

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.12.048

3T1R 并联机构运动学分析与优化设计

杨桂林^{1,2} 吴存存^{1,2} 陈庆盈^{1,2} 王逸^{1,2} 张驰^{1,2}

(1. 中国科学院宁波材料技术与工程研究所, 宁波 315200; 2. 浙江省机器人与智能制造装备技术重点实验室, 宁波 315200)

摘要: 提出了一种可实现三维移动和一维转动的四自由度并联机构, 它的 2 条相同支链通过被动转动副连接到动平台上, 每条支链有 2 个相同分支, 通过安装在基座上的移动副驱动。首先, 阐述 4PPa-2PaR 并联机构的构型, 通过螺旋理论验证机构的运动性质, 基于机构自身特点研究机构的运动学特性; 其次, 利用数值法确定机构的工作空间, 分析各设计参数对工作空间的影响, 基于解析法研究机构工作空间的形状及满足的几何约束条件; 最后, 以工作空间占机构自身的比重为目标函数, 设置影响工作空间的约束条件(如边界约束、不干涉性约束、避奇异约束和工作空间形状约束), 并选择遗传算法对机构的尺寸参数进行优化设计。分析结果表明, 优化后工作空间占机构自身的比重增大, 工作空间体积也明显增大, 优化结果可为后续样机研制提供参考依据。

关键词: 四自由度并联机构; 运动学; 工作空间; 优化设计

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2017)12-0386-09

Kinematics Analysis and Design Optimization of Novel 3T1R Parallel Manipulator

YANG Guilin^{1,2} WU Cuncun^{1,2} CHEN Chinyin^{1,2} WANG Yi^{1,2} ZHANG Chi^{1,2}(1. Ningbo Institute of Materials Technology and Engineering, Chinese Academy of Sciences, Ningbo 315200, China
2. Zhejiang Key Laboratory of Robotics and Intelligent Equipment Technology, Ningbo 315200, China)

Abstract: A new four-degree-of-freedom (4-DOF) parallel manipulator that can produce 3-DOF translations and 1-DOF rotation was proposed. It had two identical limbs connected to the moving platform through passive revolute joints, and each limb had two identical branches driven by a pair of base mounted collinear prismatic joints. Due to such a simple and symmetrical kinematic structure, the 4-DOF parallel manipulator had the advantages of simple kinematics, large workspace, high speed, high positioning accuracy and easy processing. These advantages made it an appropriate candidate for high-speed and high-precision sorting, pick-and-place, palletizing and assembling operations. Compared with similar parallel manipulator, it showed a unique advantage in long-distance high-speed operations. Firstly, the configuration of 4PPa-2PaR parallel manipulator was introduced, the simplified mathematical model of the mechanism was established, the number and nature of mobility were verified with screw theory and the modified Grübler-Kutzbach criterion, and the kinematic characteristics was studied. Secondly, the workspace was determined by a numerical method, the influence of each design parameter on the workspace was analyzed, and the workspace shape and geometric constraint condition were discussed by analytic method in detail. Finally, the ratio of workspace to parallel mechanism itself was determined as the objective function, the design constraints, such as boundary constraints, non-interference constraints, singularity avoidance constraints and workspace shape constraints, were established and genetic algorithm was selected to optimize the size parameters. The results showed that the ratio of workspace to parallel mechanism itself and workspace volume after optimization were significantly increased, and the optimization results provided important guidance for the subsequent prototype development.

Key words: 4-DOF parallel manipulator; kinematics; workspace; design optimization

收稿日期: 2017-03-28 修回日期: 2017-06-02

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51475448)、国家自然科学基金联合基金项目(U1509202)和宁波市新一代机器人核心部件关键技术创新团队项目(2016B10016)

作者简介: 杨桂林(1965—),男,研究员,博士生导师,主要从事机器人及智能制造装备技术研究,E-mail: glyang@nimte.ac.cn

引言

空间四自由度 (Degree of freedom, DOF) 并联机构特别是能实现 SCARA 运动 (即沿 x 、 y 、 z 轴的平动和绕 z 轴的转动, 也称 3T1R 运动) 的并联机构可广泛应用于分拣、包装、码垛、装配等操作中, 其中最普遍的一类是在 3-DOF Delta 机器人^[1]的基础上开发的, 它通过在动、定平台之间加装中间支链实现 1-DOF 的转动。但由于中间支链的可伸缩杆通过一对分离的万向节连接到动、定平台上, 很难实现平稳和精确的运动。为了克服这些缺点, 一类由定平台、4 条支链和双动平台组成的 SCARA 运动并联机构^[2-8]应运而生。不同于传统并联机构动平台的简单刚性结构, 这类机构的动平台由 2 个子平台组成, 并通过其相对运动和特别设计的传动装置实现所需的旋转运动。尽管这类 SCARA 运动并联机构可实现平稳转动, 但由于双动平台的存在, 导致其结构和运动学都较为复杂。为此, 提出了一类具有 4 条支链和刚性单动平台的 SCARA 运动并联机构^[9-15]。然而, 由于运动奇异和支链间的机械干涉, 这类机构的工作空间特别是转动范围受限。为了实现更大的转动范围, ANGELES 等^[16-17]提出一类由动平台、定平台和 2 条相同的 4-DOF 混联支链组成的并联机构, 但其机械结构较为复杂。

目前这类可实现 SCARA 运动的单平台并联机构大多采用 4 条支链、以转动副作为驱动副的形式, 在轻小物料中、短距离的高速操作方面表现良好。本文提出 4PPa-2PaR 并联机构^[18] (P 代表移动副, Pa 代表平行四边形机构副, R 代表转动副), 其采用 2 条相同支链, 以移动副作为驱动副。

1 机构简介

1.1 机构描述

4PPa-2PaR 并联机构由动平台、定平台和 2 条相同支链组成, 如图 1 所示。

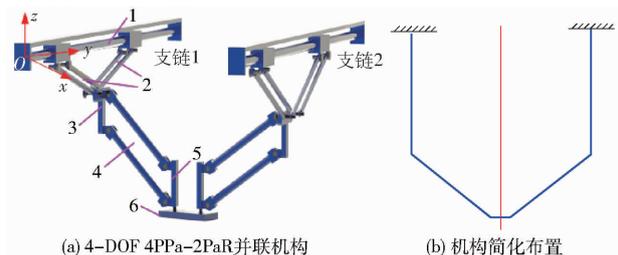


图 1 4PPa-2PaR 并联机构

Fig. 1 4PPa-2PaR parallel manipulator

1. 定平台 (导轨)
2. 上部平行四边形机构
3. 上部连接件
4. 下部平行四边形机构
5. 下部连接件
6. 动平台

在每条支链上, 主动移动副 (P) 呈共线布置, 安装在定平台上, 可利用共用同一定子的 2 台直线电机驱动。机构中含有由 4 个同轴转动副 (R) 构成的闭合回路, 即上、下部平行四边形机构。每条支链的上部平行四边形机构刚性地连接到 2 个移动副 (P) 上, 下部平行四边形机构通过被动转动副 (R) 垂直地连接到动平台上, 因而, 每条支链都是具有 SCARA 运动能力的四自由度运动链, 故由 2 条相同支链支撑的动平台可实现期望的四自由度 SCARA 运动。

4PPa-2PaR 并联机构的运动链和参数描述如图 2 和表 1 所示, 其中 j 表示支链数目, $j=1, 2$; i 表示滑块或移动副数目, $i=1, 2, 3, 4$; k 表示每一支链上运动副的数目, $k=1, 2, \dots, 6$; $\$_{jk}$ 表示第 j 支链上的第 k 个运动副的螺旋; $\$_{jk}^r$ 表示第 j 支链上的第 k 个运动副的反螺旋; $\$_{jk}^r$ 表示机构的二次反螺旋。根据该机构的设计要求需满足: $a \leq b, 0 \leq \alpha_j \leq \pi/2, 0 \leq \beta_j \leq \pi$ 。

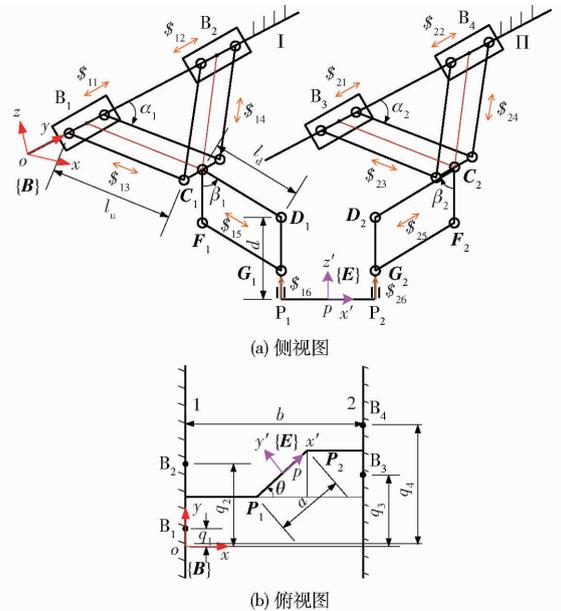


图 2 4PPa-2PaR 并联机构运动链

Fig. 2 Kinematic chain of 4PPa-2PaR parallel manipulator

表 1 参数含义

Tab. 1 Parameter meaning

| 参数 | 含义 |
|-----------------------|------------------------------------|
| a/m | 转动副 P_1 到转动副 P_2 的距离 |
| b/m | 两导轨之间的宽度 |
| d/m | 转动副 D_j 到动平台的距离 |
| L_0/m | 导轨长度 |
| l_u/m | 上部平行四边形机构杆长 |
| l_d/m | 下部平行四边形机构杆长 |
| q_i/m | 主动移动副 B_i 的位移 |
| α_j/rad | 导轨到上部平行四边形机构杆件的角 |
| β_j/rad | 下部平行四边形机构杆件 C_jF_j 到 C_jD_j 的角 |

建立坐标系 $\{B\}: oxyz$ (原点位于支链 1 导轨一侧, y 轴沿导轨方向, x 轴沿导轨宽度方向, z 轴由右手定则确定) 和动坐标 $\{E\}: px'y'z'$ (原点位于动平台中心, x' 轴由转动副 P_1 指向转动副 P_2 , y' 轴过动平台中心, 且在动平台所在平面垂直于 x' 轴, z' 轴由右手定则确定)。该并联机构独立的输入参数为 (q_1, q_2, q_3, q_4) , 即主动移动副的位置, 输出参数为 (x, y, z, θ) , 即动平台的位姿。

1.2 自由度分析

基于螺旋理论分析并联机构自由度的性质, 自由度利用修正的 G-K 公式^[19] 计算, 即

$$M_N = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \zeta \quad (1)$$

如图 2a 所示, 该机构第 1 分支的运动螺旋系可表示为

$$\begin{cases} \$_{11} = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ 0 \ q_1 \ 0) \\ \$_{12} = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ 0 \ q_2 \ 0) \\ \$_{13} = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ 0 \ \sin\alpha_1 \ \cos\alpha_1) \\ \$_{14} = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ 0 \ \sin\alpha_1 \ -\cos\alpha_1) \\ \$_{15} = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ \cos\beta_1 \ 0 \ \sin\beta_1) \\ \$_{16} = (0 \ 0 \ 1 \ ; \ q_1 + l_u \cos\alpha_1 \ -l_d \sin\beta_1 \ 0) \end{cases} \quad (2)$$

对式(2)求反螺旋得第 1 分支约束螺旋系

$$\begin{cases} \$_{11}^r = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ 1 \ 0 \ 0) \\ \$_{12}^r = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ 0 \ 1 \ 0) \end{cases} \quad (3)$$

同理, 可求得第 2 分支的约束螺旋系。因此, 整个机构的约束螺旋系可求, 即包括关于 x 轴和 y 轴的 4 个约束力偶, 其形成 2 个公共约束 ($\lambda = 2$), 限制了支链绕 x 轴和 y 轴的转动。利用修正 G-K 式(1)求该机构的自由度为

$$M_N = 4(22 - 26 - 1) + 26 + 0 - 2 = 4 \quad (4)$$

为了分析动平台 4 个自由度的性质, 可以对机构的约束螺旋系求二次反螺旋, 即

$$\begin{cases} \$_1^{rr} = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ 1 \ 0 \ 0) \\ \$_2^{rr} = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ 0 \ 1 \ 0) \\ \$_3^{rr} = (0 \ 0 \ 0 \ ; \ 0 \ 0 \ 1) \\ \$_4^{rr} = (0 \ 0 \ 1 \ ; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (5)$$

式(5)表明自由度的性质是 3 个移动运动和 1 个绕 z 轴的转动运动。在该机构任何可能的运动过程中, 式(2)和式(3)总保持不变, 公共约束和冗余约束也保持不变, 自由度是全周的。因此, 证明 4PPa-2PaR 并联机构可实现四自由度的 SCARA 运动。

2 运动学分析

4PPa-2PaR 并联机构的运动学分析主要包括位置分析和速度分析两大部分。位置分析的目的是找出主动关节位移和末端执行器姿态之间的运动学关系。

如图 2 和表 1 所示, 设点 B_i, C_j, D_j, P_j 相对于定坐标系 $\{B\}$ 和点 D_j, P_j 相对于动坐标系 $\{E\}$ 的位置坐标为

$$\begin{cases} b_i^B = (q_i, y_{bi}, 0) \\ c_j^B = (x_{cj}, y_{cj}, z_{cj}) \\ d_j^B = (x_{dj}, y_{dj}, z_{dj}) \\ p_j^B = (x_{pj}, y_{pj}, z_{pj}) \\ d_j^E = (x'_{dj}, y'_{dj}, z'_{dj}) \\ p_j^E = (x'_{pj}, 0, 0) \end{cases} \quad (6)$$

动平台的位置由矢量给出, 其转动角度由 θ 表示。基于提出的 4PPa-2PaR 并联机构的运动特性, 给出动坐标系到定坐标系的变换矩阵 T_{BE} 为

$$T_{BE} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & x \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.1 位置正解分析

位置正解是当机构的结构参数和主动关节的位置 (q_1, q_2, q_3, q_4) 已知时, 求解末端执行器的姿态 (x, y, z, θ) 。

由于并联机构闭环约束关系的存在, 使得机构的位置正解分析比较困难, 不仅涉及求解高次非线性方程, 而且具有多种可能解。目前主要的求解方法有解析法^[20] 和数值法^[21-22]。

如图 2 所示, C_j^B 的坐标可通过主动移动副的位置 q_i 直接求出

$$\begin{cases} c_1^B = (0, (q_1 + q_2)/2, -\sqrt{l_u^2 - (q_2 - q_1)^2}/4) \\ c_2^B = (b, (q_3 + q_4)/2, -\sqrt{l_u^2 - (q_4 - q_3)^2}/4) \end{cases} \quad (8)$$

动平台上点 P_i 在动坐标系 $\{E\}$ 的坐标为 $P'_1 = (-a/2, 0, 0)$, $P'_2 = (a/2, 0, 0)$ 。

利用变换矩阵 T_{BE} , 可求得点 D_j 相对于定坐标系 $\{B\}$ 的坐标, 即

$$[d_j^B \ 1]^T = T_{BE} [d_j^E \ 1]^T \quad (9)$$

当并联机构确定时, 平行四边形机构的杆长始终保持不变, 建立约束方程

$$\|C_j D_j\|^2 = l_d^2 \quad (10)$$

此外, 由图 2 所示投影几何关系可知

$$\begin{cases} y_{dj} = y_{cj} \\ (x_{d2} - x_{d1})^2 + (y_{c2} - y_{c1})^2 = a^2 \end{cases} \quad (11)$$

根据式(8)~(11)可求得约束关系

$$\begin{cases} y = (q_1 + q_2 + q_3 + q_4)/4 \\ \sin\theta = (q_3 + q_4 - q_1 - q_2)/(2a) \\ \left(x - \frac{a\cos\theta}{2}\right)^2 + \left[z + d + \sqrt{l_u^2 - \frac{(q_2 - q_1)^2}{4}}\right]^2 = l_d^2 \\ \left(x + \frac{a\cos\theta}{2} - b\right)^2 + \left[z + d + \sqrt{l_u^2 - \frac{(q_4 - q_3)^2}{4}}\right]^2 = l_d^2 \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)可确定 4PPa-2PaR 并联机构移动副作为驱动时,机构的位置正解最多存在 8 组封闭解。

2.2 位置反解分析

位置反解是当机构的结构参数和末端执行器的姿态 (x, y, z, θ) 已知时求解主动关节的位置 (q_1, q_2, q_3, q_4) 。

4PPa-2PaR 并联机构结构简单对称,利用变换矩阵 T_{BE} 和图 2 所示几何关系,可求得该机构的位置反解为

$$\begin{cases} q_1 = y - (a\sin\theta)/2 - \sqrt{l_u^2 - z_{c1}^2} \\ q_2 = y - (a\sin\theta)/2 + \sqrt{l_u^2 - z_{c1}^2} \\ q_3 = y + (a\sin\theta)/2 - \sqrt{l_u^2 - z_{c2}^2} \\ q_4 = y + (a\sin\theta)/2 + \sqrt{l_u^2 - z_{c2}^2} \end{cases} \quad (13)$$

其中 $z_{c1} = z + d \pm \sqrt{l_d^2 - [x - (a\cos\theta)/2]^2}$

$$z_{c2} = z + d \pm \sqrt{l_d^2 - [x + (a\cos\theta)/2 - b]^2}$$

因此可知,4PPa-2PaR 并联机构的位置反解易于求解,最多存在 4 组封闭解。

2.3 位置分析算例

为验证 4PPa-2PaR 并联机构位置分析的正确性,给出数组机构的位置参数,代入上述并联机构的位置正解方程中,进行对比验证,检验位置分析结果是否正确。

给出一组 4PPa-2PaR 并联机构的计算实例,其设计参数为: $a=0.2\text{ m}$, $b=0.8\text{ m}$, $l_u=0.6\text{ m}$, $l_d=0.55\text{ m}$, $L_0=2.5\text{ m}$ 。特别需要说明的是,为了更好地了解该机构并保证分析的一体性,后续对 4PPa-2PaR 并联机构工作空间的研究算例同样采用这组设计参数。

取 3 组动平台在定坐标系 $\{B\}$ 中的位姿参数 (x, y, z, θ) ,代入该并联机构的位置反解方程式(13)中,求得主动关节的位置 (q_1, q_2, q_3, q_4) ,如表 2 所示。之后在该表中任取 3 组位置反解得到的主动

关节的位置 (q_1, q_2, q_3, q_4) ,作为位置正解方程的输入值,代入式(12),可求得如表 3 所示的动平台中心点在定坐标系 $\{B\}$ 中的位姿 (x, y, z, θ) 。

表 2 位置反解算例

Tab. 2 Solutions of inverse displacement

| x/m | y/m | z/m | θ/rad | q_1/m | q_2/m | q_3/m | q_4/m |
|--------------|--------------|--------------|---------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0.40 | 1.25 | -0.20 | 0 | 0.812 9 | 1.687 1 | 0.812 9 | 1.687 1 |
| | | | | 0.935 5 | 1.564 5 | 0.812 9 | 1.687 1 |
| | | | | 0.812 9 | 1.687 1 | 0.935 5 | 1.564 5 |
| | | | | 0.935 5 | 1.564 5 | 0.935 5 | 1.564 5 |
| 0.25 | 0.85 | -0.80 | $\pi/6$ | 0.213 1 | 1.386 9 | 0.415 4 | 1.384 6 |
| 0.50 | 1.50 | -0.15 | $\pi/3$ | 0.903 5 | 1.923 3 | 1.240 2 | 1.933 0 |

表 3 位置正解算例

Tab. 3 Solutions of forward displacement

| q_1/m | q_2/m | q_3/m | q_4/m | x/m | y/m | z/m | θ/rad |
|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------|--------------|--------------|---------------------|
| 0.935 5 | 1.564 5 | 0.935 5 | 1.564 5 | 0.400 0 | 1.250 0 | -0.200 0 | 0 |
| | | | | 0.400 0 | 1.250 0 | -1.121 9 | 0 |
| | | | | 0.400 0 | 1.250 0 | -0.431 8 | 3.141 6 |
| | | | | 0.400 0 | 1.250 0 | -0.890 1 | 3.141 6 |
| 0.213 1 | 1.386 9 | 0.415 4 | 1.384 6 | 0.550 1 | 0.850 0 | 0.021 41 | 0.523 6 |
| | | | | 0.249 9 | 0.850 0 | -0.800 0 | 0.523 6 |
| | | | | 0.452 6 | 0.850 0 | -0.166 0 | 2.618 0 |
| | | | | 0.347 5 | 0.850 0 | -0.612 5 | 2.618 0 |
| 0.903 5 | 1.923 3 | 1.240 2 | 1.933 0 | 0.500 0 | 1.500 0 | -0.150 0 | 1.047 1 |
| | | | | 0.300 0 | 1.500 0 | -0.956 1 | 1.047 1 |
| | | | | 0.457 6 | 1.500 0 | -0.254 5 | 2.094 4 |
| | | | | 0.342 4 | 1.500 0 | -0.851 6 | 2.094 4 |

通过对比分析,表 2、3 中的位置正、反解计算结果吻合,验证了 4PPa-2PaR 并联机构位置分析的正确性。

2.4 速度分析

速度雅可比矩阵通过建立动平台输出和各支链输入之间的速度矢量方程求得,是研究并联机构的基础。

将 4PPa-2PaR 并联机构位置约束方程式(12)对时间求导,引入参数 α_j 和 β_j ,整理后可求运动输入和运动输出速度之间的关系为

$$J_q \dot{q} = G V_p \quad (14)$$

其中

$$J_q = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\cot\alpha_1 \cos\beta_1}{2} & -\frac{\cot\alpha_1 \cos\beta_1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\cot\alpha_2 \cos\beta_2}{2} & \frac{\cot\alpha_2 \cos\beta_2}{2} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \frac{-a\cos\theta}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{a\cos\theta}{2} \\ \sin\beta_1 & 0 & -\cos\beta_1 & \frac{a\sin\theta\sin\beta_1}{2} \\ \sin\beta_2 & 0 & \cos\beta_2 & \frac{-a\sin\theta\sin\beta_2}{2} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{q}} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4)$$

$$\mathbf{V}_p = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\theta})$$

式中 $\dot{\mathbf{q}}$ ——主动关节速度

\mathbf{V}_p ——动平台速度

4PPa-2PaR 并联机构的雅可比矩阵 \mathbf{J}_q 和 \mathbf{G} 的行列式为

$$\begin{cases} \det(\mathbf{J}_q) = (\cot\alpha_1 \cot\alpha_2 \cos\beta_1 \cos\beta_2) / 4 \\ \det(\mathbf{G}) = -a\cos\theta \sin(\beta_1 + \beta_2) \end{cases} \quad (15)$$

2.5 转动能力分析

根据对 4PPa-2PaR 并联机构的速度雅可比矩阵的行列式式(15)可知,机构的转动范围为 $[-\pi/2, \pi/2]$ 。该并联机构动平台是简单单动平台结构,不含角度放大装置,对具有该类特点的 3T1R 并联机构的转动能力进行对比,如表 4 所示。

表 4 3T1R 并联机构对比

Tab. 4 Comparison of 3T1R parallel manipulator

| 机构 | 支链数目 | 对称 | 驱动副 | 转动范围 |
|-----------------------------------|------|----|-----|-------------------|
| 4-PRPaR 并联机构 ^[23-24] | 4 | √ | P | $[-\pi/6, \pi/6]$ |
| 4-RRPaR 并联机构 ^[23-24] | 4 | √ | R | $[-\pi/6, \pi/6]$ |
| 4-RR(Pa)RR 并联机构 ^[14] | 4 | √ | R | $[-\pi/4, \pi/4]$ |
| 4-PRPaRR SMG ^[9-10,12] | 4 | √ | P | $[-\pi/2, \pi/2]$ |
| 4-RRPaRR SMG ^[9,11-12] | 4 | √ | R | $[-\pi/4, \pi/4]$ |
| 一种 3T1R 并联机构 ^[25] | 4 | √ | R | $[-\pi/2, \pi/2]$ |
| X4 并联机构 ^[13] | 4 | √ | R | $[-\pi/2, \pi/2]$ |
| 4-RRPaRR 并联机构 ^[26] | 4 | √ | R | $[-\pi/4, \pi/4]$ |
| 第一代 McGill SMGs ^[17] | 2 | √ | R | $[-\pi/2, \pi/2]$ |

注:SMG; Schönflies-motion generator, Schönflies 运动发生器。

由此可知,目前能实现 3T1R 运动的单平台对称并联机构,在不存在额外装置来放大转动角度的情况下,最大可达的转动范围为 $\pm\pi/2$ 。此外,目前这类并联机构大多是 4 条支链、以转动副作为驱动副的形式。

本文提出的 4PPa-2PaR 并联机构具有 2 条相同支链,以移动副为驱动副,可通过直线电机驱动。直线电机的行程可通过拼接定子来实现行程的无限扩展,同时可通过在同一定子上配置多个动子来实现同一轴向的多个独立运动控制。沿直线导轨方向的工作空间可无限扩展,这也是该类并联机构最大的特点之一。

3 工作空间分析

并联机构工作空间是评价其运动学性能的重要指标,也是进行尺度参数设计的重要依据^[27]。4PPa-2PaR 并联机构的工作空间至少需要 4 个参数描述,为了使工作空间可视化,需要对一个四维工作空间进行降维处理。理论上,对于 4PPa-2PaR 并联机构,沿 y 方向的工作空间可无限扩展,可通过固定 y ,考虑 3 个维度构成的混合空间,它实际上是 xoz 平面的平移工作空间和姿态空间的耦合,本文称其为混合空间。

3.1 工作空间确定

对并联机构工作空间的研究主要有数值法和解析法。采用解析法对工作空间分析需要有位置正解的封闭解,虽然 4PPa-2PaR 并联机构正封闭解存在,但是形式较复杂,因此本文采用数值法研究该机构的工作空间,搜索流程如图 3 所示,搜索步长根据具体要求选择。

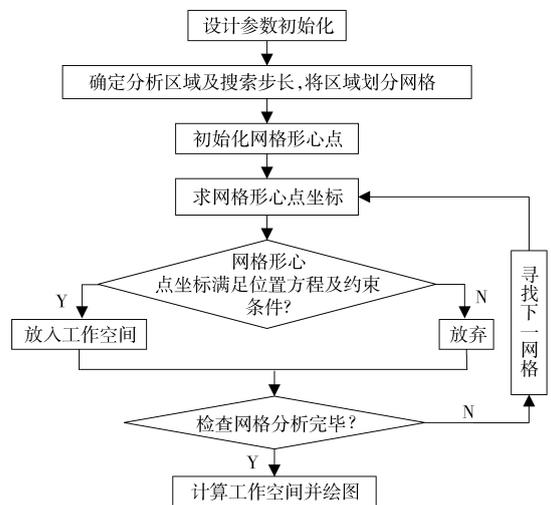


图 3 工作空间搜索流程图

Fig. 3 Flow chart of workspace searching

具体基本思路为:将工作空间区域划分为很多网格,根据机构位置方程和约束条件检查网格形心点是否为可行点,则所有满足要求的可行点构成的区域为工作空间。

为了更形象地了解 4PPa-2PaR 并联机构的混合空间,应用上述工作空间搜索方法(图 3),给出一组计算实例,其设计参数为: $a = 0.2 \text{ m}$, $b = 0.8 \text{ m}$, $l_u = 0.6 \text{ m}$, $l_d = 0.55 \text{ m}$, $L_0 = 2.5 \text{ m}$,沿 x, z, θ 方向各划分 32, 34 和 60 个网格,其中 $y = L_0/2$, $d = 0.15 \text{ m}$,则可确定该并联机构混合空间如图 4 所示,大小为 $0.5512 \text{ m}^2 \cdot \text{rad}$ 。

3.2 设计参数对工作空间的影响

为了更直观了解各设计参数对机构混合空间的影响,采用单变量法进行分析。对于上述一组计算

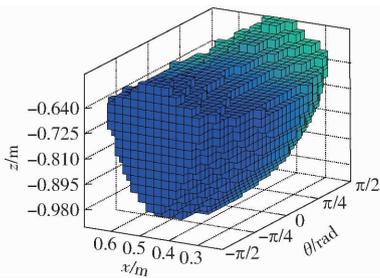


图 4 4PPa-2PaR 并联机构的工作空间

Fig. 4 Workspace of 4PPa-2PaR parallel manipulator

实例, 给定各设计参数的限定范围如表 5 所示, 设计参数对机构混合空间的影响如图 5 所示。

表 5 各设计参数的限定范围

Tab. 5 Range of parameters

| 参数 | 最小值 | 最大值 | 参数 | 最小值 | 最大值 |
|-----|------|------|-------|------|------|
| a | 0.15 | 0.95 | l_u | 0.25 | 1.50 |
| b | 0.35 | 1.55 | l_d | 0.25 | 1.50 |
| d | 0 | 1.00 | L_0 | 0 | 5.00 |

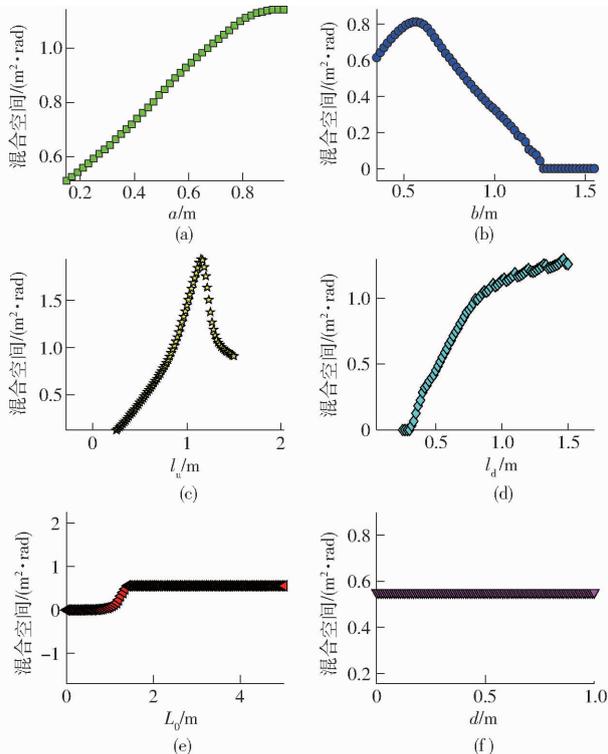


图 5 设计参数对工作空间的影响

Fig. 5 Influence of design parameters on workspace

由图 5 可知: ①设计参数 b 、 l_u 对 4PPa-2PaR 并联机构混合空间的影响趋势基本是先增大后减小, 呈现非线性特点, 如图 5b 和 5c 所示。②当混合空间存在时, 设计参数 a 、 l_d 、 L_0 增大, 并联机构的混合空间增大, 如图 5a、5d 和 5e 所示。不同的是: a 、 l_d 对工作空间的影响是非线性的; L_0 对工作空间的影响是线性的, 即只要存在混合空间, 那么导轨长度 L_0 越大, 工作空间越大, 因而可根据实际应用需求进行选择。③当参数 d 在给定区域变化时, 并联机

构的混合空间几乎没有变化, 如图 5f 所示, 故在设计过程中可根据实际情况给定, 无需作为设计参数。④除参数 d 和 L_0 外, 其余各设计参数对并联机构混合空间的影响程度不同, 如图 5 所示。其中, l_u 对混合空间的影响最大, a 和 l_d 对混合空间的影响其次, b 对混合空间的影响相对较小。⑤当各设计参数满足一定的约束条件时, 开始出现工作空间, 由 4PPa-2PaR 并联机构的运动关系可知, 需要满足的约束条件为: $l_d > (b - a \cos \theta) / 2$ 。

3.3 工作空间形状分析

根据 4PPa-2PaR 并联机构工作空间在 xoz 截面的形状及奇异位形的情况, 可将工作空间分为如下几种类型:

类型 1: 当下部平行四边形机构的杆长 (即圆的半径) l_d 满足: $0 < l_d \leq (b - a \cos \theta) / 2$, 两圆簇无交集, 此时该并联机构的工作空间不存在, 其中 $l_d = (b - a \cos \theta) / 2$ 是并联机构是否存在工作空间的临界条件。

类型 2: 当下部平行四边形机构的杆长 l_d 满足: $\frac{b - a \cos \theta}{2} < l_d \leq \frac{b - a \cos \theta}{2} + \frac{l_u^2}{8(b - a \cos \theta)}$, 该并联机构存在工作空间, 且内部无空洞区域, 如图 6a 所示, 其中 $l_d = \frac{b - a \cos \theta}{2} + \frac{l_u^2}{8(b - a \cos \theta)}$ 是工作空间内部是否出现空洞区域的临界条件。

类型 3: 当下部平行四边形机构的杆长 l_d 满足: $\frac{b - a \cos \theta}{2} + \frac{l_u^2}{8(b - a \cos \theta)} < l_d \leq \frac{\sqrt{l_u^2 + (b - a \cos \theta)^2}}{2}$, 该并联机构可达工作空间的内部存在“空洞区域”, 但是上下工作空间还没有分离, 如图 6b 所示, 其中 $l_d = \frac{\sqrt{l_u^2 + (b - a \cos \theta)^2}}{2}$ 是上下部工作空间是否分离的临界条件。

类型 4: 当下部平行四边形机构的杆长 l_d 满足: $\frac{\sqrt{l_u^2 + (b - a \cos \theta)^2}}{2} < l_d \leq \frac{b - a \cos \theta}{2} + \frac{l_u^2}{2(b - a \cos \theta)}$, 该并联机构的上下工作空间分离, 但是内部含奇异位形, 如图 6c 所示, 其中, $l_d = \frac{b - a \cos \theta}{2} + \frac{l_u^2}{2(b - a \cos \theta)}$ 是机构上、下部工作空间内部是否含有奇异位形的临界条件。

类型 5: 当下部平行四边形机构的杆长 l_d 满足: $l_d > \frac{b - a \cos \theta}{2} + \frac{l_u^2}{2(b - a \cos \theta)}$, 该并联机构上、下部工作空间内部无奇异位形, 如图 6d 所示。

由图 6 可知: ①4PPa-2PaR 并联机构如果工作

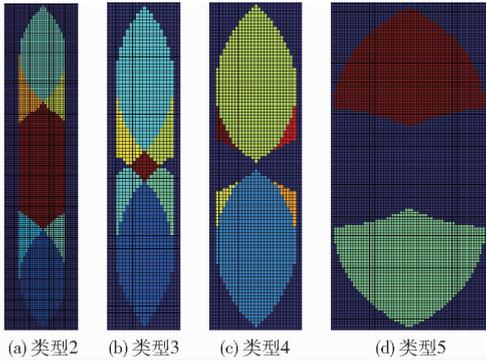


图6 4PPa-2PaR 并联机构工作空间形状

Fig.6 Workspace shape of 4PPa-2PaR parallel manipulator

空间存在,则工作空间形状共有4种类型:类型2~类型5。②4PPa-2PaR 并联机构的每一种工作空间的形状分布沿 x 方向关于2条导轨的中心平面对称。③4PPa-2PaR 并联机构的每一种工作空间的形状分布沿 z 方向关于直线 $z = -l_u/2 - d$ 对称。

4 优化设计

4.1 建立数学模型

4.1.1 确定设计变量

根据前面对4PPa-2PaR 并联机构工作空间的分析可知,导轨长度 L_0 和转动副 D_j 到动平台的距离 d 可根据具体任务要求给定。考虑到总体设计中已确定的固定参数,要得到一个确定的4PPa-2PaR 并联机构主要有4个设计变量,即 a 、 b 、 l_u 和 l_d (图2和表1)。

4.1.2 建立目标函数

在并联机构设计中,在满足约束条件的前提下,通常希望机构结构紧凑、协调性好且具有性能良好的较大工作空间。在考虑4PPa-2PaR 并联机构特性的基础上,选择混合空间作为优化目标,其他设计要求作为约束条件处理。对结构完全相同的2个并联机构而言,一般尺寸越大工作空间也越大,可通过尺度变换使目标函数无量纲化。因此,选择可用混合空间的体积占自身体积的比值作为优化目标,即

$$\min F(a, b, l_u, l_d) = \max \left| \frac{V_{\text{workspace}}(a, b, l_u, l_d)}{V_{\text{mechanism}}(a, b, l_u, l_d)} \right|$$

4.1.3 设置约束条件

4.1.3.1 边界约束

为了保证在有限空间内并联机构设计方案的可行性并便于优化计算,给出4PPa-2PaR 并联机构各设计变量的变化范围

$$\begin{cases} a_{\min} \leq a \leq a_{\max} \\ b_{\min} \leq b \leq b_{\max} \\ l_{u\min} \leq l_u \leq l_{u\max} \\ l_{d\min} \leq l_d \leq l_{d\max} \end{cases} \quad (16)$$

4.1.3.2 不干涉性约束

在4PPa-2PaR 并联机构中,平行四边形机构的连杆是有一定物理尺寸的。在机构运动过程中,同一平行四边形机构的两连杆之间可能发生干涉;不同平行四边形机构的连杆也可能发生干涉。后者可通过调整机构布局来避免。为讨论方便,假设各连杆都是质量均匀的圆柱形杆件, R_u 和 R_d 分别表示上、下部平行四边形机构的连杆半径, d_u 和 d_d 分别表示上、下部同一平行四边形机构两连杆中心线之间的最长距离,如图7所示。同一平行四边形机构的两杆不发生干涉,要求两连杆间的距离大于等于两连杆半径之和,即

$$\begin{cases} R_u \leq (d_u \sin \alpha_j) / 2 \\ R_d \leq (d_d \sin \beta_j) / 2 \end{cases} \quad (17)$$

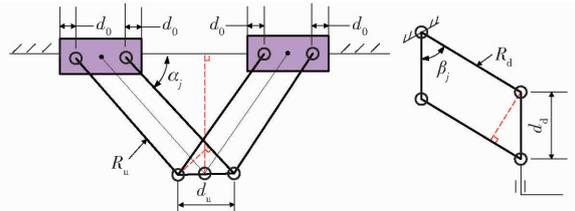


图7 4PPa-2PaR 并联机构局部结构及尺寸

Fig.7 Partial structure and size of 4PPa-2PaR parallel manipulator

4.1.3.3 避奇异约束

通过分析动平台和主动关节之间的瞬时速度关系来研究该并联机构的奇异位形。由式(15)可判断4PPa-2PaR 机构的奇异位形,为避开奇异位形,需满足的约束条件为:

(1) 避开 $\alpha_j = 0$ 时逆奇异的情况。导轨长度是一定的,对 $j(j=1,2)$ 支链而言,上部2个平行四边形机构拉开时,最高不能超过导轨所在平面。当到达最高极限位置时,两滑块之间的距离应小于等于导轨长度,即

$$2l_u \cos \alpha_{j\min} \leq L_0 \quad (18)$$

(2) 避开 $\alpha_j = \pi/2$ 时逆奇异的情况。上部平行四边形机构的转动副中心距离滑块边界距离为 d_0 (图7)。对 $j(j=1,2)$ 支链而言,当上部2个平行四边形机构靠近,到达最低极限位置时,两滑块不能相碰,即满足

$$l_u \cos \alpha_{j\max} \geq d_0 + d_u/2 \quad (19)$$

(3) 避开 $\beta_j = \pi/2$ 逆奇异、 $\beta_1 + \beta_2 = \pi$ 正奇异和 $\beta_1 = \beta_2 = \pi/2$ 混合奇异的情况。根据图3所示投影几何关系,当 $\beta_j = \pi/2$ 时存在如下等式关系

$$a \cos \theta + l_d \sin \beta_1 + l_d \sin \beta_2 = b \quad (20)$$

4.1.3.4 工作空间形状约束

考虑到4PPa-2PaR 并联机构的实际应用场合,

选择机构的下部区域运动更合理。受机构实际应用情况和结构稳定性的限制,整个机构的高度不能太高。综合各方面因素,对该机构而言,可选择上下工作空间分离但内部有奇异位形的工作空间(图 6c),此时奇异位形位于工作空间区域的上部两侧,“肩部”区域占比很小,通过前面施加避奇异约束条件,此时工作空间的奇异位形是可以避开的;或选择下部无奇异位形的工作空间(图 6d)。根据对 4PPa-2PaR 并联机构的工作空间形状分析可知,需满足约束条件

$$l_d \geq \sqrt{l_u^2 + (b - a \cos \theta)^2} / 2 \quad (21)$$

4.2 选择优化算法

优化算法的选择取决于数学模型。根据 4PPa-2PaR 并联机构的优化模型可知,这是一个非线性的约束优化问题,无论目标函数还是约束条件都比较复杂。为此,本文选择遗传算法(Genetic algorithm, GA)作为优化方法。该方法广泛应用于并联机构的全局优化问题,且不需要目标函数的梯度信息。实践表明,GA 解决这类优化问题是简单有效的。

表 8 遗传算法优化结果

Tab. 8 Optimal results of genetic algorithm

| | a/m | b/m | l_u/m | l_d/m | 工作空间/ ($m^2 \cdot rad$) | $\frac{V_{workspace}}{V_{mechanism}}$ | 运行 时间/s |
|-----|---------|---------|---------|---------|------------------------------|---------------------------------------|------------|
| 原方案 | 0.2 | 0.8 | 0.6 | 0.55 | 0.551 7 | 0.190 9 | |
| 优化后 | 0.300 0 | 1.000 1 | 0.699 9 | 0.699 7 | 0.852 0 | 0.193 8 | 112.67 |

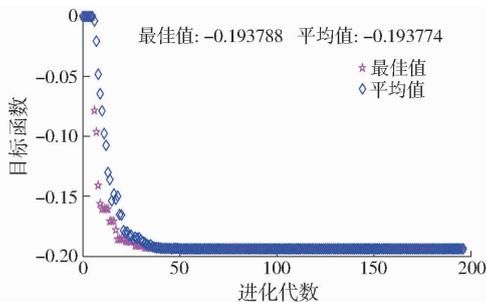


图 8 最佳目标函数值随进化代数变化曲线

Fig. 8 Changing curves of optimal object function values with generation

所示,其中 $V_{mechanism} = \pi b(l_u + l_d)$ 。结果表明,优化后 4PPa-2PaR 并联机构的工作空间整体体积增加 54.43%;工作空间相对于机构自身比重增加 1.52%。由此可见,本文建立的数学模型及选择的优化算法是正确、有效的。

考虑到机构的实际加工精度和制造成本,将优化后的设计参数圆整,得到一组机构的优化设计参数为: $a=0.3 m, b=1.0 m, l_u=0.7 m, l_d=0.7 m$ 。

图 9 表示优化后这组设计参数对应并联机构的工作空间,由此可见,优化后并联机构的工作空间结构紧凑,没有空洞,具有良好的工作能力。该组优化

4.3 优化算例

利用 Matlab 遗传算法工具箱对 4PPa-2PaR 并联机构进行优化计算,其中 GA 的参数选择直接影响优化结果。本优化主要的 GA 参数配置和各设计参数的尺寸约束范围分别如表 6 和表 7 所示。

表 6 遗传算法参数

Tab. 6 Parameters of genetic algorithm

| 种群大小 | 适应度计算 | 选择算法 | 重组方式 | 交叉概率 | 变异概率 | 控制精度 |
|------|-------|--------|------|------|-------|--------------------|
| 20 | 排序法 | 随机遍历抽样 | 分散重组 | 0.7 | 0.002 | 1×10^{-8} |

表 7 设计参数的上下边界

Tab. 7 Boundary values of design parameters m

| 参数 | a | b | l_u | l_d |
|-----|------|-----|-------|-------|
| 最小值 | 0.15 | 1.0 | 0.5 | 0.5 |
| 最大值 | 0.30 | 1.5 | 0.7 | 0.7 |

利用上述优化数学模型及选择的优化算法对机构进行尺寸优化设计,遗传算法的优化结果如表 8 所示,最佳目标函数值随进化代数变化曲线如图 8

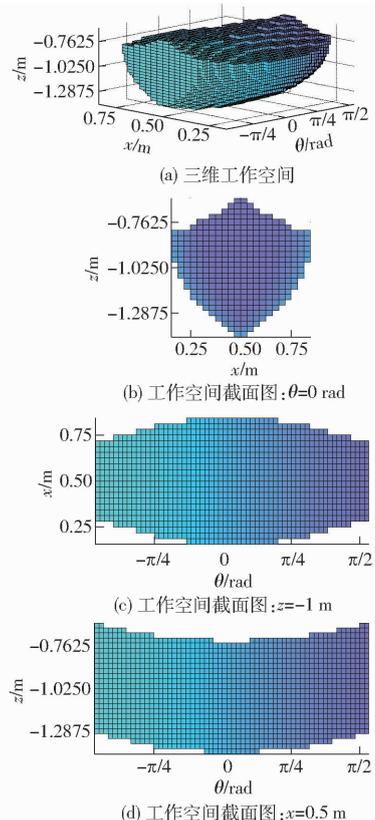


图 9 机构优化后的工作空间

Fig. 9 Workspaces after optimization

设计参数可为后续 4PPa-2PaR 并联机器人的样机设计提供参考。

5 结束语

以一种可实现 SCARA 运动的 4-DOF 并联机构为研究对象,基于螺旋理论验证了 4PPa-2PaR 并联机构具有 4 个自由度、可实现 3T1R 运动。根据机构的运动学特性和构型特点分析了机构的运动学问题,结果表明,该机构位置正解的封闭解最多有 8 组解,位置反解最多有 4 组解。利用数值法

和解析法研究了机构的工作空间及其形状,分析了机构设计参数对工作空间的影响和工作空间形状的约束条件。以可用混合空间的体积占自身体积的比值为目标函数,设置影响工作空间的约束条件,基于遗传算法对该机构进行了尺寸优化设计。研究表明,该机构工作空间结构紧凑,没有空洞,具有良好的工作能力,且优化后工作空间的体积和工作空间相对于机构自身的比重明显增大,优化结果可为后续 4PPa-2PaR 并联机器人的样机设计提供参考。

参 考 文 献

- 1 CLAVEL R. Device for the movement and positioning of an element in space; U. S. 4,976,582[P]. 1990-12-11.
- 2 PIERROT F, COMPANY O. H4: a new family of 4-DOF parallel robots[C]//Proceedings of the 1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 1999: 508-513.
- 3 KRUT S, BENOIT M, OTA H, et al. I4: a new parallel mechanism for scara motions[C]//Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003, 2: 1875-1880.
- 4 NABAT V, DE LA O RODRIGUEZ M, COMPANY O, et al. Par4: very high speed parallel robot for pick-and-place[C]//Proceedings of the 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005: 553-558.
- 5 KRUT S, COMPANY O, NABAT V, et al. Heli4: a parallel robot for scara motions with a very compact traveling plate and a symmetrical design[C]//Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006: 1656-1661.
- 6 PIERROT F, NABAT V, COMPANY O, et al. Optimal design of a 4-DOF parallel manipulator: from academia to industry[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(2): 213-224.
- 7 LIU S, HUANG T, MEI J, et al. Optimal design of a 4-DOF SCARA type parallel robot using dynamic performance indices and angular constraints[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2012, 4(3): 031005.
- 8 LI Y H, MA Y, LIU S T, et al. Integrated design of a 4-DOF high-speed pick-and-place parallel robot[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2014, 63(1): 185-188.
- 9 SALGADO O, ALTUZARRA O, PETUYA V, et al. Synthesis and design of a novel 3T1R fully-parallel manipulator[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2008, 130(4): 042305.
- 10 ALTUZARRA O, HERNANDEZ A, SALGADO O, et al. Multiobjective optimum design of a symmetric parallel schönflies-motion generator[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2009, 131(3): 031002.
- 11 ALTUZARRA O, SANDRU B, PINTO C, et al. A symmetric parallel schönflies-motion manipulator for pick-and-place operations[J]. Robotica, 2011, 29(6): 853-862.
- 12 HERNANDEZ A, ALTUZARRA O, SALGADO O, et al. Designing parallel manipulators: from specifications to a real prototype[J]. Industrial Robot: An International Journal, 2012, 39(5): 500-512.
- 13 XIE F, LIU X J. Design and development of a high-speed and high-rotation robot with four identical arms and a single platform[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2015, 7(4): 041015.
- 14 XIE F, LIU X J. Analysis of the kinematic characteristics of a high-speed parallel robot with schönflies motion: mobility, kinematics, and singularity[J]. Frontiers of Mechanical Engineering, 2016, 11(2): 135-143.
- 15 石志新,叶梅燕,罗玉峰,等. 3T1R 并联机构结构设计及位置分析[J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(8): 364-369. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20160848&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.08.048.
- SHI Zhixin, YE Meiyang, LUO Yufeng, et al. Structure design and displacement analysis of 3T1R parallel mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(8): 364-369. (in Chinese)
- 16 ANGELES J, CARO S, KHAN W, et al. Kinetostatic design of an innovative schönflies-motion generator[J]. Proc. IMech E, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2006, 220(7): 935-943.
- 17 GAUTHIER J F, ANGELES J, NOKLEBY S B, et al. The kinetostatic conditioning of two-limb schönflies motion generators[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2009, 1(1): 011010.
- 18 WU C C, YANG G L, CHEN Q Y, et al. Kinematic design of a novel 4-DOF parallel manipulator[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Singapore, 2017: 6099-6104.
- 19 MERLET J P. Parallel robots[M]. Dordrecht: Springer Science & Business Media, 2012.
- 20 程世利,吴洪涛,姚裕,等. 6-SPS 并联机构运动学正解的一种解析化方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(9): 26-31.
- CHENG Shili, WU Hongtao, YAO Yu, et al. An analytical method for the forward kinematics analysis of 6-SPS parallel mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(9): 26-31. (in Chinese)

- Intelligent Robots and Systems, 1990: 949 – 954.
- 12 BOURI M, CLAVEL R. The linear Delta: developments and applications [C] // The 41st International Symposium on Robotics, 2010: 1198 – 1205
- 13 NABAT V, de la O RODRIGUEZ M, COMPANY O, et al. Par4: very highspeed parallel robot for pick-and-place [C] // IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005: 553 – 558.
- 14 CODOUREY A. Dynamic modeling of parallel robots for computed-torque control implementation [J]. International Journal of Robotics Research, 1998, 17(12): 1325 – 1336
- 15 HUANG T, LI M, LI Z X, et al. Optimal kinematic design of 2-DOF parallel manipulators with well-shaped workspace bounded by a specified conditioning index [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, 20(3): 538 – 543.
- 16 张彦斌, 张树乾, 吴鑫. 3-CRPa 移动联机构运动学分析与仿真 [J/OL]. 农业机械学报, 2012, 43(7): 200 – 205. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20120737&journal_id = jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20120737&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.07.037.
- ZHANG Yanbin, ZHANG Shuqian, WU Xin. Kinematic analysis and simulation of 3-CRPa translational parallel mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(7): 200 – 205. (in Chinese)
- 17 牛雪梅, 高国琴, 刘辛军, 等. 三自由度驱动冗余并联机构动力学建模与试验 [J/OL]. 农业工程学报, 2013, 29(16): 31 – 41. [http://www.tcsae.org/nygxcb/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20131605&journal_id = nygxcb](http://www.tcsae.org/nygxcb/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20131605&journal_id=nygxcb). DOI:10.3969/j.issn.1002-6819.2013.16.005.
- NIU Xuemei, GAO Guoqin, LIU Xinjun, et al. Dynamics modeling and experiments of 3-DOF parallel mechanism with actuation redundancy [J/OL]. Transactions of the CSAE, 2013, 29(16): 31 – 41. (in Chinese)
- 18 崔国华, 周海栋, 王南, 等. 基于 Isight 的 3-UPS-S 并联机器人机构多目标优化 [J/OL]. 农业机械学报, 2013, 44(9): 261 – 266. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20130945&journal_id = jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20130945&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.09.045.
- CUI Guohua, ZHOU Haidong, WANG Nan, et al. Multi-objective optimization of 3-UPS-S parallel mechanism based on Isight [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(9): 261 – 266. (in Chinese)
- 19 梅江平, 高奔, 谭杨, 等. 3-SPR 并联机构运动学分析 [J/OL]. 农业机械学报, 2012, 43(8): 215 – 220. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20120839&journal_id = jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20120839&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.08.039.
- MEI Jiangping, GAO Ben, TAN Yang, et al. Kinematic analysis of 3-SPR parallel mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(8): 215 – 220. (in Chinese)
- 20 张清华, 张宪民. 平面 3-RRR 柔性并联机器人残余振动主动控制 [J/OL]. 农业机械学报, 2013, 44(2): 232 – 237, 266. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20130242&journal_id = jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20130242&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.02.042.
- ZHANG Qinghua, ZHANG Xianmin. Active residual vibration control of planar 3-RRR flexible parallel robots [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(2): 232 – 237, 266. (in Chinese)

(上接第 394 页)

- 21 杨辉, 郝丽娜, 项超群. 并联机构正运动学 AWPSO-SM 求解算法 [J/OL]. 农业机械学报, 2017, 48(1): 346 – 352, 412. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20170146&journal_id = jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20170146&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.01.046.
- YANG Hui, HAO Li'na, XIANG Chaoqun. AWPSO-SM algorithm for parallel mechanism forward kinematics [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(1): 346 – 352, 412. (in Chinese)
- 22 吴小勇, 谢志江, 宋代平, 等. 基于改进蚁群算法的 3-PPR 并联机构位置正解研究 [J/OL]. 农业机械学报, 2015, 46(7): 339 – 344. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20150748&journal_id = jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20150748&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.07.048.
- WU Xiaoyong, XIE Zhijiang, SONG Daiping, et al. Forward kinematics of 3-PPR parallel mechanism based on improved ant colony algorithm [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(7): 339 – 344. (in Chinese)
- 23 LI Z, LOU Y, LI Z. Type synthesis and kinematic analysis of a new class schönflies motion parallel manipulator [C] // IEEE International Conference on Information and Automation, 2011: 267 – 272.
- 24 LI Z, LOU Y, ZHANG Y, et al. Type synthesis, kinematic analysis, and optimal design of a novel class of schönflies-motion parallel manipulators [J]. IEEE Transactions on Automation Science & Engineering, 2013, 10(3): 674 – 686.
- 25 KIM S M, KIM W, YI B J. Kinematic analysis and optimal design of a 3T1R type parallel mechanism [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009: 2199 – 2204.
- 26 WU G, BAI S, HJORN P. Design analysis and dynamic modeling of a high-speed 3T1R pick-and-place parallel robot [M] // Recent Advances in Mechanism Design for Robotics. Berlin: Springer International Publishing, 2015: 285 – 295.
- 27 黄真, 刘婧芳, 李艳文. 论机构自由度: 寻找了 150 年的自由度通用公式 [M]. 北京: 科学出版社, 2011: 4 – 119.