

三平移机构设计与运动学符号解及性能评价

沈惠平 吉 昊 许正骁 杨廷力
(常州大学现代机构学研究中心, 常州 213016)

摘要: 根据基于方位特征(POC)方程的并联机构拓扑结构设计理论和方法,设计一种具有正向位置符号解且具有部分运动解耦性的新型三平移(3T)并联机构。首先,对其进行拓扑特性分析,得到方位特征集(POC)、自由度(DOF)、耦合度(κ)等主要拓扑特征值;其次,根据提出的基于拓扑特征的正向运动学建模原理,求出机构的正向位置符号解;根据推导的逆解公式,求解该机构的工作空间;基于旋量理论求解各支链传递力旋量与输出运动旋量,得到机构运动/力传递性能指标,并分析相关的奇异位型;最后,利用局部传递指标评价了机构距离奇异位型的远近。

关键词: 三平移; 解析正解; 工作空间; 性能指标; 奇异分析

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2020)09-0397-11 OSID: 

Design, Kinematic Symbolic Solution and Performance Evaluation of New Three Translation Mechanism

SHEN Huiping JI Hao XU Zhengxiao YANG Tingli
(Research Center for Advanced Mechanism Theory, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

Abstract: According to the topology design theory and method of parallel mechanism (PM) based on position and orientation characteristic (POC) equations, a new type of three translation (3T) PM with symbolic positive position solutions and partial motion decoupling was designed. Firstly, its topological characteristics were analyzed, and the values of its main topological features, such as POC, DOF and κ , were obtained. Secondly, the symbolic positive position solutions of the PM were obtained according to the positive kinematics modeling principle based on topological characteristics proposed by the authors. The correctness of the positive position solution was verified by the numerical model. The inverse position solution was solved and verified, The workspace of the PM was solved based on the inverse solution formula. Furthermore, the screw theory was used to solve the transmission wrench screw and the output twist screw of each branch chain. The kinematic/force transmission performance index of the mechanism were solved. The curves of input transmission index (LTI), output transmission index (OTI) and local transmission index were drawn by Matlab, According to the expression of the reciprocal product of the input twist screw and the transmission wrench screw, the expression of the output twist screw and the transmission wrench screw, and linearly independent numbers of three constraint wrench screw, the singular configuration of the mechanism was analyzed. Finally, according to the curve of LTI, the distance between each point in the workspace and the singular configuration was evaluated.

Key words: 3T; symbolic positive position solution; workspace; performance index; singularity analysis

0 引言

三平移(3T)并联机构具有少自由度机构独有的结构紧凑、控制容易、造价低等优点,具有良好的工程应用前景^[1-4]。

目前,已有许多国内外学者对其展开了研究。1988年,CLAVEL^[5]设计了著名的Delta机构,此后,一些学者提出了相应的类Delta^[6-8]机构;KONG等^[9]设计了一种新型的3-CRR机构,其特点在于不存在明显的奇异位置;李仕华等^[10]设计了一种

3-RRUR型3平移机构;杨廷力等^[11-12]基于POC理论设计了多种新型3T机构,并分析了它们的拓扑特性;ZENG等^[13]设计了一种三平移Tri-pyramid并联机构,分析了该机构的工作空间等特性;MAHMOOD等^[14]设计了一种3-[P2(US)]的3T机构,分析了该机构的灵巧度等特性;李坤全等^[15]以3-RPRP并联机构为原型,设计了一种全柔性并联机构;毛鹏飞^[16]研究了不同分支的三平移并联机构;杜康等^[17]研究了基于POC方程的三平移并联机构拓扑结构设计方法;贾明星^[18]研究了3-RRC机构的运动和力传递性能,并分析了不同的支链布置方法及驱动关节对传递性能的影响;韩帅帅^[19]以3-CPR机构为模板,提出了5种新机构,并对其进行分析;朱伟等^[20]设计了一种弱耦合2RRP_aR+PP_aP三平移操作机器人机构,并分析其主要拓扑特征;叶海燕等^[21]提出了空间曲线三平移机构的型综合及分类方法;孙驰宇等^[22]对(RPa||3R)2R+RPa型三平移机构进行刚度建模及分析。

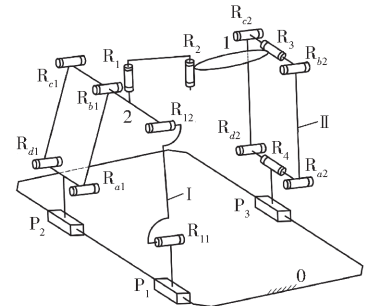
文献[23]设计了一种新型3T机构,与上述大多数三平移机构类似,该机构并不具有正向位置符号解,这使得该机构的误差分析、动力学分析和尺度综合较为复杂。一般地,机构位置正解的形式有解析解、数值解,而解析解包括封闭解、符号解。其中,位置符号解对运动学和动力学性能分析最方便,因为可以用输入量表示全局奇异位形方程,进而进行操作度的性能评估及结构参数的全域优化;较易建立运动学误差模型,并进行影响因素的敏感度分析;计算工作空间方便、高效、准确;动力学建模方便、高效。然而,目前具有正向位置符号解的并联机构还较少。

本文根据基于方位特征方程(Position and orientation characteristics, POC)的并联机构拓扑结构设计理论和方法,设计一种具有正向位置符号解的新型三平移(3T)并联机构。分析该机构的POC集、自由度及耦合度($\kappa=0$)等拓扑特征,对其进行运动学位置建模与分析,求得该机构位置正解符号表达式,基于逆解表达式推导该机构的工作空间;根据并联机构运动/力传递性能指标^[24]对该机构进行运动/力性能分析,即基于螺旋理论求得各支链传递力旋量与约束力旋量,求得该机构各支链的输入传递指标、输出传递指标与局部传递指标表达式,得到两种指标曲线分布图;根据约束力旋量与输入、输出运动旋量的互易积,以及传递力旋量与输入、输出运动旋量的互易积等分析机构的奇异位型;最后,根据局部传递指标曲线评价机构距离奇异位型的远近。

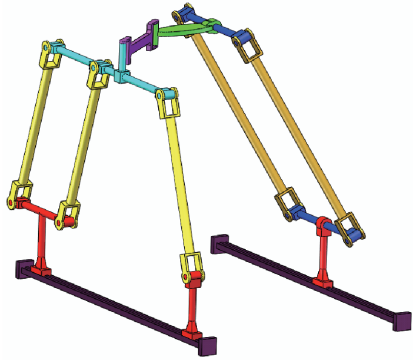
1 机构拓扑设计及分析

1.1 机构设计

本文设计的具有正向位置符号解的3T并联机构如图1所示,定平台0(导轨)与动平台1之间通过两条混合支链I、II连接。



(a) 机构运动简图



(b) 机构三维模型图

图1 具有正向位置符号解的3T并联机构

Fig. 1 3T parallel mechanism with forward position symbol solution

混合支链I由移动副 P_1 、 P_2 ，平行四边形副 Pa_1 ，转动副 R_{11} 、 R_{12} 、 R_1 及 R_2 组合而成。其中，移动副 P_1 与定平台上的一侧导轨相连,然后,与轴线平行的转动副 R_{11} 、 R_{12} 依次串联,组成子链 SOC_1 ;移动副 P_2 与移动副 P_1 安装于同一导轨上,平行四边形副 Pa_1 与之串联,组成子链 SOC_2 ,再将2条子链 SOC_1 和 SOC_2 ,以 R_{12} 、 R_{b1} 、 R_{c1} 共线的方式组成一个子并联机构(Sub-PM),而Sub-PM中所有转动副轴线平行于定平台0所在平面;最后,将2个轴线平行且垂直于定平台0平面的转动副 R_1 、 R_2 与Sub-PM串联组成混合支链I,且混合支链I通过转动副 R_2 与动平台相连。

混合支链II由移动副 P_3 、平行四边形副 Pa_2 、转动副 R_3 、 R_4 组成,其中,移动副 P_3 与定平台上的另一侧导轨相连;然后,再与平行四边形副 Pa_2 串联,转动副 R_3 、 R_4 分别位于平行四边形副两条短边的中点,支链II通过转动副 R_3 与动平台1相连接。

1.2 并联机构拓扑分析

1.2.1 POC计算

机构的POC方程计算公式^[11]为

$$M_{bi} = \bigcup_{i=1}^m M_{ji} \tag{1}$$

$$M_{Pa} = \bigcap_{i=1}^n M_{bi} \tag{2}$$

式中 M_{ji} ——第 i 个运动副的 POC 集
 M_{bi} ——第 i 条支链末端的 POC 集
 M_{Pa} ——机构动平台的 POC 集

混合支链 I (HSOC₁) 由支链 { P₁ - R₁₁ || R₁₂ - } 与等效支链 { - P₂ - Pa₁^(4R) - } 组成子并联机构后, 再串联子串 { R₁ || R₂ } 而成。

混合支链 II (HSOC₂) 由等效支链 { - P₃ - Pa₂^(4R) - } 与子串 { - R₄ - R₃ - } 串联而成。

在求解 HSOC₁ 的 POC 集时, 首先, 确定支链 { P₁ ⊥ R₁₁ || R₁₂ - } 与等效支链 { - P₂ - Pa₁^(4R) - } 组成的子并联机构上 p 点 (图 2) 的 POC 集, 由式 (1)、(2) 可得 p 点的 POC 集为

$$\left\{ \left[\begin{matrix} t^2 \\ r^0 \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^2 \\ r^1 (\parallel R_{11}) \end{matrix} \right] \right\} = \left[\begin{matrix} t^2 \\ r^0 \end{matrix} \right]$$

因此, 子并联机构输出构件 (p 点) 的运动为 YOZ 平面内的两维平动。

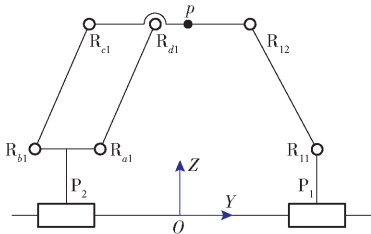


图 2 HSOC₁ 中的子并联机构

Fig. 2 Sub parallel mechanism in HSOC₁

由式 (1) 求得第 I 条 HSOC₁ 的 POC 集为

$$M_I =$$

$$\left\{ \left[\begin{matrix} t^2 \\ r^0 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^1 (\parallel R_1) \\ r^1 (\parallel R_1) \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^1 (\parallel R_2) \\ r^1 (\parallel R_2) \end{matrix} \right] \right\} = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1 (\parallel R_2) \end{matrix} \right]$$

同理, 由式 (1) 求得第 II 条 HSOC₂ 的 POC 集为

$$M_{II} = \left(\left[\begin{matrix} t^1 (\parallel P_3) \\ r^0 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^1 (\parallel \diamond Pa_2^{(4R)}) \\ r^0 \end{matrix} \right] \right) \cup \left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_3) \\ r^1 (\parallel R_3) \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1 (\parallel R_3) \end{matrix} \right]$$

于是, 由式 (2) 求得机构的 POC 集为

$$M_{Pa} = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1 (\parallel R_2) \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1 (\parallel R_1) \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^0 \end{matrix} \right]$$

因此, 动平台 1 具有三维平移的输出特性。

1.2.2 自由度计算

并联机构的全周 DOF 计算式^[11]为

$$\sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = \dim. \left\{ \left(\bigcap_{i=1}^j M_{bi} \right) \cup M_{b(j+1)} \right\} \tag{3}$$

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} \tag{4}$$

其中 F ——机构自由度
 f_i ——第 i 个运动副自由度
 m ——运动副数
 v ——独立回路数 n ——构件数
 ξ_{L_j} ——第 j 个独立回路的独立位移方程数
 $\bigcap_{i=1}^j M_{bi}$ ——前 j 条支链组成的子并联机构 POC 集
 $M_{b(j+1)}$ ——前 $j+1$ 条支链末端构件的 POC 集

HSOC₁ 中的子并联机构 (回路部分) 为第 1 独立回路, 记为 Loop₁ { P₁ ⊥ R₁₁ || R₁₂ - Pa₁^(4R) - P₂ }。

由式 (3) 可得第 1 回路的独立位移方程数 ξ_{L_1} 为

$$\xi_{L_1} = \dim \left\{ \left[\begin{matrix} t^2 \\ r^0 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^2 \\ r^1 (\parallel R_{11}) \end{matrix} \right] \right\} = \dim \left\{ \left[\begin{matrix} t^2 \\ r^1 (\parallel R_{11}) \end{matrix} \right] \right\} = 3$$

由式 (4) 求得第 1 个子并联机构的自由度为

$$F_I = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = 5 - 3 = 2$$

混合支链 I 剩余的支链 { R₁ || R₂ } 与混合支链 II 构成第 2 回路, 记为 Loop₂ : { - R₁ || R₂ ⊥ R₃ - Pa₂^(4R) - R₄ - P₃ - }。

由式 (3) 可得其独立位移方程数 ξ_{L_2} 为

$$\xi_{L_2} = \dim \left\{ \left[\begin{matrix} t^2 \\ r^0 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^2 (\parallel \diamond (R_1, R_3)) \end{matrix} \right] \right\} = 5$$

由式 (4) 求得机构的自由度为

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = (5 + 6) - (3 + 5) = 3$$

因此, 该机构的自由度为 3, 取机架上的 P₁、P₂、P₃ 副为驱动输入时, 机构动平台 1 可实现三平移输出。

1.2.3 耦合度计算

由基于单开链 (SOC) 的机构组成原理^[11] 知, 任一机构可分解为约束度为正、零、负的 3 种有序单开链 (SOC), 第 j 个 SOC 的约束度定义为

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m_j} f_i - I_j - \xi_{L_j} \Rightarrow \begin{cases} \Delta_j^- = -5, -4, -3, -2, -1 \\ \Delta_j^0 = 0 \\ \Delta_j^+ = 1, 2, 3, 4, 5 \end{cases} \tag{5}$$

式中 m_j ——第 j 个 SOC 的运动副数
 I_j ——第 j 个 SOC 的驱动副数

进一步,一组有序的 v 个 SOC 可划分成一个独立回路数为 v 的最小子运动链 (Sub kinematics chain, SKC), 它仅含一个零自由度 BKC (Basic kinematics chain); 对一个 SKC 而言,需

$$\sum_{j=1}^v \Delta_j = 0$$

因此,耦合度为

$$\kappa = \Delta_j^+ = |\Delta_j^-| = \frac{1}{2} \min \left(\sum_{j=1}^v |\Delta_j| \right) \quad (6)$$

其中, $\min \left(\sum_{j=1}^v |\Delta_j| \right)$ 表示将 SKC 分解为 v 个 SOC (Δ_j), 有多种分配方案,取 $\sum |\Delta_j|$ 值为最小者。

κ 的物理意义在于揭示机构回路运动变量之间的关联、依赖程度; κ 越大,机构的耦合程度越高,运动学、动力学的分析越复杂。

由式(5)求得第 1、2 回路的约束度分别为

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^m f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 5 - 2 - 3 = 0$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^m f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 6 - 1 - 5 = 0$$

因此,该机构包含 SKC₁ 和 SKC₂, 其耦合度由式(6)求得为

$$\kappa_1 = \kappa_2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = 0$$

该机构的位置求解可转换为对这两个 SKC 的位置求解,且由于它们的耦合度为 0,无需设立虚拟变量,其位置正解可分别独立求解。

2 位置正、逆解分析

2.1 坐标系建立和参数标注

如图 3 所示,在静平台 0 上建立 OXYZ 坐标系, O 为移动副 P_1 、 P_2 所在导轨的中点, X 轴垂直于导轨方向所在直线, Y 轴与导轨方向所在直线重合。

在动平台 1 上建立 $oxyz$ 坐标系, o 为直线 D_3C_3 的中点, x 轴与直线 D_3C_3 重合, y 轴与直线 D_3C_3 垂直; 而 Z 、 z 轴分别由右手法则确定。

静平台 0 两条导轨之间的间距为 M ; 动平台上, D_3C_3 的长度为 m , 连接驱动副的 3 根连杆长度相等, 即 $l_{A_1B_1} = l_{A_2B_2} = l_{A_3B_3} = l_1$; 平行四边形副 Pa_1 长边长度为 l_3 , 短边长度为 $2l_2$; 杆 $l_{B_1C_1}$ 的长度 l_3 , $l_{C_1D_1} = l_{C_2D_1} = l_1 + l_4$, 杆件 $l_{D_1D_2}$ 的长度为 t , 杆 $l_{D_2D_3}$ 的长度为 l_5 , 平行四边形副 Pa_2 长边长度为 l_6 。

设驱动副 P_1 、 P_2 、 P_3 (图 3 中 A_1 、 A_2 、 A_3) 与原点的距离分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 。

2.2 正向位置符号解求解

位置正解求解为: 已知驱动副的行程 S_1 、 S_2 、 S_3 ,

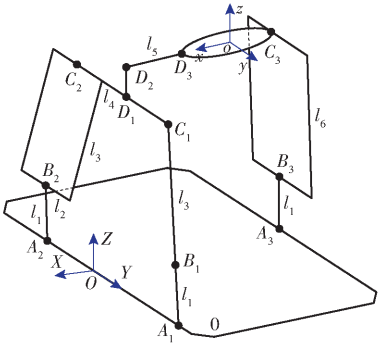


图 3 机构参数标注及坐标系设定
Fig. 3 Mechanism parameter annotation and coordinate system setting

求解动平台 o 的坐标 (x, y, z) 。

在静坐标系中,易知点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 B_1 、 B_2 、 B_3 的坐标分别为: $A_1 = (0, S_1, 0)$ 、 $B_1 = (0, S_1, l_1)$ 、 $A_2 = (0, S_2, 0)$ 、 $B_2 = (0, S_2, l_1)$ 、 $A_3 = (-M, S_3, 0)$ 、 $B_3 = (-M, S_3, l_1)$ 。

2.2.1 SKC₁ 的位置求解

SKC₁ 即第 1 回路 $\{P_{11} \perp R_{11} \parallel R_{12} - Pa_1^{(4R)} - P_2\}$, 图 3 中的回路 $\{A_1 - B_1 - C_1 - D_1 - C_2 - B_2 - A_2\}$ 。设点 D_1 的坐标为 $(0, y_{D_1}, z_{D_1})$, 杆件 C_1C_2 的运动为 YOZ 平面内的两维平移, 则点 C_1 和点 C_2 的坐标分别为 $C_1 = (0, y_{D_1} - (l_2 + l_2), z_{D_1})$, $C_2 = (0, y_{D_1} + (l_2 + l_2), z_{D_1})$ 。

由几何约束条件 $l_{B_1C_1} = l_{B_2C_2} = l_3$, 列出两个位置方程, 求得: 当 $S_1 - S_2 \neq 2(l_2 + l_4)$ 时, 点 D_1 坐标为

$$\begin{cases} y_{D_1} = \frac{S_1 + S_2}{2} \\ z_{D_1} = l_1 + \sqrt{l_3^2 - \left[\frac{S_1 - S_2 - 2(l_2 + l_4)}{2} \right]^2} \end{cases}$$

其中, 另一 z_{D_1} 值使构型发生干涉, 舍去。

当 $S_1 - S_2 = 2(l_2 + l_4)$ 时, 子并联机构发生奇异, 失去 Z 方向的自由度, 奇异位型如图 4 所示。

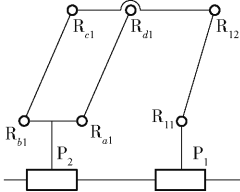


图 4 奇异位型
Fig. 4 Singular configuration

2.2.2 SKC₂ 的位置求解

SKC₂ 即第 2 回路 $\{R_1 \parallel R_2 - R_3 - Pa_2^{(4R)} - R_4 - P_3\}$, 图 3 中的回路 $\{D_2 - D_3 - C_3 - B_3 - A_3\}$ 。设动平台 1 中点 o 的坐标为 (x, y, z) , 因动平台 1 作三维平移, 则点 C_3 和点 D_3 的坐标分别为 $(x - m, y, z)$ 、 $(x + m, y, z)$ 。

由点 D_1 的坐标可得点 D_2 的坐标为 $(0, y_{D_1}, z_{D_1} + t)$ 。

由几何约束条件 $l_{D_2D_3} = l_5$ 及 $l_{B_3C_3} = l_6$, 求得

$$\begin{cases} x = F_4 - \frac{F_5 H_2 \pm F_5 \sqrt{H_2^2 - 4 H_1 H_3}}{2 H_1} \\ y = \frac{H_2 \pm \sqrt{H_2^2 - 4 H_1 H_3}}{2 H_1} \\ z = l_1 + t + \sqrt{l_3^2 - \left[\frac{S_1 - S_2 - 2(l_2 + l_4)}{2} \right]^2} \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} H_1 &= F_5^2 + 1 \\ H_2 &= 2 F_4 F_5 + 2 m F_5 + 2 y_{D_1} \\ H_3 &= F_4^2 + m^2 + 2 m F_4 + y_{D_1}^2 - l_5^2 \\ F_1 &= 4 m - 2 M \quad F_2 = 2(S_3 - y_{D_1}) \\ F_3 &= l_5^2 - E + (M - m)^2 - m^2 - y_{D_1}^2 + S_3^2 \\ F_4 &= F_3 / F_1 \quad F_5 = F_2 / F_1 \\ E &= l_6^2 - (z_{D_1} + t - l_1)^2 \end{aligned}$$

式(7)即为该机构的正向位置符号解,可表示为

$$\begin{cases} x = f(S_1, S_2, S_3) \\ y = f(S_1, S_2, S_3) \\ z = f(S_1, S_2) \end{cases} \quad (8)$$

由式(8)知,该机构具有输入-输出运动部分解耦性,这有利于该机构的轨迹规划和运动控制。

2.3 位置逆解求解及验证

位置逆解的求解为:已知动平台上点 o 的坐标 (x, y, z) , 求解驱动副的行程 S_1, S_2, S_3 。

在动坐标系 $oxyz$ 中,由动平台上点 o 的坐标可得点 C_3 和点 D_3 的坐标分别为 $(x - m, y, z)$ 、 $(x + m, y, z)$ 。

设点 D_2 的坐标为 $(0, y_{D_2}, z)$ 。由几何约束 $l_{D_2D_3} = l_5$, 可得

$$y_{D_2} = y \pm \sqrt{l_5^2 - (x + m)^2}$$

设点 D_1 的坐标为 $(0, y_{D_1}, z - t)$ 。在 SKC_1 中,由几何约束 $l_{B_1C_1} = l_{B_2C_2} = l_3$, 求得移动副 P_1, P_2 的行程 S_1, S_2 分别为

$$\begin{cases} S_1 = \pm \sqrt{l_3^2 - (z - t - l_1)^2} + (l_2 + l_4) + y_{D_1} \\ S_2 = \mp \sqrt{l_3^2 - (z - t - l_1)^2} - (l_2 + l_4) + y_{D_1} \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可知, S_1, S_2 各有 2 组解。因此,有 $2 \times 2 = 4$ 种反解;其中,有 2 种会导致机构发生图 4 所示奇异,不可取。因此,机构的动平台位置确定时,机构驱动副输入 S_1, S_2 只有 2 组解。

在 SKC_2 中,由几何约束 $l_{B_3C_3} = l_6$, 求得移动副 P_3 的行程 S_3 为

$$S_3 = y \pm \sqrt{l_6^2 - (z - l_1)^2 - (x - m + M)^2} \quad (10)$$

式(9)、(10)即为该机构的位置逆解解析式。

由此可知,机构的驱动副输入 S_3 有 2 组解,而 S_1, S_2 有 2 组解。因此,机构存在 4 种构型。

设机构各杆件杆长分别为: $l_1 = 55 \text{ mm}$, $l_2 = 40 \text{ mm}$, $l_3 = 160 \text{ mm}$, $l_4 = 35 \text{ mm}$, $l_5 = 80 \text{ mm}$, $l_6 = 200 \text{ mm}$, $m = 30 \text{ mm}$, $M = 200 \text{ mm}$, $t = 20 \text{ mm}$ 。取 3 个移动副的输入分别为: $S_1 = 120 \text{ mm}$, $S_2 = -100 \text{ mm}$, $S_3 = 0 \text{ mm}$ 。将上述数值代入式(7)中,求得机构位置正解数值如表 1 所示。

表 1 机构位置正解

Tab. 1 Positive position solution of mechanism mm

序号	x	y	z
1	-94.521 2	57.297 1	231.124 9
2	-87.143 7	-45.987 4	231.124 9

取表 1 中的第 1 行数据,代入式(9)、(10)中,求得逆解数值如表 2 所示。

表 2 机构位置逆解

Tab. 2 Inverse position solution of mechanism mm

序号	S_1	S_2	S_3
1	120.000 2	-100.000 2	0.000 1
2	120.000 2	-100.000 2	114.594 3
3	49.999 8	-29.999 8	0.000 1
4	49.999 8	-29.999 8	114.594 3

结果表明,表 2 中第 1 组值与机构设定的驱动输入 ($S_1 = 120 \text{ mm}$, $S_2 = -100 \text{ mm}$, $S_3 = 0 \text{ mm}$) 一致;验证了机构正逆解公式的正确性。

3 工作空间分析

并联机构的工作空间是在考虑杆件的干涉、移动副的行程限制、转动副或球副的转角等限制条件下,动平台上某一选定点的运动范围。

为获得该机构的工作空间,选取 2.3 节定义的杆长参数,设定的限制因素分别为:平行四边形副的转角为 $15^\circ \sim 165^\circ$, 移动副行程范围 $-600 \sim 600 \text{ mm}$, 且 S_2 始终小于 S_1 。采用极限边界搜索法,由 Matlab 软件绘制得到该并联机构的三维工作空间如图 5 所示,工作空间在 XY, XZ 截面上的视图如图 6 所示。

由图 6 可知,当 3 个驱动副行程范围有限时,该机构的部分工作空间具有 Y 轴方向各向同性,即为图 6a 黑色线框内部工作空间。在该机构后续的性能分析中,显然,需要重点研究机构在该部分工作空间中的性能。为方便叙述,将该部分工作空间命名为规则实用工作空间。

由于该机构为移动副驱动,所以当导轨长度扩大时,工作空间也会随之扩大。因此,该机构不仅适

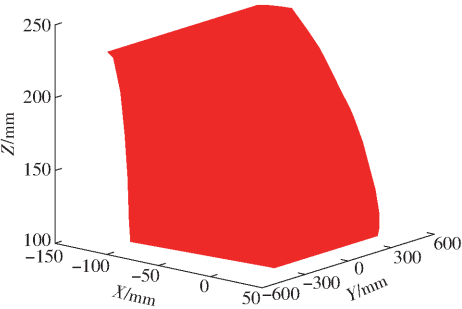


图5 工作空间的三维视图
Fig. 5 3D view of workspace

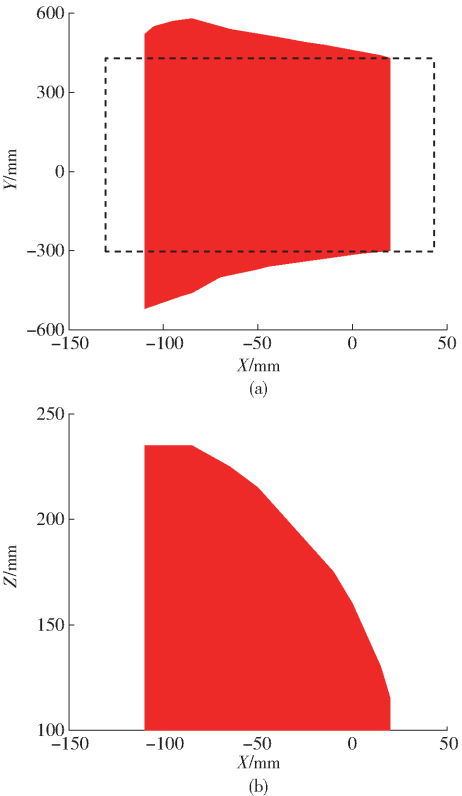


图6 工作空间在XY、XZ 截面上的视图
Fig. 6 Views of workspace on XY and XZ sections

用于小范围内的三平移精密操作,也能用于沿导轨方向的大范围内的工件搬运、抓取、喷涂等操作。

4 性能指标的分析与计算

并联机构的性能分析是为了评判机构在工作空间中是否具有良好的可操作性。基于文献[24]提出的性能指标,评价该3T机构的输入端和输出端的运动/力传递性能。首先,基于螺旋理论求解了该机构各支链的输入传递指标(Input transmission index, ITI)和输出传递指标(Output transmission index, OTI)的表达式,然后,利用Matlab绘制机构在规则实用工作空间XZ截面的输入传递与输出传递指标曲线。

4.1 性能指标的定义

文献[24]提出的几种性能指标的定义如下:

第*i*个传递力旋量的输入传递指标为

$$\lambda_i = \frac{|\$T_i \circ \$I_i|}{|\$T_i \circ \$I_i|_{\max}} \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \quad (11)$$

式中 *n*——支链数目

$\$T_i$ ——分支*i*的传递力旋量

$\$I_i$ ——分支*i*的输入运动旋量

第*i*个传递力旋量的输出传递指标为

$$\eta_i = \frac{|\$T_i \circ \$O_i|}{|\$T_i \circ \$O_i|_{\max}} \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \quad (12)$$

式中 $\$O_i$ ——分支*i*的输出运动旋量

为了整体评价机构输入端的运动传递性能,定义机构的输入传递指标为

$$\gamma_I = \min \{ \lambda_i \} = \min_i \left\{ \frac{|\$T_i \circ \$I_i|}{|\$T_i \circ \$I_i|_{\max}} \right\} \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \quad (13)$$

为了整体评价机构输出端的运动传递性能,定义机构的输出传递指标为

$$\gamma_O = \min \{ \eta_i \} = \min_i \left\{ \frac{|\$T_i \circ \$O_i|}{|\$T_i \circ \$O_i|_{\max}} \right\} \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \quad (14)$$

定义并联机构整体的传递指标为局部传递指标(Local transmission index, LTI) γ , 有

$$\gamma = \min \{ \gamma_I, \gamma_O \} \quad (15)$$

4.2 性能指标求解

借助螺旋理论,首先,分别求解2条支链的传递力旋量与输入、输出运动旋量。然后,根据式(11)~(15),求解该机构的性能指标。

4.2.1 支链 I (HSOC₁) 传递力的求解

在坐标系 OXYZ 中,首先求出支链 I 中各运动副的旋量为

$$\begin{aligned} \$P_1 &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0) \\ \$P_2 &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0) \\ \$P_{a1} &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad l_3 \sin \alpha \quad -l_3 \cos \alpha) \\ \$R_1 &= (0 \quad 0 \quad 1 \quad H \quad 0 \quad 0) \\ \$R_2 &= (0 \quad 0 \quad 1 \quad H + l_5 \sin \theta \quad -l_5 \cos \theta \quad 0) \\ \$R_{11} &= (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad l_1 \quad -S_1) \\ \$R_{12} &= (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad l_1 + l_3 \sin \alpha' \quad -S_1 - l_3 \cos \alpha') \end{aligned}$$

其中

$$H = S_2 + l_2 + l_3 \cos \alpha + l_4$$

式中 α ——杆件 $R_{a1}R_{d1}$ 与 Y 轴正向的夹角(图7)

α' ——杆件 $R_{11}R_{12}$ 与 Y 轴正向的夹角

θ ——杆件 R_1R_2 与 X 轴正向的夹角

研究发现,由于杆长约束与拓扑约束, α' 与 α 存在特殊几何关系。即 $\alpha' = \pi - \alpha$ 或者 $\alpha' = \alpha$ (2.2.1节所述奇异位型),具体位型如图8所示。因为机构处于奇异位型下其局部传递指标为0,且该种奇

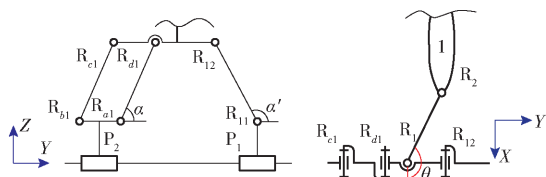


图7 支链 I 的角度表示

Fig.7 Angle marking of branch I

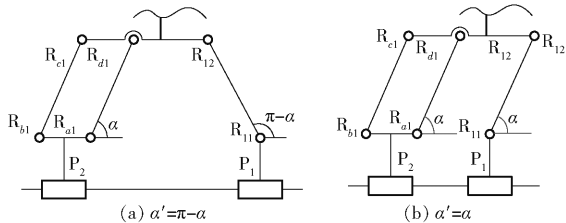


图8 子并联机构的两种构型

Fig.8 Two configurations of sub parallel mechanism

异在设定合适的输入条件下可以避免,因此,为分析方便,本节只研究 $\alpha' = \pi - \alpha$ 构型时机构的传递性能。

由 1.2.1 节可知,混合支链 I 末端作 3T1R 运动,其转动绕 Z 轴,则该支链的 2 个约束力旋量 (Constrained wrench screw, CWS) 分别为

$$\$_{c_{11}} = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$$

$$\$_{c_{12}} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)$$

根据文献 [24], 传递力旋量 (Transmission wrench screw, TWS) 为“刚化”驱动副后,与支链中其他所有运动副旋量互易积为 0,且与约束力旋量线性无关。因此,先后分别“刚化”驱动副 P_1 、 P_2 ,采用文献 [25] 提供的反螺旋求解方法,可求出该支链的两个传递力旋量为:

刚化驱动副 P_1 , 得到传递力旋量为

$$\$_{T_1} = (T_{11}, T_{12}, T_{13}; T_{14}, 0, T_{16})$$

其中

$$T_{11} = \cos\alpha\cos\theta \quad T_{12} = \cos\alpha\sin\theta$$

$$T_{13} = -\sin\alpha\sin\theta \quad T_{14} = -\sin\theta(l_1\cos\alpha + S_1\sin\alpha)$$

$$T_{16} = -H\cos\alpha\cos\theta$$

刚化驱动副 P_2 , 得到传递力旋量为

$$\$_{T_2} = (T_{21}, T_{22}, T_{23}; 0, 0, T_{26})$$

其中

$$T_{21} = T_{11} \quad T_{22} = T_{12} \quad T_{23} = \sin\alpha\sin\theta$$

$$T_{26} = -H\cos\alpha\cos\theta$$

因此,支链 I 的两个传递力旋量均为螺旋。

4.2.2 支链 II (HSOC₂) 传递力的求解

在坐标系 OXYZ 下,分别求得支链 II 包含的各运动副的运动螺旋为

$$\$_{P_3} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)$$

$$\$_{P_{a2}} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ l_3\sin\gamma_1 \ -l_3\cos\gamma_1\sin\beta)$$

$$\$_{R_3} = (0 \ 1 \ 0 \ -l_1 \ 0 \ M)$$

$$\$_{R_4} = (0 \ 1 \ 0 \ -l_1 - l_3\sin\gamma_1 \ 0 \ M + l_3\cos\gamma_1\cos\beta)$$

式中 γ_1 ——平行四边形副 Pa_2 与 XOY 平面的夹角
 β —— R_3R_4 在 XOY 平面的投影与 X 轴正向的夹角

具体角度标注如图 9 所示。

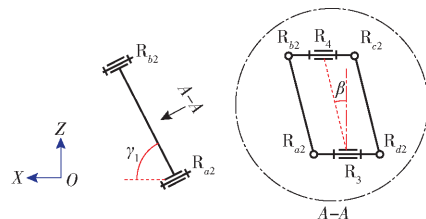


图9 支链 II 角度参数

Fig.9 Angle parameters of branch II

同样,支链 II 的运动也为 3T1R,转动方向为绕 Y 轴的转动,则该支链的 2 个约束力旋量分别为

$$\$_{c_{21}} = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$$

$$\$_{c_{22}} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$$

刚化驱动副 P_3 , 求得该支链的传递力旋量为

$$\$_{T_3} =$$

$$(\cos\gamma_1\cos\beta, \cos\gamma_1\sin\beta, \sin\gamma_1; 0, l_1\cos\gamma_1\cos\beta - M\sin\gamma_1, 0)$$

因此,支链 II 传递力旋量表示的是轴线同时经过转动副 R_3 、 R_4 中点的一个纯力。

4.2.3 机构输出运动旋量的求解

据文献 [24], 保留一个驱动,“刚化”其余所有驱动,其余的传递力也将变成约束力,那么只有该驱动的运动经过传递力 $\$_{T_i}$ 的作用传递到动平台。动平台在该传递力的作用下发生相应的输出运动,可用输出运动旋量 $\$_{o_i}$ (Output twist screw, OTS) 表示。根据运动旋量与力旋量的互异性,只有该驱动对应的传递力 $\$_{T_i}$ 能对动平台做功,即

$$\begin{cases} \$_{T_j} \circ \$_{o_i} = 0 \\ \$_{c_k} \circ \$_{o_i} = 0 \end{cases}$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, n; j \neq i; k = 1, 2, \dots, 6 - n) \quad (16)$$

式中 $\$_{c_k}$ ——机构的第 k 个约束力旋量

由于机构的运动为空间 3T 运动,因此,动平台将受到 3 个方向约束力偶的作用,分别为

$$\begin{cases} \$_{c_1} = (0, 0, 0; 1, 0, 0) \\ \$_{c_2} = (0, 0, 0; 0, 1, 0) \\ \$_{c_3} = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (17)$$

因此,根据式 (16),由反螺旋理论^[25]可求出该机构 3 个传递力对应的输出运动分别为

$$\$_{o_1} = (0, 0, 0; L_1, M_1, N_1)$$

$$\$_{o_2} = (0, 0, 0; L_2, M_2, N_2)$$

$$\$_{o_3} = (0, 0, 0; L_3, M_3, 0)$$

其中 $L_1 = \cos\gamma_1\sin\beta\sin\alpha\sin\theta - \cos\alpha\sin\theta\sin\gamma_1$

$$M_1 = \cos\alpha\cos\theta\sin\gamma_1 - \sin\alpha\sin\theta\cos\gamma_1\cos\beta$$

$$N_1 = \cos\alpha \sin\theta \cos\gamma_1 \cos\beta - \cos\alpha \cos\theta \cos\gamma_1 \sin\beta$$
$$L_2 = -\cos\gamma_1 \sin\beta \sin\alpha \sin\theta - \cos\alpha \sin\theta \sin\gamma_1$$
$$M_2 = \cos\alpha \cos\theta \sin\gamma_1 + \sin\alpha \sin\theta \cos\gamma_1 \cos\beta$$
$$N_2 = N_1 \quad L_3 = -2\cos\alpha \sin\theta \sin\alpha \sin\theta \quad M_3 = L_3$$
3 个输出运动旋量 $\$o_1$ 、 $\$o_2$ 、 $\$o_3$ 原部均为零,再次证明机构输出运动为 3 个不同方向的平移运动。

4.2.4 性能指标图谱绘制

根据式(11)~(15),依次求解各支链的输入、输出传递指标。

支链 I 的输入传递指标(ITI)为

$$\lambda_{p_1} = \lambda_{p_2} = |\cos\alpha \sin\theta|$$

支链 II 的输入传递指标(ITI)为

$$\lambda_{p_3} = |\cos\gamma_1 \sin\beta|$$

支链 I 的输出传递指标(OTI)为

$$\eta_{p_1} = |\cos\gamma_1 \sin\alpha \sin\theta \cos\alpha (\sin\beta \cos\theta - \cos\beta \sin\theta)|$$

$$\eta_{p_2} = |\cos\gamma_1 \sin\alpha \sin\theta \cos\alpha (\cos\beta \sin\theta - \sin\beta \cos\theta)|$$

支链 II 的输出传递指标(OTI)为

$$\eta_{p_3} = |\cos\gamma_1 \sin\alpha \sin\theta \cos\alpha (\sin\beta \cos\theta - \cos\beta \sin\theta)|$$

由式(13)得机构输入端的输入传递指标 γ_I 为

$$\gamma_I = \min\{|\cos\alpha \sin\theta|, |\cos\gamma_1 \sin\beta|\}$$

由式(14)得机构输出端的输出传递指标 γ_O 为

$$\gamma_O = \min\{\eta_1, \eta_2, \eta_3\} = |\cos\gamma_1 \sin\alpha \sin\theta \cos\alpha (\sin\beta \cos\theta - \cos\beta \sin\theta)|$$

根据机构输入、输出传递指标的解析式,利用 Matlab 编程,绘制规则实用工作空间 XZ 向截面的输入、输出传递指标图,如图 10、11 所示。

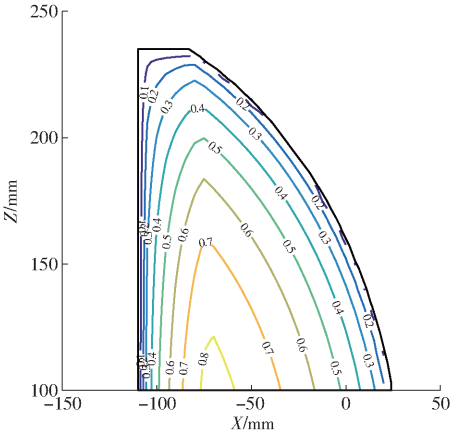


图 10 机构输入传递指标图
Fig. 10 LTI of mechanism

由图 10、11 可知,机构在规则可用工作空间内,输入传递指标随着高度增加而逐渐减小,且最大输入传递指标为 0.8;而在 $Z = 150 \sim 200$ mm 之间,机构输出传递性能较好,且最大输出传递指标为 0.35。图 10、11 中的黑色线框均表示工作空间边界。

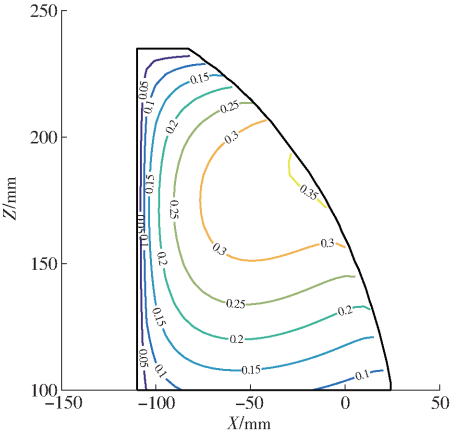


图 11 机构输出传递指标曲线
Fig. 11 OTI of mechanism

5 奇异性研究

文献[24]将并联机构的奇异类型分为约束奇异与传递奇异,只有少自由度机构才会发生约束奇异。约束奇异分为输出约束奇异和输入约束奇异,传递奇异也可分为输出传递奇异和输入传递奇异。应用该方法分析奇异的优点在于:不需要求解并联机构雅可比矩阵;从运动和力传递角度,可清晰地揭示机构发生奇异的物理意义。基于该原理,本节将根据各支链的约束力旋量、输入、输出运动旋量的互易积,来分析该并联机构的奇异位型,并综合评价该机构的奇异特性。

5.1 机构约束奇异

当少自由度并联机构的自由度数目为 n ($n < 6$),则该机构应该存在 q 个约束力旋量,限制了机构另外的 $(6 - n)$ 个自由度^[24],此时,这 q 个约束力旋量的最大线性无关数应为 $(6 - n)$ 。在机构运动过程中,若这 q 个约束力旋量最大线性无关数小于 $(6 - n)$,则这 q 个约束力旋量将无法限制机构的 $(6 - n)$ 个自由度,则机构将必然获得额外不可控自由度,此时,即发生约束奇异。

由式(17)可看出,3 个约束力偶的最大线性无关数目为 3 且始终为 3,即机构的 3 个转动自由度在运动过程中始终被约束,因此,该机构不会发生约束奇异。

5.2 机构传递奇异

当传递力旋量与输入运动旋量或输出运动旋量的互易积为 0 时,传递力旋量无法对机构的输入运动或输出运动做功,此时,机构发生传递奇异^[24]。

当 $\$T_i \cdot \$I_i = 0$ 时,传递力旋量不能够将输入关节的运动传递出去,则动平台将失去一个自由度,机构发生输入传递奇异。

在该机构中,传递力 $\$T_1$ 和与其对应输入运动

旋量 $\$_{I_1}$ 的互易积为

$$\$_{T_1} \circ \$_{I_1} = \cos\alpha \sin\theta \tag{18}$$

由式(18)可知,机构在 $\cos\alpha = 0$ 或 $\sin\theta = 0$ 时,传递力 $\$_{T_1}$ 和与其对应输入运动旋量 $\$_{I_1}$ 的互易积等于 0,即 $\alpha = 90^\circ$ 、 $\theta = 180^\circ$ (在 2.3 节所述尺寸下,其他角度构型不存在,下同)时,机构发生输入传递奇异,图 12 为 $\theta = 180^\circ$ 时奇异位型。

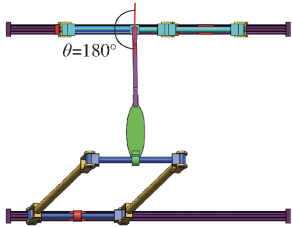


图 12 奇异位型 I
Fig. 12 Singular configuration I

传递力 $\$_{T_2}$ 和与其对应输入运动旋量 $\$_{I_2}$ 的互易积为

$$\$_{T_2} \circ \$_{I_2} = -\cos\alpha \sin\theta \tag{19}$$

由式(19)可知,传递力 $\$_{T_2}$ 发生输入传递奇异的条件与传递力 $\$_{T_1}$ 发生输入传递奇异的条件相同,故略去不作分析。

传递力 $\$_{T_3}$ 和与其对应输入运动旋量 $\$_{I_3}$ 的互易积为

$$\$_{T_3} \circ \$_{I_3} = \cos\gamma_1 \sin\beta \tag{20}$$

由式(20)可知,机构在 $\cos\gamma_1 = 0$ 或 $\sin\beta = 0$ 时,传递力 $\$_{T_3}$ 和与其对应输入运动旋量 $\$_{I_3}$ 的互易积等于 0,即 $\gamma_1 = 90^\circ$ 或者 $\beta = 0^\circ$ 时,机构发生输入传递奇异, $\beta = 0^\circ$ 时对应的奇异位型如图 13 所示。

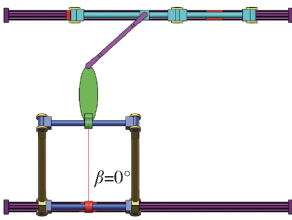


图 13 奇异位型 II
Fig. 13 Singular configuration II

当 $\$_{T_i} \circ \$_{O_i} = 0$ 时,传递力旋量无法对与之相对应的输出运动旋量做功,即该传递力不能将运动或者力传递到动平台,就会导致机构的某个自由度不可控,或者在某个方向上刚度极差,此时,机构发生输出传递奇异。

在该机构中,传递力 $\$_{T_1}$ 和与其对应输出运动旋量 $\$_{O_1}$ 的互易积为

$$\$_{T_1} \circ \$_{O_1} = \sin(2\alpha) \cos\gamma_1 \sin\theta \sin(\beta - \theta) \tag{21}$$

由式(21)可知,机构在 $\sin(2\alpha) = 0$ 、 $\sin\theta = 0$ 、 $\cos\gamma_1 = 0$ 或 $\sin(\beta - \theta) = 0$ 时,传递力 $\$_{T_1}$ 和与其对

应输出运动旋量 $\$_{O_1}$ 的互易积为 0,即 $\alpha = 90^\circ$ 、 $\theta = 180^\circ$ 、 $\gamma_1 = 90^\circ$,机构发生输出传递奇异,图 14 为 $\alpha = 90^\circ$ 与之对应的奇异位型。

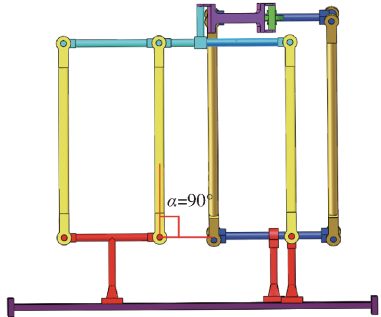


图 14 奇异位型 III
Fig. 14 Singular configuration III

经分析,传递力 $\$_{T_2}$ 、 $\$_{T_3}$ 与其对应的输出传递运动 $\$_{O_2}$ 、 $\$_{O_3}$ 的互易积,与传递力 $\$_{T_1}$ 和与其对应输出运动旋量 $\$_{O_1}$ 的互易积为 0 相同,即发生奇异的条件相同,故略去不作分析。

5.3 机构距离奇异位型的远近评价

并联机构处于奇异位型及其附近区域时,其运动和力/约束传递性能较差。因此,利用 Matlab 绘制机构在规则实用工作空间 XZ 截面局部传递指标 (LTI) 图,以此观察机构在该空间内部距离传递奇异的远近,评价机构奇异特性。

由图 15 可知,规则实用工作空间内部最大局部传递指标 (LTI) 为 0.3,分布于 $\{(X, Z) \mid -70 \text{ mm} < X < -20 \text{ mm}, 150 \text{ mm} < Z < 200 \text{ mm}\}$ 之间。由此区域向四周辐射时,指标值逐渐减小,直至减小为 0,即达到奇异,数字所指的线条代表不同的奇异位型,1 表示 $\theta = 180^\circ$ 引起的奇异;2 表示 $\alpha = 0^\circ$ 引起的奇异;3 表示 $\beta = 0^\circ$ 引起的奇异。

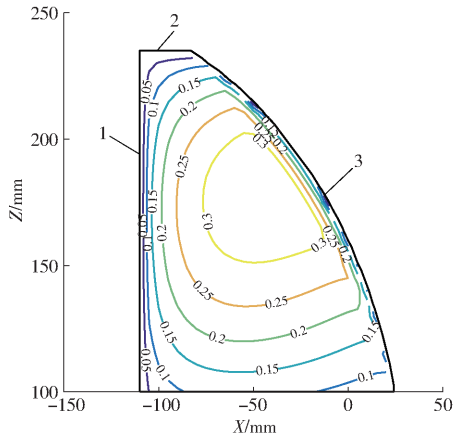


图 15 规则实用工作空间 XZ 截面 LTI 分布曲线
Fig. 15 LTI distribution curve of XZ section of regular practical workspace

因此,LTI 在规则实用工作空间内部都大于 0,即该机构在其内部不存在奇异。

5.4 子并联机构 $\alpha' = \alpha$ 构型奇异归类

当子并联机构构型为 $\alpha' = \alpha$ 时(图 8b),求得此时机构的输出运动旋量 $\$_{o_1}$ 、 $\$_{o_2}$ 、 $\$_{o_3}$ 分别为

$$\$_{o_1} = \$_{o_2} = (0, 0, 0; L_1, M_1, N_1)$$

$$\$_{o_3} = (0, 0, 0; 0, 0, 0)$$

根据文献[19]定义的奇异类别,机构该种奇异类型为输出传递奇异,即失去一个方向的自由度。

6 结论

(1)基于 POC 理论设计了一种具有正向位置符号解的新型 3T 机构,该机构仅由移动副和转动副组成,易于制造和安装;因机构的耦合度 $\kappa = 0$,具有正向位置符号解,有利于进行误差分析、尺度综合、刚

度分析及动力学研究等;具有部分输入-输出运动解耦性,有利于机构的轨迹规划及运动控制;移动副为驱动,操作工作空间大,可适用于长度方向较大尺寸工件的机加工、喷涂、铆接等工艺;平行的导轨布置方式使部分工作空间具有各向同性,有利于机构的性能分析。

(2)将机构的运动/力传递性能指标应用于含混合支链的本文机构的运动/力性能分析,选取了具有 Y 向各向同性的部分工作空间,进行传递性能指标及奇异特性的分析,分析了机构的奇异位型,得到了局部传递指标曲线,可观测机构距离传递奇异位型的远近,且在选定合适的输入时,该机构的所有类型奇异全部位于工作空间的边界,无奇异工作空间较大。

参 考 文 献

- [1] 谢俊, 张晓庆, 王成军. 基于三平移并联机构的茶叶筛分实验[J/OL]. 农业机械学报, 2012, 43(10): 101–104. XIE Jun, ZHANG Xiaoqing, WANG Chengjun. Tea sieving based on three translation parallel mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(10): 101–104. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20121018&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.10.018. (in Chinese)
- [2] 杨启志, 孙梦涛, 蔡静, 等. 温室穴盘苗并联高速移栽机器人误差分析与实验[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(3): 18–27. YANG Qizhi, SUN Mengtao, CAI Jing, et al. Kinematic error analysis and test of high-speed plug seeding transplanting machine for green house based on parallel mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(3): 18–27. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20180302&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.03.002. (in Chinese)
- [3] 牛军川, 张福亮. 三平移(3-PRRP~(4R))并联减振机构的设计与刚度分析[J]. 农业工程学报, 2016, 32(7): 58–65. NIU Junchuan, ZHANG Fuliang. Design and stiffness analysis of three-dimensional (3-PRRP4R) parallel vibration reduction mechanism[J]. Transactions of the CSAE, 2016, 32(7): 58–65. (in Chinese)
- [4] 孙梦涛. 温室并联移栽机器人的动力学与控制研究[D]. 镇江: 江苏大学, 2018. SUN Mengtao. Research on dynamics and control of greenhouse parallel transplanting robot[D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2018. (in Chinese)
- [5] CLAVEL R. A fast robot with parallel geometry[C]//Proceeding of the 18th Int. Symposium on Industrial Robots, 1988: 91–100.
- [6] BOURI M, CLAVEL R. The linear Delta: developments and applications[C]//Robotics. VDE, 2010: 1–8.
- [7] KELAIAIA R, COMPANY O, ZAATRI A. Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot[J]. Mechanism & Machine Theory, 2012, 50(2): 159–178.
- [8] 程强. 3P-Delta 并联机构的参数优化与轨迹规划[D]. 太原: 中北大学, 2017. CHENG Qiang. Parameter optimization and trajectory planning of 3P-Delta parallel mechanism[D]. Taiyuan: North University of China, 2017. (in Chinese)
- [9] KONG X, GOSSELIN C M. Kinematics and singularity analysis of a novel type of 3-CRR 3-DOF translational parallel manipulator[J]. Int. J. Robot. Res., 2002, 21: 791–798.
- [10] 李仕华, 黄真. 新型三维移动 3-RRUR 并联平台机构及其位置分析[J]. 机械设计, 2005, 22(8): 39–42. LI Shihua, HUANG Zhen. New typed 3D transformational 3-RRUR parallel platform mechanism and its positional analysis[J]. Journal of Machine Design, 2005, 22(8): 39–42. (in Chinese)
- [11] 杨廷力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [12] YANG Tingli, LIU Anxin, SHEN Huiping, et al. Topology design of robot mechanism[M]. Springer, 2018.
- [13] ZENG Q, EHMANN K F, CAO J. Tri-pyramid robot: design and kinematic analysis of a 3-DOF translational parallel manipulator[M]. Pergamon Press, Inc. 2014.
- [14] MAHMOOD M, MOSTAFA T. Kinematic analysis and design of a 3-DOF translational parallel robot[J]. International Journal of Automation and Computing, 2017, 14(4): 432–441.
- [15] 李坤全, 文睿. 空间三平移全柔性并联机构构型设计[J]. 机械传动, 2017, 42(6): 86–93. LI Kunquan, WEN Rui. Configuration design for the spatial 3-DOF translation fully compliant parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2017, 42(6): 86–93. (in Chinese)
- [16] 毛鹏飞. 一类三自由度平移并联机构分支对机构性能影响的研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2018. MAO Pengfei. Research on the influence of limb of a family of 3-DOFs translations parallel mechanism on the performance of the mechanism[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2018. (in Chinese)
- [17] 杜康, 刘安心, 张晓南, 等. 基于 POC 方程的三平移并联机构拓扑结构设计[J]. 信息技术, 2017(5): 134–137. DU Kang, LIU Anxin, ZHANG Xiaonan, et al. Topological structure design of 3T-OR parallel mechanism based on POC

- equation[J]. Information Technology, 2017(5):134 – 137. (in Chinese)
- [18] 贾明星. 分支不含闭环的三平移并联机构运动和力传递性能研究[D]. 秦皇岛:燕山大学,2017.
JIA Mingxing. Motion and force transmission research of TPM without closed-loop in each chain[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2017. (in Chinese)
- [19] 韩帅帅. 一种单平面对称三平移并联机构的综合和性能研究[D]. 秦皇岛:燕山大学,2017.
HAN Shuaishuai. Synthesis and performance of a single plane symmetrical three translation parallel mechanism [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2017. (in Chinese)
- [20] 朱伟,戴志明,刘晓飞,等. 一种新型弱耦合三平移并联机器人机构及其运动学分析[J]. 中国机械工程, 2017, 28(13):1561 – 1566,1607.
ZHU Wei, DAI Zhiming, LIU Xiaofei, et al. A novel weak-coupling three-translation parallel robot mechanisms and its kinematics analysis[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(13):1561 – 1566,1607. (in Chinese)
- [21] 叶海燕,石志新,罗玉峰,等. 空间曲线平移并联机构构型综合与分类[J/OL]. 农业机械学报,2019,50(6):397 – 404.
YE Haiyan, SHI Zhixin, LUO Yufeng, et al. Type synthesis and classification of space curve translation parallel mechanisms [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019,50(6):397 – 404. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20190647&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.06.047. (in Chinese)
- [22] 孙驰宇,沈惠平,王一熙,等. 零耦合度部分运动解耦三平移并联机构刚度建模与分析[J/OL]. 农业机械学报,2020, 51(6):385 – 395.
SUN Chiyu, SHEN Huiping, WANG Yixi, et al. Stiffness analysis of three-translation parallel mechanism with zero coupling degree and partial motion decoupling[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020,51(6):385 – 395. http://www.j-csam.org/j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20200642&flag=1. DOI:10.1041/j.issn.1000-1298.2020.06.042. (in Chinese)
- [23] 沈惠平,赵一楠,许正骁,等. 低耦合度半对称三平移并联机构拓扑设计与运动学分析[J/OL]. 农业机械学报,2019, 50(3):404 – 412.
SHEN Huiping, ZHAO Yi'nan, XU Zhengxiao, et al. Topological design and kinematics analysis of novel asymmetric 3-translation parallel manipulator with low coupling degree [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019,50(3):404 – 412. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20190346&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.03.046. (in Chinese)
- [24] 刘辛军,谢福贵,汪劲松,等. 并联机器人机构学基础[M]. 北京:高等教育出版社,2018.
- [25] DAI Jiansheng, JOHN R J. A liner algebraic procedure in obtaining reciprocal screw systems[J]. Robotic Systems, 2003, 20(7):401 – 412.
-
- (上接第 417 页)
- [16] 王君,黄庆学,韩贺永. 液压滚切剪液压系统压力冲击研究[J]. 机床与液压,2014,42(1):37 – 39.
WANG Jun, HUANG Qingxue, HAN Heyong. Research on hydraulic impact of hydraulic rolling shear [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2014,42(1):37 – 39. (in Chinese)
- [17] 王成宾,权龙. 大惯量负载液压冲击的主动变阻尼抑制方法[J]. 机械工程学报,2014,50(8):182 – 189.
WANG Chengbin, QUAN Long. Methods of restrain the hydraulic impact with active adjusting the variable damping in system with large inertia load [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014,50(8):182 – 189. (in Chinese)
- [18] 顾临怡,谢英俊,王庆丰. 工程机械大惯性负载起制动平稳性的研究[J]. 工程机械, 2001, 32(2):28 – 31.
- [19] TOPLICEANU L, CHENADI A S, BIBIRE L. Methodology for determining the propagation speed of the hydraulic shock in the pipes[J]. Advanced Materials Research, 2013, 705:419 – 423.
- [20] 赵燕,韩家威,张笑. 负载敏感液压系统的防冲击技术研究[J]. 机床与液压,2017,45(20):89 – 92.
ZHAO Yan, HAN Jiawei, ZHANG Xiao. Research on anti-impact technology of load-sensing hydraulic system [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2017,45(20):89 – 92. (in Chinese)
- [21] 张军,迪茹侠,顾海荣,等. 基于流量控制的负载敏感液压系统防冲击试验[J]. 广西大学学报(自然科学版),2017, 42(6):1993 – 2000.
ZHANG Jun, DI Ruxia, GU Hairong, et al. Experiment on anti-shock method of load-sensing hydraulic system based on hydraulic flow control [J]. Journal of Guangxi University (Nat. Sci. Ed.), 2017,42(6):1993 – 2000. (in Chinese)
- [22] 付永领,赵克,祈晓野,等. 比例方向阀控船舶操舵系统压力冲击抑制[J]. 北京航空航天大学学报,2010,36(6):640 – 644.
FU Yongling, ZHAO Ke, QI Xiaoye, et al. Modeling and reducing of water hammer of proportional direction valve controlled ship steering system based on AMESim [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics Astronautics, 2010,36(6):640 – 644. (in Chinese)
- [23] 田树军,胡全义,张宏. 液压系统动态特效数字仿真[M]. 大连:大连理工大学出版社,1993.
- [24] 罗艳蕾,陈伦军. 负荷传感出口压力补偿回路的阻尼特性研究[J]. 中国机械工程,2013,24(19):2573 – 2576.
LUO Yanlei, CHEN Lunjun. Research on damping characteristics of hydraulic circuit of load sensing outlet pressure compensation [J]. China Mechanical Engineering, 2013,24(19):2573 – 2576. (in Chinese)