

# 基于 ISRCDKF 的移动机器人同时定位与建图研究

齐咏生 孙作慧 李永亭 刘利强

(内蒙古工业大学电力学院, 呼和浩特 010080)

**摘要:** 为解决移动机器人在同时定位和建图 (Simultaneous localization and mapping, SLAM) 技术中普遍存在状态精度不高、稳定性差、计算复杂等问题, 提出一种基于迭代平方根中心差分卡尔曼滤波 (Iterated square root central difference Kalman filter, ISRCDKF) 的 SLAM 自主定位算法, 以满足 SLAM 过程中的实时性、准确性等要求。该算法使用中心差分变换处理 SLAM 的非线性问题, 避免了泰勒公式展开中雅可比矩阵复杂运算; 同时在滤波更新过程中, 通过直接传递协方差矩阵的平方根因子减少算法的复杂度; 在迭代观测更新过程中, 使用列文伯格-马夸尔特 (Levenberg - Marquardt, L - M) 优化方法引入调节参数, 实时修正协方差矩阵, 达到提高算法精度、增强稳定性的目的。仿真结果表明, 在相同的数据模型和噪声环境下, 本文提出的 ISRCDKF - SLAM 算法与基于扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman filter, EKF) 的 SLAM 算法、无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman filter, UKF) 的 SLAM 算法和容积卡尔曼滤波 (Cubature Kalman filter, CKF) 的 SLAM 算法相比, 均方根误差分别降低了 47.3%、32.7% 和 25.0%; 与相同计算复杂度的 UKF - SLAM 算法和 CKF - SLAM 算法相比, 新算法的运行时间分别减少了 15.1% 和 10.8%。将新算法嵌入到移动机器人平台进行现场实验验证, 进一步证明了该算法的实用性和有效性。

**关键词:** 移动机器人; 同时定位和建图; 迭代平方根中心差分卡尔曼滤波; 均方根误差

**中图分类号:** TP242.6      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1298(2019)11-0394-10

## Simultaneous Localization and Mapping of Mobile Robot Based on ISRCDKF Algorithm

QI Yongsheng SUN Zuohui LI Yongting LIU Liqiang

(College of Electric Power, Inner Mongolia University of Technology, Huhhot 010080, China)

**Abstract:** In the simultaneous localization and mapping (SLAM) technology, mobile robots generally has problems such as low state accuracy, poor stability, and complicated calculation, which can not meet the requirements of real-time and accuracy in the SLAM process. In order to improve this problem, an SLAM autonomous positioning algorithm was proposed based on iterated square root central difference Kalman filter (ISRCDKF). The central difference transform was used to deal with the nonlinear problem of SLAM, avoiding complex operations such as Jacobian matrix in the Taylor formula expansion, and directly transmitting the square root factor reduction algorithm of the covariance matrix in the filter update process. In the complexity, the Levenberg - Marquardt (L - M) optimization method was used to introduce the real-time modified covariance matrix of the adjustment parameters in the iterated observation update process to improve the accuracy and stability of the algorithm. The simulation results showed that under the same data model and noise environment, the proposed ISRCDKF - SLAM algorithm was compared with SLAM algorithm based on extended Kalman filter (EKF - SLAM), SLAM algorithm based on unscented Kalman filter (UKF - SLAM) and SLAM algorithm based on cubature Kalman filter (CKF - SLAM), the root mean square error was reduced by 47.3%, 32.7% and 25.0%, respectively. At the same time, compared with the UKF - SLAM algorithm and CKF - SLAM algorithm with the same computational complexity, the running time of the proposed algorithm was reduced by 15.1% and 10.8%, respectively, which proved the effectiveness of the algorithm. Finally, the proposed algorithm was embedded into the mobile robot platform for field experiment verification, which further proved the practicability and effectiveness of the algorithm.

**Key words:** mobile robot; simultaneous localization and mapping; iterated square root central difference Kalman filter; root mean square error

收稿日期: 2019-04-17 修回日期: 2019-05-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(61763037)和内蒙古自然科学基金项目(2017MS0601)

作者简介: 齐咏生(1975—),男,教授,博士,主要从事人工智能研究, E-mail: qys@imut.edu.cn

## 0 引言

随着人工智能技术的不断发展,移动机器人的自主定位已成为机器人研究领域的热点问题。同时定位和建图(Simultaneous localization and mapping, SLAM)<sup>[1]</sup>是指当移动机器人处于未知环境中时,如何凭借自身携带的外部传感器获取周围环境信息,增量式地构建地图,并且在已经构建好的地图上完成自主定位。这也是移动机器人实现智能导航的关键技术之一。在研究 SLAM 问题的过程中,移动机器人的自主定位与地图的构建密不可分,地图的构建依赖于机器人精确的位姿信息,而准确的地图又能促进机器人实现精确的自主定位。所以有学者将 SLAM 中定位与建图的关系比喻成“鸡和蛋”的关系<sup>[2]</sup>,两者相辅相成,任何一方都无法单独实现。

SLAM 问题主要分为基于视觉的 SLAM 算法和基于激光雷达的 SLAM 算法两大类<sup>[3-4]</sup>。在视觉算法方面,有学者提出了 RGB-D 视觉 SLAM 算法<sup>[5-7]</sup>,该算法通过构建深度图像地图解决自主定位问题。与视觉传感器相比,激光雷达具有精度高、抗干扰能力强、夜间也能正常工作等优点,成为目前研究 SLAM 问题主要使用的外部传感器<sup>[8]</sup>。另外,SLAM 问题中存在诸多不确定性因素,包括环境的不确定性、噪声的不确定性等,所以基于概率估计的方法成为研究 SLAM 问题的主流思想。该方法以贝叶斯滤波估计理论为基础,最早是通过扩展卡尔曼滤波(EKF)与 SLAM 算法结合<sup>[9-10]</sup>,形成了 EKF-SLAM 框架,该算法的计算复杂度为  $O(L^2)$ ,  $L$  为系统状态向量的维数。但是扩展卡尔曼滤波需要进行复杂的矩阵计算,难以满足实时性的需要,而且 EKF 在线性化时舍弃了系统的高阶项,导致误差变大。文献[11]提出了基于无迹卡尔曼滤波(UKF)的 SLAM 算法,计算复杂度为  $O(L^3)$ 。UKF 是基于无迹变换(Unscented transform, UT)的一种滤波方法,不需要计算雅可比矩阵,复杂度相应降低。但是,随着系统状态向量的增加,无迹变换中采样点与中心点的距离越来越远,导致滤波发散。近年来,容积卡尔曼滤波(CKF)也被应用于 SLAM 中<sup>[12]</sup>,CKF 根据容积变换实现系统状态的线性化,与 UKF 计算复杂度相同,而且具有更少的采样点,所以理论上精度更高。然而,随着系统状态向量的增加,CKF 同样存在计算复杂的问题,无法从根本上减少算法的计算量。除此之外,还有研究提出了基于粒子滤波(Particle filter, PF)的 SLAM 算法<sup>[13-14]</sup>和经过改进的 FastSLAM 算法<sup>[15-19]</sup>。由于 PF 存在计算量大、粒子集容易退化、需要进行重采样等缺陷,故在

SLAM 的应用中还存在一些问题。

在中心差分卡尔曼滤波(Central difference Kalman filter, CDKF)的基础上,文献[20]提出了迭代中心差分卡尔曼滤波算法,该算法通过 Gauss-Newton 迭代方法进行观测更新,在一定程度上提高了算法的精度。但是该算法在状态更新中传递的是整个协方差矩阵,无法解决计算复杂的问题,而且 Gauss-Newton 迭代方法在处理该问题时性能不够稳定。文献[21]提出了自适应平方根中心差分卡尔曼滤波算法,该算法可以根据输入的状态量自行调整参数性能,能够在一定程度上克服噪声的影响。但是随着计算步骤的增加,由于没有观测状态的矫正,该算法的估计误差逐渐增大,从而使系统失去稳定性。

针对目前的 SLAM 算法普遍存在定位精度不高或计算复杂的问题,本文提出一种基于迭代平方根中心差分卡尔曼滤波的 SLAM 算法,简称为 ISRCDFK-SLAM 算法,计算复杂度为  $O(L^3)$ 。该算法使用中心差分变换原理,通过 Stirling 插值公式替代泰勒公式进行因式分解<sup>[22]</sup>,降低复杂度;将平方根滤波理论引入算法中,通过传递噪声协方差矩阵的平方根矩阵减少算法计算量;在迭代观测更新的过程中,使用 L-M 方法引入调节参数,通过修正协方差矩阵增强算法的稳定性。通过仿真测试实验和基于实物平台的现场实验对算法的有效性和时间性能进行验证。

## 1 算法原理

### 1.1 SLAM 问题的概率学描述

因为 SLAM 问题遵循马尔可夫模型,所以可以根据车辆当前时刻的位姿信息、控制信息和环境信息将其转换为求下一时刻机器人位姿和环境特征地图的联合后验概率问题<sup>[23]</sup>,概率模型如图 1 所示。图中,  $\mathbf{x}_t$  为  $t$  时刻机器人的状态向量;  $\mathbf{y}_t$  为  $t$  时刻的观测向量;  $\mathbf{u}_t$  为  $t$  时刻的控制向量;  $m$  为路标特征点。

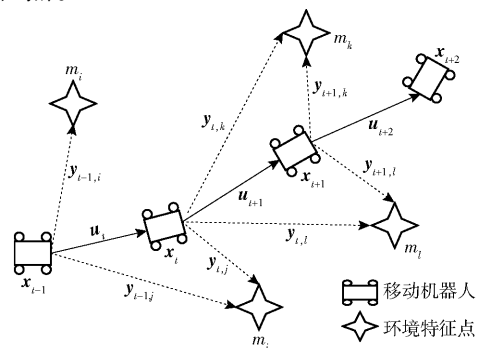


图 1 SLAM 问题的概率模型

Fig. 1 Probabilistic model of SLAM problem

假设环境中存在  $n$  个可观测的路标特征点,那么  $M = \{m_1, \dots, m_i, \dots, m_n\}$  表示环境地图信息。根据以上参数,可以推算出  $t$  时刻机器人位姿信息和环境特征地图的后验概率分布为

$$p(\mathbf{x}_t, M | \mathbf{y}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) = \eta p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, M) \cdot \int p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) p(\mathbf{x}_{t-1}, M | \mathbf{y}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t-1}) d\mathbf{x}_{t-1} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{y}_{1:t}$ ——初始时刻到  $t$  时刻的观测信息  
 $\mathbf{u}_{1:t}$ ——初始时刻到  $t$  时刻的控制信息  
 $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, M)$ ——传感器观测概率模型  
 $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$ ——机器人运动概率模型  
 $p(\mathbf{x}_t, M | \mathbf{y}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$ —— $t$  时刻的后验分布  
 $p(\mathbf{x}_{t-1}, M | \mathbf{y}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t-1})$ —— $t-1$  时刻的后验分布  
 $\eta$ ——归一化系数

## 1.2 中心差分变换

中心差分变换主要是利用 Stirling 插值公式来解决系统中的非线性问题。因为 SLAM 本身是一个比较复杂的非线性系统,所以中心差分变换使用多项式逼近非线性方程导数的方法替代了泰勒公式等复杂的运算,便于求解均值和协方差等统计量,可以从理论上减少算法的复杂度。中心差分的一阶和二阶导数公式为

$$f'(\bar{\mathbf{x}}) \approx \frac{f(\bar{\mathbf{x}} + h\delta_x) - f(\bar{\mathbf{x}} - h\delta_x)}{2h} \quad (2)$$

$$f''(\bar{\mathbf{x}}) \approx \frac{f(\bar{\mathbf{x}} + h\delta_x) + f(\bar{\mathbf{x}} - h\delta_x) - 2f(\bar{\mathbf{x}})}{h^2} \quad (3)$$

式中  $\bar{\mathbf{x}}$ ——变量  $\mathbf{x}$  的均值  
 $h$ ——中心差分半步长  
 $\delta_x$ ——零均值的随机变量

在中心差分变换中,  $h$  表示构建的 Sigma 点围绕系统状态均值的分布状况,其取值大小与随机变量峰值的均方根有关,在高斯分布中  $h$  值一般为  $\sqrt{3}$ 。 $\delta_x$  表示零均值且与初始状态变量  $\mathbf{x}$  具有相同协方差矩阵的随机变量。因为在扩展卡尔曼滤波算法中,泰勒级数的展开会在线性化过程中引入较大的计算误差,而且计算复杂,而通过中心差分变换后的滤波方法可以有效克服这一缺陷,在数据估值的精度上要明显优于前者。

## 2 迭代平方根中心差分卡尔曼滤波 SLAM 算法

首先,使用一组加权的采样点来近似系统的状态分布,以解决非线性系统的概率估计问题。其次,将平方根滤波理论引入到算法中,同时在观测更新

中使用 L-M 方法优化迭代过程,最终,形成了迭代平方根中心差分卡尔曼滤波来处理上述的 SLAM 问题。

假设移动机器人的状态方程和观测方程分别为

$$\mathbf{x}_t = f(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}) + \mathbf{w} \quad (4)$$

$$\mathbf{y}_t = h(\mathbf{x}_t) + \mathbf{v} \quad (5)$$

式中  $\mathbf{x}_{t-1}$ ——机器人  $t-1$  时刻的状态向量  
 $\mathbf{u}_{t-1}$ ——机器人  $t-1$  时刻的控制向量  
 $\mathbf{y}_t$ ——机器人  $t$  时刻的观测向量  
 $\mathbf{w}$ ——服从于  $N(0, \mathbf{Q})$  的高斯白噪声  
 $\mathbf{Q}$ ——系统噪声协方差矩阵  
 $\mathbf{v}$ ——服从于  $N(0, \mathbf{R})$  的高斯白噪声  
 $\mathbf{R}$ ——观测噪声协方差矩阵

本文提出的 ISRCDF - SLAM 算法由状态预测过程和迭代观测更新过程组成,具体算法步骤描述如下。

### 2.1 系统初始化

为了更好地将算法应用在 SLAM 中,首先需要将系统的状态向量  $\mathbf{x}_{t-1}$  增广为与噪声向量的联合矢量  $\mathbf{x}_{t-1}^a$ , 增广后的  $t-1$  时刻状态向量的均值  $\bar{\mathbf{x}}_{t-1}^a$  为

$$\bar{\mathbf{x}}_{t-1}^a = E(\mathbf{x}_{t-1}^a) = [\bar{\mathbf{x}}_{t-1}^T \quad \mathbf{w}^T \quad \mathbf{v}^T]^T \quad (6)$$

式中  $\bar{\mathbf{x}}_{t-1}$ ——增广前  $t-1$  时刻状态向量的均值  
 $E(\cdot)$ ——求均值函数

通过对中心差分算法的研究可以发现,虽然该算法在构建 Sigma 点时计算了协方差矩阵的平方根,但是在接下来的传递过程中使用的依然是整个协方差矩阵。而且在滤波过程中,每一步都需要重新构造 Sigma 点,这样会使算法变得繁琐,容易使矩阵失去正定性。为了提高算法的稳定性同时又减少运算量,本文在状态预测、观测更新和地图增广过程中都将直接利用协方差矩阵的平方根矩阵来进行算法优化。那么增广后的  $t-1$  时刻状态向量的协方差  $\mathbf{P}_{t-1}^a$  的平方根矩阵  $\hat{\mathbf{P}}_{t-1}^a$  为

$$\hat{\mathbf{P}}_{t-1}^a = \text{chol}(E((\mathbf{x}_{t-1}^a - \bar{\mathbf{x}}_{t-1}^a)(\mathbf{x}_{t-1}^a - \bar{\mathbf{x}}_{t-1}^a)^T)) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}_{t-1} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{Q}} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\mathbf{R}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中  $\text{chol}(\cdot)$ ——乔里斯基 (Cholesky) 分解函数, 又称平方根法, 可以求得矩阵的平方根矩阵

$\hat{\mathbf{P}}_{t-1}$ ——增广前  $t-1$  时刻状态向量协方差的平方根矩阵

$\hat{\mathbf{Q}}$ ——协方差  $\mathbf{Q}$  的平方根矩阵

$\hat{\mathbf{R}}$ ——协方差  $\mathbf{R}$  的平方根矩阵

### 2.2 状态预测

中心差分的基本工作是利用二阶 Stirling 多项

式插值公式来解决非线性问题。为了更好地得到系统的真实状态分布,首先需要利用先验参数  $\bar{\mathbf{x}}_{t-1}^a$  和  $\hat{\mathbf{P}}_{t-1}^a$  来构建  $2L+1$  个 Sigma 点,使其与状态向量具有相同的均值和协方差矩阵,然后利用这些构造的 Sigma 点代替初始数值在系统的非线性模型中进行传递。Sigma 点的构造公式为

$$\begin{cases} \xi_{t-1}^0 = \bar{\mathbf{x}}_{t-1}^a \\ \xi_{t-1}^i = \bar{\mathbf{x}}_{t-1}^a + (h\hat{\mathbf{P}}_{t-1}^a)_i \quad (i=1,2,\dots,L) \\ \xi_{t-1}^i = \bar{\mathbf{x}}_{t-1}^a - (h\hat{\mathbf{P}}_{t-1}^a)_i \quad (i=L+1,L+2,\dots,2L) \end{cases} \quad (8)$$

式中  $\xi_{t-1}$ —— $t-1$  时刻的 Sigma 点,共  $2L+1$  个  
 $(h\hat{\mathbf{P}}_{t-1}^a)_i$ ——矩阵  $h\hat{\mathbf{P}}_{t-1}^a$  的第  $i$  列数据  
 每个 Sigma 点对应的权值公式为

$$\begin{cases} W_0^{(m)} = \frac{h^2 - L}{h^2} \\ W_i^{(m)} = \frac{1}{2h^2} \quad (i=1,2,\dots,2L) \\ W_i^{(c_1)} = \frac{1}{4h^2} \quad (i=1,2,\dots,2L) \\ W_i^{(c_2)} = \frac{h^2 - 1}{4h^2} \quad (i=1,2,\dots,2L) \end{cases} \quad (9)$$

式中  $W_0^{(m)}$ 、 $W_i^{(m)}$ ——一阶序列权值  
 $W_i^{(c_1)}$ 、 $W_i^{(c_2)}$ ——二阶序列权值

接下来使用  $t-1$  时刻构建的 Sigma 点,通过状态转移函数进行状态预测更新,计算出  $t$  时刻状态的均值估计量  $\bar{\mathbf{x}}_{t|t-1}^a$  和协方差的平方根矩阵估计量  $\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a$ 。 $t$  时刻状态的均值估计量的计算公式为

$$\xi_{t|t-1} = f(\xi_{t-1}) \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{t|t-1}^a = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \xi_{i,t|t-1} \quad (11)$$

式中  $\xi_{t|t-1}$ ——Sigma 点  $\xi_{t-1}$  沿非线性函数  $f(\cdot)$  传播得到的变量

$\xi_{i,t|t-1}$ ——变量  $\xi_{t|t-1}$  的第  $i$  列数据

$\bar{\mathbf{x}}_{t|t-1}^a$ ——状态变量  $t$  时刻的均值估计量

由式(7)可知,用于状态更新的矩阵  $\hat{\mathbf{P}}_{t-1}^a$  是协方差矩阵  $\mathbf{P}_{t-1}^a$  的上三角形乔里斯基分解矩阵,并且满足  $\mathbf{P}_{t-1}^a = \hat{\mathbf{P}}_{t-1}^{aT} \hat{\mathbf{P}}_{t-1}^a$ 。在协方差矩阵的平方根矩阵更新过程中,可以对矩阵  $\mathbf{P}_{t-1}^a$  使用正交三角(QR)分解后直接取矩阵的上三角部分,因为这种运算可以在不求出 Sigma 点加权方差的情况下就能直接进行下一步更新,一方面可以保证数值的稳定性,另一方面又能减少计算的复杂度。由  $t-1$  时刻构建的 Sigma 点求  $t$  时刻矩阵  $\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a$  的计算公式为

$$\chi_{1i} = \sqrt{W_i^{(c_1)}} (\xi_{i,t|t-1} - \xi_{(i+L),t|t-1}) \quad (i=1,2,\dots,L) \quad (12)$$

$$\chi_{2i} = \sqrt{W_i^{(c_2)}} (\xi_{i,t|t-1} + \xi_{(i+L),t|t-1} - 2\xi_{0,t|t-1}) \quad (i=1,2,\dots,L) \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a = \text{qr}([\chi_{11} \ \dots \ \chi_{1L} \ \chi_{21} \ \dots \ \chi_{2L}]) \quad (14)$$

式中  $\chi_{1i}$ ——一阶序列权值下的状态量

$\chi_{2i}$ ——二阶序列权值下的状态量

$\text{qr}()$ ——矩阵的 QR 分解函数

### 2.3 迭代观测更新

考虑到在系统更新过程中除了状态预测值和误差协方差可以作为线性参考点外,还可以利用观测信息来修正系统状态的分布。如果在观测更新之后,利用已知的状态滤波值来代替状态预测值,重新构建 Sigma 样本点进行中心差分变换,由于状态滤波值肯定比状态预测值更准确,所以这种状态估计结果会比以预测值为参考点的状态估计结果更接近真实的状态分布。基于此,本文在观测更新过程中,重复利用状态滤波值进行迭代处理,同时使用基于列文伯格-马夸尔特(L-M)的优化方法来调整预测协方差矩阵,以保证算法具有更强的收敛性,从而提高算法的稳定性。协方差的调整公式为  $\tilde{\mathbf{P}}_{t|t-1}^k = [\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a (\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a + \mu_k^{-1} \mathbf{I})^{-1}] \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a$ ,其中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。该方法在每次迭代过程中都使用参数对协方差矩阵进行修正,然后以修正的协方差矩阵  $\tilde{\mathbf{P}}_{t|t-1}^k$  代替  $\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a$  进行迭代观测更新。

在观测更新开始前首先定义初始值  $\psi_1$  作为线性化参考点,其值等价于当前时刻由状态预测得到的状态均值估计量,公式为

$$\psi_1 = \bar{\mathbf{x}}_{t|t-1}^a \quad (15)$$

参数初始化后,开始进行迭代更新,具体计算步骤为

For  $k=1:j$

$$\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^k = [\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a (\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a + \mu_k^{-1} \mathbf{I})^{-1}] \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a \quad (16)$$

$$\xi_t^k = [\psi_k \quad \psi_k + (h\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^k)_i \quad \psi_k - (h\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^k)_i] \quad (17)$$

$$\gamma_t^k = h(\xi_t^k) \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{y}}_t^k = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \gamma_{i,t}^k \quad (19)$$

$$\beta_{1i} = \sqrt{W_i^{(c_1)}} (\gamma_{i,t}^k - \gamma_{(i+L),t}^k) \quad (i=1,2,\dots,L) \quad (20)$$

$$\beta_{2i} = \sqrt{W_i^{(c_2)}} (\gamma_{i,t}^k + \gamma_{(i+L),t}^k - 2\gamma_{0,t}^k) \quad (i=1,2,\dots,L) \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{y}}_t^k}^k = \text{qr}([\beta_{11} \ \dots \ \beta_{1L} \ \beta_{21} \ \dots \ \beta_{2L}]) \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{\bar{x}, \bar{y}_i}^k = \sqrt{W^{(c_1)} \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^k [\boldsymbol{\gamma}_{1:L,t}^k - \boldsymbol{\gamma}_{(1+L):2L,t}^k]^T} \quad (23)$$

$$\mathbf{K}_t^k = (\hat{\mathbf{P}}_{\bar{x}, \bar{y}_i}^k / \hat{\mathbf{P}}_{\bar{y}_i, \bar{y}_i}^k) / (\hat{\mathbf{P}}_{\bar{y}_i, \bar{y}_i}^k)^T \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{k+1} = \boldsymbol{\psi}_1 + \mathbf{K}_t^k (\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{y}}_t^k) - \mu_k (\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^a - \mathbf{K}_t^k \hat{\mathbf{P}}_{\bar{y}_i, \bar{y}_i}^k \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^{kT}) \cdot (\boldsymbol{\psi}_1 - \boldsymbol{\psi}_k) \quad (25)$$

End for

式中  $\mu_k$ ——L-M 方法的参数,取 0.1

$\boldsymbol{\xi}_t^k$ ——根据  $\boldsymbol{\psi}_k$  和修正后的协方差平方根矩

阵  $\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^k$  重新构建的 Sigma 点集

$\boldsymbol{\gamma}_t^k$ ——Sigma 点  $\boldsymbol{\xi}_t^k$  沿观测函数  $h(\cdot)$  传播得到的变量

$\bar{\mathbf{y}}_t^k$ ——观测向量  $t$  时刻的均值估计量

$\boldsymbol{\beta}_{1i}$ ——一阶序列权值下的观测变量

$\boldsymbol{\beta}_{2i}$ ——二阶序列权值下的观测变量

$\hat{\mathbf{P}}_{\bar{y}_i, \bar{y}_i}^k$ ——观测向量的自相关协方差矩阵

$\hat{\mathbf{P}}_{\bar{x}, \bar{y}_i}^k$ ——观测向量与状态向量的互相关协方差矩阵

在 UKF 中,计算卡尔曼增益时需要对方差矩阵做一步求逆运算,这会增加算法计算量复杂度。因为本算法在传递过程中使用协方差矩阵的上三角平方根矩阵,所以可以用对矩阵求转置来取代求逆运算,用此方法求卡尔曼增益  $\mathbf{K}_t^k$  的计算方法如式(24)所示。式(25)表示线性化参考点下一步更新。

## 2.4 状态增产

当  $k=j$  时,迭代过程终止,可以得到  $t$  时刻经过迭代更新后状态矩阵的均值为

$$\bar{\mathbf{x}}_t^a = \boldsymbol{\psi}_j \quad (26)$$

式中  $j$ ——最大迭代数,均衡考虑实时性与精确性的要求,本算法中  $j=3$

那么,  $t$  时刻状态的协方差的平方根矩阵公式为

$$\hat{\mathbf{P}}_t^a = \text{cholupdate}(\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^j, \mathbf{K}_t^j \hat{\mathbf{P}}_{\bar{y}_i, \bar{y}_i}^j, ' - ') \quad (27)$$

式中  $\text{cholupdate}(\cdot)$ ——乔里斯基因子更新函数

因为  $\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^j$  为乔里斯基上三角分解矩阵,可以按顺序依次取矩阵  $\mathbf{K}_t^j \hat{\mathbf{P}}_{\bar{y}_i, \bar{y}_i}^j$  的列向量进行乔里斯基因子更新,此方法在一定程度上减少了协方差矩阵更新过程中的计算量。

通过重复进行 2.1~2.4 节的步骤,最终可以实现基于 ISRCDF 的 SLAM 算法在移动机器人中的应用。

## 3 仿真实验与分析

### 3.1 建模

移动机器人运动过程和传感器观测过程都需要

适当建模才能完成算法的实现。本文参照文献[9]的 SLAM 模型,分别建立了简化后前轮可以转向的车辆运动学模型和传感器观测模型。

机器人的运动学模型为

$$\mathbf{x}_{t+1} = \begin{bmatrix} x_x(t+1) \\ x_y(t+1) \\ \beta(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_x(t) + \Delta T V_t \cos(\beta(t) + \alpha_t) \\ x_y(t) + \Delta T V_t \sin(\beta(t) + \alpha_t) \\ \beta(t) + \Delta T V_t \tan \alpha_t / L_d \end{bmatrix} \quad (28)$$

式中  $x_x(t)$ 、 $x_y(t)$ 、 $\beta(t)$ —— $t$  时刻的状态变量,车辆在  $x$ 、 $y$  轴坐标值和朝向角

$\Delta T$ ——时间间隔

$V_t$ —— $t$  时刻车辆速度

$\alpha_t$ —— $t$  时刻车辆前轮转向角

$L_d$ ——前轴心与后轴心之间的距离

观测模型为距离-角度模型,用极坐标表示,公式为

$$\mathbf{y}_t = \begin{bmatrix} \rho^i \\ \theta^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \\ \arctan \frac{y_i - y_0}{x_i - x_0} - \beta_0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

式中  $x_0$ 、 $y_0$ 、 $\beta_0$ ——车辆当前的状态参数  
 $x_i$ 、 $y_i$ ——第  $i$  个特征点的全局坐标值  
 $\rho^i$ ——环境特征点与机器人的距离  
 $\theta^i$ ——环境特征点与机器人的夹角

### 3.2 仿真实验

实验使用的是内存为 8 GB、主频为 2.20 GHz 的 Intel(R) Core(TM) i5-5200 四核处理器便携式计算机,程序运行环境为 Matlab 2014a。

仿真实验是在澳大利亚悉尼大学野外机器人中心(ACFR)提供的开源 SLAM 算法仿真器上进行的。仿真环境设定在一个长、宽为 250 m × 200 m 的室外环境中,并且在该环境中放置了 17 个路径点,用于确定机器人的运行路径,同时放置了 35 个环境特征点作为移动机器人 SLAM 过程中的外部环境观测信息,具体的仿真环境如图 2 所示。

在图 2 中,“\*”表示环境特征点,虚线表示机器人理想的行驶路径。设定的实验参数有:机器人行驶速度 4 m/s,速度的控制噪声 0.2 m/s,激光雷达的观测距离 25 m,观测距离噪声 0.1 m。实验的具体过程为:机器人首先从原点(0,0)出发,按照参考路径和环境特征点信息进行 SLAM 运算,逆时针行走两圈后停止。实验中,将提出的 ISRCDF-SLAM 算法分别同 EKF-SLAM、UKF-SLAM、CKF-SLAM 算法进行对比,并对实验数据进行比较分析。不同算法仿真结果如图 3 所示。

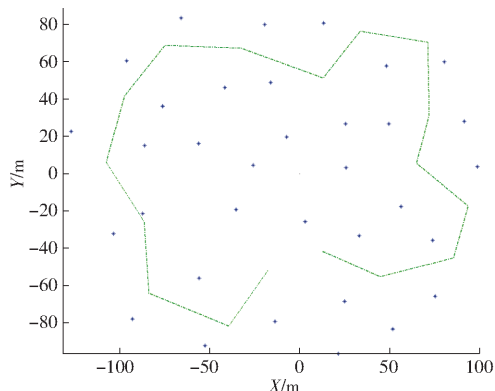
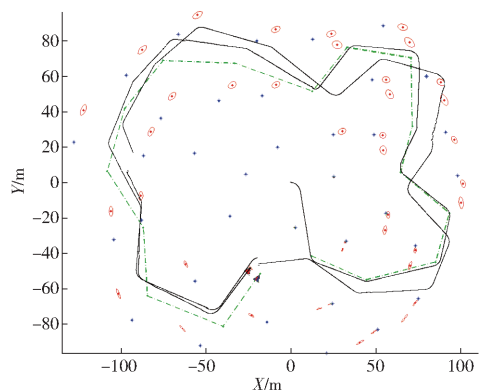
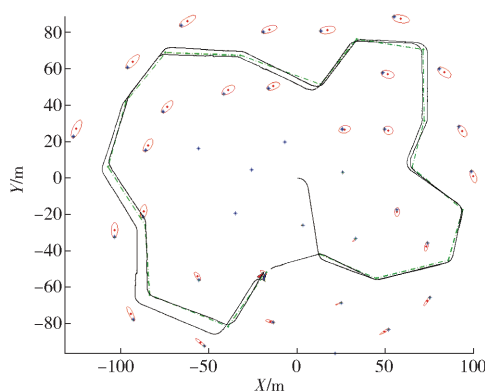


图 2 仿真环境图

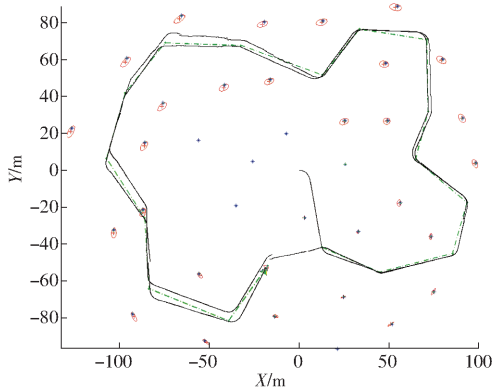
Fig. 2 Diagram of simulation environment



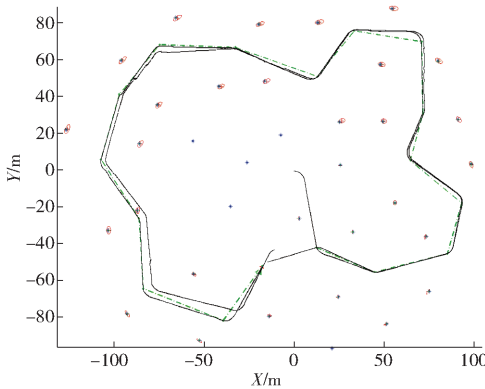
(a) EKF-SLAM算法



(b) UKF-SLAM算法



(c) CKF-SLAM算法



(d) ISRCDKF-SLAM算法

图 3 不同算法仿真结果对比

Fig. 3 Comparison of simulation results of different algorithms

算法的性能估计标准采用均方根误差 (Root mean square error, RMSE) 衡量, 计算公式为

$$R_e = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T [(x_k - \hat{x}_k)^2 + (y_k - \hat{y}_k)^2]} \quad (30)$$

式中  $T$ ——运行时间

$x_k, y_k$ —— $k$  时刻的理想位置坐标值

$\hat{x}_k, \hat{y}_k$ —— $k$  时刻的实际 SLAM 位置坐标值

4 种算法的均方根误差和仿真时间如图 4 所示。分析数据可知, 本文提出的 ISRCDKF-SLAM 算法与 EKF-SLAM、UKF-SLAM、CKF-SLAM 算法相比, 均方根误差分别降低了 47.3%、32.7% 和 25.0%, 验证了 SLAM 过程中定位更加准确。通过

图 3 中, 实线表示机器人实际行走的 SLAM 路径, 圆圈表示对环境特征点的匹配精确度。通过对 4 种算法的结果比较分析可以看出, 在算法初始阶段机器人行驶路径的误差都不大。但随着环境信息增多, EKF-SLAM 出现较大的误差, 这是因为 EKF 在数据关联中出现了错误, 导致第 2 圈的行驶路径彻底发散。ISRCDKF-SLAM 算法与 UKF-SLAM、CKF-SLAM 相比, 实际路径与原始路径偏移量最小, 这是因为通过迭代观测更新, 会减少样本处理时的线性化误差, 使机器人的位姿估计更加准确。

仿真时间对比, 可以得出 ISRCDKF-SLAM 算法耗时仅次于 EKF-SLAM, 在算法实时性上也具有一定的优势。

### 3.3 “Car Park - dataset” 停车场实验

“Car Park - dataset” 停车场数据集是 SLAM 的标准数据集之一, 该数据是在悉尼大学的一处面积为 45 m × 30 m 的停车场环境中采集而来的。首先人为的在停车场中放置 15 个人工路标当做环境特征点, 然后驾驶四轮皮卡型汽车 (移动机器人) 围绕路标低速行驶约 2 min, 采集到的数据包括: 后轮线速度和前轮转向角、路标位置信息、经纬度信息。由 GPS 传感器测得的车辆真实轨迹如图 5 所示。

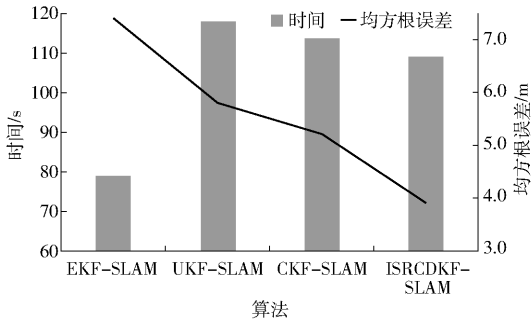


图4 不同算法时间和均方根误差对比

Fig. 4 Comparison of time and RMSE of different algorithm

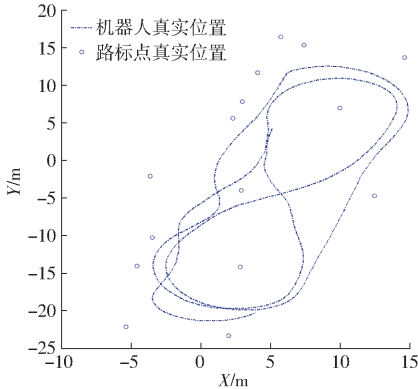


图5 车辆真实轨迹图

Fig. 5 Diagram of vehicle real trajectory

通过停车场数据集实验,进一步验证 ISRCDKF-SLAM 算法的有效性。实验中,设置机器人速度噪声为  $0.5 \text{ m/s}$ ,车轮转向噪声为  $1^\circ$ ;传感器观测噪声为  $0.2 \text{ m}$ ,观测角度噪声为  $1.5^\circ$ 。分别采用 ISRCDKF-SLAM 算法与 UKF-SLAM、CKF-SLAM 算法(此处只比较相同复杂度的 SLAM 算法)进行仿真比较,使用式(30)所示的算法性能估计标准进行数据分析。3种算法的车辆位置误差如图6所示,特征点位置误差如图7所示。

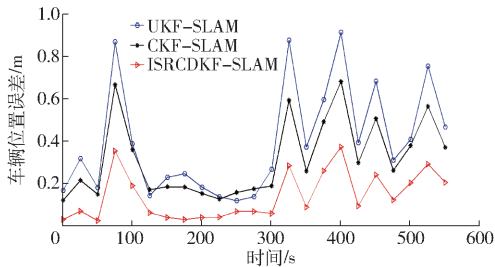


图6 车辆位置误差

Fig. 6 Vehicle position error

从图6中可以看出,UKF-SLAM 算法的车辆位置误差大多数情况下处于最大位置,因为无迹变换在线性化时产生了较大误差。ISRCDKF-SLAM 算法因为在观测更新过程中使用了迭代更新,而且在整个滤波过程中都传递协方差矩阵的平方根因子,所以车辆的位置误差始终最低。图7中,UKF-SLAM 算法的特征点位置误差比其他两种算法的误

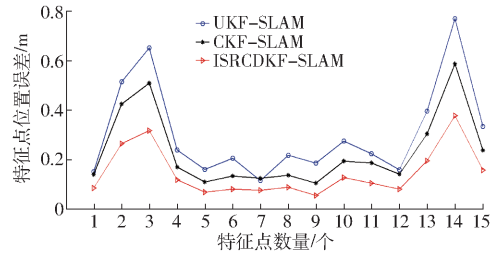


图7 特征点位置误差

Fig. 7 Characteristic point position error

差值稍大,ISRCDKF-SLAM 算法的特征点位置误差最小。

表1为分别独立运行30次仿真实验后,得到的3种算法的平均运行时间和平均误差最大值。分析表中数据可以看出本文提出的 ISRCDKF-SLAM 算法的误差明显低于其他两种算法,而且与 UKF-SLAM 和 CKF-SLAM 算法相比,新算法的运行时间分别减少了  $15.1\%$  和  $10.8\%$ 。但是由于需要迭代观测更新,在算法运行时间上优势不是太明显,这需要以后对迭代算法做进一步的优化。

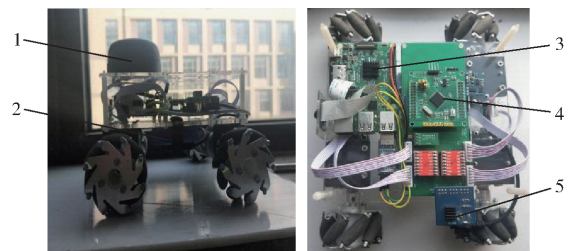
表1 不同算法的误差与时间对比

Table 1 Error and time comparison of different algorithms

算法	车辆位置误差	特征点位置	时间/s
	最大值/m	误差最大值/m	
UKF-SLAM	0.91	0.78	22.56
CKF-SLAM	0.69	0.59	21.49
ISRCDKF-SLAM	0.37	0.41	19.16

## 4 实物平台实验与分析

为了更进一步验证算法的有效性,本文搭建了四轮移动机器人平台,如图8所示。该机器人的主控板为树莓派3B,搭载了频率为  $1.2 \text{ GHz}$  的64位四核 ARM 处理器;底盘由 STM32 单片机控制电机的运动;使用的激光雷达为思岚公司开发的2D 雷达 RPLIDAR A2。同时,机器人还安装有 IMU 和编码器内部传感器。



(a) 主视图

(b) 俯视图

图8 移动机器人平台

Fig. 8 Photos of mobile robot platform

1. 激光雷达 2. 12 V 锂电池 3. 树莓派 4. 单片机 5. 电源转接板

使用机器人操作系统(Robot operating system,



ROS)作为软件开发平台,安装在基于树莓派的 Ubuntu 16.04 Linux 系统下。在 ROS 自带的 Hector\_mapping 程序包的基础上,分别将 UKF、CKF 和本文提出的 ISRCDFK 滤波算法移植到该程序中,形成了 UKF-SLAM 算法、CKF-SLAM 算法和 ISRCDFK-SLAM 算法。在相同的实验场景与参数配置下,分别对这 3 种算法进行对比实验。

#### 4.1 走廊实验

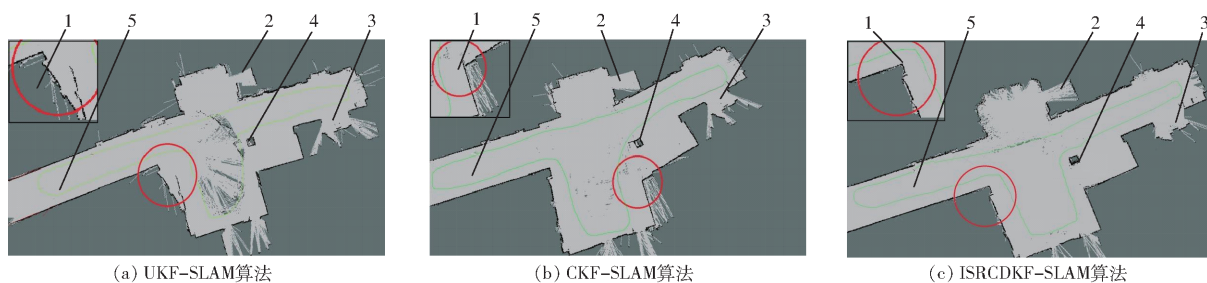
首先在实验室外面的走廊进行建图实验,环境包括走廊和与走廊边缘呈直角的拐角区域,实景拍摄如图 9 所示。



(a) 走廊 (b) 拐角

图 9 走廊实验环境

Fig. 9 Photos of corridor experimental environment



(a) UKF-SLAM算法

(b) CKF-SLAM算法

(c) ISRCDFK-SLAM算法

图 11 不同算法构建的地图对比

Fig. 11 Comparison of maps constructed by different algorithms

1. 拐角 2. 楼梯口 3. 洗刷间 4. 立柱 5. 走廊

通过对 3 种算法的建图情况对比可以得出前 2 种 SLAM 算法构建的地图在走廊拐角处的数据关联发生错误,均出现了误匹配的现象,导致后面的建图局部出现失真,走廊整体呈弯曲的状态,基于 ISRCDFK-SLAM 算法构建的地图优于其他两种算法。

在建图过程完成后,通过获取激光雷达和机器人内部传感器的参数可以估算出建图过程中的平均直线误差和角度误差,并且能够得到算法运行时间。分别对 3 种算法在走廊环境中做了 3 次建图实验,通过式(30)所示的均方根误差法对上述两组参数作对比,得到的数据如表 2 所示。通过分析表中数据可以直观看出 ISRCDFK-SLAM 算法在地图的构建上误差更低,且算法平均耗时最短。

#### 4.2 室内实验

由于走廊是一个简单的环境,特征点相对较少,为了完成不同环境下的 SLAM 建图,接下来在相对

配置好移动机器人后,将机器人放置在走廊的一端作为初始位置,然后将计算机与机器人连在同一个局域网下。计算机远程打开终端启动程序包,运行 Rviz 软件接收各个节点发布的话题进行实时的图形化显示,现场实验如图 10 所示。

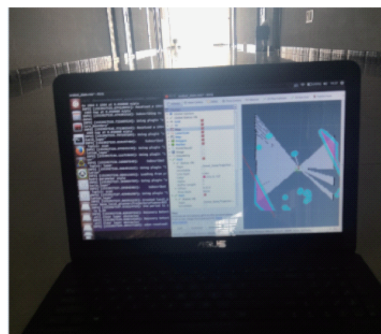


图 10 现场实验初始界面

Fig. 10 Field experiment initial interface

启动 SLAM 程序,让移动机器人绕走廊环境行驶一圈后回到起始点,可以构建出走廊的环境地图。图 11 为不同的算法下构建的地图,图中左上角为局部放大图。

表 2 走廊实验数据

Tab. 2 Corridor experimental data

算法	参数	第 1 次	第 2 次	第 3 次
UKF-SLAM	直线误差/m	0.29	0.34	0.31
	角度误差/(°)	2.3	2.8	2.4
	算法耗时/s	235	226	249
CKF-SLAM	直线误差/m	0.26	0.31	0.25
	角度误差/(°)	2.1	2.4	2.2
	算法耗时/s	210	220	217
ISRCDFK-SLAM	直线误差/m	0.16	0.19	0.17
	角度误差/(°)	1.6	1.8	1.9
	算法耗时/s	199	205	186

复杂并且有回环的室内进行 SLAM 研究。实验环境如图 12 所示,左图中依次排放着 3 个桌子,桌子基本在同一水平线上,右图放置了一个紧贴着墙的壁橱。

本次实验使用了 ISRCDFK-SLAM 与 CKF-SLAM(UKF-SLAM 与 CKF-SLAM 效果相当,此处



未给出对比结果)2种算法进行对比实验。控制机器人在室内走完一圈后,算法构建的地图如图13所示。



图12 室内实验环境

Fig.12 Indoor experimental environment



图13 构建的室内地图

Fig.13 Built laboratory map

1. 桌子 2. 桌底 3. 壁橱 4. 拐角

通过对2种算法构建的地图进行比对测量,得

出改进后算法构建的地图长宽方向的误差更低一些,整体精度更高。同时在地图上可以看出,算法改进后地图中的直角特征更为准确,桌子的排列更加整齐。同样使用均方根误差法,将这两种算法在室内环境下分别独立执行了3次建图实验,通过传感器数据估算的平均直线误差和角度误差如表3所示。通过数据得出在特征点较多的环境下,新提出的算法依然能够进行更加精准的自定位与地图构建。

表3 室内实验数据误差

Tab.3 Indoor environmental data error

算法	参数	第1次	第2次	第3次
CKF-SLAM	直线误差/m	0.15	0.18	0.16
	角度误差/(°)	1.9	1.7	1.7
ISRCDFK-SLAM	直线误差/m	0.09	0.12	0.11
	角度误差/(°)	1.2	1.5	1.1

## 5 结束语

针对目前移动机器人在同时定位和建图中存在的状态精度不高、稳定性差等问题,在滤波理论的基础上,提出了一种基于ISRCDFK的SLAM自主定位算法。该算法使用中心差分变换处理SLAM的非线性问题,在滤波更新过程中通过直接传递协方差矩阵的平方根因子减少算法的复杂度,同时在迭代观测更新过程中使用L-M优化方法引入调节参数实时修正协方差矩阵。仿真实验表明,与传统的EKF-SLAM、UKF-SLAM、CKF-SLAM算法相比,ISRCDFK-SLAM算法在自主定位与地图构建方面的均方根误差分别降低了47.3%、32.7%和25.0%。与相同计算复杂度的UKF-SLAM算法和CKF-SLAM算法相比,新算法的运行时间分别减少了15.1%和10.8%。搭建了移动机器人实物平台进一步验证了该算法的有效性,从而为移动机器人SLAM问题的研究提供了一个新的思路。

## 参 考 文 献

- [1] THRUN S, LIU Y, KOLLER D, et al. Simultaneous localization and mapping with sparse extended information filters[J]. The International Journal of Robotics Research, 2004, 23(7-8): 693-716.
- [2] CHEESEMAN P, SMITH R, SELF M. A stochastic map for uncertain spatial relationships[C]//4th International Symposium on Robotic Research, 1987: 467-474.
- [3] 钱晓明, 张浩, 王晓勇, 等. 基于激光扫描匹配的移动机器人相对定位技术研究[J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(3): 14-21.  
QIAN Xiaoming, ZHANG Hao, WANG Xiaoyong, et al. Relative localization technology for mobile robot based on laser scan matching[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(3): 14-21. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?file\\_no=20160303&flag=1&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20160303&flag=1&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.03.003. (in Chinese)
- [4] SHEN D, HUANG Y, WANG Y, et al. Research and implementation of SLAM based on lidar for four-wheeled mobile robot[C]//2018 IEEE International Conference of Intelligent Robotic and Control Engineering (IRCE). IEEE, 2018: 19-23.
- [5] TIAN G, LIU L, RI J H, et al. ObjectFusion: an object detection and segmentation framework with RGB-D SLAM and convolutional neural networks[J]. Neurocomputing, 2019, 345: 3-14.
- [6] 陈劭, 郭宇翔, 高天啸, 等. 移动机器人RGB-D视觉SLAM算法[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(10): 45-52.

- CHEN Shao, GUO Yuxiang, GAO Tianxiao, et al. RGB-D visual SLAM algorithm for mobile robots[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(10): 45-52. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?file\\_no=20181005&flag=1&journal\\_i=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20181005&flag=1&journal_i=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.10.005. (in Chinese)
- [7] NOWICKI M R, BELTER D, KOSTUSIAK A, et al. An experimental study on feature-based SLAM for multi-legged robots with RGB-D sensors[J]. Industrial Robot: An International Journal, 2017, 44(4): 428-441.
- [8] 段建民, 任璐, 王昶人, 等. 基于四线激光雷达的道路信息提取与目标检测[J]. 激光杂志, 2017, 38(6): 32-37. DUAN Jianmin, REN Lu, WANG Changren, et al. Road information extraction and object detection based on four-layer laser radar[J]. Laser Journal, 2017, 38(6): 32-37. (in Chinese)
- [9] DURRANT-WHYTE H, BAILEY T. Simultaneous localization and mapping: part I[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2006, 13(2): 99-110.
- [10] CASTELLANOS J A, TARDÓS J D, SCHMIDT G. Building a global map of the environment of a mobile robot: the importance of correlations[C]//Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 1997, 2: 1053-1059.
- [11] NADA D, BOUSBIA-SALAH M, BETTAYEB M. Multi-sensor data fusion for wheelchair position estimation with unscented Kalman filter[J]. International Journal of Automation and Computing, 2018, 15(2): 207-217.
- [12] XIA J, IQBAL U, NOURELDIN A, et al. Adaptive square-root CKF based SLAM algorithm for indoor UGVs[C]//2017 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). IEEE, 2017: 1942-1946.
- [13] MONTEMERLO M. A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem with unknown data association[D]. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 2003.
- [14] BAILEY T, NIETO J, NEBOT E. Consistency of the FastSLAM algorithm[C]//Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2006. IEEE, 2006: 424-429.
- [15] KURT-YAVUZ Z, YAVUZ S. A comparison of EKF, UKF, FastSLAM2.0, and UKF-based FastSLAM algorithms[C]//2012 IEEE 16th International Conference on Intelligent Engineering Systems (INES). IEEE, 2012: 37-43.
- [16] ANKIŞHAN H, ARI F, TARTAN E Ö, et al. Square root central difference-based FastSLAM approach improved by differential evolution[J]. Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 2016, 24(3): 994-1013.
- [17] 宋宇, 李庆玲, 康铁非, 等. 平方根容积 Rao-Blackwillised 粒子滤波 SLAM 算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(2): 357-367. SONG Yu, LI Qingling, KANG Yifei, et al. SLAM with square-root-cubature Rao-Blackwillised particle filter[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(2): 357-367. (in Chinese)
- [18] 祝继华, 郑南宁, 袁泽剑, 等. 基于中心差分粒子滤波的 SLAM 算法[J]. 自动化学报, 2010, 36(2): 249-257. ZHU Jihua, ZHENG Nanning, YUAN Zejian, et al. A SLAM algorithm based on central difference particle filter[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(2): 249-257. (in Chinese)
- [19] 代嘉惠, 许鹏程, 李小波. 二阶中心差分粒子滤波 FastSLAM 算法[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(9): 170-178. DAI Jiahui, XU Pengcheng, LI Xiaobo. Second order central difference particle filter FastSLAM algorithm[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(9): 170-178. (in Chinese)
- [20] 韩萍, 干浩亮, 何焜琨, 等. 基于迭代中心差分卡尔曼滤波的飞机姿态估计[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(1): 187-193. HAN Ping, GAN Haoliang, HE Weikun, et al. Iterated central difference Kalman filter based aircraft attitude estimation[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(1): 187-193. (in Chinese)
- [21] 郝燕玲, 牟宏伟. 自适应平方根中心差分卡尔曼滤波算法在捷联惯性导航系统大方位失准角初始对准中的应用[J]. 吉林大学学报(工学版), 2013, 43(1): 261-266. HAO Yanling, MOU Hongwei. Application of adaptive SRCDF in SINS initial alignment with large azimuth misalignment[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2013, 43(1): 261-266. (in Chinese)
- [22] HUNG H, HUANG Y, FRIEDLAND G, et al. Estimating the dominant person in multi-party conversations using speaker diarization strategies[C]//2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. IEEE, 2008: 2197-2200.
- [23] THRUN S, MONTEMERLO M, KOLLER D, et al. FastSLAM: an efficient solution to the simultaneous localization and mapping problem with unknown data association[J]. Journal of Machine Learning Research, 2004, 4(3): 380-407.

(上接第 419 页)

- [17] WU J, WANG L P, GUAN L W. A study on the effect of structure parameters on the dynamic characteristics of a PRRRP parallel manipulator[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 74(1-2): 227-235.
- [18] ZHANG J, DAI J S, HUANG T. Characteristic equation-based dynamic analysis of a three-revolute prismatic spherical parallel kinematic machine[J]. ASME Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2015, 10(2): 021017-1-021017-13.
- [19] ZULAIKA J J, CAMPA F J, LACALLE L N. An integrated process-machine approach for designing productive and lightweight milling machines[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(7-8): 591-604.
- [20] 汪满新, 湛秋生, 祖莉, 等. 计及重力的 3-RRS 并联机构静刚度分析[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(11): 392-402. WANG Manxin, CHEN Qiusheng, ZU Li, et al. Stiffness analysis of 3-RRS parallel mechanism with consideration of gravity[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(11): 392-402. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20181148&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20181148&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.11.048. (in Chinese)
- [21] HUANG T, LIU H T, CHETWYND D G. Generalized Jacobian analysis of lower mobility manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(6): 831-844.
- [22] 何为, 薛卫东, 唐斌. 优化试验设计方法及数据分析[M]. 北京: 化学工业出版社, 2012.
- [23] JENSEN W A. Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments 4th edition[J]. Journal of Quality Technology, 2017, 49(2): 186-187.
- [24] CENSOR Y. Pareto optimality in multiobjective problems[J]. Applied Mathematics and Optimization, 1977, 4(1): 41-59.