

五轴加工刀触点路径非线性误差补偿与修复方法

陈良骥 王中州 睢英照 魏广西

(天津工业大学机械工程学院, 天津 300387)

摘要: 自由曲面五轴加工时,两个旋转坐标参与线性插补会引起刀具与曲面的实际切触点(刀触点)偏离预设的刀触点线性轨迹,形成刀触点路径的非线性误差。为有效降低该误差,提出一种基于理想刀触点路径的非线性误差补偿与修复方法。通过分析刀具姿态变化引起刀触点路径非线性误差的产生机制,分别建立机床运动学变换模型和刀触点路径的非线性误差模型,根据当前插补刀心点求出与之相应的插补刀触点,再求出插补刀触点与刀触点路径间的空间距离和垂足位置坐标,进而分别确定非线性误差的补偿距离和方向,对插补刀心点的位置进行实时修复后,再完成对5个进给轴的伺服控制。仿真结果表明,该方法能有效降低刀触点路径的非线性误差,对提高五轴线性插补时刀触点轨迹的控制精度具有实用价值。

关键词: 五轴加工; 刀触点路径; 非线性误差; 线性插补

中图分类号: TG543 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2020)01-0410-07

OSID:



Method on Compensation and Correction of CC Path Nonlinear Error for Five-axis Machining

CHEN Liangji WANG Zhongzhou SUI Yingzhao WEI Guangxi

(School of Mechanical Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China)

Abstract: While five-axis machining for the freeform surface, deviation is easily produced between the cutter contacting (CC) points and the given linear CC path because of the two rotation coordinates participating in the linear interpolation process, and the nonlinear error of the CC path is simultaneously formed. In order to effectively reduce the error, a nonlinear error compensation and correction method based on the ideal CC path was proposed. By analyzing the mechanism of the nonlinear error of CC path caused by the cutter's attitude being changed, the machine tool kinematics transformation model and the model of the CC path nonlinear error were established respectively. The CC point was obtained firstly according to the current interpolation cutter center point. Secondly, the foot point coordinate and the spatial distance between the CC point and the CC path were calculated. The third step was to determine the compensation distance and direction of the nonlinear error respectively. After the position of the tool center point being real-time corrected, the servo control of the five feed axes would be carried out. The simulation results showed that the method can effectively reduce the nonlinear error of the CC path and had practical value for improving the control accuracy of the CC point trajectory during five-axis linear interpolation.

Key words: five-axis machining; cutter contacting path; nonlinear error; linear interpolation

0 引言

相对于三轴数控机床,五轴数控机床在3个平动轴的基础上增加了2个旋转轴,加工过程中可有

效避免刀具干涉与碰撞等问题,并能获得更好的零件表面加工精度,尤其在加工复杂自由曲面时更具有优势。线性插补作为数控系统最基本的轨迹控制方法,可在三轴加工中获得较好的加工效果。与之

不同的是,五轴加工时由于 2 个旋转轴将与 3 个平动轴共同实现线性轨迹的运动合成,刀具摆动后将在空间中产生复杂的轨迹曲线,所获得的刀触点路径也将会偏离预先设定的刀触点线性轨迹,从而产生刀触点路径非线性误差^[1-5]。有效降低刀具摆动引起的非线性误差已逐渐成为五轴数控加工中急需解决的关键问题之一。

近年来,国内外学者针对五轴数控加工非线性误差开展了相关的研究。文献[6-9]分析由离散线性运动逼近理想刀具轨迹所引起的理论加工误差,并给出满足精度要求的走刀步长估计算法,从而控制加工误差。文献[10-12]在轨迹插补之后,对实时插补中相邻插补点之间的非线性误差进行控制,并通过约束进给速度对非线性误差进行控制。文献[13-14]通过旋转轴的旋转运动将工件的实际姿态调整到与理想姿态相同,对旋转轴引起的误差进行补偿。文献[15-17]通过控制刀轴矢量插补保证刀轴矢量始终位于首末向量所决定的平面,以减小非线性误差。文献[18-19]对刀轴矢量之间进行平滑过渡,以避免局部角度变化较大引起的刀具摆动误差,从而减小由摆动角度引起的非线性误差。文献[20-21]通过对刀具路径和数据密化减小非线性误差。BHUIYA 等^[22]通过理想关节轨迹确定加工插补节点值,以此减小预期刀具路径中加工误差。ZHANG 等^[23]提出使用一种名为 SSALI 的方法来减小非线性误差。以上方法对刀心位置处非线性误差的补偿和降低方面能起到较好作用,但仍然存在如下问题:对数据进行密化的同时,导致数控加工程序的数量增多,CNC 数控系统的精度和数控机床的精度都会受到影响;在加工过程中存在不能将刀轴矢量控制在理想加工平面内的情形;仍然不能有效地降低刀触点线性路径的非线性轨迹误差。

本文提出一种基于刀触点数据信息的五轴加工刀具轨迹控制方法。该方法通过计算刀心点、刀触点、加工轨迹三者之间的位置关系,来确定误差修复量,由此计算新的插补刀心点,以实现对五轴加工时刀触点线性路径非线性误差的有效控制,提高五轴线性插补时的刀触点线性轨迹控制精度。

1 双转台五轴机床运动分析

五轴数控加工需要通过 CAD/CAM 软件按照工件不动、刀具运动的编程形式得到一个不针对具体机床的前置刀位轨迹数据,然后将前置刀位轨迹数据按照具体的五轴数控机床结构通过空间解析几何、齐次坐标变换为机床坐标系下各运动轴的坐标。在对五轴数控机床非线性误差分析前,首先建立

五轴数控机床模型,不同结构形式的五轴数控机床对非线性误差的影响也各有差异,本文采用 A-C 双转台式五轴数控机床进行运动分析,其中 A 轴和 C 轴分别为五轴机床的 2 个旋转轴,其结构形式如图 1 所示。

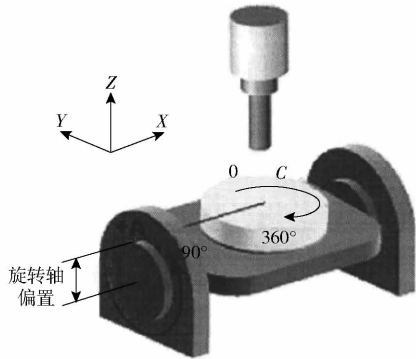


图 1 A-C 双转台结构五轴机床
Fig. 1 Five-axis machine tool with A-C rotary tables

建立该双转台五轴数控机床的各坐标系,如图 2 所示 $O_T X_T Y_T Z_T$ 为与刀具固连的刀具坐标系,原点设在刀具中心点; $O_W X_W Y_W Z_W$ 为与工件固连的工件坐标系; $O_M X_M Y_M Z_M$ 、 $O_A X_A Y_A Z_A$ 、 $O_C X_C Y_C Z_C$ 分别为机床坐标系、定轴 A 转台坐标系及动轴 C 转台坐标系, $l_{O_C O_A} = d$ 、 $l_{O_T O_W} = m$ 。

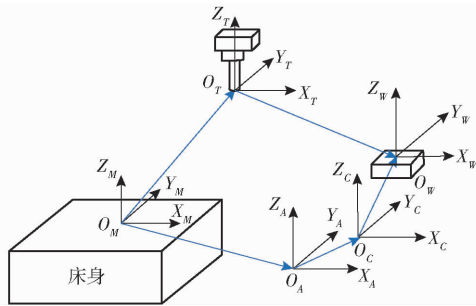


图 2 双转台五轴机床各坐标系及变换关系
Fig. 2 Coordinate systems and conversion relationship of five-axis machine tool

五轴数控机床切削加工运动关系为刀具坐标系相对于工件坐标系的坐标变换。在工件坐标系中,刀心点和刀轴单位矢量分别为 $P_w = (x, y, z)'$ 、 $V_w = (I, J, K)'$ 。在刀具坐标系中,刀心点和刀轴单位矢量分别为 $P_T = (0, 0, 0)'$ 、 $V_T = (0, 0, 1)'$ 。机床平动轴初始位置在机床坐标系原点 O_M 、A、C 旋转轴的初始位置为 $-\theta_A$ 、 $-\theta_C$ 。 $(x_w, y_w, 0, u_w, v_w, 0)$ 为工件坐标系中选取的对刀点位置坐标。

利用齐次坐标变换矩阵,可得在工件坐标系下的坐标变换公式为

$$\begin{bmatrix} I \\ J \\ K \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta_A \sin\theta_C \\ -\sin\theta_A \cos\theta_C \\ \cos\theta_A \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x = (X + x_w) \cos \theta_C - (Y + y_w) \cos \theta_A \sin \theta_C + \\ \quad (Z + d + m) \sin \theta_A \sin \theta_C - x_w \\ y = (X + x_w) \sin \theta_C + (Y + y_w) \cos \theta_A \cos \theta_C - \\ \quad (Z + d + m) \sin \theta_A \cos \theta_C - y_w \\ z = (Y + y_w) \sin \theta_A + (Z + d + m) \cos \theta_A - d \\ u = (U + u_w) \cos \theta_C - (V + v_w) \cos \theta_A \sin \theta_C + \\ \quad (Z + d + m) \sin \theta_A \sin \theta_C - u_w \\ v = (U + u_w) \sin \theta_C + (V + v_w) \cos \theta_A \cos \theta_C - \\ \quad (Z + d + m) \sin \theta_A \cos \theta_C - v_w \\ w = (V + v_w) \sin \theta_A + (W + d + m) \cos \theta_A - d \end{cases} \quad (2)$$

式中 (u, v, w) ——工件坐标系下刀触点位置坐标
 (x, y, z) ——工件坐标系下刀心点位置坐标
 (θ_A, θ_C) ——机床坐标系下旋转轴角位移
 (X, Y, Z) ——机床坐标系下刀心点位置坐标
 (U, V, W) ——机床坐标系下刀触点位置坐标

根据式(1)可计算出旋转轴的角位移为

$$\begin{cases} \theta_A = \arccos K \\ \theta_C = \begin{cases} \pi/2 - \arccos(I/J) & (I > 0, J < 0) \\ \pi/2 & (I > 0, J = 0) \\ \pi/2 + \arccos(I/J) & (I > 0, J > 0) \\ \pi + \arccos(I/J) & (I < 0, J < 0) \\ -\pi/2 & (I < 0, J = 0) \\ -\pi/2 + \arccos(I/J) & (I < 0, J > 0) \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

当 $K = \pm 1$ 时,取 C 轴的角位移 θ_C 与上一个加工位置的角位移相等。根据式(2)则可计算刀心点和刀触点的位置坐标分别为

$$\begin{cases} X = (x + x_w) \cos \theta_C + (y + y_w) \sin \theta_C - x_w \\ Y = -(x + x_w) \cos \theta_A \sin \theta_C + (z + d) \sin \theta_A + \\ \quad (y + y_w) \cos \theta_A \cos \theta_C - y_w \\ Z = (x + x_w) \sin \theta_A \sin \theta_C + (z + d) \cos \theta_A - \\ \quad (y + y_w) \cos \theta_C \sin \theta_A - d - m \\ U = (u + u_w) \cos \theta_C + (v + v_w) \sin \theta_C - u_w \\ V = -(u + u_w) \cos \theta_A \sin \theta_C + (z + d) \sin \theta_A + \\ \quad (v + v_w) \cos \theta_A \cos \theta_C - v_w \\ W = (u + u_w) \sin \theta_A \sin \theta_C + (z + d) \cos \theta_A - \\ \quad (v + v_w) \cos \theta_C \sin \theta_A - d - m \end{cases} \quad (4)$$

2 非线性误差分析及控制

在双转台式五轴数控机床的加工过程中,刀具沿平动轴进行平行移动,2 个工作台会围绕平动轴进行旋转运动。在实际加工过程中,工作台加工的位姿转动是一个空间姿态,空间状态难以想象。根据运动的相对性,可运用双摆头式五轴数控机床加工过程对五轴数控机床刀触点非线性运动误差的产

生机理进行描述。

2.1 刀触点非线性误差的产生

在机床坐标系下,刀触点处非线性误差的产生机理如图 3 所示。一般而言,数控系统将控制刀心点 O 沿着从 O_s 到 O_e 的直线轨迹做插补运动。使用这种方法的最大弊端是忽略了刀触点 C 从 C_s 到 C_e 的实际运动轨迹。由于刀具的摆动,从 C_s 到 C_e 的实际运动轨迹将逐渐偏离预设的刀触点线性路径(图 3 中绿色实线),呈现较复杂的非线性运动轨迹(图 3 中蓝色虚线),两条路径之间的偏差 ε 即为刀触点非线性误差。由于刀触点是切削刀具与加工表面的接触点,因此,对于切削表面成形精度粗糙度而言,提高刀触点处运动轨迹控制精度更具有意义。

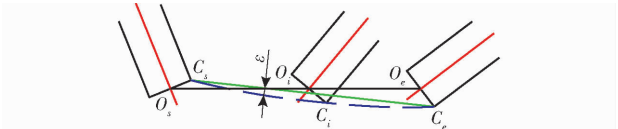


图 3 刀触点非线性误差分析示意图

Fig. 3 Schematic of nonlinear error analysis of CC point

2.2 刀触点非线性误差的计算

首先由数控系统读取数控加工文件中两个相邻的待加工程序段:其描述的刀心点位置坐标及旋转轴角位移 $(X_s, Y_s, Z_s, \theta_{As}, \theta_{Cs})$ 和 $(X_e, Y_e, Z_e, \theta_{Ae}, \theta_{Ce})$ 分别作为加工路径段起点和终点的刀位数据信息;其描述的刀触点位置坐标 (U_s, V_s, W_s) 和 (U_e, V_e, W_e) 分别作为加工路径段起点和终点的刀触点数据信息。

其次数控系统读取加工路径段的切削进给速度,根据起点和终点刀心点位置坐标 (X_s, Y_s, Z_s) 和 (X_e, Y_e, Z_e) 并结合数控系统的插补周期,可分别求出加工路径段的长度和完成该路径段所需的插补刀心点数量为

$$n = [D / (Ft)] \quad (5)$$

其中 $D = \sqrt{(X_e - X_s)^2 + (Y_e - Y_s)^2 + (Z_e - Z_s)^2}$ (6)

式中 D ——加工路径段的长度
 n ——插补刀心点数量
 F ——切削进给速度
 t ——数控系统的插补周期

算子 $[\cdot]$ 表示取整运算,插补过程中的第 i 个插补刀心点 O_i 的位置坐标及旋转轴角位移为

$$\begin{cases} X_i = i[(X_e - X_s)/n] + X_s \\ Y_i = i[(Y_e - Y_s)/n] + Y_s \\ Z_i = i[(Z_e - Z_s)/n] + Z_s \\ \theta_A = i[(\theta_{Ae} - \theta_{As})/n] + \theta_{As} \\ \theta_C = i[(\theta_{Ce} - \theta_{Cs})/n] + \theta_{Cs} \end{cases} \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad (7)$$

式中 (X_i, Y_i, Z_i) ——第 i 个插补刀心点 O_i 的位置坐标

在插补过程中,刀具在第 i 个插补刀心点绕 X 轴旋转 $-\theta_{Ai}$,绕 Z 轴旋转 $-\theta_{Ci}$,则刀具在第 i 个插补刀心点处刀轴单位矢量的坐标变换矩阵可表示为

$$\begin{aligned} M_T &= R(Z, -\theta_{Ci})R(X, -\theta_{Ai}) = \\ &\begin{bmatrix} \cos\theta_{Ci} & \sin\theta_{Ci}\cos\theta_{Ai} & \sin\theta_{Ci}\sin\theta_{Ai} \\ -\sin\theta_{Ci} & \cos\theta_{Ci}\cos\theta_{Ai} & \cos\theta_{Ci}\sin\theta_{Ai} \\ 0 & -\sin\theta_{Ai} & \cos\theta_{Ai} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{8}$$

式中 M_T ——第 i 个插补刀心点处刀轴单位矢量坐标变换矩阵

将图 3 在第 i 个插补刀心点位置 O_i 处进行局部放大后见图 4。图 4 中 C_i 为与 O_i 相对应的实际刀触点位置、 E_i 为实际刀触点路径曲线在第 i 个插补刀触点处的切线方向矢量、 P_c 为 O_i 到预设的刀触点线性路径 l_{CsCe} 的垂足位置矢量。

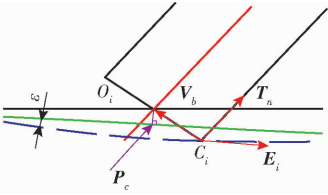


图 4 插补刀心点处的局部放大示意图

Fig. 4 Local schematic of interpolation cutter's center

由于初始状态下的刀轴单位矢量为 $(0,0,1)'$,则实际加工过程中刀具处于第 i 个插补刀心点时的刀轴单位矢量和 C_i 指向 O_i 方向上的单位矢量分别为

$$T_n = (T_{xi}, T_{yi}, T_{zi})' = M_T(0,0,1)' \tag{9}$$

$$V_b = \begin{bmatrix} v_{bx} \\ v_{by} \\ v_{bz} \end{bmatrix} = \frac{E_i \times T_n \times T_n}{|E_i \times T_n \times T_n|} \tag{10}$$

其中 $E_i = (U_s - U_{i-1}, V_s - V_{i-1}, W_s - W_{i-1})'$

式中 T_n ——第 i 个插补刀心点时的刀轴单位矢量

V_b —— C_i 指向 O_i 方向上的单位矢量

第 i 个插补刀心点 O_i 对应的刀触点 C_i 的位置坐标为

$$\begin{cases} U_i = X_i - Rv_{bx} \\ V_i = Y_i - Rv_{by} \\ W_i = Z_i - Rv_{bz} \end{cases} \tag{11}$$

式中 (U_i, V_i, W_i) ——刀触点 C_i 的位置坐标

R ——刀具半径

第 i 个插补刀心点对应的刀触点 C_i 到预设的刀触点线性路径 l_{CsCe} 的垂直距离即该刀触点处的非线性误差计算式为

$$\varepsilon = \frac{\begin{vmatrix} i & j & k \\ U_s - U_i & V_s - V_i & W_s - W_i \\ l & m & n \end{vmatrix}}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}} \tag{12}$$

式中 (U_s, V_s, W_s) ——刀触点线性路径的起始刀触点位置坐标

l, m, n ——刀触点线性路径 l_{CsCe} 的方向矢量

i, j, k ——单位矢量

$\|\cdot\|$ ——对矢量求模运算

2.3 刀触点非线性误差的补偿与修复

将 $[\varepsilon] = 10 \mu\text{m}$ 作为非线性误差的修复标准,若式(12)计算的 $\varepsilon > [\varepsilon]$ 则需要对该插补刀心点进行位置补偿与修复。修复的基本原则为:刀轴矢量方向不改变,同时利用 ε 作为位置补偿量对当前插补刀心点进行误差的修复。

如图 4 所示,假设 O_i 在刀触点线性路径 l_{CsCe} 上的垂足为 $P_c = (U_c, V_c, W_c)$,根据刀触点线性路径 l_{CsCe} 的方程为

$$\frac{U_c - U_s}{U_e - U_s} = \frac{V_c - V_s}{V_e - V_s} = \frac{W_c - W_s}{W_e - W_s} \tag{13}$$

可得过点 O_i 且与直线 l_{CsCe} 垂直的平面方程为

$$(U_e - U_s)(U_c - X_i) + (V_e - V_s)(V_c - Y_i) + (W_e - W_s)(W_c - Z_i) = 0 \tag{14}$$

联立式(13)、(14)可求得垂足。

设误差修复的方向单位矢量为

$$T_{xf} = \frac{O_i - P_c}{|O_i - P_c|} \tag{15}$$

式中 T_{xf} ——误差修复的方向单位矢量

根据式(12)和式(15),可计算出修复后的新插补刀心点坐标为

$$O_n = O_i + \varepsilon T_{xf} \tag{16}$$

式中 O_n ——修复后的新插补刀心点坐标

上述刀触点非线性误差计算与插补刀心点修复的轨迹控制过程如图 5 所示。

3 仿真实验验证

通过 UG/NX 对叶轮叶片进行建模和加工,叶轮叶片是自由曲面数控加工的典型加工模型,根据本文所提出的刀触点非线性误差的修复方法对叶轮叶片加工程序段进行仿真实验验证。表 1 为叶片 NC 加工程序中选取的相邻 2 个程序段的数据。将这两组数据分别作为刀心点路径、旋转轴角位移和刀触点线性路径的起点和终点。采用数据采样插补原理在起点和终点之间作线性插补运算(插补周期 $t = 2 \text{ ms}$),分别得到插补刀心点、转角和插补刀触点。同时结合刀触点非线性误差的计算公式及误差

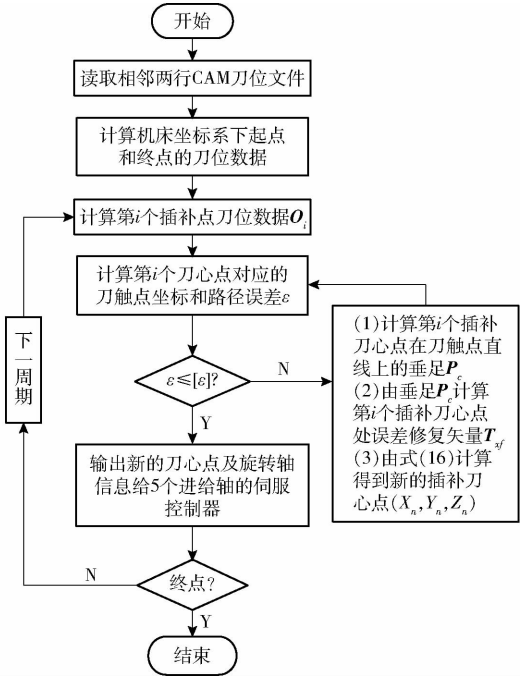


图5 非线性误差补偿方法流程

Fig. 5 Flow chart of nonlinear error compensation method

补偿与修复公式,分别计算线性插补时刀触点非线性误差和修复后的非线性误差,并利用 Matlab 绘制数据曲线。

表 1 NC 加工数据
Tab. 1 NC machining data

参数	程序段段号	
	N0300	N0310
X/mm	24.485 8	23.449 7
Y/mm	41.556 7	43.045 4
Z/mm	135.247 7	134.250 5
$\theta_A/(\text{^\circ})$	51.412 9	51.553 4
$\theta_C/(\text{^\circ})$	-2.112 3	-2.112 3
U/mm	24.640 3	23.996 2
V/mm	41.113 8	42.177 8
W/mm	135.181 9	134.515 9

3.1 补偿与修复前后刀触点路径对比

针对以上叶片 NC 加工程序中选取的两个相邻加工程序段的数据,采用本文提出的刀触点路径非线性误差修复与补偿方法对加工过程中的刀触点误差进行补偿与修复,并绘制补偿与修复前后的刀触点路径曲线,如图 6 所示。图 6 中理想刀触点线性路径从起点到终点的长度为 1.411 mm。可以看出补偿后的刀触点路径比补偿前的刀触点轨迹更贴合理想的刀触点线性路径,能达到对实际刀触点路径趋近于理想刀触点路径的预期控制效果。对图 6 中的区域 I 进行局部放大后如图 7 所示。

3.2 补偿与修复前后非线性误差对比

五轴线性插补时,对每个插补刀心点都计算

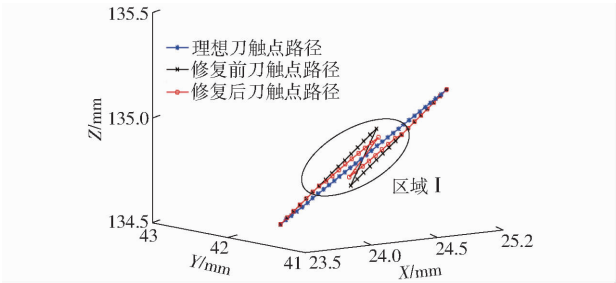


图 6 修复前后刀触点路径对比

Fig. 6 Contrast of uncorrected and corrected CC paths

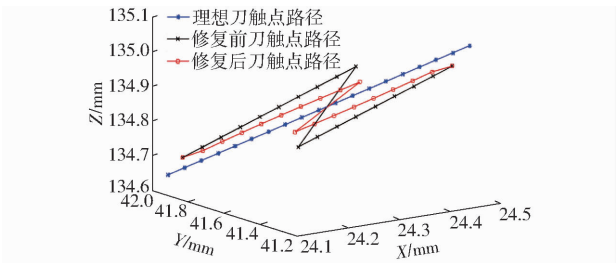


图 7 区域 I 的局部放大图

Fig. 7 Local zoom out of area I

出相应的刀触点非线性误差,如该误差超出允许误差,计算误差补偿距离和补偿方向矢量,对插补刀心点的位置进行实时补偿以降低插补刀触点处的非线性误差。图 8 为修复前后刀触点非线性误差的对比示意图,可以看出本文提出的方法可以有效降低五轴线性插补过程中刀触点路径的非线性误差。

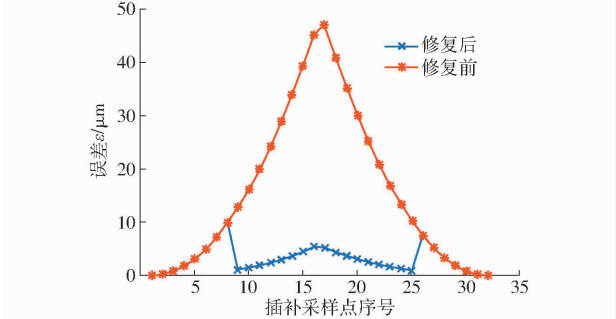


图 8 修复前后刀触点非线性误差对比

Fig. 8 Contrast of uncorrected and corrected nonlinear errors of CC points

本文所提出的方法可在不增加插补刀心点的基础上对误差进行补偿与修复,对降低刀触点线性轨迹的非线性误差具有显著效果,在保证加工精度的同时也提高了加工效率,同时也可减少编程工作量、提高编程效率。

为验证本文所提出方法的有效性,在 DMG DMU 80T 型五轴加工中心上进行了一张自由曲面的五轴切削加工实验,五轴切削加工过程如图 9 所示。

图 10a 为未采用刀触点路径非线性误差补偿与修复方法时获得的曲面加工件,经检测该工件表面

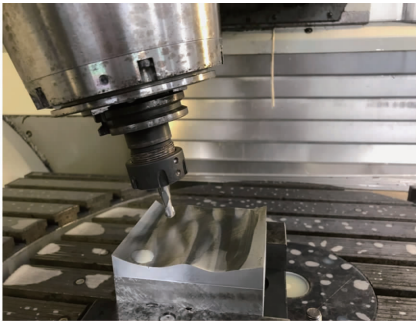


图 9 自由曲面的五轴切削加工过程

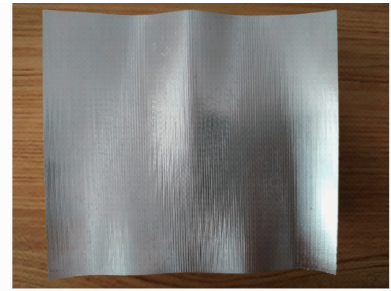
Fig.9 Five-axis cutting process of a freeform surface

粗糙度为 $3.4\ \mu\text{m}$ 。采用本文提出的刀触点路径非线性误差补偿与修复方法获得的曲面加工件如图 10b 所示,其表面粗糙度为 $1.3\ \mu\text{m}$ 。而且通过对比还可以发现,图 10a 表面粗糙度分布一致性相对图 10b 较差,表明本文提出的刀触点路径非线性误差补偿与修复方法能获得更好的自由曲面加工效果和质量。

4 结论

(1) 针对非线性误差的补偿与修复问题,首先建立了 $A-C$ 双转台式五轴数控机床运动学变换数学模型,在分析刀触点处非线性误差产生机理的基础上,提出了刀触点线性轨迹非线性误差补偿与修复算法。

(2) 所提出的方法中,对当前插补刀心点求出



(a) 未采用非线性误差补偿与修复方法



(b) 采用非线性误差补偿与修复方法

图 10 刀触点非线性误差补偿与修复前后加工结果

Fig.10 Machining results of uncorrected and corrected nonlinear errors of CC points

相应的刀触点,对刀触点进行误差判断,利用刀触点误差修复刀心点的位置,将求出的新刀心点输送给机床的插补器进行加工,以此降低刀触点处的非线性误差。

(3) 本文方法对降低刀触点路径的非线性误差具有显著的效果,可为解决五轴线性插补过程中存在的刀触点路径非线性误差控制提供借鉴。

参 考 文 献

- [1] FAROUKI R T, LI S. Optimal tool orientation control for 5-axis CNC milling with ball-end cutters[J]. Computer Aided Geometric Design, 2013, 30(2):226-239.
- [2] JUNG H C, HWANG J D, PARK K B, et al. Development of practical postprocessor for 5-axis machine tool with non-orthogonal rotary axes[J]. Journal of Central South University of Technology, 2011, 18(1):159-164.
- [3] 吴大中,王宇晗,冯景春,等. 五坐标数控加工的非线性运动误差分析与控制[J]. 上海交通大学学报, 2007, 41(10):1608-1612.
WU Dazhong, WANG Yuhan, FENG Jingchun, et al. Analysis and control of the non-linear errors in five-axis NC machining[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2007, 41(10):1608-1612. (in Chinese)
- [4] LI Y Q, CHEN Y X, CHEN Q. Research on nonlinear error analysis and overproof processing method in five-axis NC machining with dual turntable[J]. Applied Mechanics and Materials, 2011, 121-126:3662-3666.
- [5] 郭世杰,梅雪松,姜歌东,等. 数控机床几何误差相关性分析方法研究[J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(10):383-389.
GUO Shijie, MEI Xuesong, JIANG Gedong, et al. Correlation analysis of geometric error for CNC machine tool[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(10):383-389. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/redder/view_abstract.aspx?file_no=20161050&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.10.050. (in Chinese)
- [6] 周艳红,周济,周云飞,等. 五坐标数控加工的理论误差分析与控制[J]. 机械工程学报, 1999, 35(5):54-57.
ZHOU Yanhong, ZHOU Ji, ZHOU Yunfei, et al. Analysis and contral of the theoretical error in five-axis NC machining[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1999, 35(5):54-57. (in Chinese)
- [7] 唐清春,黎国强,刘谦,等. 摆头转台五轴数控机床 RTCP 算法的研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2016(5):39-42.
TANG Qingchun, LI Guoqiang, LIU Qian, et al. Research of RTCP algorithm for five-axis NC machine tool with table-rotating[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2016(5):39-42. (in Chinese)
- [8] 张鹏翔,周凯,李学崑. 基于冗余联动的六轴联动数控机床加工轨迹误差优化[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(2):411-419.
ZHANG Pengxiang, ZHOU Kai, LI Xuekun. Optimization of machining trajectory error based on redundant linkage in six-axis

- linkage CNC machine tool[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(2): 411 – 419. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20190247&flag=1. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2019.02.047. (in Chinese)
- [9] 韩兴国, 宋小辉, 殷鸣, 等. 6R 焊接机器人逆解算法与焊接轨迹误差分析[J/OL]. 农业机械学报, 2017, 48(8): 384 – 390, 412. HAN Xingguo, SONG Xiaohui, YIN Ming, et al. Solution of inverse kinematics and welding trajectory error analysis for 6R welding robot[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(8): 384 – 390, 412. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20170846&flag=1. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2017.08.046. (in Chinese)
- [10] 郑颺默, 林许, 张晓辉, 等. 基于实时插补的五轴加工非线性误差控制[J]. 小型微型计算机系统, 2010, 31(7): 1389 – 1392. ZHENG Liaomo, LIN Hu, ZHANG Xiaohui, et al. Control of the non-linear errors in five-axis NC machining based on real-time interpolation[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2010, 31(7): 1389 – 1392. (in Chinese)
- [11] 郑颺默, 林许, 盖荣丽, 等. 五轴数控系统旋转轴快速平滑插补控制策略[J]. 机械工程学报, 2011, 47(9): 105 – 111. ZHENG Liaomo, LIN Hu, GAI Rongli, et al. Fast smooth interpolation control strategy of rotary axes for five-axis CNC systems[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(9): 105 – 111. (in Chinese)
- [12] 周玉龙. 满足非线性误差要求的五轴进给速度控制方法[J]. 机械工程学报, 2014, 50(7): 209 – 212. ZHOU Yulong. Research on feed rate control of five-axis based on non-linear error[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(7): 209 – 212. (in Chinese)
- [13] 张宏韬, 杨建国, 姜辉, 等. 双转台五轴数控机床误差实时补偿[J]. 机械工程学报, 2010, 46(21): 143 – 148. ZHANG Hongtao, YANG Jianguo, JIANG Hui, et al. Real-time error compensation for the two turntable five-axis NC machine tools[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(21): 143 – 148. (in Chinese)
- [14] GENG Cong, WU Yuhou, QIU Jian. Analysis of nonlinear error caused by motions of rotation axes for five-axis machine tools with orthogonal configuration[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2018: 6123596.
- [15] 耿聪, 于东, 张晓辉. 五轴联动数控加工中的刀具轨迹控制算法[J]. 中国机械工程, 2010, 21(24): 2904 – 2909. GENG Cong, YU Dong, ZHANG Xiaohui. An algorithm for tool path control in five-axis CNC machining processes[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(24): 2904 – 2909. (in Chinese)
- [16] 王玉涛, 唐清春, 周泽熙, 等. 五轴联动刀轴矢量插补优化算法[J]. 表面技术, 2018, 47(7): 102 – 107. WANG Yutao, TANG Qingchun, ZHOU Zexi, et al. Optimization algorithm of tool axis vector interpolation in five-axis linkage[J]. Surface Technology, 2018, 47(7): 102 – 107. (in Chinese)
- [17] 覃智广, 陈洪容, 代艳霞. 双转台五轴机床运动学分析及非线性误差研究[J]. 机械设计与制造, 2018(10): 229 – 232. QIN Zhiguang, CHEN Hongrong, DAI Yanxia. Kinematics analysis and nonlinear error study of five-axis machine tool with double turntable[J]. Machinery Design and Manufacturing, 2018(10): 229 – 232. (in Chinese)
- [18] 程德蓉. 五轴数控加工非线性误差建模与控制[J]. 科技资讯, 2016, 14(19): 126 – 128. CHENG Derong. Nonlinear error modeling and control of five-axis CNC machining[J]. Science and Technology Information, 2016, 14(19): 126 – 128. (in Chinese)
- [19] HO M C, HWANG Y R, HU C H. Five-axis tool orientation smoothing using quaternion interpolation algorithm[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, 43(12): 1259 – 1267.
- [20] ZHOU Y, CHEN Z C, FANG Z. Nonlinearity error analysis with the application of the envelope surface in five-axis CNC machining[J]. IFAC-Papers on Line, 2015, 48(3): 675 – 679.
- [21] LI J, ZHOU H Y, LOU Y. Tool path optimization in postprocessor of five-axis machine tools[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 68(9 – 12): 2683 – 2691.
- [22] BHUIYA M S H, TUTUNEA O R. 5D cubic B-spline interpolated compensation of geometry-based errors in five-axis surface machining[J]. Computer-Aided Design and Applications, 2016, 13(3): 369 – 378.
- [23] ZHANG K, ZHANG L, YYAN Y. Single spherical angle linear interpolation for the control of non-linearity errors in five-axis flank milling[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 87(9 – 12): 1 – 11.