

典型并联机构拓扑结构特征分析

沈惠平 曾氢菲 李菊 尹洪波 朱小蓉

(常州大学现代机构学研究中心, 常州 213016)

摘要: 采用基于方位特征(POC)和有序单开链(SOC)的并联机构拓扑结构设计理论与方法,对 Omni-Wrist III、PS + PRS + PSS、3 - RRR 球面、2 - SPS + 1 - RPR,以及实现 Schoenflies 运动的 3 种 3T1R 机构(H4、4 - R//R//R \perp R//R、X4 改进型)等 7 种具有较好实用价值的典型并联机构进行了拓扑结构具体分析,给出了它们的 POC 集、自由度、耦合度 3 个主要拓扑结构特征,这些特征反映了这些机构拓扑结构、运动学及动力学的基本性能,为其拓扑结构优化、运动学与动力学研究,以及设计和应用提供了理论基础;揭示了一些有利于并联机构设计和应用参考的共性规律。

关键词: 并联机构; POC 方法; 有序单开链; 拓扑结构分析; 拓扑特征

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2016)08-0388-11

Topological Structure Characteristics Analysis for Typical and Practical Parallel Mechanisms

Shen Huiping Zeng Qingfei Li Ju Yin Hongbo Zhu Xiaorong

(Research Center for Advanced Mechanism Theory, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

Abstract: Development and practical application for practical parallel mechanisms still have a long way to go, the reason is that the topological structure characteristics of the mechanisms are to be revealed. The purpose of topological structure characteristics analysis is to provide criteria for optimization and performance assessment of parallel mechanisms. Using topology structure theory for parallel mechanism based on position and orientation characteristics (POC) and the ordered single-open-chain (SOC), the topology characteristics of six practical and useful parallel mechanisms were analyzed, and three main topological structure characteristics, including the POC set, degree of freedom (DOF) and coupling degree were uncovered. Analysis for topological structure characteristics was an effective method to reveal the structure composition and the topological structure characteristics of mechanisms. The best structural decomposition route can be achieved with the concept of "coupling degree", the complexity caused for forward kinematic analysis of the mechanisms can be reduced and the forward position solutions of mechanisms can be analyzed efficiently. These characteristics reflected the basic performance of the topological structure, kinematics and dynamics of these mechanisms, which provided theoretical foundation for the optimization of topological structure, kinematics and dynamics as well as application. Topological structural analysis of practical parallel mechanisms can provide comparable schemes for innovative mechanism designs. This work also revealed some general rules which can be beneficial to the design and application for any other parallel mechanisms.

Key words: parallel mechanism; position and orientation characteristics method; single-open-chain; topological structure analysis; topological characteristics

引言

并联机构拓扑结构设计的主要方法有: 基于螺旋理论的方法^[1]、基于位移子群的方法^[2]、基于方位特征的方法^[3-4]、Gf 方法^[5], 根据这些理论或方法, 目前, 国内外学者已综合了大量的并联机构; 其中, 基于方位特征集(POC)和单开链(SOC)的拓扑结构设计理论与方法, 是一种描述机构运动副轴线的线矢簇的几何方法, 与定坐标系无关, 也与运动位置无关; 它以较为直观清晰的机构拓扑结构符号表示, 以及简单的 POC 集“并”与“交”运算, 得到具有非瞬时自由度的无过约束机构和一般过约束机构, 物理意义明确, 易于操作, 便于理解和应用。

对于已推广运用的 8 种并联机构 Delta、Diamond、Tricept、TriVariant、Exechon、Z3、H4、Steward 以及 26 种具有潜在应用价值的并联机构, 文献[6]已对此进行了详细的拓扑结构分析, 得到了一些有价值的结论和启示。

本文进一步对文献[7-24]中报道的 2~5 自由度的 Omni-Wrist III、PS + PRS + PSS、3 - RRR 球面、2 - SPS + 1 - RPR, 以及实现 Schoenflies 运动的 3 种 3T1R 机构(H4、4 - R // R // R ⊥ R // R、X4 改进型)等 7 个典型实用并联机构进行拓扑结构分析, 揭示其结构学、运动学及动力学性能的基本结构特征, 并为其拓扑结构优化、运动学与动力学研究, 以及设计和应用奠定基础。

1 并联机构的拓扑特征

拓扑结构特性分析的目的, 是为优选并联机构类型及其性能评价提供依据, 它包括: 机构方位特征集(POC 集)、方位特征集(POC 集)的维数、独立位移方程数、过约束数、DOF、BKC 集类型及其数目、BKC 耦合度、运动解耦性、消极运动副、驱动副选择、冗余度、DOF 类型等 12 个指标。

在这些指标中^[6, 25-26], POC 集、POC 集维数、DOF 反映了机构的基本功能; 独立位移方程数、冗余度、BKC 耦合度、运动解耦性、驱动副选择反映了机构运动学与动力学性能; DOF、DOF 类型、BKC 耦合度、冗余度、POC 集维数、运动解耦性反映了机构的控制性能。

这些指标是并联机构拓扑结构固有的不变量, 反映了一个并联机构的结构、运动、动力学基本特性, 可作为其运动学、动力学性能评价指标以及优选结构类型的评价准则。

2 实用典型并联机构的拓扑结构分析

对 Omni-Wrist III、PS + PRS + PSS、3 - RRR 球

面、2 - SPS + 1 - RPR, 以及实现 Schoenflies 运动的 3 种 3T1R 机构(H4、4 - R // R // R ⊥ R // R、SCARA)等 7 种 2~5 自由度实用典型并联机构进行拓扑结构分析, 限于篇幅, 本文仅包括: 机构描述、自由度计算、耦合度计算、拓扑结构特征列表 4 方面。

2.1 2 自由度 0T2R 机构

2.1.1 机构描述

Omni-Wrist III 机构^[7]由 ROSHEIM 于 1999 年提出^[8-9], 2000 年开始, Ross Hime Design 公司将其用于机器人关节以及导弹防御系统的跟踪指向机构。于靖军等^[10]对此机构进行简化并将其用于喷泉灯光转向装置, 如图 1 所示。该机构由动、静平台及 4 条结构相同的 RRRR 支路组成, 每条支路的前后 2 个 R 副分别交于静、动平台中心, 静平台上的任意 2 个 R 副为驱动副。

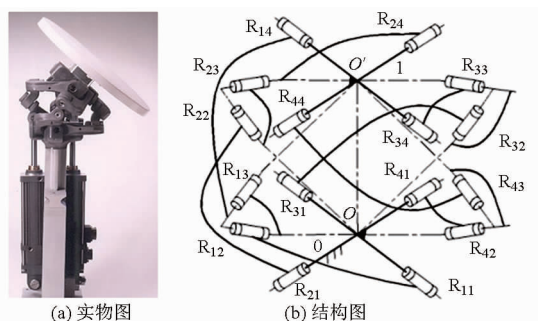


图 1 Omni-Wrist III 机构

Fig. 1 Omni-Wrist III mechanism

2.1.2 自由度计算

(1) 机构的拓扑结构

该机构的 4 条支路具有相同的拓扑结构, 为 $SOC\{-R_{i1} \perp R_{i2} - R_{i3} \perp R_{i4} -\}$, $i=1, 2, 3, 4$; 而静平台上 R_{11} 和 R_{31} 的轴线共线, R_{21} 和 R_{41} 的轴线共线, 动平台上 R_{14} 和 R_{34} 的轴线共线, R_{24} 与 R_{44} 的轴线共线。

(2) 选定动平台上 R 副轴线的交点 O' 为基点。

(3) 确定动平台上 R 副轴线的 POC 集

$$M_{bi} = \begin{bmatrix} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3, 4)$$

因支路自由度等于 4, 所以 M_{bi} 中只能有 4 个为独立元素, 另一个为非独立元素。

(4) 确定第 1 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_1}

① 由第 1、2 支链构成第 1 回路

$$\begin{aligned} \xi_{L_1} &= \dim(M_{b_1} \cup M_{b_2}) = \\ &= \dim\left(\begin{bmatrix} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = \\ &= \dim\left(\begin{bmatrix} t^2 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = 5 \end{aligned}$$

②第1、2支链构成的子PKM的DOF和POC

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = 8 - 5 = 3$$

$$M_{pa(1-2)} = \left[\begin{array}{c} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{array} \right] \cap \left[\begin{array}{c} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} t^2 \\ r^3 \end{array} \right]$$

(5)确定第2个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_2}

①由第3支链再构成第2回路

$$\xi_{L_2} = \dim(M_{pa(1-2)} \cup M_{b_3}) =$$

$$\dim\left(\left[\begin{array}{c} t^2 \\ r^3 \end{array} \right] \cup \left[\begin{array}{c} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{array} \right]\right) = \dim\left(\left[\begin{array}{c} t^2 \\ r^3 \end{array} \right]\right) = 5$$

②第1、2、3支链构成的子PKM的DOF和POC

$$F_{(1-3)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 12 - (5 + 5) = 2$$

$$M_{pa(1-3)} = M_{pa(1-2)} \cap M_{b_i} =$$

$$\left[\begin{array}{c} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{array} \right] \cap \left[\begin{array}{c} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} t^2 \\ r^3 \end{array} \right]$$

(6)确定第3个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_3}

由第4支链再构成第3回路

$$\xi_{L_3} = \dim(M_{pa(1-3)} \cup M_{b_4}) =$$

$$\dim\left(\left[\begin{array}{c} t^2 \\ r^3 \end{array} \right] \cup \left[\begin{array}{c} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{array} \right]\right) = \dim\left(\left[\begin{array}{c} t^1 \\ r^3 \end{array} \right]\right) = 4$$

(7)确定机构自由度 F

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^3 \xi_{L_j} = 16 - (5 + 5 + 4) = 2$$

(8)确定动平台POC集

$$M_{pa} = M_{pa(1-3)} \cap M_{b_4} = \left[\begin{array}{c} t^2 \\ r^3 \end{array} \right] \cap \left[\begin{array}{c} t^2(\perp OO') \\ r^3 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} t^1 \\ r^3 \end{array} \right]$$

因机构自由度为2,因此,动平台POC集中只有2个独立元素,其余为非独立元素。

2.1.3 耦合度 κ 计算

(1)确定SOC₁及其约束度 Δ_1

$$SOC_1 \{ -R_{11} \perp R_{12} - R_{13} \perp R_{14} - R_{23} \perp R_{24} - R_{21} \perp R_{22} - \}$$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 8 - 2 - 5 = 1$$

(2)确定SOC₂及其约束度 Δ_2

$$SOC_2 \{ -R_{31} \perp R_{32} - R_{33} \perp R_{34} - \}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 4 - 0 - 5 = -1$$

(3)确定SOC₃及其约束度 Δ_3

$$SOC_3 \{ -R_{41} \perp R_{42} - R_{43} \perp R_{44} - \}$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_{L_3} = 4 - 0 - 4 = 0$$

(4)确定机构所含的基本运动链(BKC)及机构耦合度 κ

由BKC的判定方法,该机构含有两个BKC,耦

合度分别为 $\kappa_1 = 1, \kappa_2 = 0$,则机构的耦合度为 $\kappa = 1$ 。

(5)确定机构的过约束数 N_{ov}

$$N_{ov} = 6\nu - \xi = 6\nu + F - \sum_{i=1}^m f_i = 18 + 2 - 16 = 4$$

2.1.4 Omni-Wrist III机构的拓扑结构特征

该机构的拓扑结构特征如表1所示。

表1 Omni-Wrist III机构的拓扑结构特征

Tab.1 Topological structure characteristics of Omni-Wrist III mechanism

m/n	POC集	ν	F	N_{BKC}	κ	N_{ov}	I-O	制造
16/14	$\left[\begin{array}{c} t^0 \\ r^2 \end{array} \right]$	3	2	2	1	4	无	复杂

表1中, m 为机构的运动副数, n 为机构构件数, ν 为独立回路数, F 为机构自由度, N_{BKC} 表示机构BKC数目, κ 为机构耦合度, N_{ov} 表示机构过约束度,I-O表示输入-输出解耦性。

2.2 3自由度1T2R机构

2.2.1 机构描述

杨廷力^[4]提出了耦合度为0,且具有运动解耦性的PS+PRS+PSS机构,该机构由动、静平台和3条结构不同的支链组成,即:第1、2、3条支链分别为PS、PRS、PSS支链,如图2所示。

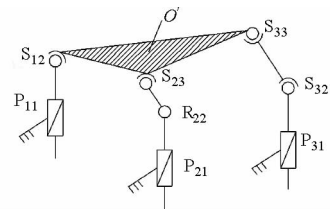


图2 PS+PRS+PSS机构

Fig.2 PS+PRS+PSS mechanism

2.2.2 自由度计算

(1)机构的拓扑结构

该机构的3条支路具有相同的拓扑结构,它们分别为SOC₁{-R₁₁-S₁₂-}、SOC₂{-P₂₁-R₂₂-S₂₃-}、SOC₃{-P₃₁-R₃₂-S₃₃-},如图2所示。

(2)选定动平台上R副轴线的交点 O' 为基点。

(3)确定支路末端的POC集

$$M_{b_1} = \left[\begin{array}{c} t^1 \cup t^2 \\ r^3 \end{array} \right] \quad M_{b_2} = \left[\begin{array}{c} t^2 \cup t^1 \\ r^3 \end{array} \right] \quad M_{b_3} = \left[\begin{array}{c} t^3 \\ r^3 \end{array} \right]$$

(4)确定第1个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_1}

①由第1、2支链构成第1回路

$$\xi_{L_1} = \dim(M_{b_1} \cup M_{b_2}) =$$

$$\dim\left(\left[\begin{array}{c} t^1 \cup t^2 \\ r^3 \end{array} \right] \cup \left[\begin{array}{c} t^2 \cup t^1 \\ r^3 \end{array} \right]\right) = \dim\left(\left[\begin{array}{c} t^3 \\ r^3 \end{array} \right]\right) = 6$$

②第1、2支链构成的子PKM的DOF和POC

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 9 - 6 = 3$$

$$M_{pa(1-2)} = M_{b_1} \cap M_{b_2} = \begin{bmatrix} t^1 \cup \{t^2\} \\ r^3 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^2 \cup \{t^1\} \\ r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^1 \\ r^3 \end{bmatrix}$$

(5) 确定第 2 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_2}
由第 3 支链再构成第 2 回路

$$\xi_{L_2} = \dim(M_{pa(1-2)} \cup M_{b_3}) = \dim\left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = \dim\left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = 6$$

(6) 确定机构自由度

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^3 \xi_{L_j} = 15 - (6 + 6) = 3$$

(7) 确定动平台 POC 集

$$M_{pa} = M_{pa(1-2)} \cap M_{b_3} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^1 \\ r^3 \end{bmatrix}$$

因机构自由度为 3, 因此, 动平台 POC 集中只有 3 个独立元素, 另外 1 个为伴随运动。

2.2.3 耦合度 κ 计算

(1) 确定 SOC₁ 及其约束度 Δ_1

有 3 种选择方案

① SOC₁ { -P₁₁ - S₁₂ - S₂₃ - R₂₂ ⊥ P₂₁ - }

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 8 - 2 - 6 = 0$$

② SOC₁ { -P₁₁ - S₁₂ - S₃₃ - R₃₂ - P₃₁ - }

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 9 - 2 - 6 = 1$$

③ SOC₁ { -P₂₁ ⊥ R₂₂ - S₂₃ - S₃₃ - S₃₂ - P₃₁ - }

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 10 - 2 - 6 = 2$$

根据选择约束度最小者的原则, 选择方案①。

(2) 确定 SOC₂ 及其约束度 Δ_2

SOC₂ { -R(o₁₂ - o₂₃) - S₃₃ - S₃₂ - P₃₁ - }

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 7 - 1 - 6 = 0$$

(3) 确定机构所含的 BKC 及机构耦合度 κ

由 BKC 的判定方法^[4], 该机构包含 2 个 BKC, 则机构的耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = \frac{1}{2}(0 + 0) = 0$$

(4) 确定机构的过约束数 N_{ov} .

$$N_{ov} = 6\nu - \xi = 6\nu + F - \sum_{i=1}^m f_i = 12 + 3 - 15 = 0$$

2.2.4 PS + PRS + PSS 机构的拓扑结构特征

该机构的拓扑结构特征如表 2 所示。

2.3 3 自由度 3-RRR 球面机构

2.3.1 机构描述

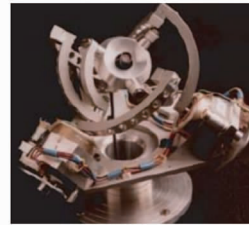
3-RRR 球面机构的动平台通过 3 条结构相同的 RRR 支路与静平台相连, 要求 9 个 R 副轴线交于

一点, 静平台上的 3 个 R 副为驱动副, 图 3b 所示。Laval 大学据此研发了一款空间转动并联装置——灵巧眼^[11], 用于摄像仪器的快速定位, 如图 3a 所示。

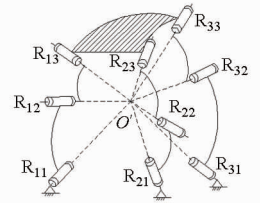
表 2 PS + PRS + PSS 机构的拓扑结构特征

Tab.2 Topological structure characteristics of PS + PRS + PSS mechanism

m/n	POC 集	ν	F	N_{BKC}	κ	N_{ov}	I-O	制造
8/7	$\begin{bmatrix} t^1 \\ r^2 \end{bmatrix}$	2	3	2	0	0	部分	较简单



(a) 实物图



(b) 机构简图

图 3 3-RRR 球面机构

Fig.3 3-RRR spherical mechanism

2.3.2 自由度计算

(1) 机构的拓扑结构

该机构的 3 条支路的拓扑结构同为 SOC { -R_{i1} R_{i2} R_{i3} - }, $i=1, 2, 3$; 静平台上转动副 R₁₁、R₂₁ 和 R₃₁ 的轴线交于点 O', 动平台上转动副 R₁₃、R₂₃ 和 R₃₃ 的轴线也交于点 O'。

(2) 选定 9 个 R 副轴线的交点 O' 为基点。

(3) 确定支路末端的 POC 集

$$M_{b_i} = \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3)$$

(4) 确定第 1 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_1}

① 由第 1、2 支链构成第 1 回路

$$\xi_{L_1} = \dim(M_{b_1} \cup M_{b_2}) = \dim\left(\begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = \dim\left(\begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = 3$$

② 第 1、2 支链构成的子 PKM 的 DOF 和 POC

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = 6 - 3 = 3$$

$$M_{pa(1-2)} = M_{b_1} \cap M_{b_2} = \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix}$$

(5) 确定第 2 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_2}
由第 3 支链再构成第 2 回路

$$\xi_{L_2} = \dim(M_{pa(1-2)} \cup M_{b_3}) = \dim\left(\begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = \dim\left(\begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = 3$$

(6) 确定机构自由度

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 9 - (3 + 3) = 3$$

(7) 确定动平台 POC 集

$$M_{pa} = M_{pa(1-2)} \cap M_{b_3} = \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix}$$

2.3.3 耦合度 κ 计算

(1) 确定 SOC₁ 及其约束度 Δ_1

$$SOC_1 \{ -R_{11}R_{12}R_{13}R_{23}R_{22}R_{21} - \}$$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 6 - 2 - 3 = +1$$

(2) 确定 SOC₂ 及其约束度 Δ_2

$$SOC_2 \{ -R_{31}R_{32}R_{33} - \}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 3 - 1 - 3 = -1$$

(3) 确定机构所含的 BKC 及机构耦合度 κ

由 BKC 的判定方法, 该机构只有一个 BKC, 则机构的耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\nu} |\Delta_j| = \frac{1}{2} (|+1| + |-1|) = 1$$

(4) 确定机构的过约束数 $N_{ov.}$

$$N_{ov.} = 6\nu - \xi = 6\nu + F - \sum_{i=1}^m f_i = 12 + 3 - 9 = 0$$

2.3.4 3-RRR 机构的拓扑结构特征

该机构的拓扑结构特征如表 3 所示。

表 3 3-RRR 球面机构的拓扑结构特征

Tab.3 Topological structure characteristics of 3-RRR spherical mechanism

m/n	POC 集	ν	F	N_{BKC}	κ	$N_{ov.}$	I-O	制造
9/8	$\begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix}$	2	3	1	1	6	无	较复杂

2.4 3 自由度 2T1R 机构

2.4.1 机构描述

基于 Tricept 机构演变为 Trivariant 机构的设计理念^[12], 首先, 设计出含有中间特征约束支链 RPR 3-SPS+RPR 并联机构, 如图 4a 所示; 然后, 将约束支链改为驱动支链, 并去掉一条 SPS 支链, 得到一种优化机型, 如图 4b 所示, 该机构仍实现 2T1R 运动输出, 但结构已得到简化。

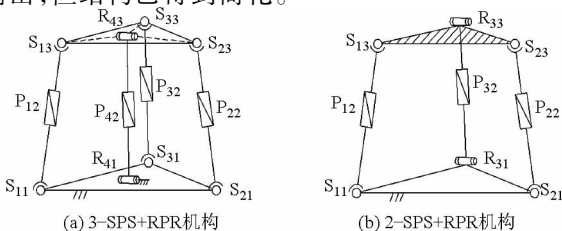


图 4 3 自由度 2T1R 并联机构

Fig.4 3-DOF 2T1R mechanism

2.4.2 自由度计算

(1) 机构的拓扑结构

该机构的 2 条支路具有相同的拓扑结构, 为 SOC $\{ -S_{i1} - P_{i2} - S_{i3} - \}$, $i=1, 2$; 第 3 条支路的拓扑结构为 SOC $\{ -R_{31} (\perp P_{32}) \parallel R_{33} - \}$ 。

(2) 选定动平台上的任一点 O' 为基点。

(3) 确定支路末端的 POC 集

$$M_{b_i} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3)$$

(4) 确定第 1 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_1}

① 由第 1, 2 支链构成第 1 回路

$$\xi_{L_1} = \dim(M_{b_1} \cup M_{b_2}) =$$

$$\dim\left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = \dim\left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = 6$$

② 第 1, 2 支链构成的子 PKM 的 DOF 和 POC

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = 12 - 6 = 6$$

$$M_{pa(1-2)} = M_{b_1} \cap M_{b_2} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}$$

(5) 确定第 2 个独立回路独立位移方程数 ξ_{L_2}

由第 3 支链再构成第 2 回路

$$\xi_{L_2} = \dim(M_{pa1} \cup M_{b_3}) =$$

$$\dim\left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2 (\perp R_{31}) \\ r^1 (\parallel R_{31}) \end{bmatrix}\right) = \dim\left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}\right) = 6$$

(6) 确定机构自由度

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 15 - (6 + 6) = 3$$

(7) 确定动平台 POC 集

$$M_{pa} = M_{pa(1-2)} \cap M_{b_3} =$$

$$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^2 (\perp R_{31}) \\ r^1 (\parallel R_{31}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2 (\perp R_{31}) \\ r^1 (\parallel R_{31}) \end{bmatrix}$$

2.4.3 耦合度计算

(1) 确定 SOC₁ 及其约束度 Δ_1

有 2 种选择方案

① SOC₁ $\{ -S_{11} - P_{12} - S_{13} - S_{23} - P_{22} - S_{21} - \}$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 10 - 2 - 6 = 2$$

② SOC₁ $\{ -S_{11} - P_{12} - S_{13} - R_{33} - P_{32} - R_{31} \}$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 9 - 2 - 6 = 1$$

根据选择约束度最小者的原则, 选择方案②。

(2) 确定 SOC₂ 的约束度 Δ_2

$$SOC_2 \{ -S_{31} - P_{32} - S_{33} - \}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 6 - 1 - 6 = -1$$

(3) 确定机构所含的 BKC 及机构耦合度 κ

由 BKC 的判定方法, 该机构只有一个 BKC, 则机构的耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\nu} |\Delta_j| = \frac{1}{2} (|+1| + |-1|) = 1$$

(4) 确定机构的过约束数 N_{ov} .

$$N_{ov} = 6\nu - \xi = 6\nu + F - \sum_{i=1}^m f_i = 12 + 3 - 15 = 0$$

2.4.4 2-SPS+RPR 机构的拓扑结构特征

该机构的拓扑结构特征如表 4 所示。

表 4 2-SPS+RPR 机构的拓扑结构特征

Tab. 4 Topological structure characteristics of 2-SPS+RPR mechanism

m/n	POC 集	ν	F	N_{BKC}	κ	N_{ov}	I-O	制造
9/8	$\begin{bmatrix} t^2 \\ r^1 \end{bmatrix}$	2	3	1	1	0	无	简单

2.5 4 自由度 3T1R 机构 (H4 并联机构)

2.5.1 机构描述

1999 年, PIERROT 等^[13-14] 发明了 4 自由度的能实现 Schoenflies 运动 (3T1R) 的 H4 操作手, 它可将双平台的相对运动转换放大为绕动平台法线的较大转动角^[15], 且具有速度快、精度高、应用范围广等优点。文献[6]对 H4 机构的耦合度计算为 $k=0$, 现发现该计算结果有误, 现予以更正计算如下。

首先, 其机构简图如图 5 所示。

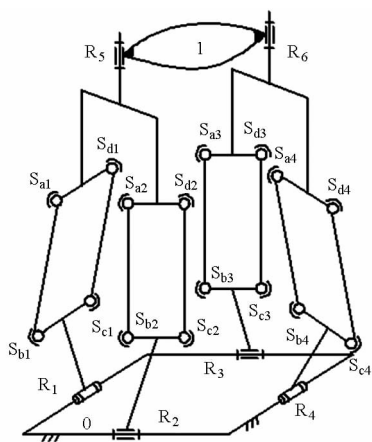


图 5 H4 机构
Fig. 5 H4 mechanism

2.5.2 自由度计算

(1) 机构的拓扑结构

该机构的每条复杂支链均为 HSOC $\{-R-\diamond(-S_a, S_b, S_c, S_d)-\}$; 其中 S_a, S_b, S_c, S_d 的球心形成平行四边形, 每两条垂直配置的复杂支链组成一个三平移子并联机构, 两个三平移子并联机构的输出端再与动平台 1 通过转动副 R_5, R_6 连接。

(2) 确定支路末端的 POC 集

$$M_{b_i} = \begin{bmatrix} t^1(\parallel \diamond(4s)) \cup t^1(\perp a_i d_i) \\ r^1(\parallel a_i d_i) \cup r^1(\parallel b_i d_i) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^1(\perp R_i) \\ r^1(\parallel R_i) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond((b_i d_i), (a_i d_i))) \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3, 4)$$

(3) 确定第 1 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_1}

① 由第 1, 2 支链构成第 1 回路

$$\xi_{L_1} = \dim(M_{b_1} \cup M_{b_2}) =$$

$$\dim \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel \diamond((a_1 d_1), (b_1 d_1))) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel \diamond((a_2 d_2), (b_2 d_2))) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = 6$$

② 第 1, 2 支链构成的子 PKM 的 DOF 和 POC

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = 10 - 6 = 4$$

$$M_{pa(1-2)} = M_{b_1} \cap M_{b_2} =$$

$$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond((a_1 d_1), (b_1 d_1))) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond((a_2 d_2), (b_2 d_2))) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\diamond((a_1 d_1), (b_1 d_1)) \parallel \cap \diamond((a_2 d_2), (b_2 d_2))) \end{bmatrix}$$

(4) 确定第 2 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_2}

① 由第 3 支链再构成第 2 回路

$$\xi_{L_2} = \dim(M_{pa(1-2)} \cup M_{b_3} \cup R_5) =$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\diamond((a_1 d_1), (b_1 d_1)) \parallel \cap \diamond((a_2 d_2), (b_2 d_2))) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond((b_3 d_3), (a_3 d_3))) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^1(\perp R_5) \\ r^1(\parallel R_5) \end{bmatrix} \right\} = \dim \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right\} = 6$$

② 第 1, 2, 3 支链构成的子 PKM 的 DOF 和 POC

$$F_{(1-3)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 16 - (6 + 6) = 4$$

$$M_{pa(1-3)} = M_{pa(1-2)} \cap M_{b_3} \cap R_5 =$$

$$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\diamond((a_1 d_1), (b_1 d_1)) \parallel \cap \diamond((a_2 d_2), (b_2 d_2))) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond((b_3 d_3), (a_3 d_3))) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^1(\perp R_5) \\ r^1(\parallel R_5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_5) \end{bmatrix}$$

(5) 确定第 3 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_3}

由第 4 支链再构成第 3 回路

$$\xi_{L_3} = \dim(M_{pa(1-3)} \cup M_{b_4} \cup R_6) =$$

$$\dim \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_5) \end{bmatrix} \cup \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} t^1(\parallel \diamond(4s)) \cup t^1(\perp a_4 d_4) \\ r^1(\parallel a_4 d_4) \cup r^1(\parallel b_4 d_4) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^1(\perp R_6) \\ r^1(\parallel R_6) \end{bmatrix} \right\} =$$

$$\dim \left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right) = 6$$

(6) 确定机构自由度

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^3 \xi_{L_j} = 22 - (6 + 6 + 6) = 4$$

(7) 确定动平台 POC 集

$$M_{pa} = M_{pa(1-3)} \cap M_{b_4} \cap R_6 = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_5) \end{bmatrix} \cap$$

$$\begin{bmatrix} t^1(\parallel \diamond(4s)) \cup t^1(\perp a_4 d_4) \\ r^1(\parallel a_4 d_4) \cup r^1(\parallel b_4 d_4) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^1(\perp R_6) \\ r^1(\parallel R_6) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_5) \end{bmatrix}$$

2.5.3 耦合度 κ 计算

(1) 确定 SOC₁ 及其约束度 Δ_1

$$SOC_1 \{ -R_1 - \diamond(4s) - \diamond(4s) - R_2 - \}$$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 10 - 2 - 6 = 2$$

(2) 确定 SOC₂ 的约束度 Δ_2

$$SOC_2 \{ -R_5 - \diamond(4s) - R_3 - \}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 6 - 1 - 6 = -1$$

(3) 确定 SOC₃ 及其约束度 Δ_3

$$SOC_3 \{ -R_6 - \diamond(4s) - R_4 - \}$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_{L_3} = 6 - 1 - 6 = -1$$

(4) 确定机构所含的 BKC 及机构耦合度 κ

由 BKC 的判定方法, 该机构只有一个 BKC, 则机构的耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\nu} |\Delta_j| = \frac{1}{2} (2 + |-1| + |-1|) = 2$$

(5) 确定机构的过约束数 N_{ov}

$$N_{ov} = 6\nu - \xi = 6\nu + F - \sum_{i=1}^m f_i = 18 + 4 - 22 = 0$$

2.5.4 H4 机构的拓扑结构特征

该机构的拓扑结构特征如表 5 所示。

表 5 H4 机构的拓扑结构特征

Tab. 5 Topological structure characteristics of H4

m/n	POC 集	ν	F	N_{BKC}	κ	N_{ov}	I-O	制造
22/16	$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}$	3	4	1	2	0	无	较复杂

2.6 4 自由度 3T1R 机构 (4-R//R//R \perp R//R 机构)

2.6.1 机构描述

4-R//R//R \perp R//R 机构^[16]如图 6 所示, 它由静平台 0、动平台 1 以及 4 条拓扑结构完全相同的支链组成; 从静平台 0 到动平台 1, 前 3 个转动副相互平行, 后 2 个转动副相互平行, 但第 3、4 个转动副轴线相互垂直; 4 条支链与动平台 1 通过转动副 R₁₅、R₂₅、R₃₅、R₄₅ 连接, 这 4 个转动副的轴线须平行于动平台 1 平面的法线; 4 条支链与静平台 0 通过驱动转动副 R₁₁、R₂₁、R₃₁、R₄₁ 连接, 其中, R₁₁//R₃₁; R₂₁//R₄₁; 但 R₁₁ \perp R₂₁; 当静平台 0 上的转动副 R₁₁、R₂₁、R₃₁、R₄₁ 为驱动时, 该机构动平台 1 产生 3 个平移和 1 个绕动平台 1 法线的转动。

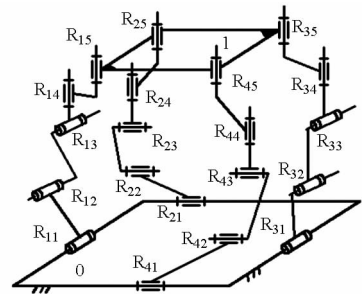


图 6 4-RRRRR 机构

Fig. 6 4-R//R//R \perp R//R 3T1R mechanism

2.6.2 自由度计算

(1) 机构的拓扑结构

该机构的 4 条支路具有相同的拓扑结构, 为 SOC { -R_{i1}//R_{i2}//R_{i3} \perp R_{i4}//R_{i5} - }, i=1,2,3,4。

(2) 确定支路末端的 POC 集

$$M_{b_i} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{i3}, R_{i4})) \end{bmatrix} \quad (i=1,2,3,4)$$

(3) 确定第 1 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_1}

① 由第 1、2 支链构成第 1 回路

$$\xi_{L_1} = \dim \{ M_{b_1} \cup M_{b_2} \} = \dim \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{13}, R_{14})) \end{bmatrix} \cup \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{23}, R_{24})) \end{bmatrix} \right\} = \dim \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right\} = 6$$

② 第 1、2 支链构成的子 PKM 的 DOF 和 POC

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = 10 - 6 = 4$$

$$M_{pa(1-2)} = \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{13}, R_{14})) \right] \cap$$

$$\left[r^2 (\parallel \diamond (R_{23}, R_{24})) \right] = \left[r^1 (\parallel R_{14}) \right]$$

(4) 确定第 2 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_2}

① 由第 3 支链再构成第 2 回路

$$\xi_{L_2} = \dim \{ M_{pa(1-2)} \cup M_{b_3} \} =$$

$$\dim \left\{ \left[r^1 (\parallel R_{14}) \right] \cup \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{33}, R_{34})) \right] \right\} =$$

$$\dim \left\{ \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{33}, R_{34})) \right] \right\} = 5$$

② 第 1、2、3 支链构成的子 PKM 的 DOF 和 POC

$$F_{(1-3)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 15 - 6 - 5 = 4$$

$$M_{pa(1-3)} = \left[r^1 (\parallel R_{14}) \right] \cap \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{33}, R_{34})) \right] =$$

$$\left[r^1 (\parallel R_{14}) \right]$$

(5) 确定第 3 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_3}

由第 4 支链再构成第 3 回路

$$\xi_{L_3} = \dim \{ M_{pa(1-3)} \cup M_{b_4} \} =$$

$$\dim \left\{ \left[r^1 (\parallel R_{14}) \right] \cup \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{33}, R_{34})) \right] \right\} =$$

$$\dim \left\{ \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{43}, R_{44})) \right] \right\} = 5$$

(6) 确定机构自由度

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^3 \xi_{L_j} = 20 - 6 - 5 - 5 = 4$$

(7) 确定动平台 POC 集

$$M_{pa} = M_{pa(1-3)} \cap M_{b_4} =$$

$$\left[r^1 (\parallel R_{14}) \right] \cap \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{43}, R_{44})) \right] = \left[r^1 (\parallel R_{14}) \right]$$

2.6.3 耦合度 κ 计算

(1) 确定 SOC₁ 及其约束度 Δ_1

$$SOC_1 \{ -R_{11} \parallel R_{12} \parallel R_{13} \perp R_{14} \parallel R_{15} -$$

$$R_{24} \parallel R_{25} \perp R_{21} \parallel R_{22} \parallel R_{23} - \}$$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 10 - 2 - 6 = 2$$

(2) 确定 SOC₂ 及其约束度 Δ_2

$$SOC_2 \{ -R_{31} \parallel R_{32} \parallel R_{33} \perp R_{34} \parallel R_{35} - \}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 5 - 1 - 5 = -1$$

(3) 确定 SOC₃ 及其约束度 Δ_3

$$SOC_3 \{ -R_{41} \parallel R_{42} \parallel R_{43} \perp R_{44} \parallel R_{45} - \}$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_{L_3} = 5 - 1 - 5 = -1$$

(4) 确定机构包含的 BKC 及其耦合度 κ

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = \frac{1}{2} (|+2| + |-1| + |-1|) = 2$$

该机构只包含一个 BKC。

(5) 确定机构过约束数 N_{ov}

$$N_{ov} = 6v + F - \sum_{i=1}^m f_i =$$

$$6 \times 3 + 4 - 20 = 2$$

2.6.4 4-RRRRR 机构的拓扑结构特征

该机构的拓扑结构特征如表 6 所示。

表 6 4-R//R//R⊥R//R 机构的拓扑结构特征

Tab.6 Topological structure characteristics of 4-R//R//R⊥R//R mechanism

m/n	POC 集	v	F	N_{BKC}	κ	N_{ov}	1-0	制造
20/18	$\left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1 \end{matrix} \right]$	3	4	1	2	2	无	复杂

2.7 4 自由度 3T1R 机构 (X4 的改进型机构)

2.7.1 机构描述

刘辛军等^[17-18]于 2012 年提出并研制了一种单动平台的可实现 3T1R 高速运动的 4 自由度 SCARA 型并联操作手 X4,如图 7a 所示。

对操作手 X4 的 4S 平行四边形结构作进一步改进,得到图 7b 中 X4 的改进机构^[20-21],该机构由静平台 0、动平台 1 以及四条拓扑结构完全相同的支链组成;每条复杂支链都含有一个平面 4R 机构以及另外 4 个转动副, $R_{i1} // R_{i2} // R_{i3}, R_{i4}$ 与它们垂直 ($i=1 \sim 4$),动平台 1 上的 $R_{14}, R_{24}, R_{34}, R_{44}$ 的轴线与动平台的法线相平行,静平台 0 上的 $R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{41}$ 为驱动副,其中, $R_{11} // R_{41}; R_{21} // R_{31}$; 当静平台 0 上的转动副 $R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{41}$ 驱动时,该机构动平台 1 产生 3 个平移和 1 个绕动平台 1 法线的转动。改进后的机构具有结构简单、制造方便、关节转动角度大等优点。

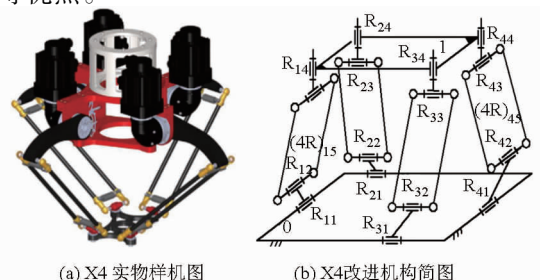


图 7 X4 改进型并联机构

Fig.7 Improved X4 parallel mechanism

2.7.2 自由度计算

(1) 机构的拓扑结构

该机构的4条支路具有相同的拓扑结构,为 SOC $\{-R_{i1} \parallel R_{i2}(-\diamond(4R)_{i5}-) \parallel R_{i3} \perp R_{i4}-\}$ ($i=1\sim 4$)。

(2) 确定支路末端的 POC 集

$$M_{b_i} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{i1}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^1(\perp R_{i4}) \\ r^1(\parallel R_{i4}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{i1}, R_{i4})) \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3, 4)$$

(3) 确定第1个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_1}

① 由第1、2支链构成第1回路

$$\xi_{L_1} = \dim\{M_{b_1} \cup M_{b_2}\} = \dim\left\{\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{11}, R_{14})) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{21}, R_{24})) \end{bmatrix}\right\} = \dim\left\{\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}\right\} = 6$$

② 第1、2支链构成的子 PKM 的 DOF 和 POC

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = 10 - 6 = 4$$

$$M_{pa(1-2)} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{11}, R_{14})) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{21}, R_{24})) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{14}) \end{bmatrix}$$

(4) 确定第2个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_2}

① 由第3支链再构成第2回路

$$\xi_{L_2} = \dim\{M_{pa(1-2)} \cup M_{b_3}\} = \dim\left\{\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{14}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{31}, R_{34})) \end{bmatrix}\right\} = \dim\left\{\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{14}) \end{bmatrix}\right\} = 4$$

② 第1、2、3支链构成的子 PKM 的 DOF 和 POC

$$F_{(1-3)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 15 - 6 - 5 = 4$$

$$M_{pa(1-3)} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{31}, R_{34})) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{14}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{14}) \end{bmatrix}$$

(5) 确定第3个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_3}

由第4支链再构成第3回路

$$\xi_{L_3} = \dim\{M_{pa(1-3)} \cup M_{b_4}\} = \dim\left\{\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{14}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{41}, R_{44})) \end{bmatrix}\right\} =$$

$$\dim\left\{\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{41}, R_{44})) \end{bmatrix}\right\} = 5$$

(6) 确定机构自由度

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^3 \xi_{L_j} = 20 - 6 - 5 - 5 = 4$$

(7) 确定动平台 POC 集

$$M_{pa} = M_{pa(1-3)} \cap M_{b_4} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{14}) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{41}, R_{44})) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{14}) \end{bmatrix}$$

2.7.3 耦合度 κ 计算

(1) 确定 SOC $_1$ 及其约束度 Δ_1

$$\text{SOC}_1\{-R_{11} \parallel R_{12}(-\diamond(4R)_{15}-) \parallel R_{13} \perp R_{14}-\parallel R_{24} \perp R_{23}(-\diamond(4R)_{25}-) \parallel R_{22} \parallel R_{21}-\}$$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 10 - 2 - 6 = 2$$

(2) 确定 SOC $_2$ 及其约束度 Δ_2

$$\text{SOC}_2\{-R_{31} \parallel R_{32}(-\diamond(4R)_{35}-) \parallel R_{33} \perp R_{34}-\}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 5 - 1 - 5 = -1$$

(3) 确定 SOC $_3$ 及其约束度 Δ_3

$$\text{SOC}_3\{-R_{41} \parallel R_{42}(-\diamond(4R)_{45}-) \parallel R_{43} \perp R_{44}-\}$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_{L_3} = 5 - 1 - 5 = -1$$

(4) 确定机构包含的 BKC 及其耦合度 κ

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = \frac{1}{2} (|+2| + |-1| + |-1|) = 2$$

该机构只包含一个 BKC。

(5) 确定机构过约束数 N_{ov}

$$N_{ov} = 6v + F - \sum_{i=1}^m f_i = 6 \times 3 + 4 - 20 = 2$$

2.7.4 X4 改进型机构的拓扑结构特征

该机构的拓扑结构特征如表7所示。

表7 X4 改进机构的拓扑结构特征

Tab.7 Topological structure characteristics of improved X4 mechanism

m/n	POC 集	ν	F	N_{BKC}	κ	N_{ov}	I-O	制造
32/18	$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}$	3	4	1	2	2	无	复杂

7种典型实用并联机构的拓扑结构的 DOF、POC、 κ 及其过约束数如表8所示。

3 结论

(1) 动平台的 POC 集描述了机构输出的转动和

表 8 7 个典型并联机构的重要拓扑特征量

Tab. 8 Topological characteristics of seven typical parallel mechanisms

DOF	典型并联机构	POC	耦合度	过约束数
2	Omni - Wrist III	0T2R	1	4
	PS + PRS + PSS	1T2R	0	0
3	3 - RRR	0T3R	1	6
	2 - SPS + 1 - RPR	2T1R	1	0
4	H4		2	0
	4 - R // R // R \perp R // R	3T1R	2	2
	X4 改进型		2	2

移动数目,具有明确的物理意义,它们与定坐标系无关,因此,在设计时,可根据实际需要,灵活布置动平台或静平台。

(2)少自由度并联机构,结构简单、控制方便,

能够满足许多少于 6 自由度应用场合的要求。

(3)对于耦合度为 1 的实用少自由度并联机构,可通过一维搜索方便得到运动学位置正解、动力学反解的全部实数解,求解简单。

(4)对于实现 Schoenflies 运动的单平台 3T1R 并联机构(H4、4 - R // R // R \perp R // R、X4 改进型等^[21-24]),其耦合度均为 2,因此,有待对其进行结构降耦^[27-28],在保持动平台输出运动(3T1R)不变的情况下,使其耦合度 κ 降至为 1,以便较容易地通过一维搜索法得到运动学位置正解。

(5)机构的自由度越多,支链数越多,独立回路数越多,耦合度一般也越大,BKC 运动学与动力学问题的复杂程度越高,故应选择自由度低的机构。

参 考 文 献

- 1 黄真,赵永生,赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
- 2 戴建生. 机构学与机器人学的几何基础与旋量代数[M]. 北京:高等教育出版社,2014.
- 3 杨廷力. 机器人机构拓扑结构学[M]. 北京:机械工业出版社,2004.
- 4 杨廷力,刘安心,罗玉峰,等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京:科学出版社,2012.
- 5 高峰,杨加伦,葛巧德. 并联机器人型综合的 GF 集理论[M]. 北京:科学出版社,2011.
- 6 沈惠平,尹洪波,李菊,等. 基于方位特征方法的范例并联机构的拓扑特征分析及其启示与应用[J]. 机械工程学报,2015, 51(13):101 - 115.
SHEN Huiping, YIN Hongbo, LI Ju, et al. Position and orientation characteristic based method and enlightenment for topology characteristic analysis of typical parallel mechanisms and its application[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 101 - 115. (in Chinese)
- 7 SOFKA J, SKORMIN V A, NIKULIN V V, et al. New generation of gimbals systems for laser positioning applications[C] // Proceedings of SPIE, 2004, 5160:182 - 191.
- 8 ROSHEIM M. Robotic manipulator; U. S. 5979264[P]. 1999 - 11 - 09.
- 9 ROSHEIM M. Robotic manipulator; U. S. 6557432 B2[P]. 2003 - 06 - 06.
- 10 于靖军,旷静,宗光华,等. 一种组合式电子激光音乐喷泉: CN201310247166. 9[P]. 2013 - 10 - 16.
YU Jingjun, KUANG Jing, ZONG Guanghua, et al. A combined electronic laser music fountain; China, 201310247166. 9[P]. 2013 - 10 - 16. (in Chinese)
- 11 GOSSELIN C M, HAMEL J F. The agile eye: a high performance three-degree-of-freedom camera-orienting device[C] // Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1994:781 - 787.
- 12 HUANG Tian, LI Meng, ZHAO Xueman, et al. Conceptual design and dimensional synthesis for a 3-DOF module of the TriVariant - A novel 5 - dof reconfigurable hybrid robot [J]. IEEE Transaction on Robotics, 2005, 21(3):449 - 456
- 13 PIERROT F, COMPANY O, H4: a new family of 4 - dof parallel robots[C] // Proceedings of the 1999 IEEE/ASME International conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 1999: 508 - 513.
- 14 PIERROT F, MARQUET F, COMPANY O, et al. H4 parallel robot: modeling, design and preliminary experiments[C] // Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2001: 3256 - 3261.
- 15 刘松涛. 一类 2、3、4 自由度高速并联机械手设计理论与方法研究[D]. 天津:天津大学,2012.
LIU Songtao. Optimal design of 2, 3, 4-DOF high-speed parallel manipulators: theory and application[D]. Tianjin: Tianjin University, 2012. (in Chinese)
- 16 沈惠平,杨廷力,孟庆梅,等. 一种三平移一转动并联机器人操作手: 中国, 201510564195. 7[P]. 2015 - 09 - 08.
SHEN Huiping, YANG Tingli, MENG Qingmei, et al. A robot manipulator with three translations and one rotation; China, 201510564195. 7[P]. 2015 - 09 - 08. (in Chinese)
- 17 刘辛军,谢福贵,王立平,等. 一种可实现 SCARA 运动的四自由度单动平台并联机构: 中国, CN201210435375. 1[P]. 2013 - 02 - 13.
LIU Xinjun, XIE Fugui, WANG Liping, et al. A four freedom of degree parallel mechanism with single moving platform which can achieve SCARA move; China, CN201210435375. 1[P]. 2013 - 02 - 13. (in Chinese)
- 18 刘辛军,谢福贵,汪劲松,等. 当前中国机构学面临的机遇[J]. 机械工程学报,2015, 51(13):2 - 12.

- LIU Xinjun, XIE Fugui, WANG Jinsong, et al. Current opportunities in the field of mechanisms in China [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(13): 2-12. (in Chinese)
- 19 沈惠平, 杨廷力, 邓嘉鸣, 等. 一种三平移—转动并联机器人机构: 中国, 201510566039.4 [P]. 2015-09-08.
SHEN Huiping, YANG Tingli, DENG Jiaming, et al. A parallel robot mechanism with three translations and one rotation: China, 201510566039.4 [P]. 2015-09-08. (in Chinese)
- 20 沈惠平, 杨廷力, 朱伟, 等. 一种三平移—转动并联机器人平台: 中国, 201510566840.9 [P]. 2015-09-08.
SHEN Huiping, YANG Tingli, ZHU Wei, et al. A parallel robot platform with three translations and one rotation: China, 201510566840.9 [P]. 2015-09-08. (in Chinese)
- 21 沈惠平, 杨廷力, 朱小蓉, 等. 一种三平移—转动并联机器人: 中国, 201510564382.5 [P]. 2015-09-08.
SHEN Huiping, YANG Tingli, ZHU Xiaorong, et al. A parallel robot with three translations and one rotation: China, 201510564382.5 [P]. 2015-09-08. (in Chinese)
- 22 沈惠平, 杨廷力, 李菊, 等. 一种三平移—转动并联机器人装置: 中国, 201510567133.1 [P]. 2015-09-08.
SHEN Huiping, YANG Tingli, LI Ju, et al. A parallel robot device with three translations and one rotation: China, 201510567133.1 [P]. 2015-09-08. (in Chinese)
- 23 沈惠平, 杨廷力, 邵国伟, 等. 一种三平移—转动并联机构机械手: 中国, 201510640394.X [P]. 2015-10-09.
SHEN Huiping, YANG Tingli, SHAO Guowei, et al. A parallel robot manipulator with three translations and one rotation: China, 201510640394.X [P]. 2015-10-09. (in Chinese)
- 24 沈惠平, 杨廷力, 李云峰, 等. 一种三平移—转动并联机器人抓放器: 中国, 201510648948.2 [P]. 2015-10-09.
SHEN Huiping, YANG Tingli, LI Yunfeng, et al. A parallel robot pickuper with three translations and one rotation: China, 201510648948.2 [P]. 2015-10-09. (in Chinese)
- 25 沈惠平, 孙驰宇, 朱小蓉, 等. 以基本运动链为单元的并联机构拓扑结构设计 [J]. *农业机械学报*, 2015, 46(12): 337-345, 384.
SHEN Huiping, SUN Chiyu, ZHU Xiaorong, et al. Topology structure design of parallel mechanisms based on basic kinematic chains [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2015, 46(12): 337-345, 384. (in Chinese)
- 26 沈惠平, 邵国伟, 朱小蓉, 等. 基于 POC 法的多环耦合并联机构的拓扑特征分析 [J]. *农业机械学报*, 2016, 47(4): 1-6.
SHEN Huiping, SHAO Guowei, ZHU Xiaorong, et al. POC method based topology characteristic analysis for multi-loop coupled mechanisms [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2016, 47(4): 1-6. (in Chinese)
- 27 SHEN Huiping, YANG Liangjie, ZHU Xiaorong, et al. A method for structure coupling-reducing of parallel mechanisms [C] // *The 2015 International Conference on Intelligent Robotics and Applications, ICIRA2015, Part III, LNAI 9246*, 2015: 199-210.
- 28 SHEN Huiping, YANG Liangjie, MENG Qingmei, et al. Topological structure coupling-reducing of parallel mechanisms [C] // *2015 IFToMM World Congress*, 2015.

~~~~~

(上接第 363 页)

- 13 TIAN X, GAO F, QI C, et al. External disturbance identification of a quadruped robot with parallel-serial leg structure [J]. *International Journal of Mechanics & Materials in Design*, 2016, 12(1): 109-120.
- 14 WEI L X, YANG L, WANG H R. Indirect fuzzy adaptive control for trajectory tracking of uncertain robot [J]. *Electric Machines & Control*, 2006, 10(4): 393-397.
- 15 GRIZZLE J W, ABBA G, PLESTAN F. Asymptotically stable walking for biped robots: analysis via systems with impulse effects [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(1): 51-64.
- 16 WESTERVELT E R, GRIZZLE J W, CHEVALLEREAU C, et al. *Feedback control of dynamic bipedal robot locomotion* [M]. Boca Raton: CRC Press, 2007.
- 17 GAN C B, GUO S Q, LEI H, et al. Random uncertainty modeling and vibration analysis of a straight pipe conveying fluid [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 77(3): 503-519.
- 18 LI W, CHEN X. Compensation of hysteresis in piezoelectric actuators without dynamics modeling [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2013, 199(1): 89-97.
- 19 ZHANG D, CHEN Y, AI W, et al. Precision motion control of permanent magnet linear motors [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2007, 35(3-4): 301-308.
- 20 FERREIRA J P, CRISOSTOMO M, COIMBRA A P. SVR controller for a biped robot in the sagittal plane with human-based ZMP trajectory reference and gait [J]. *International Journal of Humanoid Robotics*, 2012, 9(3): 77-98.
- 21 WANG Z, YAN G, TANG C, et al. Coupling mechanical design and control design for energy-efficient and stable walking of a compass-like biped [J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2016, 38(3): 253-265.