbin, et al. Stiffness modeling, analysis and evaluation of a 5 degree of freedom hybrid manipulator for friction stir welding[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2016: 0954406216668911.
- [22] LI Qinchuan, XU Lingmin, CHEN Qiaohong, et al. Analytical elastostatic stiffness modeling of overconstrained parallel manipulators using geometric algebra and strain energy[J]. Journal of Mechanisms & Robotics, 2019,11(3):1-14.
- [23] CAO Wenao, DING Huafeng, ZHU Weiguo. Stiffness modeling of overconstrained parallel mechanisms under considering gravity and external payloads[J]. Mechanism & Machine Theory, 2019, 135: 1-16.
- [24] GUO R J, ZHAO J S. Topological principle of strengthened connecting frames in the stretchable arm of an industry coating robot[J]. Mechanism & Machine Theory, 2017, 114: 38 - 59.
- [25] YANG Chao, LI Qinchuan, CHEN Qiaohong, et al. Elastostatic stiffness modeling of overconstrained parallel manipulators [J]. Mechanism & Machine Theory, 2018, 122: 58-74.