

3-P(4S)并联机构分析与多目标性能优化

赵星宇^{1,2} 赵铁石^{1,2} 云轩^{1,2} 王文超^{1,2} 田昕^{1,2} 李忠杰^{1,2}

(1.燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室,秦皇岛 066004;

2.燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室,秦皇岛 066004)

摘要: 针对3-P(4S)并联平台,首先对其进行了位置反解,提出了由BP神经网络和拟Newton法相结合的混合数值法,并以此对机构进行了位置正解,求解精度可达到 10^{-8} 数量级,求解时间在20 ms内。然后通过对方位置解求导可得到机构动平台和分支杆件的速度和加速度。根据运动学分析的结果,应用牛顿欧拉方法构建该机构的动力学模型,并对机构的数值算例进行了动力学仿真验证。最后综合考虑机构的动力学性能、刚度性能和速度性能,分别推导了其评价指标,并应用改进的加权求和法对该机构进行多目标的尺寸优化。通过多目标的尺寸优化,该机构的动力学性能和速度性能提升了2倍,刚度性能提升了3倍。

关键词: 并联机构; 混合数值算法; 多目标; 性能优化

中图分类号: TP24 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2017)10-0390-11

Mechanism Analysis and Multi-target Performance Optimization of 3-P(4S) Parallel Mechanism

ZHAO Xingyu^{1,2} ZHAO Tieshi^{1,2} YUN Xuan^{1,2} WANG Wenchao^{1,2} TIAN Xin^{1,2} LI Zhongjie^{1,2}

(1. Hebei Provincial Key Laboratory of Parallel Robot and Mechatronic System, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science, Ministry of Education, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: The object was to solve the dynamics analysis and multi-target performance optimization of 3-P(4S) parallel mechanism. Firstly, inverse kinematics of 3-P(4S) parallel mechanism was solved, and hybrid numerical algorithm was proposed, which was composed of BP neural network and quasi-Newton method algorithm. The algorithm could solve the forward kinematics of 3-P(4S) parallel mechanism in less than 20 ms by three step iterations, and the accuracy was on the level of 10^{-8} , which can realize the high accuracy and real-time control of 3-P(4S) parallel mechanism. Then the velocity and acceleration of the moving platform and limbs were obtained by the derivative of the position solution. According to the results of kinematic analysis, the dynamic model of the mechanism was constructed by Newton Euler method, and the dynamic simulation of the numerical example was utilized to verify the dynamic model of 3-P(4S) parallel mechanism. From the verification results, both of the two were exactly the same. Finally, considering the dynamic performance, stiffness performance and speed performance of the 3-P(4S) parallel mechanism, an improved genetic algorithm was utilized to optimize the 3-P(4S) parallel mechanism. Through the multi-objective performance optimization, the dynamic performance and speed performance of the mechanism were improved by two times, and the stiffness performance was increased by three times.

Key words: parallel mechanism; hybrid numerical algorithm; multi-target; performance optimization

引言

多维并联激振平台可以为振动测试提供稳定的

复合多自由度激振,模拟设备的运动状态,有效提高测试效率^[1-2]。因此,近年来多维并联激振平台在国内国外得到了广泛的研究和发展^[3-6]。德国 Instron

公司的六自由度振动台,主要应用于整车的振动模拟及疲劳测试。英国 Servotest 公司的高频六自由度振动台,采用 3-2-1 结构布置,主要应用于车载发动机的振动测试。中国科学院长春光学机械研究所基于 Stewart 构型模拟多维扰动。上海交大自主研发的多维电动振动台,用于多维振动模拟。

同一构型的振动台,当其结构参数不同时,性能存在较大的差异。通过优化尺寸参数来提升机构性能,这是机构学领域值得研究的课题。ALTUZARRA 等^[7]基于操作灵活度以及工作空间对 4-PR/RR 机构进行了尺寸优化,齐明等^[8]通过求解雅可比矩阵,获得 3-PUS/PU 三自由度机构的全域条件数,并进行几何参数优化。

本文同时考虑机构的动力学性能、速度性能和刚度性能,分别给出其评价指标,并将进行多目标的尺寸优化。对 3-P(4S)激振平台应用 BP 神经网络^[9-12]与拟 Newton 法^[13-14]相结合的混合数值法对该机构进行位置正解分析,进而建立其运动学和动力学模型,并用动力学仿真软件进行仿真验证,最后根据改进的加权求和法对机构性能进行多目标优化。

1 3-P(4S)机构运动学分析

1.1 位置正解分析

图 1 为本文所研究的 3-P(4S)激振平台三维造型,图 2 为机构简化图。该机构由上平台、基座以及 3 个 P(4S)分支组成。每个分支均为 1 个移动副和 4 个球副组成的闭环子链,4 个球副中心点呈平行四边形布置,由于在运动过程中闭环不会出现扭曲,所以在分析过程中,闭环机构可等效为以上下边中点以球副中心点铰接而成的等效杆件 $c_i d_i$ ($i=1, 2, 3$)。基座底面呈正三角形分布,其外接圆的半径为 r_b ,各分支的移动副与基座底面呈倾角 φ 布置。分支的 4S 闭环子链上下边长为 d ,左右边长为 L 。上平台呈 3 个长边和 3 个短边的对称六边形布置,其外接圆的半径为 r_a ,相邻球副在上平台中心连线的夹角的一半为 $\theta = \arcsin(d/(2r_a))$ 。以基座底面中心为原点建立固定坐标系 $\{O\}$,其 X 轴沿分支 1 轴线在底面投影线方向, Z 轴竖直向上。以上平台中心为原点建立动坐标系 $\{P\}$,其 X 轴垂直于分支 1 中闭环子链的短边, Z 轴竖直向上。以下平台 3 个顶点为原点分别建立分支坐标系 $\{u_i\}$ ($i=1, 2, 3$), x_i 轴垂直 Ou_i , y_i 轴沿 $c_i u_i$ 方向。由文献[15]可得,在机构呈平行四边形布置时,机构能实现三维线性平动,则动平台的 3 个姿态角参数(α, β, γ)均为 0。

任意时刻,各分支上边中点 d_i ($i=1, 2, 3$) 在 $\{P\}$ 系均表示为



图 1 3-P(4S)并联机构

Fig. 1 3-P(4S) parallel mechanism

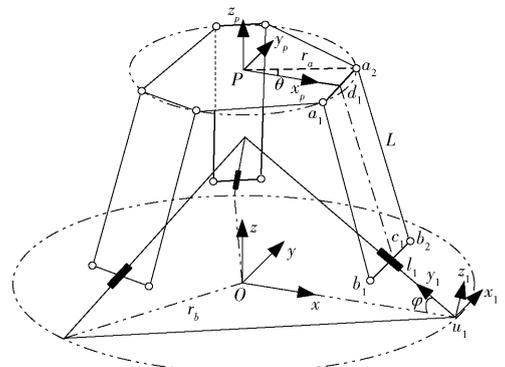


图 2 3-P(4S)并联机构简化图

Fig. 2 Sketch of 3-P(4S) parallel mechanism

$$\begin{bmatrix} {}^P d_1 \\ {}^P d_2 \\ {}^P d_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} r_p \cos\theta & -\frac{1}{2}r_p \cos\theta & -\frac{1}{2}r_p \cos\theta \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}r_p \cos\theta & -\frac{\sqrt{3}}{2}r_p \cos\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

从 $\{P\}$ 系到 $\{O\}$ 系再到分支坐标系 $\{u_i\}$ ($i=1, 2, 3$) 进行坐标变换,得出 d_i ($i=1, 2, 3$) 在分支坐标系 u_i ($i=1, 2, 3$) 的表示为

$$\begin{bmatrix} {}^{u_1} d_1 \\ {}^{u_2} d_2 \\ {}^{u_3} d_3 \\ 1 \end{bmatrix} = {}^O T_{u_i}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & 0 & y_p \\ 0 & 0 & 1 & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^P d_1 \\ {}^P d_2 \\ {}^P d_3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\text{其中 } {}^O T_{u_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(z, \alpha_i) \mathbf{R}(x, -\varphi) & {}^O u_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由文献[16]得, $\mathbf{R}(z, \alpha_i) \mathbf{R}(x, -\varphi)$ 表示坐标变换的旋转矩阵 ${}^O u_i = [r_b \cos\gamma_i \quad r_b \sin\gamma_i \quad 0]^T$ ($i=1, 2, 3$), $\gamma_1 = 0^\circ, \gamma_2 = 120^\circ, \gamma_3 = 240^\circ, \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 210^\circ, \alpha_3 = 330^\circ$ 。任意时刻,闭环子链的下边中点 c_i ($i=1, 2, 3$) 在坐标系 $\{u_i\}$ ($i=1, 2, 3$) 中可表示为

$$\begin{bmatrix} {}^{u_1} c_1 & {}^{u_2} c_2 & {}^{u_3} c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 l_1, l_2, l_3 ——直线驱动输入参数

根据闭环子链呈平行四边形布置的几何关系,任意时刻闭环子链的上边中点 $d_i (i=1,2,3)$ 和下边中点 $c_i (i=1,2,3)$ 之间的距离恒等于左右边长 L 。此关系可表达为

$$L = \begin{cases} \sqrt{(u^1 c_{1x} - u^1 d_{1x})^2 + (u^1 c_{1y} - u^1 d_{1y})^2 + (u^1 c_{1z} - u^1 d_{1z})^2} \\ \sqrt{(u^2 c_{2x} - u^2 d_{2x})^2 + (u^2 c_{2y} - u^2 d_{2y})^2 + (u^2 c_{2z} - u^2 d_{2z})^2} \\ \sqrt{(u^3 c_{3x} - u^3 d_{3x})^2 + (u^3 c_{3y} - u^3 d_{3y})^2 + (u^3 c_{3z} - u^3 d_{3z})^2} \end{cases} \quad (4)$$

将式(3)代入式(4),整理可得

$$\begin{cases} l_1 = u^1 d_{1y} - \sqrt{L^2 - (u^1 d_{1x})^2 - (u^1 d_{1z})^2} \\ l_2 = u^2 d_{2y} - \sqrt{L^2 - (u^2 d_{2x})^2 - (u^2 d_{2z})^2} \\ l_3 = u^3 d_{3y} - \sqrt{L^2 - (u^3 d_{3x})^2 - (u^3 d_{3z})^2} \end{cases} \quad (5)$$

将式(2)代入式(5),即完成了机构的位置反解,通过给定位置参数可得出对应的输入行程。

采用混合数值法求解机构的位置正解。如图3所示,首先以行程参数 (l_1, l_2, l_3) 作为输入参数,动平台中心位置参数 (x_p, y_p, z_p) 作为输出参数,隐藏层节点数的确定方法为首先任意给出一个初值,然后采用逐步增长法^[17]将隐藏层节点数确定为10。这样,一个由3个输入层和3个输出层组成的BP神经网络已构造完成。通过式(5)的位置反解以及给定的机构结构参数后,可得到大量训练样本,本文采用LM数值优化算法训练以上所构建的BP神经网络,LM数值优化算法可以提高训练速度、减小收敛误差。将所构建的BP神经网络,进行离线训练后,其输出结果的精度可达到 10^{-4} 级。

为了进一步提高输出精度,将任意输入行程代入神经网络的输入层,经过以上所训练好的BP神经网络的预测,得出机构对应位姿参数的初解。将此初解作为拟牛顿法的初值 T_0 进行迭代,并规定迭代误差 ε 为 10^{-7} ,得出对应位姿参数的精确结果 (x_p, y_p, z_p) 。

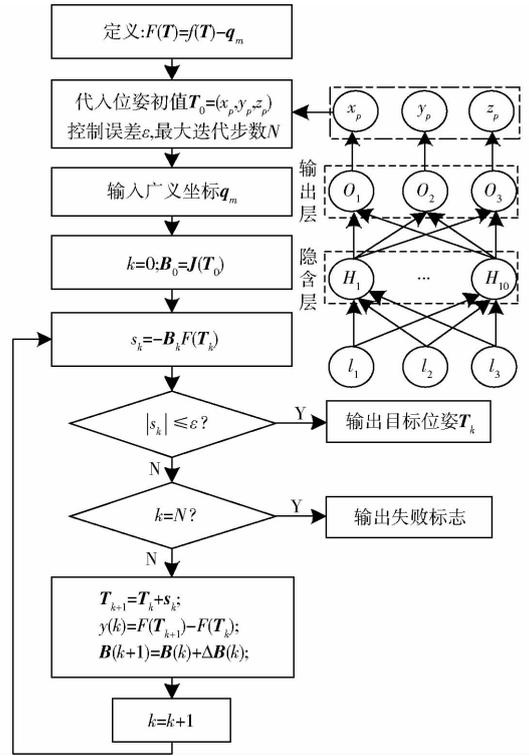


图3 混合数值法结构简图

Fig. 3 Sketch of hybrid numerical method

表1为通过式(5)得出的5组位置数值算例,将其代入混合数值法求解,机构的结构参数为 $r_a = 0.25 \text{ m}$, $r_b = 0.67 \text{ m}$, $L = 0.38 \text{ m}$, $\varphi = 30^\circ$,所选计算机主频为3.2 GHz,求解结果如表2所示,求解精度为 10^{-8} 数量级,迭代步数为3,求解效率在20 ms以内。

表1 数值算例

Tab. 1 Numerical calculation example m

序号	给定位姿			输入行程		
	x_p	y_p	z_p	l_1	l_2	l_3
1	0	0	0.592	0.42	0.42	0.42
2	-0.070	0	0.557	0.43	0.37	0.37
3	-0.020	-0.020	0.537	0.38	0.37	0.35
4	0.030	-0.010	0.565	0.38	0.41	0.40
5	0.020	0.010	0.576	0.40	0.41	0.41

表2 混合数值法计算结果

Tab. 2 Results of hybrid numerical method

序号	求解精度				求解效率	
	x_p/m	y_p/m	z_p/m	E_3	迭代次数	时间/ms
1	目标值	0	0	0.592	4.51×10^{-8}	3
	求解值	0.000 000 024 5	0.000 000 063 5	0.591 999 952 8		
2	目标值	-0.070	0	0.557	4.81×10^{-8}	3
	求解值	-0.069 999 956 7	-0.000 000 935 2	0.556 999 963 7		
3	目标值	-0.020	-0.020	0.537	6.08×10^{-8}	3
	求解值	-0.020 000 053 9	-0.020 000 086 7	0.536 999 958 2		
4	目标值	0.030	-0.010	0.565	7.08×10^{-8}	3
	求解值	0.030 000 561 0	-0.010 000 872 0	0.565 000 069 1		
5	目标值	0.020	0.010	0.576	5.73×10^{-8}	3
	求解值	0.019 999 931 2	0.010 000 015 4	0.575 999 912 4		

1.2 速度分析

图 4 为该机构的 P(4S) 分支简化图, 其中 e_i 、 m_i 、 n_i 、 s_i 均为其所在方向上的单位向量, p 、 o 分别为上下平台中心点, c 、 d 分别为等效上下铰链点, u 为移动副端点, q_i 为驱动分支 i ($i = 1, 2, 3$) 的驱动行程, l 为 4S 分支等效杆长, 为定值, $r_a \cos\theta$ 为上平台中心到短边距离, 为定值, r_b 为下平台外接圆半径, 为定值, 向量 r 为动系原点 p 在定系中的位置矢量。

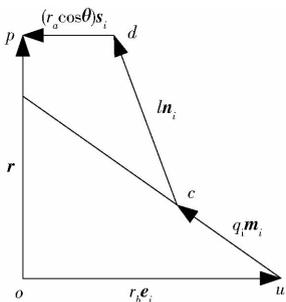


图 4 P(4S) 分支等效图

Fig. 4 Equivalent sketch of P(4S) limb

向量 r 可表示为

$$r = r_b e_i + q_i m_i + l n_i + r_a \cos\theta s_i \quad (6)$$

对式(6)求导可得

$$v = \dot{q}_i m_i + l \dot{n}_i = \dot{q}_i m_i + l(\omega_i \times n_i) \quad (7)$$

式中 v ——上平台速度矢量

\dot{q}_i ——第 i 个驱动分支的驱动速度

ω_i ——杆件运动角速度

式(7)两端同时左乘 n_i^T , 再对左侧矩阵取逆, 整理可得整个机构速度映射为

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} n_1^T m_1 & & \\ & n_2^T m_2 & \\ & & n_3^T m_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_1^T \\ n_2^T \\ n_3^T \end{bmatrix} v = Jv \quad (8)$$

式(7)两端同时右叉乘 n_i^T , 整理可得

$$\omega_i = \frac{1}{l} \left[\hat{n}_i + (m_i \times n_i) \frac{n_i^T}{n_i^T m_i} \right] v = J_{\omega i} v \quad (9)$$

式中 $J_{\omega i}$ ——分支杆件角速度对上平台速度的映射矩阵

\hat{n}_i ——单位向量 n_i 的反对称矩阵

若 $n_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$, 则

$$\hat{n}_i = \begin{bmatrix} 0 & -z_i & y_i \\ z_i & 0 & -x_i \\ -y_i & x_i & 0 \end{bmatrix}$$

分支杆件质心的位置矢量可表达为

$$r_{di} = r_b e_i + q_i m_i + \frac{1}{2} l n_i \quad (10)$$

对式(10)求导, 即为分支杆件的线速度

$$v_{di} = \frac{1}{2} \left(I_3 + m_i \frac{n_i^T}{n_i^T m_i} \right) v = J_{vi} v \quad (11)$$

式中 I_3 ——3 × 3 的单位矩阵

J_{vi} ——分支杆件线速度对上平台速度的映射矩阵

1.3 加速度分析

对式(7)求导, 可得

$$a = \ddot{q}_i m_i + l(\dot{\omega}_i \times n_i) + l[\omega_i \times (\omega_i \times n_i)] \quad (12)$$

式中 a ——上平台加速度矢量

\ddot{q}_i ——第 i 个驱动分支的广义驱动加速度

式(12)两端同时左乘 n_i^T , 整理可得机构的加速度映射关系

$$\ddot{q} = Ja + v^T H v \quad (13)$$

其中 $J = \frac{n_i^T}{n_i^T m_i}$ $H = [H_1 \ H_2 \ H_3]^T$

$$H_i = \frac{1}{n_i^T m_i} \left(I_3 - \frac{m_i n_i^T}{n_i^T m_i} \right)^T \left(I_3 - \frac{m_i n_i^T}{n_i^T m_i} \right)$$

对式(11)求导, 整理可得分支杆件质心点线加速度与上平台运动参数的映射关系。

$$a_{di} = \frac{1}{2} \left(I_3 + \frac{m_i n_i^T}{n_i^T m_i} \right) a + v^T \frac{1}{2} (m_i * H_i) v \quad (14)$$

将式(9)求导, 整理可得分支杆件角加速度与平台运动参数的映射关系

$$\alpha_{di} = \frac{1}{l} \left(\frac{(m_i \times n_i) n_i^T}{n_i^T m_i} + \hat{n}_i \right) a + v^T \frac{1}{l} ((m_i \times n_i) * H_i) v \quad (15)$$

式中, “*” 表示矩阵广义标量积。

1.4 运动学数值算例

给定机构与 1.1 节相同的结构参数, 并给定运动 $x = 0.001 \sin(40\pi t)$ 和 $y = 0.001 \sin(40\pi t)$, 将数值算例和结构参数代入式(8)和式(13), 通过 Matlab 编程可得驱动速度和加速度的理论曲线, 如图 5、6 所示。

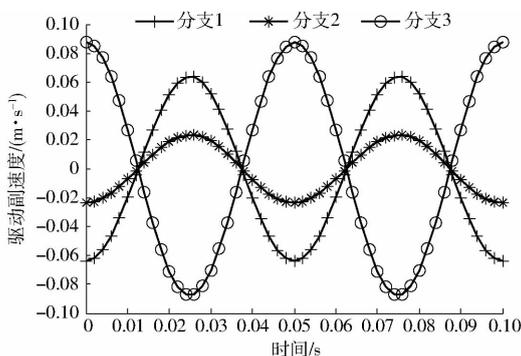


图 5 驱动单元速度理论曲线

Fig. 5 Velocity theory curves of drive unit

然后将给定机构的三维造型导入 ADAMS 中, 并给定与上述数值算例相同的运动规律进行仿真验证, 将所得到机构驱动输入的速度以及加速度到

Matlab 中进行显示,得到运动仿真曲线如图 7、8 所示,其单位和图 5、6 相同。在图 7、8 曲线上任取若干点,与理论计算所得曲线图 5、6 中对应的值进行比较。经对比,两者完全相等,因此完成了运动学理论模型与仿真模型的相互验证。

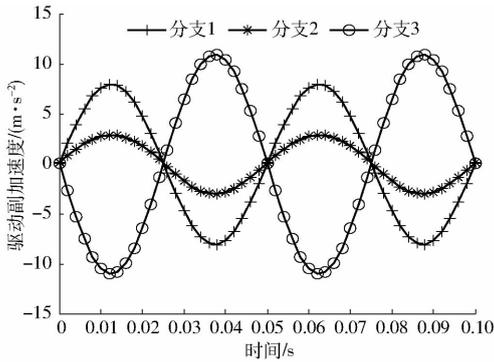


图 6 驱动单元加速度理论曲线

Fig. 6 Acceleration theory curves of drive unit

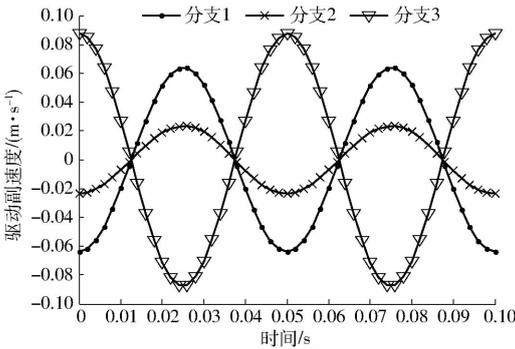


图 7 驱动单元速度仿真曲线

Fig. 7 Velocity simulation curves of drive unit

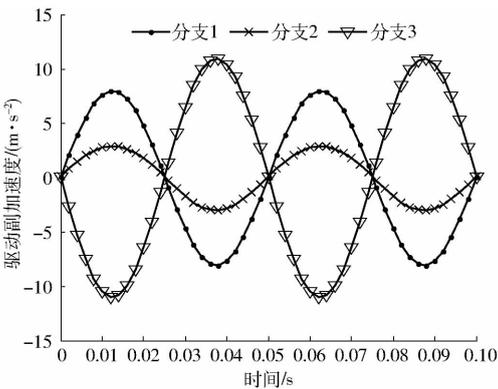


图 8 驱动单元加速度仿真曲线

Fig. 8 Acceleration simulation curves of drive unit

2 3-P(4S) 机构动力学分析

2.1 机构等效惯性力矩

根据牛顿-欧拉法,由于上平台只具有三维移动自由度,所以只存在惯性力对驱动的等效力矩映射,其计算式为

$$\tau_1^I = J_1^T m a \quad (16)$$

其中

$$J_1 = J^{-1}$$

式中 J_1 ——上平台速度对驱动速度的映射矩阵

m ——上平台质量

因为滑块与直线电动机固连,所以滑块运动规律和电动机驱动一致,其计算式为

$$\tau_2^I = \sum_{i=1}^3 J_{ei}^T m_e \ddot{q}_i =$$

$$\sum_{i=1}^3 J_{ei}^T m_e \frac{n_i^T}{n_i^T m_i} a + v^T \sum_{i=1}^3 (J_{ei}^T m_e * H_i) v \quad (17)$$

式中 J_{ei} ——滑块与驱动速度之间映射矩阵

m_e ——驱动滑块质量

由于分支杆件运动形式包括移动和转动,所以其对驱动力的映射中存在惯性力和惯性力矩,可得

$$\begin{aligned} \tau_3^{If} &= \sum_{i=1}^3 J_{vdi}^T m_d a_{di} = \sum_{i=1}^3 \frac{m_d}{2} J_{vdi}^T \left(I_3 + \right. \\ &\left. \frac{m_i n_i^T}{n_i^T m_i} \right) a + v^T \sum_{i=1}^3 \frac{m_d}{2} (J_{vdi}^T * (m_i * H_i)) v \quad (18) \\ \tau_3^{II} &= \sum_{i=1}^3 J_{\omega di}^T I_{di} \dot{\omega}_i + \sum_{i=1}^3 J_{\omega di}^T \omega_{di} \times I_{di} \omega_{di} = \\ &\left[\sum_{i=1}^3 \frac{J_{\omega di}^T I_{di}}{l} \left(\frac{(m_i \times n_i) n_i^T}{n_i^T m_i} + \hat{n}_i \right) \right] a + \\ &v^T \left\{ \sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{l} \left((J_{\omega di}^T I_{di}) * ((m_i \times n_i) * H_i) \right) + \right. \right. \\ &\left. \left. J_{\omega i}^T \hat{J}_{\omega i}^T I_{di} J_{\omega i} \right] \right\} v \quad (19) \end{aligned}$$

其中

式中 m_d ——分支杆件质量

J_{vdi} ——分支杆件质心点线速度对驱动速度的映射矩阵

$J_{\omega di}$ ——分支杆件的角速度对驱动速度的映射矩阵

I_{di} ——在定系中分支杆件的转动惯量

I_{dio} ——分支杆件在以其质心为原点,坐标轴 Z 与杆件轴线平行的坐标系(本文中将其简称为本坐标系)的转动惯量

0R_i ——从本坐标系到定系的旋转变换矩阵

τ_3^{If} 和 τ_3^{II} 分别表示的是等效的分支杆件的等效惯性力和力矩向驱动副的映射,而实际是由 2 个与等效杆件相同的分支杆件组成的闭环结构,其运动规律与所分析的虚设杆件完全一致,所以可用等效杆件计算结果的两倍来等效。因此,构件的惯性力映射到驱动关节的等效惯性力矩为

$$\tau^I = \tau_1^I + \tau_2^I + 2(\tau_3^{If} + \tau_3^{II}) \quad (20)$$

2.2 机构等效重力矩

通过虚功原理,机构等效重力矩为

$$\begin{aligned} \tau^G &= J_1^T m g + \sum_{i=1}^3 J_{ei}^T m_e g + \\ &2 \sum_{i=1}^3 [J_{vdi}^T m_d g + J_{\omega di}^T (r_{di} \times m_d g)] \quad (21) \end{aligned}$$

2.3 机构动力学方程的建立

本文所研究机构构型主要应用于振动台, 忽略机构的所受外力, 并忽略各关节间的摩擦, 机构的动力学方程可表达为

$$\boldsymbol{\tau}^I + \boldsymbol{\tau}^C + \boldsymbol{\tau}^A = 0 \quad (22)$$

式中 $\boldsymbol{\tau}^A$ ——广义驱动力矢量

将式(20)、(21)代入式(22), 整理可得

$$\boldsymbol{\tau}^A = -(\mathbf{M}\mathbf{A}_H + \mathbf{V}_H^T \mathbf{N}\mathbf{V}_H + \boldsymbol{\tau}^C) \quad (23)$$

其中 $\mathbf{M} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{ei}^T m_e \mathbf{J}_i + \sum_{i=1}^3 \frac{m_d}{2} \mathbf{J}_{vdi}^T \left(\mathbf{I}_3 + \frac{\mathbf{m}_i \mathbf{n}_i}{\mathbf{n}_i^T \mathbf{m}_i} \right) +$

$$\mathbf{J}_1^T \mathbf{m} + \sum_{i=1}^3 \frac{\mathbf{J}_{\omega di}^T \mathbf{I}_{di}}{l} \left(\frac{\mathbf{m}_i \times \mathbf{n}_i}{\mathbf{n}_i^T \mathbf{m}_i} \mathbf{n}_i + \hat{\mathbf{n}}_i \right)$$

$$\mathbf{N} = \sum_{i=1}^3 (\mathbf{J}_{ei}^T m_e * \mathbf{H}_i) + \sum_{i=1}^3 \frac{m_d}{2} (\mathbf{J}_{vdi}^T (\mathbf{m}_i * \mathbf{H}_i)) +$$

$$\sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{l} ((\mathbf{J}_{\omega di}^T \mathbf{I}_{di}) * ((\mathbf{m}_i \times \mathbf{n}_i) * \mathbf{H}_i)) + \right.$$

$$\left. \mathbf{J}_{\omega i}^T \hat{\mathbf{J}}_{\omega di}^T \mathbf{I}_{di} \mathbf{J}_{\omega i} \right]$$

2.4 动力学数值算例

给出振动台的上平台质量 $m = 4.16 \text{ kg}$, 驱动滑块质量 $m_e = 2.57 \text{ kg}$, 各分支杆件质量 $m_d = 1.59 \text{ kg}$, 其在本坐标系的转动惯量 $\mathbf{I}_{dio} = \text{diag}(I_{xx}, I_{yy}, I_{zz})$, 其中 $I_{xx} = 0.0223 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_{yy} = 0.0223 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_{zz} = 1.276 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 其余结构参数与运动学数值算例和正反解算例相同。并给定该机构在初始高度下在 XY 平面内的复合运动, 具体表达式为 $x_p = 0.001 \sin(40\pi t)$, $y_p = 0.001 \sin(40\pi t)$, $z_p = 0.57$ 。将以上结构参数和运动参数代入到式(23), 应用 Matlab 进行计算, 得到机构上述复合运动情况下的驱动力受力曲线, 如图 9 所示。为了验证理论计算的结果, 首先将机构的三维造型设定与实际加工一致的材料后, 将其导入到 ADAMS 动力学仿真软件, 添加各约束, 为保持一致性, 不设额外负载, 并给定相同的运动规律, 运行仿真, 将驱动副驱动力仿真数值输出到 Matlab, 生成仿真曲线, 如图 10 所示。将图 10 和图 9 的值进行比较, 两者完全相等。因此完成了动力学理论模型和动力学仿真模型的相互验证。

3 3-P(4S) 机构尺寸优化

3.1 动力学性能指标

由于所研究振动台一般进行高频往复振动, 主要考虑动力学公式中的加速度项^[18], 所以动力学模型可简化成

$$\boldsymbol{\tau}^A = -\mathbf{M}\mathbf{A}_H \quad (24)$$

假设上平台产生单位加速度, 设 $\mathbf{A}_H^T \mathbf{A}_H = 1$, 定义

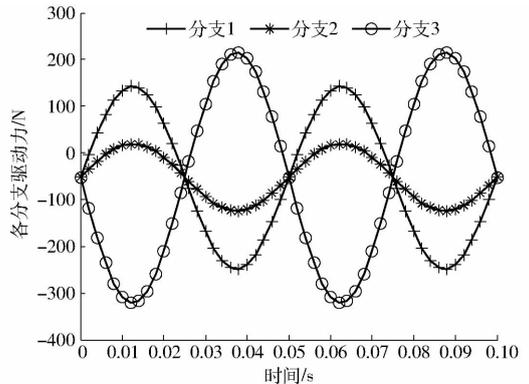


图 9 沿 XY 轴复合运动驱动力理论曲线

Fig. 9 Theory curves of driving force along XY axis

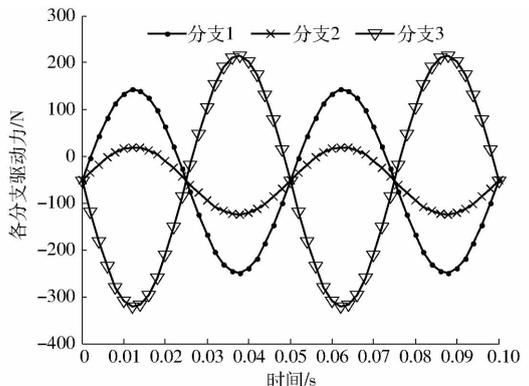


图 10 沿 XY 轴复合运动驱动力仿真曲线

Fig. 10 Simulation curves of driving force along XY axis

拉格朗日函数

$$\mathbf{L} = \mathbf{A}_H^T \mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{A}_H - \lambda (\mathbf{A}_H^T \mathbf{A}_H - 1) \quad (25)$$

将式(25)求导, 可得

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda} = \mathbf{A}_H^T \mathbf{A}_H - 1 = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{A}_H} = 2\mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{A}_H - 2\lambda \mathbf{A}_H = 0 \end{cases} \quad (26)$$

由式(26)可得

$$\mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{A}_H = \lambda \mathbf{A}_H \quad (27)$$

式中 λ —— $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ 的特征值

若机构以实现相同运动所用驱动力最小为目标, 则需动力学传递系数越小越好。因此, 将 $\sqrt{\lambda_{\max}}$ 作为动力学性能评价指标, 令

$$\sigma = \sqrt{\lambda_{\max}} \quad (28)$$

式中 σ ——振动台动力学性能指标

σ 数值越小, 机构的动力学性能则越好, 即选取 σ 在工作空间 W 的全域值 σ_1 为优化目标^[19], 即

$$\sigma_1 = \frac{\int_W \sigma dW}{\int_W dW} \quad (29)$$

3.2 刚度性能指标

并联机构的简化刚度矩阵为

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}^T \mathbf{k} \mathbf{J} \quad (30)$$

为了更直观地判断机构刚度性能,对微位移 δD 向 δF 方向进行投影,以此可以得到机构受力 δF 方向上的微位移 δD ,从而得到移动方向刚度^[20-21]

$$K_F = \frac{|\delta F|^2}{\delta D^T \delta F} = \frac{|\delta F|^2}{\delta F^T (K^{-1})^T \delta F} \quad (31)$$

设 $\delta F = Ff$,其中 f 是 F 方向上单位向量,将其代入式(31),可得到机构的方向刚度为

$$K_F = f^T K^T f \quad (32)$$

对 K_F 应用拉格朗日乘法,求得其随 f 变化的极值并求其特征值,将特征值中的极小值 $\sqrt{\lambda_{\min}}$ 选作刚度性能指标,令

$$\sigma^* = \sqrt{\lambda_{\min}} \quad (33)$$

式中 σ^* —— 振动台动力学性能指标
其数值越大,机构的刚度性能则越好。选取 σ^* 在工作空间 W 的全域值 σ_2 为优化目标,即

$$\sigma_2 = \frac{\int_W \sigma^* dW}{\int_W dW} \quad (34)$$

3.3 速度性能指标

给定驱动关节一个可以沿关节空间的任意方向单位速度向量,即可得出驱动输入速度的三维球体,其表达式为

$$\dot{q}^T \dot{q} = v^T J^T J v = 1 \quad (35)$$

通过式(35)可得到所有驱动输入速度对应的上平台输出速度集合,将其称为机构的广义速度椭球。椭球的主轴半径的长度是矩阵 $J^T J$ 的特征值的平方根,主轴方向与其特征值对应的特征向量相同。

图 11 和图 12 为振动台在初始位置(结构参数与之前数值算例相同)的输入速度球体和输出速度椭球,可以看出,输入速度变化,对应的输出速度变化程度不同,这说明机构在该机构参数下的速度传递能力不同。从图 11 和图 12 还可看出,输出椭球越接近于球体(即其长短轴的长度越接近),机构速度传递性能越相近,其速度性能越好。

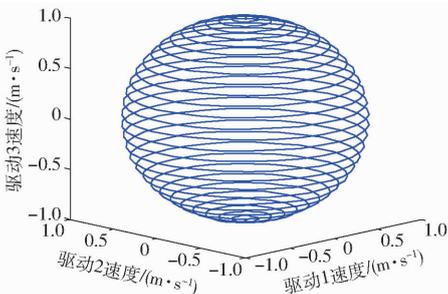


图 11 关节空间速度向量分布图

Fig. 11 Vector distribution of joint space velocity

因此,可把输出速度椭球长半轴数值 $\sigma_{\max}(J)$ 与短半轴 $\sigma_{\min}(J)$ 之比作为振动台速度性能评价指

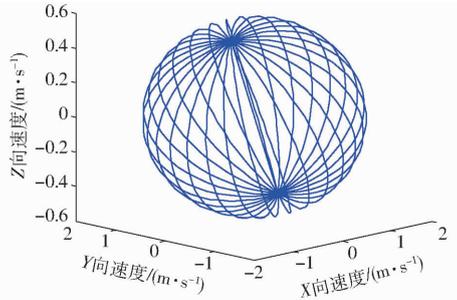


图 12 操作空间末端速度向量分布图

Fig. 12 Vector distribution of end space velocity

标,从而得到振动台的速度性能指标 $\hat{\sigma}$ 为

$$\hat{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}(J)}{\sigma_{\min}(J)} \quad (36)$$

速度性能指标 $\hat{\sigma}$ 表示机构速度传递性能,当 $\hat{\sigma}$ 越接近于 1 时,机构的速度各向同性(各方向上的速度传递性能接近程度)越好,机构速度性能越好。选取 $\hat{\sigma}$ 在工作空间 W 的全域值 σ_3 作为速度优化目标,即

$$\sigma_3 = \frac{\int_W \hat{\sigma} dW}{\int_W dW} \quad (37)$$

3.4 机构多目标优化的实现

通过以上分析,最终选取机构的全局最大动力传递系数指标 σ_1 、全局最小方向刚度指标 σ_2 以及全局速度各向同性指标 σ_3 作为振动台的优化目标,对其进行综合考虑。

在加权求和法的基础上,得出一种归一加权求和法,主要是将各优化目标看作同等重要,有效避免不同指标的侧重不均,从而实现振动台多目标优化。

首先通过遗传算法分别对各优化目标进行单目标多变量优化,得出各指标在参数变化范围内的最大值 $\sigma_{\max}(x)$ 和最小值 $\sigma_{\min}(x)$,并将每个目标函数表示为^[22-23]

$$f_i(x) = \frac{\sigma_i(x) - \sigma_{\min}(x)}{\sigma_{\max}(x) - \sigma_{\min}(x)} \quad (38)$$

目标函数 $f_i(x)$ 表示各计算指标在变化范围内所占的比值,可起到消除不同优化目标对优化结果影响不均的作用,使每个优化目标对优化结果同等重要。式(38)可简化为

$$f_i(x) = \omega_i \sigma_i(x) - g_i \quad (39)$$

其中 $\omega_i = \frac{1}{\sigma_{\max}(x) - \sigma_{\min}(x)}$ $g_i = \sigma_{\min}(x) \omega_i$

则机构综合优化目标函数可表示为

$$f_{\min}(x) = \sum_{i=1}^3 f_i = \sum_{i=1}^3 (\omega_i \sigma_i(x) - g_i) \quad (40)$$

优化流程如图 13 所示,初始化机构参数后,求出满足工作空间要求的末端位姿参数,根据

式(28)、(33)和式(36)计算动力学性能指标、刚度性能指标和速度性能指标,然后通过式(29)、式(34)和式(37)得出全局动力学性能指标、全局刚度性能指标和全局速度性能指标,通过式(38)~(40)得出机构综合优化目标函数。遗传算法的参数设定首先通过多次试验法确定种群数量 50,遗传算法终止代数为 100,并应用算数交叉法,将精英个体数设定为 2,交叉概率设定为 0.8,对父代染色体的选择采用轮盘式选择法,选择自适应变异法计算,得到优化结果如图 14 所示。

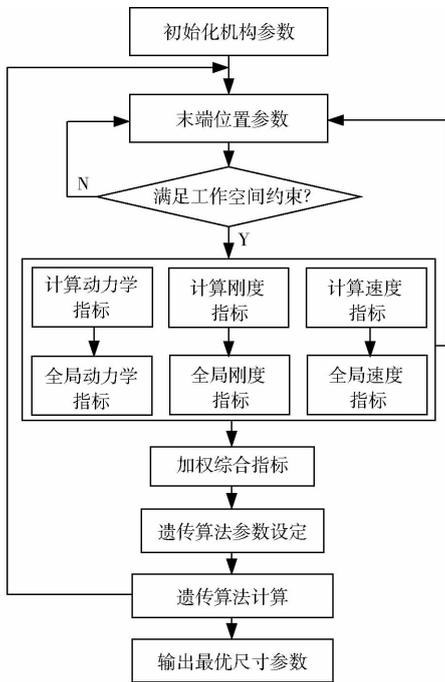


图 13 机构多目标性能优化流程简图

Fig. 13 Flow chart of multi-target optimization

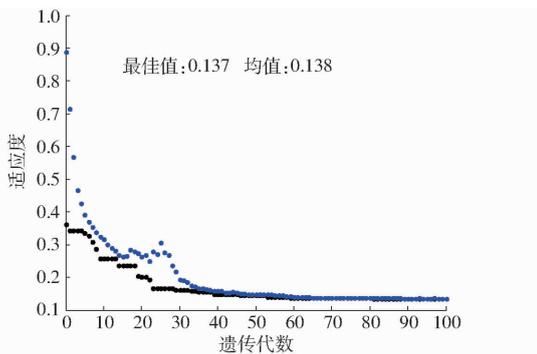


图 14 机构综合性能优化结果

Fig. 14 Optimization results of mechanism performance

由图 14 可知,从第 70 代以后开始接近收敛,此时,机构综合优化目标函数的最小值为 $f_{\min}(x) = 0.137$,多目标优化后的尺寸如表 3 所示。

将表 3 中多目标优化前后的结构参数分别代入式(28)和式(29)中,通过 Matlab 数值计算,得出机构在优化前和优化后的结构尺寸下的动力学性能指标图谱和等高线,如图 15~18 所示。机构的动力学

表 3 多目标优化结果

Tab. 3 Results of multi-target optimization

参数	优化前	优化后
r_a/m	0.25	0.21
r_b/m	0.67	0.71
L/m	0.38	0.38
d/m	0.12	0.12
$\varphi/(^\circ)$	30	35

性能指标变化范围从优化前的 [24, 42] 下降至优化后的 [14, 17],动力学指标全域值从优化前的 $\sigma_1 = 29.9205$ 下降至优化后的 $\sigma_1 = 15.2434$ 。由此可知,通过多目标尺寸优化,机构动力学性能提高到优化前的 2 倍。

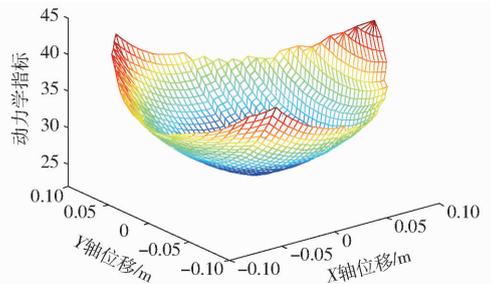


图 15 优化前动力学性能指标图谱

Fig. 15 Atlas of dynamic performance index before optimization

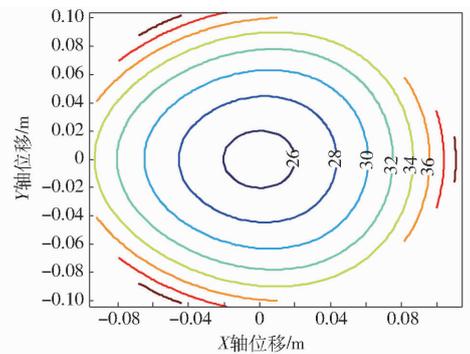


图 16 优化前动力学性能指标等高线

Fig. 16 Contour of dynamic performance index before optimization

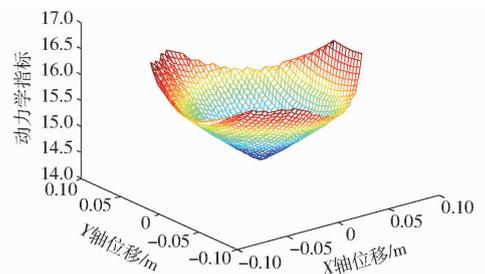


图 17 优化后动力学性能指标图谱

Fig. 17 Atlas of dynamic performance index after optimization

将表 3 中多目标优化前后的结构参数分别代入式(33)和式(34)中,通过 Matlab 数值计算,可得出机构在优化前和优化后的结构尺寸下的刚度性能指

标图谱和等高线,如图 19~22 所示。机构的刚度性能指标变化范围从优化前的 $[0.04, 0.16]$ 提升至优化后的 $[0.3, 0.4]$,其刚度指标的全域值从优化前

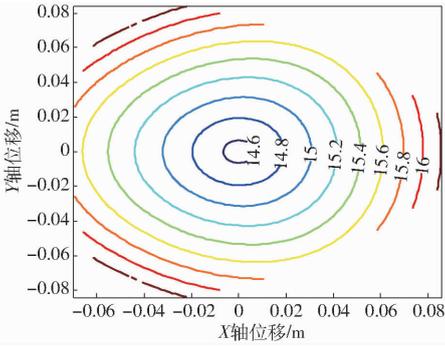


图 18 优化后动力学性能指标等高线

Fig. 18 Contour of dynamic performance index after optimization

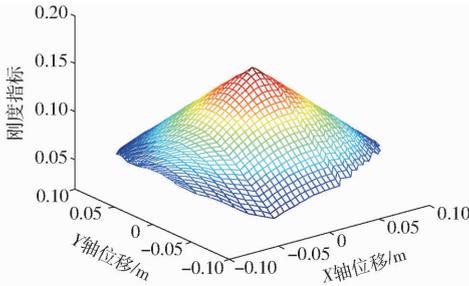


图 19 优化前刚度性能图谱

Fig. 19 Atlas of stiffness performance index before optimization

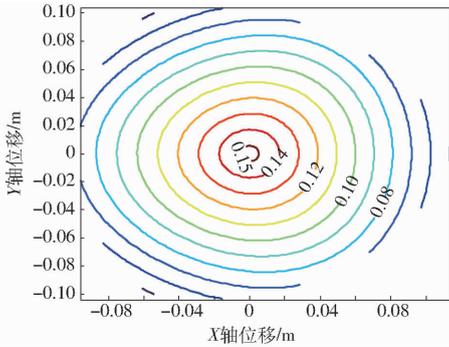


图 20 优化前刚度性能等高线

Fig. 20 Contour of stiffness performance index before optimization

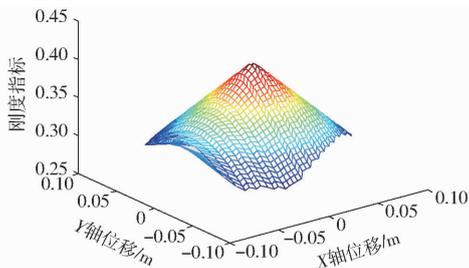


图 21 优化后刚度性能图谱

Fig. 21 Atlas of stiffness performance index after optimization

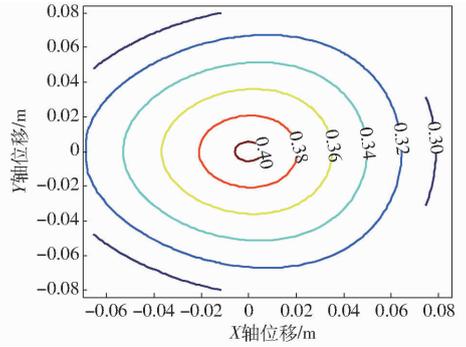


图 22 优化后刚度性能等高线

Fig. 22 Contour of stiffness performance index after optimization

的 $\sigma_2 = 0.1373$ 提升到优化后的 $\sigma_2 = 0.3522$ 。由此可知,通过多目标优化,机构刚度性能提高到优化前的 3 倍。

将表 3 中多目标优化前后的结构参数分别代入式(36)和式(37)中,通过 Matlab 数值计算,可得出机构在优化前和优化后的结构尺寸下的速度性能指标图谱和等高线,如图 23~26 所示。从图中可以看出,尺寸优化前机构的速度性能指标的变动范围为 $[9, 15]$,其在优化前尺寸下的速度性能指标的全域值为 $\sigma_3 = 10.0075$ 。尺寸优化后速度性能指标的变动范围为 $[4.3, 4.8]$,其全域值为 $\sigma_3 = 4.5370$ 。由此可知,通过多目标优化,机构速度性能提升到优化前的 2 倍。

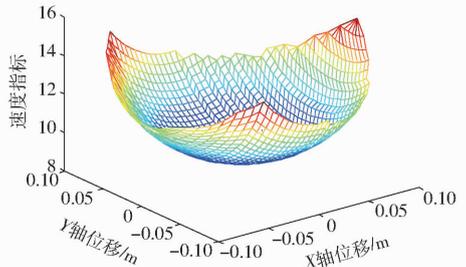


图 23 优化前速度性能图谱

Fig. 23 Atlas of velocity performance before optimization

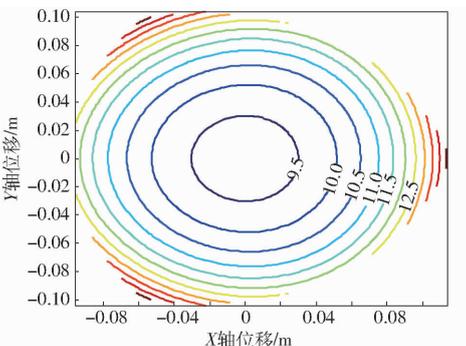


图 24 优化前速度性能等高线

Fig. 24 Contour of velocity performance before optimization

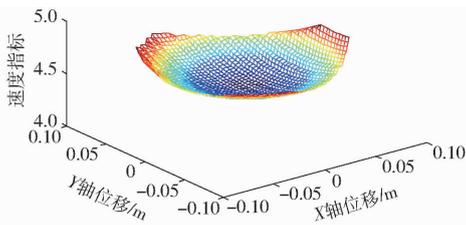


图 25 优化后速度性能图谱

Fig. 25 Atlas of velocity performance after optimization

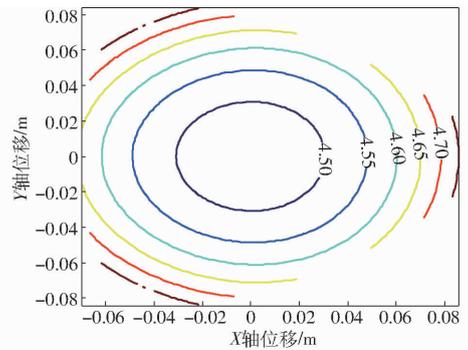


图 26 优化后速度性能等高线

Fig. 26 Contour of velocity performance after optimization

4 结论

(1) 结合了 BP 神经网络法和拟 Newton 法, 建立了混合数值法求解 3-P(4S) 并联机构位置正解。其求解精度远高于 BP 神经网络, 并有效避免了拟 Newton 法求解正解受迭代初值影响大的问题, 求解效率也高于拟 Newton 法, 可实现高精度实时控制。

(2) 建立了 3-P(4S) 振动台的运动学和动力学模型, 并用动力学仿真软件对所建立模型进行仿

真验证, 为以后分析振动台的振动特性提供了理论基础。

(3) 改进了加权求和法, 将各优化目标的重要程度转化为相近水平, 从而对机构动力学性能、刚度性能和速度性能进行了综合优化。经过多目标的尺寸优化, 该机构的动力学性能和速度性能提升了 2 倍, 刚度性能提升了 3 倍。

参 考 文 献

- 王光芦, 祝耀昌, 刘达德. 多轴向多激励振动技术[J]. 环境技术, 2000, 18(5): 2-6.
WANG Guanglu, ZHU Yaochang, LIU Dade. A review of multi-axis and multi-exciter vibration technology [J]. Environmental Technology, 2000, 18(5): 2-6. (in Chinese)
- 张巧寿. 振动试验系统现状与发展[J]. 航天技术与民品, 2000(8): 36-39.
- PLUMMER A R. Modal control for a class of multi-axis vibration table [C]//UKACC Control 2004 Mini Symposia, 2004: 111-115.
- 王伟. 两自由度液压振动台设计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
WANG Wei. Design of 2 DOF hydraulic shaking platform [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011. (in Chinese)
- 国巍, 余志武, 蒋丽忠. 地震模拟振动台台阵性能评估与测试注记[J]. 科技导报, 2013, 31(12): 53-58.
GUO Wei, YU Zhiwu, JIANG Lizhong. Performance evaluation and test note of earthquake simulation shaking table array system [J]. Science & Technology Review, 2013, 31(12): 53-58. (in Chinese)
- 许益明. 基于六维加速度传感器的六维冗余振动台技术研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2009.
XU Yiming. Study on techniques of 6-DOF redundant parallel vibration table on basic of 6-axes acceleration sensor [D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2009. (in Chinese)
- ALTUZARRA O, PINTO C, SANDRU B, et al. Optimal dimensioning for parallel manipulators: workspace, dexterity, and energy [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2011, 133(4): 041007.
- 齐明, 刘海涛, 梅江平, 等. 3-PUS/PU 3 自由度并联机构运动学优化设计[J]. 天津大学学报, 2007, 40(6): 649-654.
QI Ming, LIU Haitao, MEI Jiangping, et al. Kinematics optimum design of a 3-DOF parallel mechanism with 3-PUS/PU architecture [J]. Journal of Tianjin University, 2007, 40(6): 649-654. (in Chinese)
- 陈学生, 陈在礼, 孔民秀, 等. 基于神经网络的 6-SPS 并联机器人正运动学精确求解[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2002, 34(1): 120-124.
CHEN Xuesheng, CHEN Zaili, KONG Minxiu, et al. An accurate solution for forward kinematics of 6-SPS stewart platform based on neural network [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2002, 34(1): 120-124. (in Chinese)
- GENG Z, HAYNES L. Neural network solution for the forward kinematics problem of a Stewart platform [C] // 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1991: 2650-2655.
- BOUDREAU R, TURKKAN N. Solving the forward kinematics of parallel manipulators with a genetic algorithm [J]. Journal of Robotic Systems, 1996, 13(2): 111-125.
- PARIKH P J, LAM S S. Solving the forward kinematics problem in parallel manipulators using an iterative artificial neural network strategy [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2009, 40(5-6): 595-606.
- 耿明超, 赵铁石, 王唱, 等. 基于拟 Newton 法的并联机构位置正解[J]. 机械工程学报, 2015, 51(9): 28-36.
GENG Mingchao, ZHAO Tieshi, WANG Chang, et al. Direct position analysis of parallel mechanism based on quasi-Newton method [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(9): 28-36. (in Chinese)
- GENG Mingchao, ZHAO Tieshi, WANG Chang, et al. Forward kinematics analysis of parallel mechanisms with restricted

- workspace [J]. Proc. IMech E, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 229(14): 2561–2572.
- 15 黄真,赵永生,赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
- 16 熊有伦,丁汉,刘恩沧. 机器人学[M]. 北京:机械工业出版社,1993:32–44.
- 17 BOUDREAU R, TURKKAN N. Solving the forward kinematics of parallel manipulators with a genetic algorithm[J]. Journal of Robotic Systems, 1996, 13(2): 111–125.
- 18 张利敏. 基于动力学指标的 Delta 高速并联机械手集成优化设计方法研究[D]. 天津:天津大学, 2011:28–30.
ZHANG Limin. Integrated optimal design of Delta robot using dynamic performance in deices[D]. Tianjin: Tianjin University, 2011:28–30. (in Chinese)
- 19 王唱. 一类折叠式并联机构性能研究[D]. 秦皇岛:燕山大学, 2014:49–52.
WANG Chang. Performance analysis of a kind of foldable parallel mechanisms[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2014: 49–52. (in Chinese)
- 20 GOSSELIN C, ANGELES J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1991, 113(3): 220–226.
- 21 耿明超,赵铁石,杨建涛,等. 平面弹性欠驱动并联机构刚度特性分析[J/OL]. 农业机械学报, 2015, 46(5): 365–371.
http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20150551&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.05.051.
GENG Mingchao, ZHAO Tieshi, YANG Jiantao, et al. Stiffness characteristics of planar elastic underactuated parallel mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(5): 365–371. (in Chinese)
- 22 GEN M, CHENG R. Genetic algorithms and engineering optimization[M]. New York: John Wiley & Sons, 2000:30–32.
- 23 章永年,王美思,吴阳,等. 五连杆足式机器人腿部机构多目标优化算法[J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(10): 398–404.
http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20161052&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.10.052.
ZHANG Yongnian, WANG Meisi, WU Yang, et al. Multi-objective optimization algorithm of robot leg based on planar five-bar mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(10): 398–404. (in Chinese)

~~~~~

(上接第 389 页)

- 14 沈惠平,杨廷力,朱伟,等. 一种三平移—转动并联机器人平台:中国,201510566840.9[P]. 2015–12–09.  
SHEN Huiping, YANG Tingli, ZHU Wei, et al. A parallel robot platform with three translations and one rotation: CN, 201510566840.9[P]. 2015–12–09. (in Chinese)
- 15 沈惠平,杨廷力,朱小蓉,等. 一种三平移—转动并联机器人:中国,201510564382.5[P]. 2015–12–09.  
SHEN Huiping, YANG Tingli, ZHU Xiaorong, et al. Three translations and one rotation parallel robot: CN, 201510564382.5[P]. 2015–12–09. (in Chinese)
- 16 沈惠平,邵国为,朱小蓉,等. 基于 POC 法的多环耦合并联机构拓扑特征分析[J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(4): 349–354. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20160446&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20160446&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.04.046  
SHEN Huiping, SHAO Guowei, ZHU Xiaorong, et al. POC method based topology characteristic analysis of multi-loop coupled mechanisms[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(4): 349–354. (in Chinese)
- 17 沈惠平,朱小蓉,尹洪波,等. 并联机构的结构降耦原理及其设计方法[J]. 机械工程学报, 2016, 52(23): 102–113.  
SHEN Huiping, ZHU Xiaorong, YIN Hongbo, et al. Study on the principle and design method for structure coupling-reducing of parallel mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(23): 102–113. (in Chinese)
- 18 SHEN Huiping, YANG Liangjie, MENG Qingmei, et al. Topological structure coupling-reducing of parallel mechanisms[C]//2015 IFToMM World Congress, 2015: OS13–120.
- 19 沈惠平,朱伟,曾氢菲,等. 一种低耦合度三运动副动平台的三平移—转动并联机器人操作手:中国,201610141778.3[P]. 2016–06–08.  
SHEN Huiping, ZHU Wei, ZENG Qingfei, et al. A low coupling degree three translation and one rotation parallel robot device with three joint moving platform: CN, 201610141778.3[P]. 2016–06–08. (in Chinese)
- 20 朱小蓉,宋月月,孙晨,等. 2RRUR–2RSS 并联机构结构特性与运动学分析[J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(12): 408–415. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20161252&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20161252&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.12.052.  
ZHU Xiaorong, SONG Yueyue, SUN Chen, et al. Structural characteristics and kinematic analysis for novel 2RRUR–2RSS parallel mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(12): 408–415. (in Chinese)