

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.01.050

# 机器人机构方位特征集自动生成算法

叶梅燕<sup>1,2</sup> 石志新<sup>1</sup> 罗玉峰<sup>1</sup> 杨廷力<sup>3</sup>

(1. 南昌大学机电工程学院, 南昌 330031; 2. 南昌大学理学院, 南昌 330031; 3. 中国金陵石化公司, 南京 210037)

**摘要:** 针对传统结构分析方法效率过低且难以得到完备结果的现状, 将机器人机构学理论与现代计算机技术相结合, 提出了机器人机构拓扑结构的数字建模方法, 并给出方位特征集自动生成算法及流程。首先, 提出拓扑结构组成要素的数学描述方法以及相应的数据结构, 得到机器人拓扑结构的数字模型。然后, 在揭示出方位特征集本质内涵的基础上, 利用线性相关性理论制定相应的运算规则, 进而提出方位特征集的自动生成算法和流程。最后, 结合具体实例验证了上述数字建模方法和方位特征集自动生成算法的有效性。

**关键词:** 机器人机构; 数字建模; 方位特征集; 自动生成算法

**中图分类号:** TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2018)01-0397-07

## Automatic Generation Algorithm of Position and Orientation Characteristic Set for Robot Mechanisms

YE Meiyang<sup>1,2</sup> SHI Zhixin<sup>1</sup> LUO Yufeng<sup>1</sup> YANG Tingli<sup>3</sup>

(1. School of Mechanical and Electronic Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China

2. School of Science, Nanchang University, Nanchang 330031, China

3. Jinling Petrochemical Corporation, Nanjing 210037, China)

**Abstract:** Kinematic and dynamic performances of a robot mechanism is, to some extent, determined by its topological structure, so topological structure analysis and synthesis is an important tool to research and application of robot mechanisms. However, there is still no software for automatic structure analysis of robot mechanisms. The efficiency of manual analysis method is too low and it is difficult to get a complete result. In order to solve this problem, a digital modeling method for topological structure of robot mechanisms was proposed, and the automatic generation algorithm for position and orientation characteristic set (POC) of robot mechanisms was presented. The digital modeling for robot mechanisms was showed, including mathematical description of topological structure elements and the corresponding data structure. Secondly, the essence of POC set was uncovered, and the operation rules of POC for serial and parallel robot mechanisms were formulated based on the theory of linear dependence. Furthermore, the automatic generation algorithms of POC for serial and parallel robot mechanisms were achieved. Finally, five examples were provided to verify the efficiency of the digital modeling method and automatic generation algorithm mentioned above. The digital modeling method for topological structure and automatic generation algorithm of POC presented would be parts of the software being developed for automatic structure analysis and synthesis of robot mechanisms.

**Key words:** robot mechanism; digital modeling; position and orientation characteristic set; automatic generation algorithm

## 0 引言

拓扑结构分析与综合是机构学的核心问题之

一。对于平面机构而言, 其拓扑结构自动分析与综合方法, 国内外学者已作了大量研究<sup>[1-5]</sup>。然而, 空间机构的拓扑结构分析与综合方法大多局限于理论

收稿日期: 2017-05-04 修回日期: 2017-06-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(51365036, 51475050)

作者简介: 叶梅燕(1978—), 女, 讲师, 博士生, 主要从事机器人机构学研究, E-mail: yemeiyang@ncu.edu.cn

通信作者: 石志新(1979—), 男, 副教授, 博士, 主要从事机器人机构学研究, E-mail: shizhixin@ncu.edu.cn

研究,主要采用手工枚举方式,效率较低,而且难以得到完备结果。为减少相关技术人员的工作量,与现代计算机技术相结合,研究机器人拓扑结构自动分析与综合理论和方法,并开发相应的计算机辅助设计软件,是一项具有重要理论和应用价值的课题。

机器人拓扑结构分析与综合主要存在如下3种方法:基于螺旋理论的方法<sup>[6-8]</sup>、基于位移子群的方法<sup>[9-10]</sup>、基于方位特征集的方法<sup>[11-16]</sup>。其中,位移子群方法由于运算规则过多(达107种),不利于编程实现,目前尚无基于该理论的自动分析与综合方法的文献报道。曹文熬<sup>[17]</sup>基于螺旋理论研究了空间多环耦合机构的拓扑结构自动分析与综合方法,但约束螺旋具有瞬时性,因此需要进行全周性(非瞬时性)判定<sup>[18]</sup>。廖明等<sup>[19-20]</sup>基于方位特征集理论研究了并联机构的符号化描述,并提出了方位特征集的自动推导方法,但未能给出相应的算法流程。

本文拟将机器人机构学理论与现代计算机技术相结合,提出机器人拓扑结构的数字建模方法,然后基于该数字模型,研究方位特征集的有关运算规则,进而给出相应的自动生成算法和流程,最后结合具体实例对该方法的有效性进行验证。

## 1 机器人拓扑结构的数字建模方法

对拓扑结构特征的数学描述(数字建模)是机器人拓扑结构自动分析与综合程序化实现的前提和关键。理想的数字模型应具有下述优点:①能够准确、完整表达机器人机构的拓扑结构特征。②便于计算机存储、检索、计算等操作。

### 1.1 机器人拓扑结构的数字描述

机器人机构的拓扑结构包括如下3要素:①运动副类型,如转动副、移动副、圆柱副、球副、胡克铰等。②尺度约束类型,即构件为其所连接的运动副轴线之间的相对位置和方向提供几何约束类型,按方位关系可归纳为:平行、垂直、共点、共面以及其他等。③各支链在动静平台之间的方位配置关系。

下面给出上述拓扑结构3要素的描述方法以及它们在计算机中的数据存储结构。

机器人机构的运动副类型较多,可采运动副等效替换的方法将它们简化为只含转动副和移动副2种。例如,球副等效为3个轴线汇交于1点的转动副,胡克铰等效为2个轴线垂直正交的转动副,圆柱副等效为共轴的转动副和移动副。因此,运动副类型可采用字符串(由R和P组成)的形式进行记录。

尺度约束类型和各支链在动静平台之间的方位配置关系按如下规则进行记录:若两运动副轴线保

持平行记为1;轴线垂直记为2;轴线相交记为3;轴线共面记为4;其他恒定关系记为5;若两运动副轴线方位关系不恒定则记为6。

各运动副两两之间的方位关系用邻接矩阵 $C$ 来表示。各支链在静、动平台间的装配关系分别用矩阵 $J_1$ 和 $J_2$ 表示。若多个(3个以上)运动副轴线保持恒定的关系,则用字符串做辅助说明。例如,多个运动副的轴线汇交于1点记为 $(R_1, R_2, \dots, R_i) = 3$ ;多个运动副轴线平行于同一平面记为 $(R_1, R_2, \dots, R_i) = 4$ 。有关符号说明详见例1。

拓扑结构3要素采用图1所示的树型数据结构表示,便于计算机存储和操作。

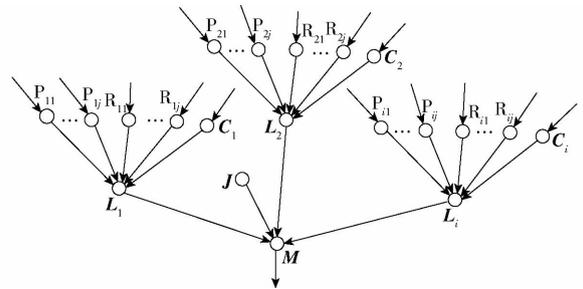


图1 并联机构的树模型

Fig. 1 Tree model of parallel mechanisms

如图1所示, $P_{ij}$ 和 $R_{ij}$ 表示并联机器人的第*i*条支链上第*j*个运动副的类型; $C_i$ 表示第*i*条支链中运动副轴线的方位关系矩阵; $L_i$ 中存储第*i*条支链的方位特征集; $J$ 中存储各支链在动静平台之间的方位配置关系; $M$ 中存储动平台的方位特征集。树中的叶子作为并联机器人机构方位特征集自动生成算法的输入,树的根节点作为输出,每一条支链是一个子树。

### 1.2 拓扑结构数字模型实例

已知并联机构(图2)的4条支链结构均相同,各运动副轴线方位关系为: $R_{i1} \parallel R_{i2} \parallel R_{i3} \perp R_{i4}$ 且 $R_{i4}$ 与 $R_{i5}$ 共点,其中 $i=1,2,3,4$ 。4条支链在静平台上的运动副轴线共面,4条支链在动平台上的运动副

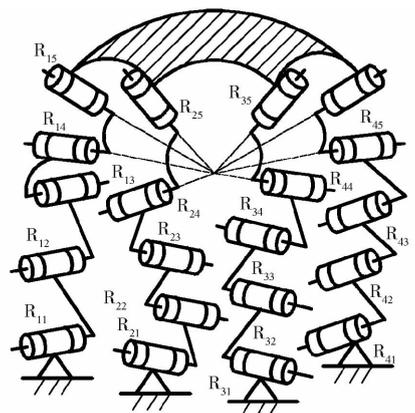


图2 并联机构的结构简图(例1)

Fig. 2 Structure diagram of parallel mechanism (example 1)

轴线汇交于  $I$  点。

利用上述数字建模方法,该机构可描述为:①每条支链运动副类型为  $R_{i1}R_{i2}R_{i3}R_{i4}R_{i5}$ ,且运动副两两之间的方位关系为

$$C_i = \begin{matrix} R_{i1} & R_{i2} & R_{i3} & R_{i4} & R_{i5} \\ R_{i1} & \begin{bmatrix} - & 1 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & - & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & - & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & - & 3 \\ 6 & 6 & 6 & 3 & - \end{bmatrix} \\ R_{i2} \\ R_{i3} \\ R_{i4} \\ R_{i5} \end{matrix} \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

②各支链在静平台装配关系为

$$J_1 = \begin{matrix} R_{11} & R_{21} & R_{31} & R_{41} \\ R_{11} & \begin{bmatrix} - & 3 & 3 & 3 \\ 3 & - & 3 & 3 \\ 3 & 3 & - & 3 \\ 3 & 3 & 3 & - \end{bmatrix} \\ R_{21} \\ R_{31} \\ R_{41} \end{matrix} \quad (1)$$

且  $(R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{41}) = 4$ 。

③各支链在动平台装配关系为

$$J_2 = \begin{matrix} R_{15} & R_{25} & R_{35} & R_{45} \\ R_{15} & \begin{bmatrix} - & 3 & 3 & 3 \\ 3 & - & 3 & 3 \\ 3 & 3 & - & 3 \\ 3 & 3 & 3 & - \end{bmatrix} \\ R_{25} \\ R_{35} \\ R_{45} \end{matrix} \quad (2)$$

且  $(R_{14}, R_{15}, R_{24}, R_{25}, R_{34}, R_{35}, R_{44}, R_{45}) = 3$ 。

## 2 串联机构的方位特征集

### 2.1 方位特征集的内涵

为了准确描述机器人执行构件的运动输出特性, YANG 等<sup>[12]</sup>首次提出方位特征集的概念,其表达式为

$$M = \begin{bmatrix} r^p(S) \\ t^q(T) \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中  $M$ ——机构方位特征集

$r, t$ ——转动和移动

$S, T$ ——转动位移空间和移动位移空间

$p, q$ ——对应位移空间的维数

位移空间为 3 维实向量空间的子空间,通常用它的一组生成基来表示,具体表示方法为:①由于 1 维位移空间是由 1 个向量生成,故其基向量可表示为  $\{l\}$ 。②由于 2 维位移空间是由 2 个线性无关的向量生成的平面,故其基可由该平面的法向量  $n$  表示为  $\{\perp n\}$ 。③由于 0 维位移空间(记为  $\Phi$ )不存在有限位移,而 3 维位移空间的位移方向为任意,故无需记录它们的基。

由式(3)可发现:分析方位特征集,本质上是确

定位移空间的基的问题。

### 2.2 串联机器人方位特征集自动生成算法

由于串联机构是由若干个运动副依次串联而成,因此串联机构方位特征集是各运动副运动输出空间的并集,即可表示为

$$M_s = \bigcup_{i=1} M_i \quad (4)$$

式中  $M_s$ ——串联机构的方位特征集

$M_i$ ——第  $i$  个运动副的输出位移空间

值得注意的是:①移动副仅产生平移运动,因此它的运动输出为沿其轴线方向的平移。②转动副不仅能产生绕其轴线的运动,而且可衍生出垂直于轴线方向的平移运动,即其运动输出具有二重性。可按如下规则选取:优先取旋转运动作为运动输出;若已有运动副产生了该方向旋转,则取其衍生平移作为运动输出。

现给出串联机构方位特征集自动分析算法,其主要步骤如下:

(1)输入。输入运动副数目  $n$ ,运动副类型(字符串),运动副轴线方向关系矩阵  $C$ ,并且将转动空间和移动空间的基赋初值,即  $S = \Phi, T = \Phi$ 。

(2)运动副输出特性的选择及位移空间的更新。①当第  $j$  运动副为移动副  $P_j$  时,判断其滑轨方向向量  $P_j$  能否由移动位移空间的基线性表示。若否,则将  $P_j$  纳入  $T$ ,即  $T = T \cup t^1(\parallel P_j)$ ,转动位移空间不变,即  $S = S$ ;若是,则移动副为冗余运动副,此时  $S$  和  $T$  均不变。②当第  $j$  运动副为转动副  $R_j$  时,优先选择绕其轴线的旋转运动  $r^1(\parallel R_j)$  作为输出,判断  $R_j$  能否由  $S$  的基线性表示。若否,则将  $R_j$  纳入  $S$ ,即  $S = S \cup r^1(\parallel R_j)$ , $T$  保持不变;若是,则考虑衍生平移运动  $t^1(\perp R_j)$  作为输出,再判断该衍生平移运动能否由  $T$  的基线性表示。若否,则更新  $T$ ,即  $T = T \cup t^1(\perp R_j)$ , $S$  保持不变;若是,则转动副冗余,此时  $S$  和  $T$  均不变。

(3)循环。从  $j = 1$  开始,重复(2),直到  $j = n$  终止。

(4)结束。输出  $S$  和  $T$ ,得到  $M$ 。

上述步骤中最关键的问题是,如何利用方位关系矩阵判断运动副输出向量能否由位移空间的基线性表示。各种情况下的判断规则如表 1~3 所示,其中  $c_{ij}$  为关系矩阵  $C$  中第  $i$  行第  $j$  列对应的元素。

### 2.3 实例分析(例 2)

已知串联机构 1(图 3a)的运动副轴线方位关系为: $R_1 \parallel P_2 \parallel R_3 \parallel R_4$ 。利用上述算法,分析该机器人机构的方位特征集。

表1 转动输出对应的线性表示规则

Tab.1 Rules of linear representation for rotation output

转动副输出特性	转移空间 $S$	能否线性表示	能线性表示的几何条件
	$r^0$	必不能	
	$r^3$	必能	
$r^1(\parallel R_j)$	$r^1(\parallel R_i)$	一定条件下能	$R_i \parallel R_j$ , 即 $c_{ij} = 1$
	$r^2(\parallel R_i, \parallel R_k)$	一定条件下能	$R_j \parallel R_i$ 或 $R_j \parallel R_k$ , 即 $c_{ij} = 1$ 或 $c_{kj} = 1$

表2 移动输出对应的线性表示规则

Tab.2 Rules of linear representation for translation output

移动副输出特性	移动空间 $T$	能否线性表示	能线性表示的几何条件
	$t^0$	必不能	
	$t^3$	必能	
	$t^1(\parallel P_i)$	一定条件下能	$P_i \parallel P_j$ , 即 $c_{ij} = 1$
	$t^1(\perp R_i)$	必不能	—
$t^1(\parallel P_j)$	$t^2(\parallel P_i, \parallel P_k)$	一定条件下能	$P_j, P_i, P_k$ 共平面, 即 $(P_i, P_j, P_k) = 4$
	$t^2(\parallel P_i, \perp R_k)$	一定条件下能	$P_j \parallel P_i \perp R_k$ , 即 $c_{ij} = 1$ 且 $c_{ik} = 2$
	$t^2(\perp R_i)$	一定条件下能	$P_j \perp R_i$ , 即 $c_{ij} = 2$
	$t^2(\perp R_i, \perp R_k)$	必不能	

表3 转动副衍生输出对应的线性表示规则

Tab.3 Rules of linear representation for derivative rotation output

转动副衍生输出	移动空间 $T$	能否线性表示	能线性表示的几何条件
	$t^0$	必不能	
	$t^3$	必能	
	$t^1(\parallel P_i)$	必不能	
	$t^1(\perp R_i)$	必不能	
$t^1(\perp R_j)$	$t^2(\parallel P_i, \parallel P_k)$	一定条件下能	$R_j$ 与 $P_i$ 和 $P_k$ 均垂直, 即 $c_{ij} = 2$ 且 $c_{jk} = 2$
	$t^2(\parallel P_i, \perp R_k)$	一定条件下能	$R_j \parallel R_k \perp P_i$ , 即 $c_{jk} = 1$ 且 $c_{ij} = 2$
	$t^2(\perp R_i)$	一定条件下能	$R_j \parallel R_i$ , 即 $c_{ij} = 1$
	$t^2(\perp R_i, \perp R_k)$	必不能	

## (1) 输入

运动副数目  $n = 4$ ; 运动副类型为  $R_1 P_2 R_3 R_4$ ; 方位关系矩阵  $C$  为

$$C = \begin{matrix} & R_1 & P_2 & R_3 & R_4 \\ \begin{matrix} R_1 \\ P_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} - & 1 & 1 & 1 \\ 1 & - & 1 & 1 \\ 1 & 1 & - & 1 \\ 1 & 1 & 1 & - \end{bmatrix} \end{matrix}$$

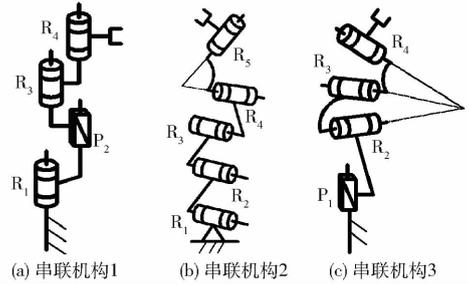


图3 3种串联机构的结构简图

Fig.3 Structure diagrams of three kinds of serial mechanisms

且赋初值:  $S = \Phi, T = \Phi$ 。

## (2) 方位特征集的更新

当  $j = 1$  时,  $R_1$  为转动副,  $S$  的基为  $r^0$ , 故  $R_1$  不能被  $S$  的基线性表示 (表 1), 因此  $S$  被更新为  $r^1(\parallel R_1)$ ,  $T$  保持不变。

当  $j = 2$  时,  $P_2$  为移动副,  $T$  的基为  $t^0$ ,  $P_2$  不能被  $T$  的基线性表示 (表 2), 故  $T$  被更新为  $t^1(\parallel P_2)$ ,  $S$  保持不变。

当  $j = 3$  时,  $R_3$  为转动副,  $S$  的基为  $\{\parallel R_1\}$ , 由于  $c_{13} = 1$  (即  $R_1 \parallel R_3$ ), 故  $R_3$  能被  $S$  的基线性表示 (表 1), 因此  $S$  不变。再考虑运动副  $R_3$  的衍生移动  $t^1(\perp R_3)$ , 此时  $T$  的基为  $\{\parallel P_2\}$ , 该衍生移动必不能被  $T$  的基线性表示 (表 3), 故  $T$  被更新为  $t^2(\parallel P_2, \perp R_3)$ ,  $S$  保持不变。

当  $j = 4$  时,  $R_4$  为转动副,  $S$  的基为  $\{\parallel R_1\}$ , 由于  $c_{14} = 1$  (即  $R_1 \parallel R_4$ ), 故  $R_4$  能被  $S$  的基线性表示, 因此  $S$  不变。再考虑  $R_4$  的衍生移动  $t^1(\perp R_4)$ , 此时  $T$  为  $(\parallel P_2, \perp R_3)$ ,  $c_{23} = 1, c_{34} = 1$ , 故不满足表 3 中线性表示条件  $c_{34} = 1, c_{23} = 2$ , 因此该衍生移动不能被  $T$  的基线性表示, 故  $T$  更新为  $t^3$ ,  $S$  不变。

## (3) 结束

该机构方位特征集为

$$M = \begin{bmatrix} r^1(\parallel R_1) \\ t^3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

同理, 图 3b 和图 3c 所示串联机构的方位特征集分别为

$$M = \begin{bmatrix} r^3 \\ t^2(\perp R_1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$M = \begin{bmatrix} r^3 \\ t^1(\parallel P_1) \end{bmatrix} \quad (7)$$

## 3 并联机构的方位特征集

## 3.1 并联机构方位特征集自动生成算法

由于动平台是在各支链共同作用下进行运动, 因此并联机器人机构的方位特征集  $M_{pd}$  是各支链方

位特征集的交集,即可表示为

$$M_{Pa} = \bigcap_{j=1}^m M_j = \bigcap_{j=1}^m \begin{bmatrix} r^{p_j}(S_j) \\ t^{q_j}(T_j) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中  $m$ ——支链数目

$M_j$ ——第  $j$  条支路末端构件的方位特征集

$S_j, T_j$ ——支链方位特征集  $M_j$  中的转动位移空间和移动位移空间

$p_j, q_j$ ——维数

由式(8)可发现:分析并联机构方位特征集,本质上是寻找各支链位移空间中公共基的问题。

考虑到求交集运算满足交换律和结合律,为了提高计算效率,特将式(8)按位移空间的维数进行分类求交,即

$$T = \bigcap_{i=0}^3 V_i \quad (9)$$

其中  $V_0 = \bigcap_{i=1}^{m_0} t^0$      $V_1 = \bigcap_{i=1}^{m_1} t^1(\parallel l_i)$

$V_2 = \bigcap_{i=1}^{m_2} t^2(\perp n_i)$      $V_3 = \bigcap_{i=1}^{m_3} t^3$

式中  $V_i$ —— $i$  维位移空间的交集

$m_i$ ——组成并联机构的  $m$  条支链中位移空间维数为  $i$  的支链数目

$l$ ——1 维位移空间的基向量

$n$ ——2 维位移空间基向量生成平面法向量

考虑  $m_i$  的全部可能取值(共 5 种),式(9)对应的求交集运算规则和结果如表 4 所示。

表 4 位移空间求交集运算规则

Tab. 4 Operation rules of intersection of displacement spaces

序号	条件	移动空间 $T$
1	$m_0 > 0$	$T = t^0$
2	$m_3 = m$	$T = t^3$
3	$m_1 = m$	$T = \begin{cases} t^1(\parallel l_1) & (l_1, l_2, \dots, l_m \text{ 平行}) \\ t^0 & (\text{其他}) \end{cases}$
4	$m_2 = m$	$T = \begin{cases} t^2(\perp n_1) & (n_1, n_2, \dots, n_m \text{ 平行}) \\ t^1(\perp \diamond) & (n_1, n_2, \dots, n_m \text{ 共面}) \\ t^0 & (\text{其他}) \end{cases}$
5	$m_0 = 0$ $m_1 > 0$ $m_2 > 0$ $m_3 \geq 0$	$T = \begin{cases} t^1(\parallel l_1) & (l_1, l_2, \dots, l_{m_1} \text{ 且与 } \\ & n_1, n_2, \dots, n_{m_2} \text{ 均垂直}) \\ t^0 & (\text{其他}) \end{cases}$

注:①表中  $\diamond$  表示  $n_1, n_2, \dots, n_m$  生成的平面。②表中的几何条件可根据支链在动静平台间的配置关系查询得到。③表中仅列出移动空间求交运算规则,转动空间求交与其类似。

利用以上规则,根据支链在动静平台间的配置关系,可得并联机构方位特征集自动生成算法,其主要步骤如下:

(1)输入。输入支链数目  $m$ ,各支链方位特征

集  $M_j$ (已由串联机构方位特征集自动分析算法获得),各支链在动静平台间的配置关系矩阵  $J$ 。

(2)分类。将  $m$  条支链的位移空间按维数进行分类。

(3)求交运算。根据  $m_i$  的取值情况和装配关系矩阵,利用求交运算规则(表 4)得到位移空间。

(4)结束。输出并联机器人机构的方位特征集。

### 3.2 实例分析(例 3)

利用上述算法,分析图 2 所示并联机器人机构的方位特征集。

(1)输入

支链数目  $m = 4$ ,由式(6)可知 4 条支链的方位特征集为

$$M_j = \begin{bmatrix} r^3 \\ t^2(\perp R_{j1}) \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

各条支链在静、动平台间的方位配置关系分别为: $J_1$ (式(1))且  $(R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{41}) = 4$  和  $J_2$ (式(2))且  $(R_{14}, R_{15}, R_{24}, R_{25}, R_{34}, R_{35}, R_{44}, R_{45}) = 3$ 。

(2)分类

4 条支链的转动位移空间均为 3 维空间,因此  $m_3 = m$ ;4 条支链的移动位移空间均为 2 维空间,因此  $m_2 = m$ 。

(3)求交运算

对于转动空间而言,由于  $m_3 = m$ ,由表 1 可知,转动空间  $S = r^3$ ;对于移动空间而言,由于  $m_2 = m$  且  $(R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{41}) = 4$ (即  $R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{41}$  共面),由表 4 可知,移动空间  $T = t^1(\perp \diamond)$ 。

(4)结束

输出并联机器人机构的方位特征集

$$M_{Pa} = \begin{bmatrix} r^3 \\ t^1(\perp \diamond (R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{41})) \end{bmatrix}$$

值得注意的是,若  $R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{41}$  相互平行,则该机构为三转动二平移并联机构;若  $R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{41}$  不共面,则该机构为三转动零平移并联机构。

利用上述算法,分析图 4 所示并联机器人机构的方位特征集。

(1)输入

支链数目  $m = 4$ ,由式(5)可知,4 条支链的方位特征集为

$$M_j = \begin{bmatrix} r^1(\parallel R_{j1}) \\ t^3 \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

各条支链在静平台间的方位配置关系为

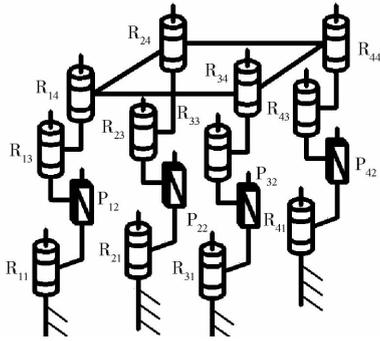


图4 并联机构的结构简图(例4)

Fig.4 Structure diagram of parallel mechanism (example 4)

$$J_1 = \begin{matrix} & R_{11} & R_{21} & R_{31} & R_{41} \\ R_{11} & \begin{bmatrix} - & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ R_{21} & \begin{bmatrix} 1 & - & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ R_{31} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & - & 1 \end{bmatrix} \\ R_{41} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & - \end{bmatrix} \end{matrix}$$

各条支链在动平台间的方位配置关系为

$$J_2 = \begin{matrix} & R_{14} & R_{24} & R_{34} & R_{44} \\ R_{14} & \begin{bmatrix} - & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ R_{24} & \begin{bmatrix} 1 & - & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ R_{34} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & - & 1 \end{bmatrix} \\ R_{44} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & - \end{bmatrix} \end{matrix}$$

(2)分类

4条支链的转动位移空间均为1维空间,因此  $m_1 = m$ ; 4条支链的移动位移空间均为3维空间,因此  $m_3 = m$ 。

(3)求交运算

对转动空间而言,由于  $m_1 = m$  且  $R_{11}$ 、 $R_{21}$ 、 $R_{31}$ 、 $R_{41}$ 相互平行(由  $J_1$ 可知),由表1可知,转动空间  $S = r^1(\parallel R_{11})$ ;对移动空间而言,由于  $m_3 = m$ ,由表4可知,移动空间  $T = t^3$ 。

(4)结束

输出并联机器人机构的方位特征集

$$M_{Pa} = \begin{bmatrix} r^1(\parallel R_{11}) \\ t^3 \end{bmatrix}$$

值得注意的是,若  $R_{11}$ 、 $R_{21}$ 、 $R_{31}$ 、 $R_{41}$ 不全部相互平行,则该机构为零转动三平移并联机构。

利用上述算法,分析并联机器人机构(图5)的方位特征集,可以发现:

(1)若  $P_{11}$ 与  $R_{21}$ 、 $R_{31}$ 、 $R_{41}$ 均垂直,则该机构为三

转动一平移机构,且方位特征集为

$$M_{Pa} = \begin{bmatrix} r^3 \\ t^1(\parallel P_{11}) \end{bmatrix}$$

(2)若  $P_{11}$ 与  $R_{21}$ 、 $R_{31}$ 、 $R_{41}$ 不都垂直,则该机构为三转动零平移机构,且方位特征集为

$$M_{Pa} = \begin{bmatrix} r^3 \\ l^0 \end{bmatrix}$$

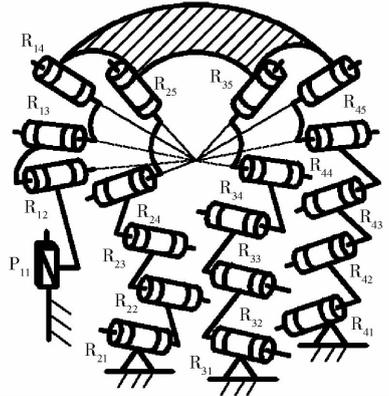


图5 并联机构的结构简图(例5)

Fig.5 Structure diagram of parallel mechanism (example 5)

4 应用

值得注意的是,机构分析与综合是可以互相渗透和转换的。因此本文提出的数字建模和自动分析方法可应用于结构类型自动综合。理论上,将拓扑结构3要素的各种排列组合情况进行穷举,然后利用本文提出的数字建模方法和自动生成算法对其进行逐一分析,即可筛选出满足预定功能要求的结构类型集,从而完成机构结构类型综合。

5 结论

(1)提出的邻接矩阵与字符串相结合的描述方法可以准确、完整地描述机器人的拓扑结构,且便于计算机存储、检索。

(2)分析串联机构方位特征集,本质上是确定各运动副运动输出生成的位移空间的基的问题;分析并联机构方位特征集,本质上是寻找各支链位移空间中公共基的问题。

(3)在分析并联机构方位特征集的过程中,将各条支链的位移空间按维数进行分类求交集,可大幅提高计算效率。

参 考 文 献

1 BELFIORE N P, PENNESTRI E. Automatic sketching of planar kinematic chains[J]. Mechanism and Machine Theory, 1994, 29(1): 177 - 193.

- 2 WANG Y X, YAN H S. Computerized rules-based regeneration method for conceptual design of mechanisms[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37(9): 833 – 849.
- 3 SAURA M, CELDRAN A, DOPICO D, et al. Computational structural analysis of planar multibody systems with lower and higher kinematic pairs[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 71: 79 – 92.
- 4 DING H F, HUANG Z, MU D J. Computer-aided structure decomposition theory of kinematic chains and its applications[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2008, 43(12): 1596 – 1609.
- 5 DING H F, HOU F M, KECSKEMÉTHY A, et al. Synthesis of the whole family of planar 1-DOF kinematic chains and creation of their atlas database[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 47: 1 – 15.
- 6 黄真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论与控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- 7 YANG S F, SUN T, HUANG T, et al. A finite screw approach to type synthesis of three-DOF translation parallel mechanisms [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 104: 405 – 419.
- 8 KONG X W, GOSSELIN C M. Type synthesis of 3-DOF parallel manipulators based on screw theory[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2004, 20(2): 181 – 190.
- 9 MENG J, LIU G F, LI Z X. A geometric theory for analysis and synthesis of sub-6 DOF parallel manipulators[J]. *IEEE Trans. Robot*, 2007, 23(4): 625 – 649.
- 10 戴建生. 旋量代数与李群、李代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- 11 杨廷力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- 12 YANG T L, LIU A X, JIN Q, et al. Position and orientation characteristic equation for topological design of robot mechanisms [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2009, 131(2): 0210011 – 0210011 – 7.
- 13 沈惠平, 尹洪波, 李菊, 等. 基于方位特征方法的范例并联机构的拓扑特征分析及其启示与应用[J]. *机械工程学报*, 2015, 51(13): 101 – 115.  
SHEN Huiping, YIN Hongbo, LI Ju, et al. Position and orientation characteristic based method and enlightenment for topology characteristic analysis of typical parallel mechanisms and its application[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(13): 101 – 115. (in Chinese)
- 14 SHEN C W, HANG L B, YANG T L. Position and orientation characteristics of robot mechanisms based on geometric algebra [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2017, 108: 231 – 243.
- 15 石志新, 叶梅燕, 罗玉峰, 等. 四自由度两模式并联机构结构综合与位置分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2017, 48(4): 383 – 389. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20170451&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20170451&journal_id=jcsam). DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2017.04.051.  
SHI Zhixin, YE Meiyang, LUO Yufeng, et al. Type synthesis and position analysis of 4-DOF parallel mechanisms with two operation modes [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2017, 48(4): 383 – 389. (in Chinese)
- 16 石志新, 叶梅燕, 罗玉峰, 等. 3T1R 并联机构结构与位置分析[J]. *农业机械学报*, 2016, 47(8): 364 – 369. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20160848&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20160848&journal_id=jcsam). DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2016.08.048.  
SHI Zhixin, YE Meiyang, LUO Yufeng, et al. Structure design and displacement analysis of 3T1R parallel mechanism [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2016, 47(8): 364 – 369. (in Chinese)
- 17 曹文熬. 空间多环耦合机构数字化构型综合理论[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2014.
- 18 SUN T, YANG S F, HUANG T, et al. A way of relating instantaneous and finite screws based on the screw triangle product[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2017, 108: 75 – 82.
- 19 廖明, 刘安心, 沈惠平, 等. 面向计算机辅助分析的并联机构符号描述方法[J/OL]. *农业机械学报*, 2015, 46(7): 310 – 317. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20150744&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20150744&journal_id=jcsam). DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2015.07.044.  
LIAO Ming, LIU Anxin, SHEN Huiping, et al. Symbolic description of parallel mechanism for automatic derivation [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2015, 46(7): 310 – 317. (in Chinese)
- 20 廖明, 刘安心, 沈惠平, 等. 并联机构方位特征集的符号推导方法[J/OL]. *农业机械学报*, 2016, 47(3): 395 – 404. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20160356&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20160356&journal_id=jcsam). DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2016.03.056.  
LIAO Ming, LIU Anxin, SHEN Huiping, et al. Symbolic derivation of position and orientation characteristics of parallel mechanisms [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2016, 47(3): 395 – 404. (in Chinese)