

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.09.009

颗粒肥料离散元仿真边界参数系统化研究

刘彩玲 魏丹 宋建农 黎艳妮 都鑫 张福印

(中国农业大学农业部土壤-机器-植物系统技术重点实验室,北京100083)

摘要: 离散元边界参数对仿真精确性具有重要的影响。为提高离散元仿真精度,以大颗粒尿素颗粒为研究对象,利用Plackett-Burman休止角仿真试验进行了重要边界参数的筛选,确定影响显著的参数依次为尿素颗粒间滚动摩擦因数、颗粒间静摩擦因数和颗粒与ABS板间静摩擦因数,且3种边界参数影响尿素颗粒堆积特性,休止角随着3种边界参数的增大而增大。利用自制静摩擦因数测量仪和虚拟仿真标定方法分别对颗粒与ABS板间的静摩擦因数、颗粒间静摩擦因数和颗粒间滚动摩擦因数进行研究,并对确定值进行了堆积过程的仿真和试验验证,仿真休止角与实际试验休止角相对误差仅为0.36%,不同含水率下的实际试验休止角与标定参数下的仿真休止角相对误差均不大于3.25%,表明仿真确定的边界参数和仿真模型的有效性。

关键词: 颗粒肥料; 离散元; 休止角; 边界参数; 参数标定

中图分类号: S223.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2018)09-0082-08

Systematic Study on Boundary Parameters of Discrete Element Simulation of Granular Fertilizer

LIU Cailing WEI Dan SONG Jiannong LI Yanni DU Xin ZHANG Fuyin

(Key Laboratory of Soil-Machine-Plant System Technology, Ministry of Agriculture,
China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract: The discrete element boundary parameters have an important influence on the simulation accuracy. In order to improve the simulation accuracy, big urea particles were taken as the research object, the macroscopic phenomenon of the repose angle which reflected stacking process of granular particles was chosen, and the Plackett-Burman screening test was used to select the factors which was important based on the angle of repose. The order of importance for determining the effect was the rolling friction coefficient between urea particles, the static friction coefficient between urea particles and the static friction coefficient between particles and ABS plates, and the three boundary parameters influencing the accumulation of urea particles, the angle of repose was increased with the increase of the three boundary parameters. The static friction coefficient, the static friction coefficient between particles and ABS plate and the coefficient of rolling friction between particles were studied by self-made static friction coefficient measuring instrument and virtual simulation calibration method, respectively. And the simulation and test verification of accumulating process of determined values were carried out. The relative error between the simulation repose angle and the actual test repose angle was only 0.36%. The relative error between the calibrated simulation repose angle and the actual test repose angle with different water contents was not more than 3.25%. The test results verified the validity of the boundary parameters and the simulation model. A new method for calibrating urea particle simulation boundary parameters was proposed. The validity of the calibrated discrete element model and boundary parameters of the urea particles was improved. The calibrated discrete element model and boundary parameters of the urea particles and calibration method can be applied to the dynamic simulation of the fertilizer distributor.

Key words: granular fertilizer; discrete element; repose angle; boundary parameters; parameter calibration

收稿日期: 2018-03-08 修回日期: 2018-05-07

基金项目: 国家重点研发计划项目(2017YFD0300907-03)

作者简介: 刘彩玲(1972—),女,副教授,博士生导师,主要从事农业机械与农业装备研究,E-mail: cailingliu@163.com

0 引言

离散元法 (Discrete element method, DEM) 是一种基于分子动力学的颗粒物料分析方法, 近年来, 随着计算机技术的发展, 该方法在农业装备研究上应用越来越多^[1-3]。颗粒肥料是一种容易施用的优质高效肥料, 便于机械化作业, 在施肥机械上有着广泛的应用, 因此, 全面系统研究颗粒肥料离散元仿真参数, 有助于离散元法在施肥装备研究中的应用^[4]。

在离散元颗粒系统模拟过程中, 颗粒物料固有的物理力学参数是影响颗粒运动特性的重要因素, 正确的模型参数对模拟结果的正确性具有重要的意义^[5-6]。NAKASHIMA 等^[7]通过模拟重力对沙堆颗粒休止角的影响指出, 沙堆堆积角受重力影响很小, 主要与颗粒半径、摩擦因数等因素有关。ZHOU 等^[8]模拟了玻璃圆球颗粒在长方体容器中落料堆积过程, 发现颗粒间及颗粒与容器壁滑动和滚动摩擦因数是影响堆积形态的关键因素。PERSSON 等^[9]在评价离散元预测颗粒系统流动性时观测到颗粒间不同动静摩擦因数值直接影响落料速率及堆积角变化。GONIVA 等^[10]采取颗粒堆积角为模拟指标发现, 采用具有滚动阻力模型的离散元方法对模拟结果有很大改善。韩燕龙等^[6]通过对稻谷休止角的仿真, 对稻谷颗粒间滚动摩擦因数进行了研究; 崔涛等^[11]基于高速摄像技术研究了玉米种子滚动摩擦特性, 并通过玉米种子休止角试验对 EDEM 边界参数进行标定; 王云霞等^[12]研究了 3 种不同形态玉米模型的休止角仿真试验, 确定了休止角与颗粒间摩擦特性的相关模型。以上国内外众多学者的研究表明, 离散元模型边界参数对仿真精确性具有十分重要的影响, 而且通过离散单元法研究散体颗粒堆积过程能有效模拟物料物理力学参数、颗粒接触模型变化时对散体运动特性的影响情况。

离散元仿真模型的边界参数包括材料的基础物理参数(如泊松比、剪切模量、实体密度等)和材料间接触参数(如碰撞恢复系数、静摩擦因数以及滚动摩擦因数)。目前, 仿真边界参数主要取自试验测定或经验值。LIU 等^[13]基于弹跳试验进行了水稻恢复系数的测量; BALEVIČIUS 等^[14]通过滑动试验测量了豌豆与有机玻璃间的静摩擦因数; GONZÁLEZ-MONTELLANO 等^[15]对离散元仿真中部分参数的直接测量方法进行研究, 结果表明, 对于玉米及橄榄核这类外形不规则的颗粒材料, 直接测量误差很大。对于颗粒间接触特性参数, 韩燕龙等^[6]将稻谷粘结在倾斜板面上制成颗粒板, 测定稻谷间静摩擦因数; 崔涛等^[11]将玉米种子粘贴在硬纸板上

测定玉米种子间滚动摩擦因数, 采用颗粒板法无法保证完全一致的颗粒层厚度且表面也有凹凸, 种子运动过程中的弹跳、碰撞无法避免, 因此直接测定比较困难, 误差较大。

综上所述, 离散元仿真模型边界参数是影响颗粒运动的重要因素, 边界参数的确定对仿真的准确性具有重要的意义, 但目前边界仿真参数主要取自经验值, 大部分参数直接测定比较困难, 特别是对于材料间接触参数的测定误差较大, 边界参数的研究还缺少系统性。颗粒堆积表征了颗粒物料流动、摩擦等特性, 是研究散体力学问题的重要内容^[16], 同时离散元法是对颗粒随机堆积过程进行计算模拟, 认识堆积的细观力学机理和评估所采用模型适用性的有效方法^[17], 基于此, 本文以反映散体颗粒群堆积过程宏观特征的休止角为宏观现象, 以尿素颗粒为研究对象, 利用离散元仿真软件 EDEM 系统研究尿素颗粒仿真边界参数对休止角的影响, 对重要边界参数进行分析与确定, 以提高离散元仿真精度, 缩短设计周期。

1 休止角测定方法

采用 ABS 无底圆柱桶法测定肥料颗粒休止角, 休止角仿真设置如图 1 所示。参考文献[17]确定圆筒直径 44 mm、高 135 mm, 提升速度为 0.05 m/s。研究中对尿素颗粒进行 6 组试验, 每组测定均从垂直交叉的 4 个方向拍摄图像并求其平均值, 最后将 6 组平均值作为最终测定的休止角。

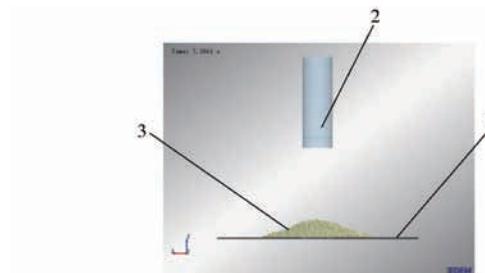


图 1 休止角仿真设置

Fig. 1 Rest angle simulation settings

1. ABS 板 2. ABS 无底圆筒 3. 肥料堆

为减小测量休止角误差, 利用 Matlab 读取颗粒堆积图像(图 2), 依此对图像进行灰度处理、二值化处理, 最后提取边界点, 边界点上的连线即为颗粒堆积的边界曲线, 利用最小二乘法对边界点进行直线拟合, 拟合的直线斜率即为所要测得的休止角的正切值。

2 颗粒及接触力学模型

2.1 试验对象及颗粒仿真模型的建立

试验选取干燥的大颗粒尿素为研究对象, 外观

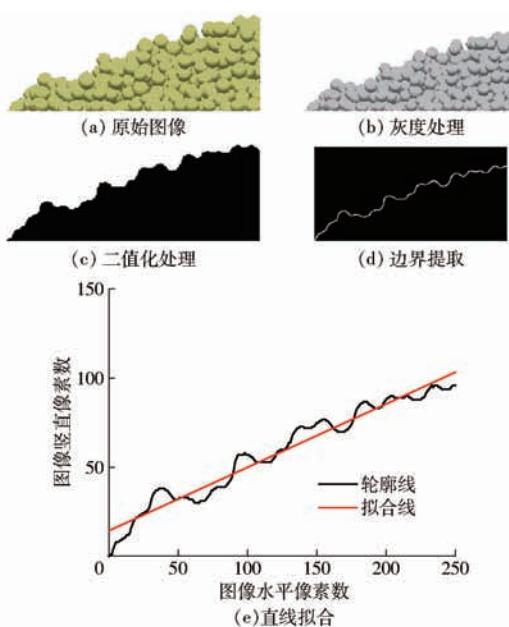


图2 尿素颗粒堆积角测量

Fig. 2 Measurement of stacking angle of urea particles

形态接近球体,采用精度为0.01 mm的千分尺测得其算术平均粒径为3.35 mm,大颗粒尿素直径分布范围为1.7~4.75 mm,千粒质量23.762 g,体积密度为1330 kg/m³。

以3.35 mm作为颗粒模型直径,在EDEM中构建如图3a所示的颗粒离散元模型。根据大颗粒尿素直径分布范围,设置颗粒工厂颗粒尺寸按正态分布方式生成,将参数Mean设置为1,即正态分布的颗粒平均直径为尿素颗粒模型直径,标准差Std Dev设置为0.1,Capped用来设置生成颗粒的尺寸极限,最小为平均值的0.5倍,最大为平均值的1.4倍,尺寸极限与筛分法确定的尿素颗粒尺寸分布一致。具体设置如图3b所示。

Scale By指颗粒尺寸缩放标准为颗粒半径。

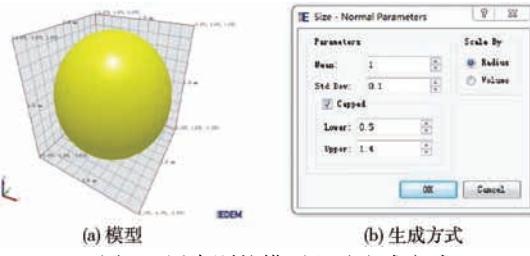


图3 尿素颗粒模型以及生成方式

Fig. 3 Urea particle model and its generation method

时间步长与颗粒粒径、运动速度、密度、剪切模量有关,通常设定为Rayleigh步长的5%~30%,本模型中颗粒排列紧密,确定时间步长为Rayleigh步长的25%。根据圆筒上升速度并考虑颗粒达到稳定状态的需要,设定仿真总时长为15 s。

2.2 颗粒堆积的接触力学模型

假设肥料表面没有粘附力,颗粒运动特性取决于

其物体或相邻颗粒间接触点位置会发生的微小弹性形变,因此颗粒堆积过程选择Hertz-Mindlin无滑动接触力学模型(图4),接触点法向和切向碰撞力均简化为弹簧和阻尼器的并联。

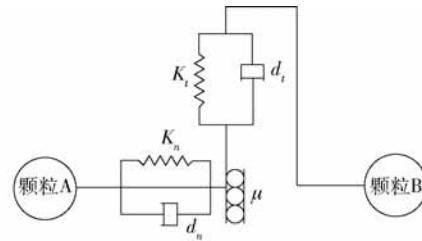


图4 接触力学模型

Fig. 4 Model of contact force

基于上述模型,颗粒在堆积过程中主要受自身重力、颗粒间法向力 F_n 、切向力 F_t 、法向阻尼力 F_{nd} 和切向阻尼力 F_{td} ,其中切向力与库伦摩擦力 $\mu_s F_n$ (μ_s 为静摩擦因数)有关,各力大小为

$$F_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^* \alpha^3} \quad (1)$$

$$F_t = -S_t \delta \quad (2)$$

$$F_{nd} = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^* v_{nrel}} \quad (3)$$

$$F_{td} = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_t m^* v_{trel}} \quad (4)$$

其中

$$\beta = \frac{\ln \varepsilon}{\ln^2 \varepsilon + \pi^2} \quad (5)$$

式中 E^* ——等效弹性模量

R^* ——等效半径

α ——法向重叠量

ε ——恢复系数 δ ——切向重叠量

S_n ——法向刚度

m^* ——等效质量

v_{nrel} ——法向相对速度

S_t ——切向刚度

v_{trel} ——切向相对速度

另外,颗粒还受到切向力力矩和滚动摩擦力矩,其计算公式为

$$T_t = R_i (F_t + F_{td}) \quad (6)$$

$$T_n = -\mu_r F_n R_i \omega_i \quad (7)$$

式中 μ_r ——滚动摩擦因数

R_i ——质心到接触点间距离

ω_i ——接触点处物体单位角速度

颗粒在其所受力和力矩作用下发生移动和滚动。当切向力大于库伦摩擦力时颗粒在接触表面发生滑动,切向力矩与滚动摩擦力矩综合作用决定颗粒的滚动运动。

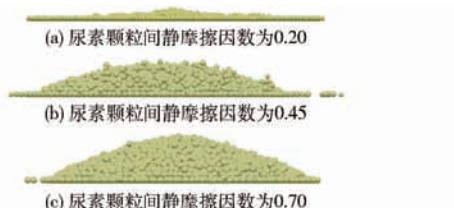


图 6 不同颗粒间静摩擦因数颗粒堆积图

Fig. 6 Particle packing diagrams of different static friction coefficients between particles

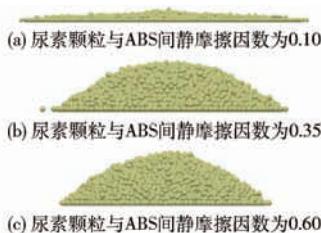


图 7 不同颗粒与 ABS 板间静摩擦因数颗粒堆积图

Fig. 7 Particle packing diagrams of different static friction coefficients between particles and ABS plates

动能,对颗粒的转动惯量抑制作用较小,因此较小的颗粒间滚动摩擦因数时形成的休止角较小,颗粒堆较为分散。相反,较大的颗粒间滚动摩擦因数不利于边界颗粒的扩散,降低了外层颗粒旋转动能,对颗粒的转动惯量抑制作用较大,从而使颗粒沿中心轴即颗粒堆的高度方向堆积,利于形成较大的休止角。

图 6a、6b、6c 分别是尿素颗粒间静摩擦因数为 0.20、0.45、0.70 时颗粒堆积状态图,相比滚动摩擦因数,静摩擦因数较小时颗粒堆分散现象更为明显,较小的颗粒间静摩擦因数使颗粒堆发生变异或不易形成堆状,主要由于颗粒间静摩擦因数较小时,库伦摩擦力较小,切向力较小,导致切向力不足以支持颗粒自身重力,颗粒在接触表面易发生滑动,不易形成稳定堆积体;颗粒间静摩擦因数较大时,库伦摩擦力较大,颗粒在接触表面相对静止,形成稳定堆积体。

图 7a、7b、7c 分别是尿素颗粒与 ABS 板间的静摩擦因数为 0.10、0.35、0.60 时颗粒的堆积状态图,当颗粒与接触面间的静摩擦因数较小时,颗粒在接触面间不能形成稳定的颗粒堆,当摩擦因数为 0.35 时,所形成的尿素颗粒堆较为集中,边缘无分散现象。在散粒体堆积的过程中,重力作用使中底部散体颗粒间相互挤压变形,形成强力链,且相互链接形成架拱保证颗粒堆的稳定性。当颗粒与接触面间的静摩擦因数较小时,底部颗粒与接触面间的作用力不足以支撑上部颗粒的挤压变形而使底部的强力链破坏,进而颗粒堆分散;随着摩擦因数增大,底部颗粒与接触面间作用力变大,底部颗粒易于形成强力链,使得颗粒向高度方向堆积,形成较大休止角,颗粒受到的接触力作用线处于摩擦角的范围之内,力

链中的颗粒处于自锁状态,提高了颗粒与接触面间接触稳定性,形成稳定的堆积体。

3.2 重要仿真边界参数的确定

上述分析结果表明,尿素颗粒间滚动摩擦因数以及颗粒间、颗粒与 ABS 间静摩擦因数是影响颗粒堆积过程的重要因素,因此三者取值是提高仿真精度的关键。

3.2.1 尿素颗粒间静摩擦因数的标定

颗粒间细观参数很难通过试验方法直接准确测定,目前常用的方法是通过标定来确定^[22]。采用自然休止角作为宏观特征,依据第 1 节中介绍的休止角测定方法,在 EDEM 中进行不同尿素颗粒间静摩擦因数下休止角仿真测定试验,尿素颗粒间滚动摩擦因数和尿素颗粒与 ABS 间静摩擦因数分别为 0.30 和 0.33,其余仿真参数同 3.1.2 节,每组参数下取 6 组重复试验平均值作为最终测定的休止角,得休止角 ψ 与静摩擦因数 μ_{spp} 的关系如图 8,其拟合方程为

$$\psi = 35.883\mu_{spp} + 18.772 \quad (R^2 = 0.9841) \quad (8)$$

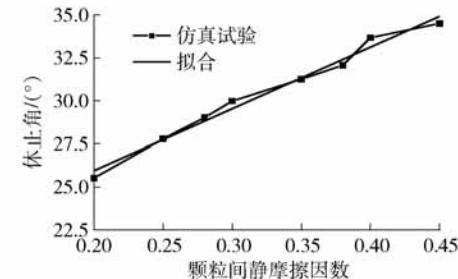


图 8 颗粒间静摩擦因数与休止角关系曲线

Fig. 8 Relationship curves between urea-urea static friction coefficient and repose angle

二者呈线性变化趋势,方程拟合精度较高($R^2 = 0.9841$),因此可用于标定尿素颗粒间静摩擦因数。

在与仿真相同试验条件下测定尿素颗粒实际休止角,试验对象同 2.1 节,休止角测定方法如第 1 节所述,得到尿素颗粒实际休止角均值 30.43° 。将试验测定值代入拟合方程(8),计算得到标定的尿素颗粒间静摩擦因数 $\mu_{spp} = 0.32$ 。

3.2.2 尿素颗粒与 ABS 间静摩擦因数的测定

利用实验室自制静摩擦因数测量仪测定尿素颗粒与 ABS 板间静摩擦因数(图 9)。将 ABS 板固定在支撑板上,为避免肥料颗粒滚落而非滑落,尽量选择扁平肥料(图 9b),调节丝杠螺母机构,当颗粒刚好下滑时记录升降板角度,其正切值即为尿素颗粒与 ABS 板间静摩擦因数,测量 10 次求平均值,为 0.33。

3.2.3 尿素颗粒间滚动摩擦因数的标定

由于摩擦理论、测量设备的不完备,颗粒滚动摩



图 9 静摩擦因数测量

Fig. 9 Measurement of static friction coefficient

擦因数还没有准确、成熟的测量方法。目前颗粒间接触参数(静摩擦因数和滚动摩擦因数)采用粘结在倾斜板上的颗粒板法直接测定比较困难,因此本文采用模拟标定方法近似获得颗粒滚动摩擦因数。

为了降低接触面对尿素颗粒堆积过程的影响,重点考察颗粒间摩擦特性对休止角的影响,提高颗粒间滚动摩擦因数的测定精度,参考文献[6]设计了如图 10 的颗粒堆积模拟和试验测定平台,无底细圆管高 250 mm、直径 18 mm,圆筒高 40 mm、直径 190 mm,事先将 400 g 尿素在底部圆筒内铺均匀,并将表面刮平,再将细圆管中填满尿素颗粒,竖直置于底部圆盘肥料表面,以 0.05 m/s 的速度将细圆管缓慢提起,使尿素颗粒在肥料水平面上滚落堆积,从而获得肥料堆如图 10 所示。休止角的测定均由 Matlab 读取颗粒堆积图像,参见上述休止角的测定方法。

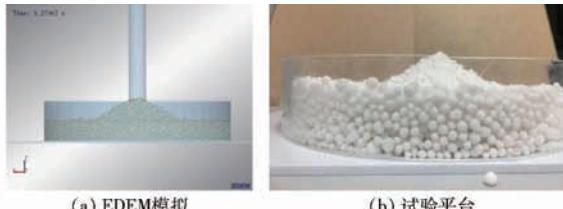


图 10 尿素颗粒堆积模拟和试验平台

Fig. 10 Simulation and experimental verification of urea particles' accumulation

得到尿素颗粒间静摩擦因数和尿素颗粒与 ABS 间静摩擦因数分别为 0.32 和 0.33,其余仿真参数同 3.1.2 节。在 EDEM 中进行不同肥料颗粒滚动摩擦因数下的休止角的测定,取 6 组重复试验平均值作为最终测定的休止角,得到肥料颗粒间休止角 ψ' 与滚动摩擦因数 μ_{pp} 的函数关系如图 11,其拟合方程为

$$\psi' = 62.317\mu_{pp} + 17.386 \quad (9)$$

二者呈线性变化趋势,方程拟合精度较高 ($R^2 = 0.9894$),因此可用于标定尿素颗粒间滚动摩擦因数。

利用休止角试验测定装置测定尿素颗粒休止角,试验选取 2.1 节中经筛分的大颗粒尿素,用烘干法测得含水率为 0.11%。实际测定试验时与 EDEM 仿真计算保证试验条件一致,测得真实颗粒的休止

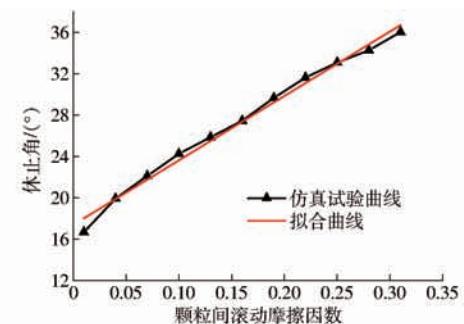


图 11 颗粒间滚动摩擦因数与休止角关系曲线

Fig. 11 Relationship curves between urea-urea rolling friction coefficient and repose angle

角为 30.30°。将试验测定值代入拟合方程(9),计算得到标定的尿素颗粒间滚动摩擦因数 $\mu_{pp} = 0.21$ 。

3.3 休止角试验与仿真模型的验证

为验证尿素颗粒间滚动摩擦因数以及颗粒间、颗粒与 ABS 间静摩擦因数 3 个重要边界参数确定的可靠性,在三者分别为 0.21、0.32 和 0.33 时对尿素颗粒进行休止角的模拟仿真(其余边界参数同 3.1.2 节),休止角仿真结果如图 12a 所示,测得休止角为 30.32°,在相同试验条件下测定尿素颗粒实际休止角结果如图 12b 所示,测得休止角均值为 30.43°,二者相差 0.11°,相对误差为 0.36%,模拟结果接近试验值,表明试验测定和标定后的 EDEM 边界参数和仿真模型的有效性,也证明对于难试验测定的边界参数通过离散元模拟进行参数标定的可行性。



图 12 休止角仿真结果与试验结果对比

Fig. 12 Comparison of simulation and experiment results

为研究标定的 3 个重要边界参数对不同含水率大颗粒尿素的适应性,对不同含水率下尿素颗粒休止角进行了测量^[23]。根据 GB 2440—2001 中农用尿素的含水率标准(小于等于 1.0%),试验中发现当含水率为 1.1% 时尿素颗粒开始出现粘结现象,因此文中研究的尿素颗粒最大含水率为 1.2%。不同含水率下的休止角与本节中标定参数下仿真测定休止角间的相对误差如表 4 所示,可以看出在含水率小于 1.2% 时相对误差均低于 3.25%,表明通过仿真得到的 3 个重要参数标定值适用于不同含水率下尿素颗粒的标定,因此仿真模型和颗粒间滚动摩

擦因数、静摩擦因数、颗粒与 ABS 间静摩擦因数的标定值 0.21、0.32 和 0.33 可用于不同含水率下尿素颗粒的仿真研究。

表 4 不同含水率尿素颗粒的休止角测定结果

Tab. 4 Testing results of urea particles repose angle with different moisture contents

参数	含水率/%				
	0.47	0.67	0.90	1.1	1.2
休止角/(°)	30.52	30.74	30.81	31.03	31.44
相对误差/%	0.66	1.37	1.59	2.29	3.25

4 结论

(1) 设计了 Plackett – Burman 休止角仿真试验筛选出影响显著的边界参数重要性顺序依次为尿素

颗粒间的滚动摩擦因数、颗粒间的静摩擦因数、颗粒与 ABS 板间的静摩擦因数,且单因素仿真试验表明,3 种边界参数影响尿素颗粒堆积特性,休止角随着 3 种边界参数的增大而增大。

(2) 基于离散元软件对尿素颗粒间静摩擦因数和滚动摩擦因数进行虚拟仿真标定,并进行堆积过程的仿真和试验测定,仿真休止角与实际试验休止角相对误差为 0.36%,表明标定后的边界参数和仿真模型的有效性,为难以试验测定的边界参数确定提供了一种有效的解决途径。

(3) 测量了不同含水率下大颗粒尿素的休止角,与标定参数下仿真测定休止角对比相对误差均不大于 3.25%,证明了仿真模型和标定的边界参数适合于不同含水率的尿素颗粒标定要求。

参 考 文 献

- GHODKI B M, GOSWAMI T K. DEM simulation of flow of black pepper seeds in cryogenic grinding system[J]. Journal of Food Engineering, 2017, 196: 36 – 51.
- SHI Yinyan, CHEN Man, WANG Xiaochan, et al. Numerical simulation of spreading performance and distribution pattern of centrifugal variable-rate fertilizer applicator based on DEM software[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2018, 144: 249 – 259.
- LEI Xiaolong, LIAO Yitao, LIAO Qingxi. Simulation of seed motion in seed feeding device with DEM – CFD coupling approach for rapeseed and wheat[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2016, 131: 29 – 39.
- 胡永光,杨叶成,肖宏儒,等. 茶园施肥机离心撒肥过程仿真与参数优化[J/OL]. 农业机械学报,2016,47(5):77 – 82. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20160511&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2016.05.011.
- HU Yongguang, YANG Yecheng, XIAO Hongru, et al. Simulation and parameter optimization of centrifugal fertilizer spreader for tea plants[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(5): 77 – 82. (in Chinese)
- 钟文镇,何克晶,周照耀,等. 颗粒离散元模拟中的阻尼系数标定[J]. 物理学报, 2009, 58(8): 5155 – 5161.
- ZHONG Wenzhen, HE Kejing, ZHOU Zhaoyao, et al. Calibration of damping coefficient in discrete element method simulation [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(8): 5155 – 5161. (in Chinese)
- 韩燕龙,贾富国,唐玉荣,等. 颗粒滚动摩擦系数对堆积特性的影响[J]. 物理学报, 2014, 63(17): 1 – 7.
- HAN Yanlong, JIA Fuguo, TANG Yurong, et al. Influence of granular coefficient of rolling friction on accumulation characteristics [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(17): 1 – 7. (in Chinese)
- NAKASHIMA H, SHIOJI Y, KOBAYASHI T, et al. Determining the angle of repose of sand under low-gravity conditions using discrete element method[J]. Journal of Terramechanics, 2011, 48(1): 17 – 26.
- ZHOU Y C, XU B H, YU A B, et al. An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres[J]. Powder Technology, 2002, 125: 45 – 54.
- PERSSON A, ALDERBORN G, FRENNING G. Flowability of surface modified pharmaceutical granules: a comparative experimental and numerical study[J]. European Journal of Pharmaceutical Sciences, 2011, 42(3): 199 – 209.
- GONIVA C, KLOSS C, DEEN N G, et al. Influence of rolling friction on single spout fluidized bed simulation[J]. Particuology, 2012, 10(5): 582 – 591.
- 崔涛,刘佳,杨丽,等. 基于高速摄像的玉米种子滚动摩擦特性试验与仿真[J]. 农业工程学报,2013,29(15):34 – 41.
- CUI Tao, LIU Jia, YANG Li, et al. Experiment and simulation of rolling friction characteristic of corn seed based on high-speed photography[J]. Transactions of the CSAE, 2013, 29(15): 34 – 41. (in Chinese)
- 王云霞,梁志杰,张东兴,等. 基于离散元的玉米种子颗粒模型间接触参数标定[J]. 农业工程学报,2016,32(22):36 – 42.
- WANG Yunxia, LIANG Zhijie, ZHANG Dongxing, et al. Calibration method of contact characteristic parameters for corn seeds based on EDEM[J]. Transactions of the CSAE, 2016, 32(22): 36 – 42. (in Chinese)
- LIU Cailing, WANG Yali, SONG Jianmeng, et al. Experimental determination and simulation verification of granular material restitution coefficient[J]. International Agricultural Engineering Journal, 2016, 25(4): 48 – 56.
- BALEVICIUS R, SIELAMOWICZ I, MRÓZ Z, et al. Investigation of wall stress and outflow rate in a flat-bottomed bin: a comparison of the DEM model results with the experimental measurements[J]. Powder Technology, 2011, 214(3): 322 – 336.

- 15 GONZÁLEZ-MONTELLANO C, FIENTES J M, AYUGA-TÉLLEZ E, et al. Determination of the mechanical properties of maize grains and olives required for use in DEM simulations [J]. Journal of Food Engineering, 2012, 111(4): 553–562.
- 16 赵永志,江茂强,徐平,等.颗粒堆内微观力学结构的离散元模拟研究[J].物理学报,2009,58(3): 1819–1825.
ZHAO Yongzhi, JIANG Maoqiang, XU Ping, et al. Discrete element simulation of the microscopic mechanical structure in sandpile [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(3): 1819–1825. (in Chinese)
- 17 贾富国,韩燕龙,刘扬,等.稻谷颗粒物料堆积角模拟预测方法[J].农业工程学报,2014,30(11):254–260.
JIA Fuguo, HAN Yanlong, LIU Yang, et al. Simulation prediction method of repose angle for rice particle materials [J]. Transactions of the CSAE, 2014, 30(11): 254–260. (in Chinese)
- 18 苑进,刘勤华,刘雪美,等.配比变量施肥中多肥料掺混模拟与掺混腔结构优化[J/OL].农业机械学报,2014,45(6):125–132. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20140620&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.06.020.
YUAN Jin, LIU Qinhua, LIU Xuemei, et al. Simulation of multi-fertilizers blending process and optimization of blending cavity structure in nutrient proportion of variable rate fertilization [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(6): 125–132. (in Chinese)
- 19 王金峰,鞠金艳,尹大庆.尿素颗粒弹性模量的测试与分析[J].安徽农业科学,2014,42(33):11626–11628.
WANG Jinfeng, JU Jinyan, YIN Daqing. Test and analysis of elastic modulus of urea particle[J]. Journal of Anhui Agri. Sci., 2014, 42(33): 11626–11628. (in Chinese)
- 20 金丽丽,姬长英,方会敏,等.变量施肥机连续混合装置中肥料颗粒运动的数值分析[J].浙江农业学报,2015,27(2):261–265.
JIN Lili, JI Changying, FANG Huimin, et al. Numerical simulation of mixing process of fertilizer particles in continuous mixer of variable rate fertilizer applicator[J]. Acta Agriculturae Zhejiangensis, 2015, 27(2): 261–265. (in Chinese)
- 21 周伟,王金峰,王金武,等.基于EDEM的水田深施肥机构螺旋钢丝的数值模拟与分析[J].农机化研究,2015,37(1):27–30.
ZHOU Wei, WANG Jinfeng, WANG Jinwu, et al. Numerical simulation and analysis of a fertilizer can on fertilizer spreader based on EDEM[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2015, 37(1): 27–30. (in Chinese)
- 22 徐小敏,凌道盛,陈云敏,等.基于线性接触模型的颗粒材料细-宏观弹性常数相关关系研究[J].岩土工程学报,2010,32(7):991–998.
XU Xiaomin, LING Daosheng, CHEN Yunmin, et al. Correlation of microscopic and macroscopic elastic constants of granular materials based on linear contact model [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32 (7): 991–998. (in Chinese)
- 23 鹿芳媛,马旭,谭穗妍,等.水稻芽种离散元主要接触参数仿真标定与试验[J/OL].农业机械学报,2018,49(2):93–99. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20180212&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.02.012.
LU Fangyuan, MA Xu, TAN Suiyan, et al. Simulative calibration and experiment on main contact parameters of discrete elements for rice bud seeds[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(2): 93–99. (in Chinese)