

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.12.048

具有3T、2T1R和2R1T模式的并联机构构型综合

刘伟^{1,2} 刘宏昭¹

(1. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 西安 710048; 2. 西安工程大学机电工程学院, 西安 710048)

摘要: 基于具有2R1T和2T1R运动模式的并联机构,在其动平台上串联平面平行四边形机构后,提出了一种混联变自由度支链,分析了串联变自由度支链和混联变自由度支链的运动模式。采用旋量理论分析了具有串联和混联变自由度支链的机构在运动模式变换过程中的自由度特征,验证了该机构在不同运动模式下驱动副选取的合理性。在机构自由度和机构驱动副选取合理性分析时,选取不同的杆件作为动平台,简化了分析过程。结果表明,该含有混联变自由度支链的并联机构具有3T、2T1R和2R1T运动模式,当该机构在上述3种运动模式的一般位形下,3个驱动副可以实现对机构的控制。机构在从3T运动模式变换为2T1R运动模式时,机构需通过3T1R瞬时自由度位形;机构在从2T1R运动模式变换为2R1T运动模式时,机构需通过2R2T瞬时自由度位形。当该机构在运动模式变换时,处于3T1R或2R2T瞬时自由度时,机构处于约束奇异位形,需增加1个辅助驱动副,以实现机构运动模式的变换。该机构使用较少的驱动副可以实现多种运动模式,运动模式变换时不需对机构进行重新组装,可以快速实现机构重构。

关键词: 并联机构; 运动模式; 变自由度支链; 混联变自由度支链; 位移流形

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)12-0411-09

Synthesis of Parallel Mechanism with 3T, 2T1R and 2R1T Motion Modes

LIU Wei^{1,2} LIU Hongzhao¹

(1. Faculty of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China

2. School of Electrical and Mechanical Engineering, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

Abstract: A hybrid variable degree of freedom (DoF) branched chain was proposed after that moving platform of the parallel mechanism with 2R1T and 2T1R motion modes was connected with the planar parallelogram mechanism in series. The motion modes of series variable degree of freedom branched chains and hybrid variable degree of freedom branched chains were analyzed. A mechanism with series and hybrid variable DoF branching chains was constructed. The DoF characteristics of the parallel mechanism in the process of motion mode transformation were analyzed by using screw theory, and the rationality of the selection of driving pairs in different motion modes was verified. When calculating the degree of freedom of mechanism and selecting the reasonable driving pair of mechanism, different rods were selected as the moving platform to simplify the analysis process. The results showed that the mechanism with hybrid variable DoF kinematic chain had 3T, 2T1R and 2R1T motion modes. When the mechanism was in the general configuration of the three motion modes mentioned above, three driving pairs can control the mechanism. When the mechanism was transformed from 3T motion mode to 2T1R motion mode, it needed to pass through 3T1R instantaneous DoF configuration. When the mechanism was transformed from 2T1R motion mode to 2R1T motion mode, the mechanism needed to pass through 2R2T instantaneous DoF configuration. When the mechanism was in the transformation configuration which had 3T1R or 2R2T instantaneous DoF, the mechanism was in constrained singularity configuration, and an additional auxiliary driving pair was needed to control the mechanism. The mechanism can realize multiple motion modes by using fewer driving pairs. It did not need to reassemble the mechanism when the motion mode was changed.

Key words: parallel mechanism; motion mode; variable DoF kinematic chain; hybrid variable DoF kinematic chain; displacement manifold

收稿日期: 2019-04-25 修回日期: 2019-06-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(51275404)和陕西省科技重大专项(2009ZDKG-33)

作者简介: 刘伟(1985—),男,博士生,西安工程大学讲师,主要从事并联机构综合研究,E-mail: liuweilw@xpu.edu.cn

通信作者: 刘宏昭(1954—),男,教授,主要从事机械动力学和机构学研究,E-mail: liu-hongzhao@163.com

0 引言

具有多种运动模式的并联机构的特征为:较少的驱动副可以实现多种运动模式;运动模式变换时不需要对机构进行重新组装,因而可以快速实现机构重构;一些此类并联机构在进行运动模式变换时,需要通过机构的奇异位形^[1]。

DOMY 并联机构具有 4 种不同的 3 自由度运动模式^[2],这种机构中含有特殊的运动链,HUNT^[3]最早在研究连轴器时对其特征进行了分析。文献[4]使用几何代数方法^[5]分析了此类具有运动分岔的机构所具有的运动模式类型。文献[6-7]对单环机构运动分岔的特征进行了分析,将转动轴线、移动方向的重合或平行作为机构运动模式变换的临界条件,并基于此设计了具有多种运动模式的机构。文献[8]对机构运动分岔时的奇异位形进行了分类,设计了一些具有多种运动模式的并联机构^[9]。文献[10]综合了实现 3T、3R、2R1T、2T1R 三自由度运动模式相互转换的并联机构。文献[11-12]使用几何方法讨论了一些单环机构的运动分岔^[13]问题。文献[14]使用可重构转动副设计了一种具有 2R1T 和 3R 运动模式的完全对称并联机构。文献[15]使用虚拟运动链,先对不同运动模式的并联机构支链进行型综合,选择两种运动模式共有的支链结构作为可选支链,再结合不同运动模式支链装配的几何条件,综合了具有多种运动模式的并联机构。文献[16]基于方位特征集,使用可变自由度支链、定自由度支链,综合了具有两转两平移和一转三平移运动模式的并联机构。文献[17-18]基于位移流形理论,使用串联变自由度支链综合了具有两移动一转动和两转动一移动运动模式、具有两转动一移动和三转动运动模式的并联机构。具有 2T1R 运动模式的并联机构在工业装配机器人、姿态调节器、并联机床等领域应用比较广泛。具有 3T 运动模式的并联机构在 3D 打印和分拣搬运等领域应用广泛。具有 2R1T 运动模式的并联机构,适合应用于在曲面上工作的操作手,具有刚度高、精确度高、灵巧性强等特点。

目前,具有多种运动模式的并联机构并没有被完全综合出来,一些机构所具有的新型运动模式相继被发现,具有多种运动模式的并联机构综合仍然是机构学研究的热点之一。多运动模式的并联机构在运动模式变换时,机构处于奇异位形,机构的自由度增加,对机构运动模式变换造成了困难。文献[19]提出实现运动模式变换的方式:手动、动态通过、增加额外的驱动副。增加额外的驱动副可对机构进行控制,但过多的驱动副会增加机构的制造成本,并且增大

了机构的控制难度。本文设计使用较少驱动副和支链,实现多种运动模式的机构,以期该类机构具有应对一定复杂工况的能力。

1 变自由度支链

1.1 串联变自由度支链

一般情况下,并联机构支链结构可以根据位移子群或位移流形的生成元得到。典型的变自由度支链 ${}^uR^vR^wP^vR^aR$ 支链,如图 1a 所示,其位移流形可表示为

$$\{R(A,u)\}\{R(v_1)\}\{T_1(w)\}\{R(v_2)\}\{R(A,a)\} \quad (1)$$

当图 1a 所示支链末端绕平行于转轴 vR 的轴线做有限转动或沿移动副 wP 做有限移动后,转轴 uR 与连接在定平台上的 U 形副转轴 aR 的交点,从图 1a 中的点 A 移动到点 N,此时支链位形如图 1b 所示。当图 1b 所示支链绕 uR 转轴做有限转动后,转轴 uR 与 U 形副转轴 aR 的交点不变。转动副 vR 、 vR 与它们相连接的移动副 wP 和连接动平台的转轴 aR 发生变化,如图 1c 所示。当图 1b 所示支链绕 vR 转轴做有限转动后,转轴 uR 与转轴 aR 平行,如图 1d 所示。该支链位形下支链末端具有 2 个转动自由度和 3 个移动自由度,支链末端受到 1 个垂直于万向铰链转轴的约束力偶。当图 1d 所示机构支链末端移动后,支链处于图 1e 所示位形,支链中存在 1 个局部转动自由度,支链末端姿态不变,支链

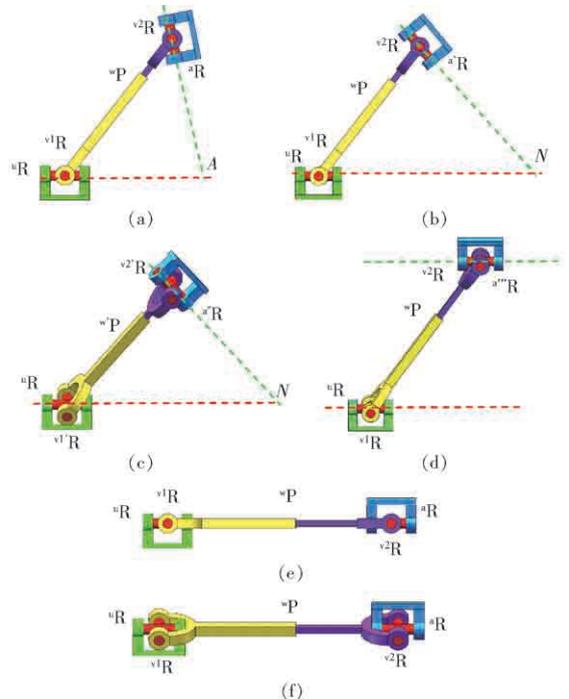


图 1 ${}^uR^vR^wP^vR^aR$ 变自由度支链运动模式变换
Fig. 1 ${}^uR^vR^wP^vR^aR$ variable DoF branch chain motion mode transformation

1 中的“R”P”R 运动链可绕轴线“R 转动后,支链处于图 1f 所示位形。从图 1 支链位形的变化过程中可以发现,图 1a 中的支链“R”P”R 具有 2 个移动自由度和 1 个转动自由度,由于支链中转动副“R 的转动,“R”P”R 子链的移动平面的法线 v 将会发生改变。并且,由于“R”P”R 子链所具有的移动和转动自由度,使得转轴“R 的轴线与转轴“R 的轴线的交点,在转动副“R 的轴线上产生移动。当该交点移动到无穷远位置时,支链位形图如图 1d 所示。不同支链在移动、转动运动求交集时,移动平面的法线方向和转动中心起重要作用。图 1 所示支链所具有的上述运动特性,使得以其作为支链的并联机构可以实现运动模式的变换。

1.2 混联变自由度支链

具有 2T1R 和 2R1T 运动模式的机构如图 2 所示^[17],如图 2a 所示,当定自由度支链 B_1A_1 中的转动副 R_{14} 的轴线 l_1 与串联变自由度支链 B_2A_2 的转动副 R_{24} 的轴线 l_2 不平行时,该机构具有 2T1R 运动模式;如图 2b 所示,当定自由度支链 B_1A_1 中的转动副 R_{14} 的轴线 l_1 与串联变自由度支链 B_2A_2 的转动副 R_{24} 的轴线 l_2 平行时,该机构具有 2R1T 运动模式。图 2 所示并联机构的动平台 $A_1A_2A_3$ 串联移动副后,可得到混联变自由度支链,支链末端具有 3T1R 和 2R2T 两种运动模式,该支链结构如图 3 所示。然而,移动副一般情况下不作为被动运动副,可以使用等效移动副对其进行替换。平面平行四边形四杆机构可作为单自由度等效移动副,如图 4 所示。

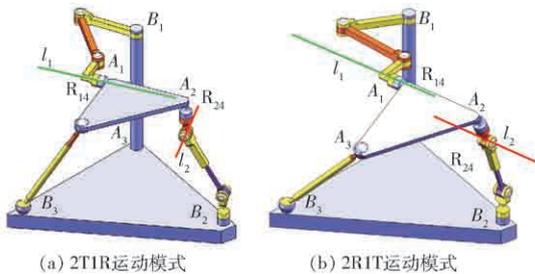


图 2 具有 2T1R 和 2R1T 运动模式的并联机构

Fig. 2 Parallel mechanisms with 2T1R and 2R1T motion modes

图 4 所示平面平行四边形机构的连杆 3 绕圆心 D 沿图中的圆进行移动,连杆 3 具有一维移动位移流形,其运动不具有群的结构。假设图 4 所示连杆 1 上串联两个沿 X 、 Y 轴的移动副,连杆 3 在平面 YOZ 中进行一维圆周移动,连杆 3 的运动所具有的位移流形为

$$\{T_1(X)\} \{T_1(Y)\} \{T_1(YOZ)\} \quad (2)$$

由于 $\{T_1(X)\} \{T_1(Y)\} \subset T_3$

$$\{T_1(YOZ)\} \subset T_3$$

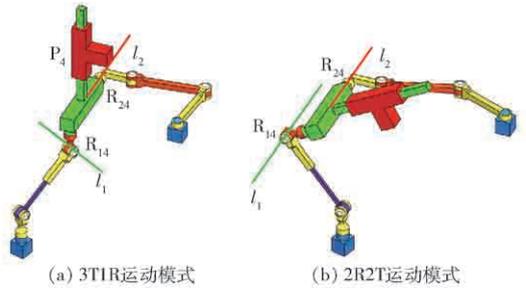


图 3 具有 3T1R 和 2R2T 运动模式的混联变自由度支链

Fig. 3 Hybrid variable DoF branched chain with 3T1R and 2R2T motion modes

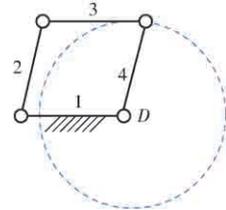


图 4 平面平行四边形机构

Fig. 4 Planar parallelogram mechanism

$$\dim(\{T_1(X)\} \{T_1(Y)\} \{T_1(YOZ)\}) = \dim(T_3) = 3 \quad (3)$$

可得

$$\{T_1(X)\} \{T_1(Y)\} \{T_1(YOZ)\} = T_3 \quad (4)$$

图 4 中连杆 1 串联 2 个移动副,且保证连杆 3 移动自由度与上述 2 个移动副运动独立,则连杆 3 具有空间 3 维移动的运动模式。因而,将图 3 中的移动副 P_4 用图 4 中的平行四边形机构替换后,图 3a 支链末端具有 3T1R 运动模式。当图 3b 机构中的移动副 P_4 用图 4 中的平行四边形机构替换后,图 3b 支链末端具有 2R2T 运动模式,支链末端的移动曲面为圆周弧线沿直线移动形成的曲面,该移动运动模式不具有群的结构,为 2 维移动位移流形。

2 具有 3T、2T1R 和 2R1T 运动模式的并联机构

当机构处于运动模式的变换位形时,机构瞬时自由度会增加,为了使用较少的驱动副,实现 3T、2T1R、2R1T 多种运动模式相互变换,应尽量避免机构同时具有 3 种运动模式时进行运动模式变换。当机构在 2 种运动模式之间变换时,改变 1 个自由度,则机构在变换位形自由度增加 1 个。如果机构运动模式自由度改变多于 1 个,则机构在变换位形自由度也会增加多个自由度,因而需增加多个辅助驱动副,来实现机构运动模式的变换,这增加了机构运动模式变换过程中机构的控制难度和机器设备制造成本。机构在 3T、2T1R、2R1T 运动模式间的变换路径可以为:机构从 3T 运动模式运动到 3T1R 瞬时自由度变换位形,然后变换为 2T1R 运动模式,机构再从

2T1R 运动模式运动到 2R2T 瞬时自由度变换位形, 最终变换为 2R1T 运动模式。机构从最初的 3T 运动模式变换到 2T1R 运动模式, 机构 3T 运动模式的 1 个移动自由度变换为 1 个转动自由度, 机构在自由度变换位形下具有 3T1R 瞬时自由度, 此时机构自由度增加 1 个。机构再从 2T1R 运动模式变换为 2R1T 运动模式, 机构 2T1R 运动模式的 1 个移动自由度变换为 1 个转动自由度, 机构在自由度变换位形下具有 2R2T 瞬时自由度, 此时机构自由度同样增加 1 个。机构在运动模式变换时, 始终自由度增加 1 个, 理论上只需要 1 个辅助驱动副就可以实现机构运动模式的变换, 这有利于降低机构运动模式变换的控制难度和机器设备的制造成本。可以通过设计非对称结构的并联机构来避免机构运动模式变换时, 机构同时具有多种运动模式, 造成机构自由度增多, 需多个辅助驱动副来实现机构运动的控制问题。

由于 1.1 节和 1.2 节中的串联变自由度支链和混联变自由度支链可以实现运动模式的变换, 且都能实现 3T、2T1R、2R1T 运动模式, 理论上可以使用该混联变自由度支链和串联变自由度支链来实现 3T、2T1R、2R1T 运动模式的变换。如图 5 所示, 定平台为 $B_1B_2B_3$, 动平台为 A_3A_4 。连接 B_1 与 A_1 的运动链结构为 ${}^Z R^R P^R Z R$, 两个转动副 ${}^Z R$ 分别与定平台上点 B_1 和连杆 A_1A_2 上 A_1 点相连接。连接 B_2 与 A_2 的运动链结构为 ${}^Z R^Z R^Z R^X R$, 转动副 ${}^Z R$ 与定平台上点 B_2 相连接, 转动副 ${}^X R$ 与连杆 A_1A_2 上 A_2 点相连接, 连接 B_3 与 A_3 的运动链结构为 ${}^Y R^R P^R Y R$, 转动副 ${}^Y R$ 与定平台上点 B_3 相连接, 另一个转动副 ${}^Y R$ 与动平台 A_3A_4 的点 A_3 相连接。动平台 A_3A_4 与连杆 A_1A_2

通过平行四边形四杆机构连接。

3 机构运动模式自由度分析

3.1 3T 运动模式

3.1.1 自由度分析

如图 5 所示, 在 B_i 点建立与坐标系 $OXYZ$ 对应平行的坐标系 $o_i x_i y_i z_i$ 。分析图 5 所示机构的自由度, 第 1 种方法, 以 A_3A_4 作为动平台, 先计算运动链 B_1A_1 , 运动链 B_2A_2 施加在连杆 A_1A_2 的约束旋量, 然后求解连杆 A_1A_2 的运动螺旋, 接着得到连杆 A_1A_2 连接平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 后得到的混联运动链的运动旋量, 求解混联运动链施加在动平台 A_3A_4 上的约束旋量, 最后结合运动链 B_3A_3 施加在动平台 A_3A_4 的约束旋量, 对其求解互易积计算动平台 A_3A_4 的自由度。混联运动链中的驱动副产生的驱动旋量也可以使用上述方法进行计算, 这种方法计算量较大。第 2 种方法, 可以将图 5 中连杆 A_1A_2 作为动平台, 支链 B_1A_1 作为第 1 支链, 支链 B_2A_2 作为第 2 支链, 支链 B_3A_3 连接平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 作为第 3 支链, 计算图 5 所示机构在锁定驱动副后的自由度。使用这种方法, 可将具有混联支链的机构转换为并联机构, 改变了机构动平台的选取, 机构的自由度不会发生改变, 便于支链约束旋量、驱动旋量分析, 但该方法不能求解动平台 A_3A_4 的运动模式和自由度。因而, 使用旋量理论分析机构运动模式时, 使用第 1 种方法。计算锁定驱动副后机构的自由度, 分析驱动副选取合理性时, 使用第 2 种方法。

图 5 所示机构转动副 R_{12} 的轴线 l_1 和 R_{24} 的轴线 l_2 异面, 转动副 R_{31} 的轴线 l_3 与转动副 R_{35} 的轴线 l_4 平行。结合图 2a 机构所具有的 2T1R 运动模式, 平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 等效为移动副 P。图 5 机构位形下, 混联运动链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 在定坐标系 $OXYZ$ 下的约束旋量为

$$\begin{cases} {}^o \mathcal{S}_{11}^r = (0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0) \\ {}^o \mathcal{S}_{12}^r = (0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0) \end{cases} \quad (5)$$

同理, 支链 B_3A_3 在定坐标系 $OXYZ$ 下施加在动平台 A_3A_4 上的约束力偶旋量可表示为

$${}^o \mathcal{S}_{31}^r = (0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & b_3) \quad (6)$$

结合式 (5)、(6) 可知, 动平台上施加的约束系不存在冗余约束, $v = 0$, 采用修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算机构自由度。值得注意图 5 中混联支链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 可等效为 ${}^Z R^Z R^Z R^P$, 因而 n 、 g 、 f_i 应参照使用等效支链 ${}^Z R^Z R^Z R^P$ 替代混联运动链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 后的结构取值。机构自由度为

$$M = 6 \times (7 - 7 - 1) + 9 + 0 = 3 \quad (7)$$

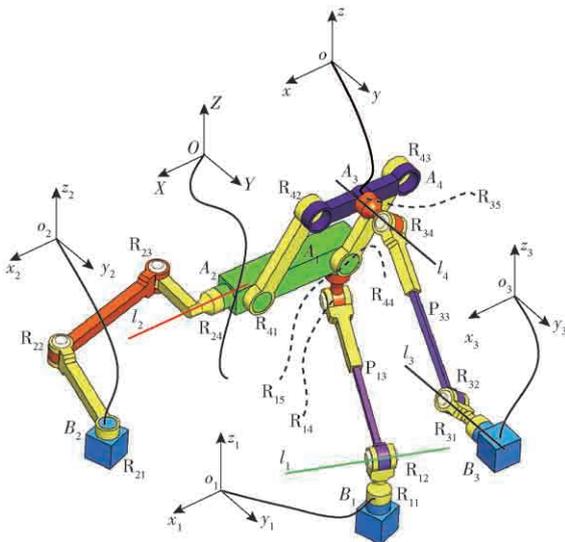


图 5 具有 3T、2T1R 和 2R1T 运动模式的并联机构

Fig. 5 Parallel mechanisms with 3T, 2T1R and 2R1T motion modes

机构具有 3 个自由度,对动平台 A_3A_4 上的约束旋量求解互易积,可知动平台 A_3A_4 在图 5 所示位形下,具有 3T 运动模式,即沿空间的 3 维移动自由度。根据文献[20]的方法判定运动模式是否瞬时,对应每一个自由度和其性质依次给出相对起始位型的一个足够小的有限位移。可以验证该 3 维移动自由度是全周的。

3.1.2 驱动副选取合理性分析

当锁定支链中驱动副后机构自由度为零,说明驱动副选取正确。否则说明驱动副选取错误。将图 5 所示机构,运动链 B_1A_1 中的移动副 P_{13} ,运动链 B_2A_2 转动副 R_{21} ,运动链 B_3A_3 中的移动副 P_{33} 作为驱动副。图 5 所示机构位形下,支链施加在连杆 A_1A_2 上的约束力旋量为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}_{11}^r = (0 & 0 & 0 & a'_1 & b'_1 & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{21}^r = (0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{22}^r = (0 & 0 & 1 & a'_2 & b'_2 & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{31}^r = (0 & 0 & 0 & a'_3 & 0 & b'_3) \end{cases} \quad (8)$$

锁定运动链 B_1A_1 中的移动副 P_{13} ,运动链 B_2A_2 转动副 R_{21} (锁定移动副 P_{33} 不在连杆 A_1A_2 施加驱动力旋量),施加在连杆 A_1A_2 上的驱动力旋量系为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}_{11}^a = (c'_1 & d'_1 & e'_1 & f'_1 & g'_1 & h'_1) \\ {}^0\mathcal{S}_{21}^a = (c'_2 & d'_2 & 0 & 0 & 0 & e'_2) \end{cases} \quad (9)$$

结合式(8)、(9)组成的旋量系可知,该旋量系中的 6 个旋量在机构 3T 运动模式的一般位形下,线性无关,连杆 A_1A_2 上施加的约束系不存在冗余约束, $\nu=0$ 。考虑到图 5 中平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 等效为移动副 P,因而 $n、g、f_i$ 应参照使用移动副 P 等效替代平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 后的结构取值,则自由度为

$$M = 6 \times (7 - 8 - 1) + 12 + 0 = 0 \quad (10)$$

机构具有 0 个自由度,可知机构在图 5 所示机构位形下,选取的 3 个驱动副能实现机构 3T 运动模式的控制。

3.2 3T1R 瞬时自由度位形

3.2.1 自由度分析

当控制 3 个驱动副使机构从图 5 所示位形做 3 维移动,运动到图 6 所示机构位形。图 6 所示机构位形下,转动副 R_{12} 的轴线 l_1 和 R_{24} 的轴线 l_2 异面,转动副 R_{31} 的轴线 l_3 与转动副 R_{35} 的轴线 l_4 平行(不重合),转动副 R_{32} 的轴线 l_5 平行于 Z 轴,结合图 2a 机构所具有的 2T1R 运动模式,施加在动平台 A_3A_4 上的约束旋量在定坐标系 OXYZ 中可表示为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}_{11}^r = (0 & 0 & 0 & i'_1 & j'_1 & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{12}^r = (0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{31}^r = (0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0) \end{cases} \quad (11)$$

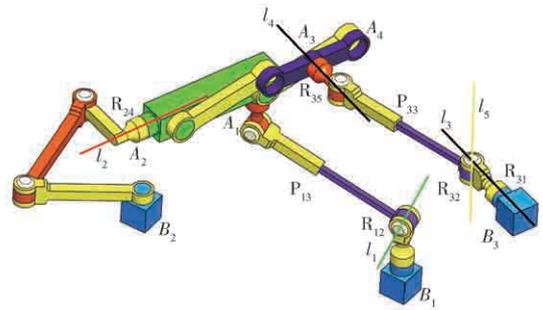


图 6 3T1R 瞬时自由度位形

Fig. 6 3T1R instantaneous DoF configuration

图 6 所示机构施加在动平台 A_3A_4 上的约束系存在冗余约束, $\nu=1$ 。采用修正的 Kutzbach - Grübler 公式计算机构自由度。考虑到图 6 中混联支链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 可等效为 ${}^2R^2R^2RP$, 因而应参照使用等效支链 ${}^2R^2R^2RP$ 替代混联支链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 后的结构对 $n、g、f_i$ 取值,自由度为

$$M = 6 \times (7 - 7 - 1) + 9 + 1 = 4 \quad (12)$$

机构具有 4 个自由度,对动平台 A_3A_4 上的约束旋量求解互易积,可知机构在图 6 所示位形下,机构动平台 A_3A_4 具有 1 个平行于 Z 轴的转动自由度和 3 个移动自由度。考虑到机构从图 5 所示位形运动到图 6 所示位形,机构自由度由 3T 变为 3T1R,且机构在图 5 所示位形下的自由度是全周的,因而图 6 所示机构 4 个自由度是瞬时的。

3.2.2 驱动副选取合理性分析

锁定运动链 B_1A_1 中的移动副 P_{13} ,运动链 B_2A_2 中的转动副 R_{21} ,锁定运动链 B_3A_3 中的移动副 P_{33} (锁定移动副 P_{33} 不在连杆 A_1A_2 上施加驱动力旋量),施加在连杆 A_1A_2 上的驱动力旋量为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}_{11}^a = (m'_1 & n'_1 & p'_1 & q'_1 & r'_1 & s'_1) \\ {}^0\mathcal{S}_{21}^a = (f'_2 & g'_2 & 0 & h'_2 & 0 & 0) \end{cases} \quad (13)$$

施加在连杆 A_1A_2 上的约束力旋量为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}_{11}^r = (0 & 0 & 0 & t'_1 & u'_1 & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{21}^r = (0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{22}^r = (0 & 0 & 1 & l'_2 & m'_2 & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{31}^r = (0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0) \end{cases} \quad (14)$$

结合式(13)、(14)组成的旋量系可知,该旋量系中的 6 个旋量在图 6 所示机构位形下,线性相关, $\nu=1$ 。采用修正的 Kutzbach - Grübler 公式计算机构自由度。考虑到图 6 中平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 等效为移动副 P,因而 $n、g、f_i$ 应参照使用移动副 P 等效替代平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 后的结构取值。自由度为

$$M = 6 \times (7 - 8 - 1) + 12 + 1 = 1 \quad (15)$$

因而,机构具有 1 个自由度,可知机构在图 6 所

示位形下,选取的3个驱动副不能实现机构3T1R瞬时自由度位形下的控制。

3.2.3 辅助驱动副选取

根据3.2.2节的分析结果,锁定运动链 B_1A_1 中的移动副 P_{13} ,运动链 B_2A_2 中的转动副 R_{21} ,运动链 B_3A_3 中的移动副 P_{33} 后,并不能实现对机构在3R1T瞬时自由度位形下的控制。因而,需要增加辅助驱动副。选取辅助驱动副时,应使得辅助驱动副的数目尽可能少,且辅助驱动副的布置尽可能靠近基座,以减少设备的制造成本和设备的运动惯量。当锁定辅助驱动副和支链的常规驱动副后,机构的自由度为零,则说明机构的辅助驱动副选取正确。转动副 R_{11} 、 R_{31} 都可作为辅助驱动副的备选选项。选取运动链 B_3A_3 中的转动副 R_{31} 作为辅助驱动副,锁定该驱动副后,在连杆 A_1A_2 施加驱动力旋量

$${}^0\mathcal{S}'_3 = (c'_3 \quad d'_3 \quad e'_3 \quad f'_3 \quad g'_3 \quad h'_3) \quad (16)$$

结合式(13)、(14)、(16),该旋量系中的7个旋量在图6所示机构位形下,满秩且线性相关, $v=1$,采用修正Kutzbach-Grübler公式计算机构自由度。图6中平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 等效为移动副P,因而 $n、g、f_i$ 应参照使用移动副P等效替代平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 后的结构取值。自由度为

$$M = 6 \times (7 - 8 - 1) + 11 + 1 = 0 \quad (17)$$

根据式(17)可知,当锁定运动链 B_1A_1 中的移动副 P_{13} ,运动链 B_2A_2 中的转动副 R_{21} ,运动链 B_3A_3 中的移动副 P_{33} 和转动副 R_{31} 后,机构自由度为零,因而可以通过控制上述驱动副,实现机构在图6所示3T1R瞬时自由度位形时对机构的控制。可锁定移动驱动副 P_{13} 、转动驱动副 R_{21} 、辅助转动驱动副 R_{31} 后,控制移动驱动副 P_{33} 即可实现动平台 A_3A_4 绕平行于 Z 轴的轴线转动。动平台 A_3A_4 绕平行于 Z 轴的轴线转动后,支链 B_3A_3 中的转动副 R_{31} 、 R_{35} 轴线相交,根据3.3.1节的分析可知,此时机构离开3T1R瞬时自由度位形。

3.3 2T1R运动模式

3.3.1 自由度分析

当控制图6所示机构的3个驱动副和1个辅助驱动副,使得机构动平台 A_3A_4 绕平行于 Z 轴的轴线转动后,机构处于图7所示位形,转动副 R_{12} 的轴线 l_1 和 R_{24} 的轴线 l_2 异面,转动副 R_{31} 的轴线 l_3 与转动副 R_{35} 的轴线 l_4 相交,转动副 R_{32} 的轴线 l_5 平行于 Z 轴。结合图2a机构所具有的2T1R运动模式,施加在动平台 A_3A_4 上的约束旋量可表示为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}'_{11} = (0 \quad 0 \quad 0 \quad v'_1 \quad w'_1 \quad 0) \\ {}^0\mathcal{S}'_{12} = (0 \quad 0 \quad 0 \quad x'_1 \quad y'_1 \quad 0) \\ {}^0\mathcal{S}'_{31} = (0 \quad 0 \quad 1 \quad h'_3 \quad i'_3 \quad 0) \end{cases} \quad (18)$$

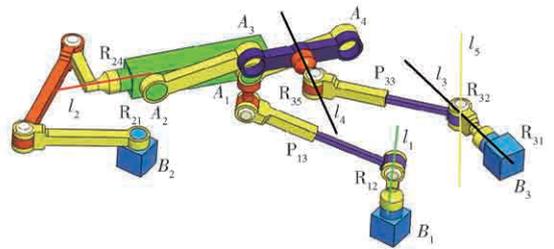


图7 2T1R运动模式

Fig.7 2T1R motion mode

动平台 A_3A_4 上施加的约束系不存在冗余约束, $v=0$ 。采用修正的Kutzbach-Grübler公式计算机构自由度。考虑到图7中平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 等效为移动副P,图7中混联支链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 可等效为 ${}^2R^2R^2RP$,因而应参照使用等效支链 ${}^2R^2R^2RP$ 替代混联支链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 后的结构对 $n、g、f_i$ 取值。自由度为

$$M = 6 \times (7 - 7 - 1) + 9 + 0 = 3 \quad (19)$$

机构具有3个自由度,结合动平台 A_3A_4 上的约束,对其求解互易积,可知机构动平台 A_3A_4 在图7所示位形下,具有2T1R运动模式,即沿 XOY 平面的2个移动自由度和绕平行于 Z 轴轴线的1个转动自由度。可以验证该3自由度是全周的。

3.3.2 驱动副选取合理性分析

当机构处于图7所示位形,锁定驱动副 P_{13} 、 R_{21} 、 P_{33} 在连杆 A_1A_2 上施加驱动力旋量为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}''_{11} = (a''_1 \quad b''_1 \quad c''_1 \quad d''_1 \quad e''_1 \quad f''_1) \\ {}^0\mathcal{S}''_{21} = (n'_2 \quad p'_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad q'_2) \\ {}^0\mathcal{S}''_{31} = (j'_3 \quad k'_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad l'_3) \end{cases} \quad (20)$$

施加在连杆 A_1A_2 上的约束力旋量为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}'_{11} = (0 \quad 0 \quad 0 \quad g''_1 \quad h''_1 \quad 0) \\ {}^0\mathcal{S}'_{21} = (0 \quad 0 \quad 0 \quad r'_2 \quad s'_2 \quad 0) \\ {}^0\mathcal{S}'_{22} = (0 \quad 0 \quad 1 \quad t'_2 \quad u'_2 \quad 0) \end{cases} \quad (21)$$

结合式(20)、(21)可知,该旋量系中的6个旋量在机构2T1R运动模式的一般位形下,线性无关,连杆 A_1A_2 上施加的约束系不存在冗余约束, $v=0$,采用修正的Kutzbach-Grübler公式计算机构自由度。考虑到图7中平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 等效为移动副P,因而 $n、g、f_i$ 应参照使用移动副P等效替代平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 后的结构取值。自由度为

$$M = 6 \times (7 - 8 - 1) + 12 + 0 = 0 \quad (22)$$

机构具有0个自由度,可知机构在图7所示位形下,选取3个驱动副能实现对机构2T1R运动模式的控制。

3.4 2T2R 瞬时自由度位形

3.4.1 自由度分析

当控制图 7 所示机构的 3 个驱动副, 机构从图 7 位形绕平行于 Z 轴的轴线转动, 运动到图 8 所示位形, 此时转动副 R_{12} 的轴线 l_1 与转动副 R_{24} 的轴线 l_2 平行, 转动副 R_{31} 的轴线 l_3 与转动副 R_{35} 的轴线 l_4 相交, 转动副 R_{32} 的轴线 l_5 平行于 Z 轴。结合图 3b 机构具有的 2R2T 瞬时自由度, 施加在动平台 A_3A_4 上的约束旋量为

$$\begin{cases} {}^0 \mathcal{S}_{r_{11}}^r = (0 & 0 & 0 & i_1'' & j_1'' & 0) \\ {}^0 \mathcal{S}_{r_{31}}^r = (0 & 0 & 1 & m_3' & n_3' & 0) \end{cases} \quad (23)$$

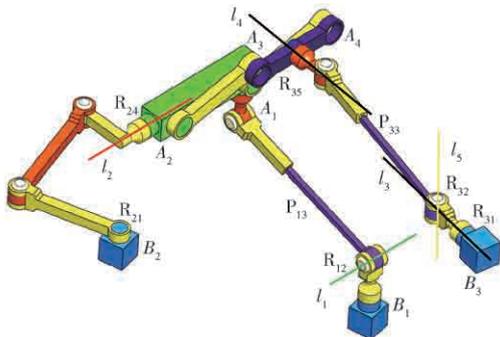


图 8 2R2T 瞬时自由度位形

Fig. 8 2R2T instantaneous DoF configuration

图 8 位形下, 连杆 A_1A_2 具有 2R2T 瞬时自由度, 因而混联支链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 可等效为 ${}^Z R^Z R^Z R^V R^Z P$ (向量 v 平行于图 8 中轴线 l_2), 因而 n, g, f_i 应参照使用等效支链 ${}^Z R^Z R^Z R^V R^Z P$ 替代混联支链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 后的结构取值。在图 8 所示机构位形下, 动平台 A_3A_4 上施加的约束系不存在冗余约束, $v=0$ 。采用修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算机构的自由度为

$$M = 6 \times (8 - 8 - 1) + 10 + 0 = 4 \quad (24)$$

因而机构具有 4 个自由度, 结合动平台 A_3A_4 上的约束对其求解互易积, 可知机构在图 8 所示机构位形下, 动平台 A_3A_4 具有 2 个移动自由度和 2 个转动自由度。由于图 8 所示机构位形是由图 7 机构位形绕平行与 Z 轴的转轴转动得到的, 且图 7 所示位形下动平台 A_3A_4 的 3 个自由度是全周的, 因而图 8 位形下动平台 A_3A_4 的 2R2T 运动模式是瞬时的。

3.4.2 驱动副选取合理性分析

图 8 所示机构位形下, 锁定移动副 P_{13} 、转动副 R_{21} 、移动副 P_{33} , 施加在连杆 A_1A_2 上的驱动力旋量为

$$\begin{cases} {}^0 \mathcal{S}_{11}^a = (h_1'' & l_1'' & n_1'' & p_1'' & q_1'' & r_1'') \\ {}^0 \mathcal{S}_{21}^a = (v_2' & w_2' & 0 & 0 & 0 & x_2') \\ {}^0 \mathcal{S}_{31}^a = (p_3' & q_3' & r_3' & s_3' & t_3' & u_3') \end{cases} \quad (25)$$

施加在连杆 A_1A_2 上的约束力旋量为

$$\begin{cases} {}^0 \mathcal{S}_{r_{11}}^r = (0 & 0 & 0 & s_1'' & t_1'' & 0) \\ {}^0 \mathcal{S}_{r_{21}}^r = (0 & 0 & 0 & s_1'' & t_1'' & 0) \\ {}^0 \mathcal{S}_{r_{22}}^r = (0 & 0 & 1 & y_2' & z_2' & 0) \end{cases} \quad (26)$$

结合式 (25)、(26) 可知, 该旋量系中的 6 个旋量在机构 2T2R 瞬时自由度位形下, 线性相关, 动平台上施加的约束系存在 1 个冗余约束, $v=1$, 采用修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算机构自由度。考虑到图 8 中平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 等效为移动副 P , 因而 n, g, f_i 应参照使用移动副 P 等效替代平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 后的结构取值。自由度为

$$M = 6 \times (7 - 8 - 1) + 12 + 1 = 1 \quad (27)$$

图 8 所示机构具有 1 个自由度, 可知在图 8 所示位形下, 选取的 3 个驱动副不能实现机构 2R2T 瞬时自由度位形下的控制。

3.4.3 驱动副选取

根据 3.4.2 节的分析结果, 锁定移动副 P_{13} 、转动副 R_{21} 、移动副 P_{33} 后, 并不能实现对机构在 2R2T 瞬时自由度位形下的控制。因而, 需要增加驱动副, 根据 3.2.3 节的内容, 选取支链 3 中的转动副 R_{31} 作为辅助驱动副, 锁定该驱动副后, 在连杆 A_1A_2 施加驱动力偶旋量

$${}^0 \mathcal{S}_{31}^a = (0 & 0 & 0 & s_3' & t_3' & 0) \quad (28)$$

结合式 (25)、(26)、(28) 中的旋量, 该旋量系中的 7 个旋量在机构具有 2R2T 瞬时自由度时, 满秩且线性相关, $v=1$, 采用修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算机构自由度。考虑到图 8 中平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 等效为移动副 P , 因而 n, g, f_i 应参照使用移动副 P 等效替代平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 后的结构取值。自由度为

$$M = 6 \times (7 - 8 - 1) + 11 + 1 = 0 \quad (29)$$

根据式 (29) 可知, 当锁定运动链 B_1A_1 中的移动副 P_{13} 、运动链 B_2A_2 中的转动副 R_{21} 、运动链 B_3A_3 中的移动副 P_{33} 、运动链 B_3A_3 中的转动副 R_{31} 后, 机构的自由度为零, 因而可以通过控制上述驱动副, 实现机构在 2R2T 瞬时自由度位形时对机构的控制。可锁定移动驱动副 P_{13} 、转动驱动副 R_{21} 后, 控制移动驱动副 P_{33} 、转动驱动副 R_{31} , 即可使动平台 A_3A_4 产生绕平行于轴线 l_2 的转动和一维移动。动平台 A_3A_4 绕轴线 l_2 的转动和做一维移动后, 根据 3.5.1 节的分析可知, 机构即可离开 2R2T 瞬时自由度位形。

3.5 2R1T 运动模式

3.5.1 自由度分析

当控制图 8 所示机构的 3 个驱动副和 1 个辅助驱动副, 机构连杆 A_1A_2 从图 8 位形绕平行于转动副

R_{24} 的轴线 l_2 转动,运动到图9所示位形,此时转动副 R_{12} 的轴线 l_1 与转动副 R_{24} 的轴线 l_2 平行,转动副 R_{31} 的轴线 l_3 与转动副 R_{35} 的轴线 l_4 相交。结合图2b机构具有的2R1T运动模式,施加在动平台 A_3A_4 上的约束旋量为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}_{11}^r = (u_1'' & v_1'' & 0 & x_1'' & y_1'' & z_1'') \\ {}^0\mathcal{S}_{12}^r = (0 & 0 & 0 & z_1'' & a_1'' & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{31}^r = (u_3' & 0 & v_3' & w_3' & x_3' & y_3') \end{cases} \quad (30)$$

图9所示位形下,动平台上施加的约束系不存在冗余约束, $v=0$,采用修正的Kutzbach-Grübler公式计算机构自由度,图9中混联支链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 可等效为 ${}^2R^vP^vRP$ (向量 v 与转动副 R_{24} 转动轴线重合,向量 w 与移动副 P_{13} 移动轴线重合), n 、 g 、 f_i 应参照使用等效支链 ${}^2R^vP^vRP$ 替代混联支链 $B_1A_1B_2A_2-P$ 后的结构取值。自由度为

$$M = 6 \times (7 - 7 - 1) + 9 + 0 = 3 \quad (31)$$

机构具有3个自由度,结合动平台 A_3A_4 上的约束对其就求解互易积,可知动平台 A_3A_4 在图9所示机构位形下,动平台 A_3A_4 具有2个转动自由度和1个移动自由度,即图9所示机构位形下,机构具有2R1T运动模式。可以验证该2R1T运动模式是周全的。

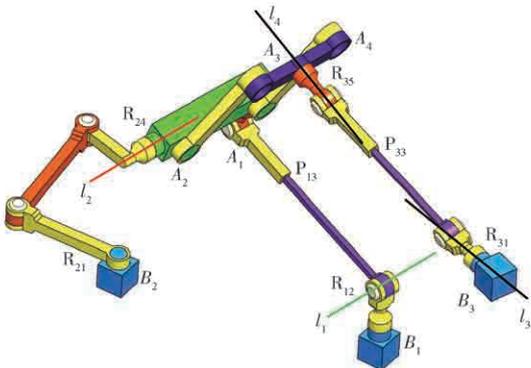


图9 2R1T运动模式

Fig.9 2R1T motion mode

3.5.2 驱动副选取合理性分析

图9所示机构位形下,锁定移动副 P_{13} 、转动副 R_{21} 、移动副 P_{33} ,施加在连杆 A_1A_2 上的驱动力旋量为

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}_{11}^a = (b_1'' & c_1'' & d_1'' & e_1'' & f_1'' & g_1'') \\ {}^0\mathcal{S}_{21}^a = (a_2'' & b_2'' & 0 & c_2'' & d_2'' & e_2'') \\ {}^0\mathcal{S}_{31}^a = (z_3' & a_3'' & b_3'' & c_3'' & d_3'' & e_3'') \end{cases} \quad (32)$$

施加在连杆 A_1A_2 上的约束力旋量为(混联变自由度支链 $B_3A_1A_2$ 不在连杆 A_1A_2 上施加约束)

$$\begin{cases} {}^0\mathcal{S}_{11}^r = (h_1''' & i_1''' & 0 & j_1''' & k_1''' & l_1''') \\ {}^0\mathcal{S}_{21}^r = (0 & 0 & 1 & f_2'' & g_2'' & 0) \\ {}^0\mathcal{S}_{22}^r = (0 & 0 & 0 & h_2'' & i_2'' & 0) \end{cases} \quad (33)$$

结合式(32)、(33)组成的旋量系可知,该旋量系中的6个旋量在机构图9所示2R1T运动模式位形下,线性无关,连杆 A_1A_2 上施加的约束系不存在冗余约束, $v=0$,采用修正的Kutzbach-Grübler公式计算机构自由度。考虑到图9中平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 等效为移动副 P ,因而 n 、 g 、 f_i 应参照使用移动副 P 等效替代平行四边形机构 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 后的结构取值。自由度为

$$M = 6 \times (7 - 8 - 1) + 12 + 0 = 0 \quad (34)$$

锁定图9中移动副 P_{13} 、转动副 R_{21} 、移动副 P_{33} 后,机构具有0个自由度,可知机构在图9所示位形下,选取的3个驱动副能实现机构2R1T运动模式的控制。

综上所述,该机构使用3个驱动副和1个辅助驱动副,可使得机构从3T运动模式的位形下,运动到3T1R的瞬时自由度位形,变换到2T1R运动模式下,然后运动到2R2T瞬时自由度位形,变换到2R1T运动模式。机构在上述3自由度运动模式下,使用3个驱动副可以实现机构的控制,当机构处于运动模式变换的瞬时4自由度位形时,除了使用3个驱动副以外,还需使用1个辅助驱动副来实现机构运动模式的变换。

4 结论

(1)使用混联变自由度支链可以实现机构运动模式的变换,提出的一类机构具有3T、2T1R和2R1T运动模式,在不同运动模式的机构位形下,采用旋量理论对机构自由度进行分析,验证了机构的多模式运动特性。

(2)选取的3个驱动副能在机构3种运动模式的一般位形下,实现对机构的控制,当机构在运动模式变换位形下,具有3T1R或2R2T瞬时自由度时,需要增加1个辅助驱动副,控制该辅助驱动副和上述机构的3个驱动副可以实现机构运动模式的变换。

参考文献

- [1] KONG Xianwen. Type synthesis of 3-DOF parallel manipulators with both a planar operation mode and a spatial translational operation mode[J]. Journal of Mechanisms & Robotics, 2013, 5(4): 041015-8.
- [2] ZLATANOV D, BONEV I A, GOSSELIN C M. Constraint singularities as C-space singularities[M]. Advances in Robot Kinematics, 2002: 183-192.

- [3] HUNT K H. Kinematic geometry of mechanism[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1978.
- [4] KONG Xianwen. Reconfiguration analysis of a 3-DOF parallel mechanism using Euler parameter quaternions and algebraic geometry method[J]. Mechanism & Machine Theory, 2014, 74(6): 188 – 201.
- [5] NURAHMI L, CARO S, WENGER P, et al. Reconfiguration analysis of a 4-RUU parallel manipulator[J]. Mechanism & Machine Theory, 2018, 96(6): 269 – 289.
- [6] GALLETTI C, GIANNOTTI E. Multiloop kinematotropic mechanisms[C]//Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conference, Montreal: ASME, 2002.
- [7] GALLETTI C, FANGHELLA P. Single-loop kinematotropic mechanisms[J]. Mechanism & Machine Theory, 2001, 36(6): 743 – 761.
- [8] GOGU G. Branching singularities in kinematotropic parallel mechanisms [M] // Computational Kinematics. Springer Berlin Heidelberg, 2009: 341 – 348.
- [9] GOGU G. T2R1-type parallel manipulators with decoupled and bifurcated planar-spatial motion of the moving platform[C]//IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. IEEE, 2009: 1022 – 1027.
- [10] YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. Two classes of reconfigurable parallel mechanisms constructed with multi-diamond kinematotropic chain[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(18): 3319 – 3330.
- [11] HERVE J M. Oblique circular torus, Villarceau circles and four types of Bennett linkages[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 228(4): 742 – 752.
- [12] LEE C C, HERVE J M. A discontinuously movable constant velocity shaft coupling of koenigs joint type[M]//Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I. Springer London, 2012: 35 – 43.
- [13] LOPEZ-CUSTODIO P C, RICO J M, CERVANTES-SANCHEZ J J, et al. Verification of the higher order kinematic analyses equations[J]. European Journal of Mechanics, 2017, 61:198 – 215.
- [14] GAN D, DIAS J, SENEVIRATNE L. Unified kinematics and optimal design of a 3rRPS metamorphic parallel mechanism with a reconfigurable revolute joint[J]. Mechanism & Machine Theory, 2016, 96(2):239 – 254.
- [15] KONG X, CLEMENT M, RICHARD P L. Type synthesis of parallel mechanisms with multiple operation modes[J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129(6): 595 – 601.
- [16] 石志新, 叶梅燕, 罗玉峰, 等. 四自由度两模式并联机构结构综合与位置分析[J/OL]. 农业机械学报, 2017, 48(4): 383 – 389.
SHI Zhixin, YE Meiyang, LUO Yufeng, et al. Type synthesis and position analysis of 4-DOF parallel mechanisms with two operation modes[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(4):383 – 389. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20170451&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.04.051. (in Chinese)
- [17] 刘伟, 刘宏昭. 具有 2T1R 与 2R1T 运动模式 3 自由度并联机构型综合[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(7): 401 – 409.
LIU Wei, LIU Hongzhao. Type synthesis of 3-DOF parallel mechanism with 2T1R and 2R1T motion mode [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(7):401 – 409. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20180750&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.07.050. (in Chinese)
- [18] 刘伟, 刘宏昭. 具有 2R1T 和 3R 运动模式的并联机构综合[J]. 机械工程学报, 2018, 55(3): 53 – 63.
LIU Wei, LIU Hongzhao. Type synthesis of 3-DOF parallel mechanism with both 2R1T and 3R motion mode[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 55(3): 53 – 63. (in Chinese)
- [19] KONG Xianwen, HUANG Chintien. Type synthesis of single-DOF single-loop mechanisms with two operation modes[C]//ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots. IEEE, 2009: 136 – 141.
- [20] HUANG Zhen, LI Qingchuan, DING Huafeng. Theory of parallel mechanisms[M]. Dordrecht: Springer Netherlands, 2013.