

含方位特征支链并联机构构型综合与结构优化

朱伟 沈惠平 刘晓飞 戴志明 朱小蓉

(常州大学机械工程学院, 常州 213164)

摘要: 含方位特征支链的并联机构是一类特殊结构的刚度好、承载大的少自由度并联机构。首先,提出了含方位特征支链并联机构的构型组成原理,简化了该类机构的方位特征方程、自由度、耦合度等拓扑特征的计算公式,以及拓扑结构综合步骤;其次,根据方位特征方程,综合了2~5自由度方位特征支链以及无约束主动支链的拓扑结构型式,以4自由度并联机构为例,给出了该类机构结构综合的原则和方法。再次,根据方位特征支链中的驱动副数目(0、1、2)对机构进行分类,并给出具体结构设计案例。最后,针对部分机构存在的力学性能不好的问题,提出了支链结构优化和对称性结构优化2种拓扑结构优化方法及其相应案例。本文工作为含方位特征支链并联机构的拓扑结构综合提供了较系统的理论基础和设计方法。

关键词: 并联机构; 方位特征支链; 拓扑结构

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2016)08-0378-10

Type Synthesis and Structure Optimization of Parallel Mechanism with Position and Orientation Characteristics Limb

Zhu Wei Shen Huiping Liu Xiaofei Dai Zhiming Zhu Xiaorong

(School of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: The parallel mechanism with position and orientation characteristics limb (POL) is a kind of special low mobility mechanism which consists of 2~5 identical active unconstrained limbs and a passive POL. The motion characteristics of the mechanism are determined by POL, thus it was referred to as motion constraint generator by some literatures. This parallel mechanism with POL has many excellent characteristics, such as high rigidity, high control accuracy and bearing capacity, and the synthesis process is simpler than the other mechanism. Firstly, principle of composition of parallel mechanism with POL was proposed, and some formula of topological structure characteristics were simplified, including its position and orientation characteristics equation (POC), degree of freedom (DOF) and coupling degree, meanwhile, synthesis process of topological structure was listed. Secondly, topological structures of POL with 2~5 DOF and unconstrained active limbs were synthesized according to POC theory. Type synthesis of 4-DOF parallel mechanism was used as an example to illuminate the principles and methods of designing this kind of mechanism. In this section, the concept of generalized POL is mentioned, which contained not only traditional precisely constrained passive chains, but also some active branched chains. Thirdly, the mechanism was classified on the basis of the number of driving pairs in POL, and several cases were designed of each type. Lastly, two ways of structure optimization for chain structure and mechanism symmetric were presented to improve mechanical properties of partial examples. The research provided a more systemic theory and design methodology for topological structure synthesis of the parallel mechanism with POL than previous literatures.

Key words: parallel mechanism; position and orientation characteristics limb; topological structure

引言

一般而言,并联机构(PM)的每条支链对运动平台运动均会产生相应的驱动和约束。但有一类特殊的非完全对称 PM,其运动输出特征是由其中某一条支链决定的,即方位特征支链(Position and orientation characteristics limb,POL),其他支链均为只提供驱动的无约束主动支链(自由度为 3 或 6)。所谓方位特征支链是指,其末端输出运动类型恰为机构动平台的方位输出类型^[1],相比恰约束支链、满约束支链、被动支链、中间约束支链等概念^[2-4],其物理意义更加明确,并可分为主动特征支链(提供驱动和约束)和从动特征支链(仅提供约束)。由于这类机构动平台的运动特征与其他无约束主动支链无关,因此具有拓扑结构设计简单、刚度好、承载大,同时有助于消除动平台的冗余自运动。

1988 年,NEUMARM^[5]提出了一种 Tricept 混联机械手模块,该机械手采用了一条 PU 被动支链(POL),为一种 3 自由度(DOF)、四支链的 3UPS/UP 机构;SICILIANO^[6]和 JOSHI 等^[7]深入分析了 Tricept 机构的运动学性能。近年来,由于该机构在工程中得到成功应用,此类机构开始引起人们的关注^[8-17]。

本文根据基于方位特征(POC)的并联机构拓扑设计理论和方法,阐述一类含 POL 的特殊并联机构的构型组成原理,分析机构的拓扑结构特征,并综合可能的 POL 支链及无约束主动支链的拓扑结构类型;根据 POL 中所含驱动副数目不同,给出部分机构的设计案例,通过分析 POC 集、自由度、耦合度等拓扑结构特征,总结这类机构的设计规则以及存在的结构缺陷;提出“广义特征支链”的概念,对机构案例进行结构优化。

1 构型组成原理及其综合方法

由 j 条无约束主动支链构成的具有冗余 DOF 的 PM,在动、静平台之间的适当位置(通常安装于平台中心)增加 1 条 DOF 为 f_p 、驱动副数目为 I_p 的中间支链(即方位特征支链),则可构成新型 PM,新机构的运动输出特征与方位特征支链末端构件的运动输出相同,构型组成原理如图 1 所示。所构成的新机构所有运动约束均由方位特征支链决定,其他主动支链仅提供驱动约束,以确保动平台具有确定的运动。因此,这类新机构具有如下基本特征:

(1) 机构可以看成是由 1 ~ j 个无约束主动支链构成的冗余子 PM 和第 $j+1$ 条 POL(记为“ p ”支链)组成的第 v 个独立回路,机构所含独立回路数

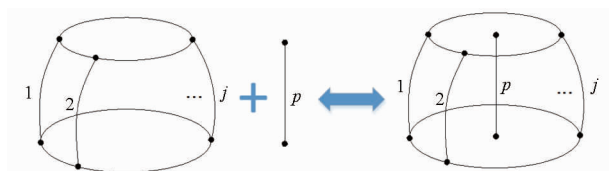


图 1 构型组成原理

Fig. 1 Composition principle diagram

$v = j$ 。

(2) 机构动平台与 POL 支链具有相同的运动输出类型,自由度相同($F = f_p$)。

(3) 若 POL 中含 I_p 个驱动副,则机构所含的无约束主动腿数目 $j = F - I_p$;若 $I_p = 0$,POL 为被动支链,则无约束主动腿数目和机构 DOF 数相等,即 $j = F$ 。

根据上述构型组成原理和基于 POC 的 PM 拓扑结构设计理论和方法(简称 POC 法),该类机构的设计步骤如下:

(1) 确定机构动平台的 POC 集(M_{pa})及自由度(F)。

(2) 确定 POL 支链的 POC 集($M_p = M_{pa}$)及 DOF($f_p = F$)。

(3) 确定无约束主动支链的驱动副数($I_j = 1$)及 POL 支链的驱动副数(通常 I_p 为 0, 1 或 2)。

(4) 确定无约束主动支链数目($j = f_p - I_p$)。

(5) 根据串联机构的 POC 方法,确定所有支链的运动副类型及装配结构。

(6) 根据并联机构的 POC 方法,采用 j 条无约束主动支链和 POL 支链进行组合,即可得到支链数为 $k(k = j + 1)$ 的所需 PM。

(7) 检验机构的 DOF,分析其拓扑结构特征,根据具体任务要求对机构类型进行优选,并得到期望的 PM。

与一般 PM 的拓扑结构设计过程相比,采用 POL 支链设计 PM,省去了各类支链综合、设计及分配的繁冗过程,只需要将对应的 POL 支链和 j 条无约束主动支链进行组合,设计程序简单可靠。

2 拓扑结构特征

2.1 方位特征方程

PM 的支链可看成是由若干运动副和构件构成的串联机构,根据 POC 法,串联支链的 POC 方程^[18]可表示为

$$M_S^j = \bigcup_{i=1}^{m_j} M_{J_i} \quad (1)$$

式中 M_S^j ——第 j 条支链的末端构件相对于机架的 POC 集

M_{J_i} ——第 j 条支链中第 i 个运动副的 POC 集

m_j ——第 j 条支链中运动副的数目

将 PM 看成是 $1 \sim j$ 条无约束主动支链和 1 条 POL 支链并联而成,则动平台 POC 集可表达为

$$M_{Pa} = (\bigcap_{j=1}^{v-1} M_{b_j}) \cap M_p \tag{2}$$

式中 M_{Pa} ——动平台的 POC 集

M_{b_j} ——第 j 条主动支路末端构件的 POC 集

M_p ——POL 支链的 POC 集

假设 j 条无约束主动支链相同,不考虑非独立运动的影响,则有 $\bigcap_{j=1}^{v-1} M_{b_j} = M_{b_j}$,而 $M_{b_j} \supseteq M_p$,式(2)可简化为

$$M_{Pa} = M_{b_j} \cap M_p = M_p \tag{3}$$

2.2 自由度计算

具有 v 个独立回路的 PM 的 DOF 可表达为^[19]

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} \tag{4}$$

其中 $\xi_{L_j} = \dim \{ (\bigcap_{i=1}^j M_{b_i}) \cup M_p \}$
 $v = m - n + 1$

式中 F ——PM 的 DOF

f_i ——第 i 个运动副的 DOF

v ——独立回路数

m ——运动副数 n ——构件数

ξ_{L_j} ——第 j 个独立回路的独立位移方程数

对于含 POL 支链的 PM,若不考虑冗余运动,则无约束主动支链与 POL 构成回路的独立位移方程数均为 λ (机构阶数,平面机构: $\lambda = 3$,空间机构: $\lambda = 6$),因此,自由度公式可简化为 KUTZBACH 提出的 DOF 公式形式^[20],即

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = \sum_{i=1}^m f_i - \lambda v \tag{5}$$

2.3 BKC 耦合度

一个运动链(KC)可分解为一组有序的单开链(SOC),并可进一步划分为若干个 DOF 等于 0 的基本运动链(BKC),BKC 可分解为一组有序的 SOC,且有多种分解方案,BKC 的耦合度^[21-22]可表示为

$$\kappa = \frac{1}{2} \min \left\{ \sum_{j=1}^v |\Delta_j| \right\} \tag{6}$$

其中 $\Delta_j = \sum_{i=1}^{m_j} f_i - I_j - \xi_{L_j}$

式中 Δ_j ——第 j 个 SOC 的约束度

I_j ——第 j 个 SOC 中的驱动副数

由于 BKC 有多种分解方案,根据式(6),应取约束度较小值,主要取决于第 1 条回路的选择。对于含 POL 支链的 PM,如果所有无约束主动支链结构相同,则机构中只包含 2 种支链,因此,所包含的分解方案中第 1 条回路的选择只有两种情况,第 1 条

回路取约束度较小者即可。

综合以上分析,结合一般 PM 的 POC 基本理论,可得含 POL 的 PM 拓扑结构特征如表 1 所示。

表 1 拓扑结构特征

Tab. 1 Topological structure characteristics	
拓扑结构特征	一般公式及数值
POC 集	$M_S^j = \bigcup_{i=1}^{m_j} M_{J_i}, M_{Pa} = M_p$
POC 集的维数	$\dim \{ M \}$, 值等于自由度
DOF	$F = \sum_{i=1}^m f_i - \lambda v = f_p$
支链数目	$F - I_p + 1$
冗余度	$D_{re} = 0$
独立位移方程数	$\xi = 6v$
过约束数	$N_{ov} = 0$
独立回路数	$v = j = F - I_p$
BKC 耦合度	$\kappa = \frac{1}{2} \min \left\{ \sum_{j=1}^v \Delta_j \right\}$

3 拓扑结构综合

3.1 POL 支链结构综合

根据以上构型组成原理,机构的运动特征主要取决于 POL 支链的 POC 集。根据串联机构的 POC 法式(1),可综合 2 ~ 5DOF(无冗余)POL 支链的拓扑结构构型,如表 2 所示。考虑到机构的混合支链模式,表中构型包括简单支链(SOC)和复杂支链(HSOC)2 种形式,并按文献[21]中归纳的基本闭合回路型式构造 HSOC(还存在其他对称回路型式,如:2R-2U、2R-2S、2U-2S 等)。

表 2 中包含 P(移动副)、R(转动副)、S(球副)、U(虎克铰)、C(圆柱副)等 5 个基本运动副类型。HSOC 中,上标表示闭合回路类型,如:(PP)^(3R-2P)表示闭合回路(3R-2P)等效为 2 个移动副-P-P-,且规定表中每个 HSOC 中最多只包含 1 个闭合回路。另外,每一种结构型式可有不同顺序的运动副排列组合,例如:PPCR 可有其他 PPRC、PCRP、PRPC、PCPR 等 4 种排列型式,为了节省篇幅,表中并未列出。

3.2 无约束主动支链结构综合

由于无约束主动支链对动平台只提供驱动而不产生约束,若支链无冗余自由度,则所有无约束支链的 POC 集维数相同,即 $\dim \{ M_{b_j} \} = \lambda$ (3 或 6)。事实上,应用中总是存在 DOF 大于 λ 的支链,例如:常用的 SPS 和 RSS 支链(DOF 等于 7),由于这类支链存在局部自由度,在计算方位特征时应去掉,因此,并不影响机构的拓扑结构特征。表 3 中列出了运动副数目为 3 ~ 6 的空间无约束主动支链的拓扑结构

表 2 方位特征支链结构综合
Tab.2 Structure synthesis of POL

DOF	POC	SOC	HSOC
2	2T	PP	$PP^{(4R)}, (PP)^{(3R-2P)}$
	1T1R	C, PR, R ∥ R	$P^{(4R)}R, (P \parallel R)^{(4U)}$
	2R	U, RR	—
3	3T	PPP	$P^{(4R)}PP, (PP)^{(3R-2P)}P$
	1T2R	PRR, PU, RC, R ∥ RR, R ∥ U	$P^{(4R)}RR, P^{(4R)}U, (P \parallel R)^{(4U)}R$
	2T1R	PPR, PC, P(R ∥ R), R ∥ R ∥ R	$P^{(4R)}PR, P^{(4R)}C, P^{(4R)}(R \parallel R), (PP)^{(3R-2P)}R, (PPR)^{(6R)}$
	3R	S,UR, RRR	—
4	3T1R	PPPR, PPC, PP(R ∥ R), P(R ∥ R ∥ R), R ∥ R ∥ C, R(⊥P) ∥ C	$P^{(4R)}PPR, P^{(4R)}PC, P^{(4R)}P(R \parallel R), P^{(4R)}(R \parallel R \parallel R), (PP)^{(3R-2P)}PR, (PP)^{(3R-2P)}C, (PP)^{(3R-2P)}(R \parallel R), (PPR)^{(6R)}P, (P \parallel R)^{(4U)}PR, (PPR)^{(6R)}P, (P \parallel R)^{(4U)}PP, (P \parallel R)^{(4U)} \parallel R \parallel R$
	2T2R	PPRR, PCR, PPU, R ∥ RC, R ∥ RRP, R ∥ R ∥ RR, R ∥ R ∥ U, CC	$P^{(4R)}PPR, P^{(4R)}CR, P^{(4R)}PU, (R \parallel R)RP^{(4R)}, PR(P \parallel R)^{4U}, R \parallel R \parallel (P \parallel R)^{(4U)}, C \parallel (P \parallel R)^{(4U)}, (PP)^{(3R-2P)}U, (PP)^{(3R-2P)}RR, (PPR)^{(6R)}R, (PPRR)^{(4S)}$
	1T3R	PRRR, PS, RS, CU, CRR, PRU, (R ∥ R)RR, R ∥ RU	$P^{(4R)}RRR, P^{(4R)}S, P^{(4R)}RU, (P \parallel R)^{4U}RR, (P \parallel R)^{(4U)}U$
5	3T2R	PPPRR, PPPU, PPCR, PCC, R ∥ R ∥ RC, R ∥ C ∥ U, U(⊥P) ∥ U, C ∥ RC, P(R ∥ R)(R ∥ R), P(R ∥ R ∥ R)R, C ∥ RRP, (R ∥ R ∥ R)(R ∥ R), PPR(R ∥ R), U ∥ R ∥ U	$P^{(4R)}PPRR, P^{(4R)}PCR, P^{(4R)}PPU, P^{(4R)}RRRR, P^{(4R)}CC, P^{(4R)}PR(R \parallel R), P^{(4R)}(R \parallel R \parallel R)R, U(\perp P^{(4R)}) \parallel U, PP(P \parallel R)^{(4U)}R, (P \parallel R)^{(4U)}CP, (R \parallel R \parallel R)(P \parallel R)^{(4U)}, R \parallel (P \parallel R)^{(4U)} \parallel U, (P \parallel R)^{(4U)} \parallel RRP, (P \parallel R)^{(4U)} \parallel RC, (PP)^{(3R-2P)}PPR, (PP)^{(3R-2P)}CR, (PP)^{(3R-2P)}PU, (PP)^{(3R-2P)}R(R \parallel R), P(PPRR)^{(4S)}$
	2T3R	PPS, PPRRR, PPRU, PCU, PCRR, R ∥ RRC, R ∥ R ∥ RRR, R ∥ R ∥ RU, R ∥ RR ∥ U, U ∥ R ∥ U, CCR, R ∥ CU, R ∥ RS, R ∥ RUP, RPS, CS, US	$P^{(4R)}PS, P^{(4R)}PUR, P^{(4R)}PRRR, P^{(4R)}CU, P^{(4R)}CRR, (PP)^{(3R-2P)}S, R \parallel RUP^{(4R)}, RP^{(4R)}S, (PP)^{(3R-2P)}UR, (PP)^{(3R-2P)}S, (PP)^{(3R-2P)}RRR, P(P \parallel R)^{(4U)}U, P(P \parallel R)^{(4U)}RR, (P \parallel R)^{(4U)}CR, (P \parallel R)^{(4U)} \parallel RU, (P \parallel R)^{(4U)}S, R(PPRR)^{(4S)}$

表 3 无约束支链结构综合 Tab.3 Structure synthesis of unconstrained limbs		
DOF	运动副数	结构组合
平面 $F=3$	$m=3$	RRR, PRR, RPR
	$m=3$	SPS*, RSS*, UPS, PUS, RCS, RUS, CUU, UPS, CCU, CCC, UUU
	$m=4$	RRRS, PPRS, RRPS, RPPS, RPCU, PPUU, PPCU, RRCC, RRUU, RRCU
空间 $F=6$		PPPRU, PPCRR, PPURR, P(R ∥ R ∥ R)
	$m=5$	U, PCRR ∥ R, R ∥ R ∥ R ∥ RU, R ∥ R ∥ RRC
	$m=6$	PPRRR, PP(R ∥ R)RR, P(R ∥ R ∥ R)RR, (R ∥ R)(R ∥ R)(R ∥ R)

型式,种类数共 11 + 10 + 7 + 4 = 32 种。表中,“*”上标表示具有冗余 DOF 的支链。实际应用中,运动副数目 m 为 3 或 4 的支链应用较为广泛,而 m 为 5 或 6 的支链使用较少。

3.3 组合分析

根据上述原理,PM 可由 1 条 POL 串联支链(表 2)和 $(f-I_p)$ 条无约束主动支链(表 3)进行任意组合。对于平面机构,无约束支链只有 3 种型式:

RRR、PRR、RPR,而 POL 支链只有 DOF 等于 1 和 DOF 等于 2 两种情况,即只包含 R、P、RR、PP、RP 等 5 种拓扑结构型式,由此可综合出机构种类为 $3 \times 5 = 15$ 种。若考虑 POL 支链中增加 1 个驱动副,机构种类可扩展到 $15 + 3 = 18$ 种。对于空间机构,拓扑结构的种类计算方法为 $n_j \times n_p$ (n_j 、 n_p 分别表示无约束主动支链和 POL 支链的拓扑结构种类数)。若考虑 POL 中驱动副数目,可得更多种类。

以含 POL 支链的 4 自由度机构结构综合为例进行机构拓扑结构综合。4-DOF 机构的 POC 类型主要包括 3T1R、2T2R、1T3R 等 3 种。假设所有无约束主动支链的拓扑结构相同,根据上述构型原则,理论上这 3 种机构可组成的拓扑结构种类分别为: $32 \times 17 = 544$ 种, $32 \times 19 = 608$ 种, $32 \times 13 = 416$ 种。考虑 POL 中存在 I_p 个驱动副,上述种类可更多。若无约束主动支链分别取常用的 UPS、RUS、SPS,列出部分 4 自由度机构拓扑结构,如表 4 所示。表 4 中的驱动副选取原则根据文献[21]中的选定准则进行选取,POL 支链用符号“□”表示。由此可综合出更多机构类型。

表 4 部分 4-DOF 机构结构综合

Tab. 4 Structure synthesis of 4-DOF mechanism			
POC	$I=0, j=4$	$I=1, j=3$	$I=2, j=2$
$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}$	$4\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{PPC}}$	$3\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{PPC}}$	$2\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{PPC}}$
	$4\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{PPPR}}$	$3\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{PPPR}}$	$2\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{PPPR}}$
	$4\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{PRRR}}$	$3\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{PRRR}}$	$2\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{PRRR}}$
	$4\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{CRR}}$	$3\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{RRC}}$	$2\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{RRC}}$
$\begin{bmatrix} t^2 \\ r^2 \end{bmatrix}$	$4\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{PPRR}}$	$3\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{PPRR}}$	$2\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{PPRR}}$
	$4\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{PRC}}$	$3\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{PRC}}$	$2\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{PRC}}$
	$4\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{PPU}}$	$3\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{PPU}}$	$2\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{PPU}}$
	$4\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{RRC}}$	$3\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{RRC}}$	$2\underline{\text{RUS}} + \underline{\text{RRC}}$
$\begin{bmatrix} t^1 \\ r^3 \end{bmatrix}$	$4\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{PS}}$	$3\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{PS}}$	$2\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{PRU}}$
	$4\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{PRU}}$	$3\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{PRU}}$	$2\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{CU}}$
	$4\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{CU}}$	$3\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{CU}}$	$2\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{RRU}}$
	$4\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{RRU}}$	$3\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{RRU}}$	$2\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{PRRR}}$
	$4\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{PRRR}}$	$3\underline{\text{SPS}} + \underline{\text{PRRR}}$	

4 拓扑结构设计案例

4.1 POL 支链中无驱动副 ($I_p = 0$)

4.1.1 拓扑结构设计举例

结构上, POL 被动支链通常安装于动静平台中心, 无约束主动支链均匀分布于动静平台之间。以一平移两转动 3 自由度 PM 为例, 根据表 1 中 1T2R 的 POL 支链的结构形式, 若选择 $\underline{\text{UPS}}$ 作为无约束主动支链, 可构造 8 种机构, 图 2 列出 4 种 (图中颜色填充的运动副表示驱动副, 下同), 其中图 4c、4d 中的 POL 支链分别为含闭合回路 4R、4U 的 HSOC。为了便于分析机构的运动特征, 2 个笛卡尔坐标系 $O(x, y, z)$ 、 $P(u, v, w)$ 分别建立在静、动平台上, 其中 x 和 u 初始方向相同, y 和 v 初始方向相同, z 、 w 同轴, 均竖直向上。

4.1.2 拓扑结构分析

图 2 中 4 种案例的运动特征均为同一类型, 以图 2a ($3\underline{\text{UPS}} + \underline{\text{RPR}}$) 为例进行拓扑结构分析。

(1) 自由度计算

该机构 POL 支链的结构型式为 $\text{SOC}\{-R_{41} \perp P_{42} \perp R_{43}-\}$, 无约束主动支链结构型式为 $\text{SOC}\{-U_{i3} - P_{i2} - S_{i1}-\} (i=1, 2, 3)$ 。根据式(5), 机构动平台的 DOF 为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \lambda v = 3 \times 6 + 3 - 6 \times 3 = 3$$

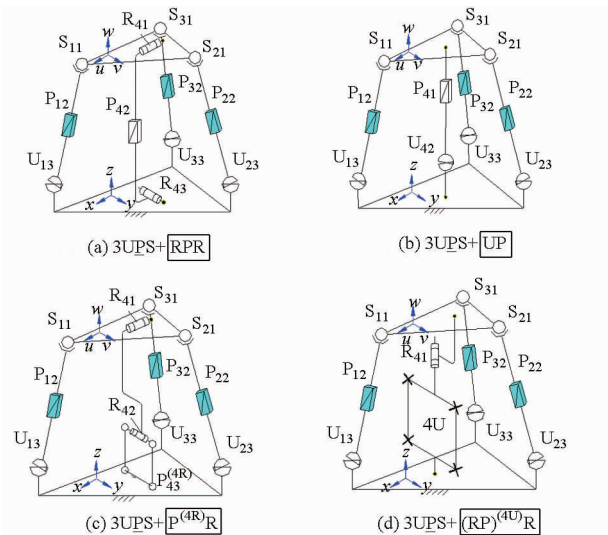


图 2 机构构型 ($I_p = 0$)

Fig. 2 Mechanism configuration with $I_p = 0$

根据式(3), 机构动平台的 POC 集为

$$M_{pa} = M_{b(1-3)} \cap M_p = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^1(\parallel P_{42}) \\ r^2(\parallel \diamond (R_{41}, R_{42})) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^1 \\ r^2 \end{bmatrix}$$

可见, 该机构动平台可现实一平移两转动 3 自由度运动。

(2) 耦合度计算

①确定第一单开链 SOC_1 及其约束度 Δ_1

选择 $\text{SOC}_1\{-U_{i3} - P_{i2} - S_{i3} - R_{41} \perp P_{42} \perp R_{43}\}$ 作为第一单开链, 约束度较小。

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_1 = 9 - 1 - 6 = 2$$

②确定 SOC_2 及其约束度 Δ_2

$$\text{SOC}_2\{-U_{21} - P_{22} - S_{23}-\}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_2 = 6 - 1 - 6 = -1$$

③确定 SOC_3 及其约束度 Δ_3

$$\text{SOC}_3\{-U_{31} - P_{32} - S_{33}-\}$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_3 = 6 - 1 - 6 = -1$$

④确定机构包含的 BKC 及其耦合度 κ 。该机构只包含 1 个 BKC, 耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 |\Delta_j| = \frac{1}{2} (2 + |-1| + |-1|) = 2$$

(3) 推广应用

如图 2b~2d 所示机构, POL 支链的结构型式分别为 $\text{SOC}\{-U_{42} - P_{41}-\}$ 、 $\text{SOC}\{-P_{43}^{(4R)} \perp R_{42} \perp R_{41}-\}$ 、 $\text{SOC}\{-(P_1 \parallel R_2)^{(4U)} \perp R_{41}-\}$, 均为 1T2R3 自由度运动输出, 经计算, 耦合度均为 2。

该类机构构造简单, 方位特征支链位于动静平台中心, 使机构具有较好的力学性能。Tricept 机构

便是一种含 POL 被动支链($I_p = 0$)的 1T2R3 自由度 PM,其拓扑结构为 $3\underline{\text{UPS}} + \boxed{\text{UP}}$,如图 2b 所示。与其类似的 Georg V 机床的并联部分($3\underline{\text{UPS}} + \boxed{\text{UP}}$ 机构)和 Ulyses ZAB 三坐标机床($3\underline{\text{UPS}} + \boxed{\text{PU}}$ 机构)均采用这样的设计方法^[23]。

4.2 POL 中含 1 个驱动副($I_p = 1$)

4.2.1 拓扑结构设计举例

当 POL 支链中包含一个驱动副时,无约束主动支链可减少一条,在确保相同运动输出特征的前提下,简化了机构的结构。方位特征支链可有 2 种布置方式,一种是竖直布置于动静平台中心之间,如图 3b、3d 所示;另一种是将方位特征支链移到边缘,与其他无约束主动支链均匀分布于两平台之间,如图 3a、3c 所示。

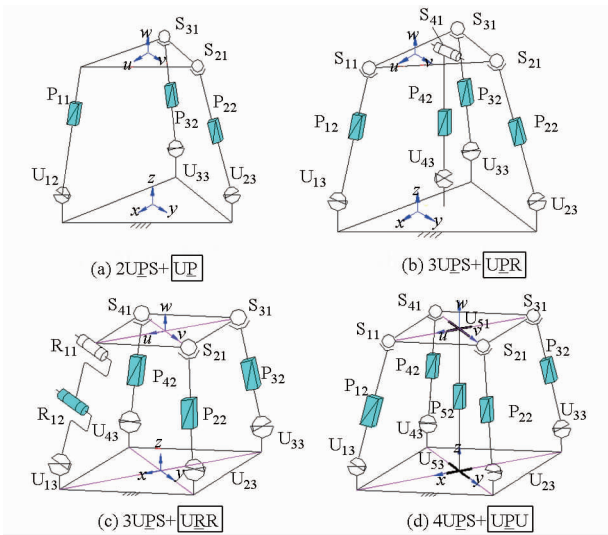


图 3 机构构型($I_p = 1$)

Fig. 3 Mechanism configuration with $I_p = 1$

4.2.2 拓扑结构分析

这类机构中,POL 支链均存在一个驱动副,构型组成原理相同,以图 3c($3\underline{\text{UPS}} + \boxed{\text{URR}}$)为例进行拓扑结构分析。

(1) 自由度计算

该机构 POL 支链的结构型式为 $\text{SOC}\{-R_{11} // R_{12} // R_1^{U_{13}} \perp R_2^{U_{13}} -\}$ ($R_1^{U_{13}}$ 表示 U_{13} 中第 1 个转动副)。根据式(5),机构动平台的 DOF 为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \lambda v = 3 \times 6 + 4 - 6 \times 3 = 4$$

根据式(3),机构动平台的 POC 集为

$$M_{Pa} = M_{b(1-3)} \cap M_p =$$

$$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^2(\perp \diamond (R_{11}, R_{12})) \\ r^2(\parallel \diamond (R_{11}, R_{12})) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2 \\ r^2 \end{bmatrix}$$

可见,该机构动平台可现实两平移两转动 4 自由度

运动输出。

(2) 耦合度计算

① 确定第 1 单开链 SOC_1 及其约束度 Δ_1

选 $\text{SOC}_1\{-R_1^{U_{13}} \perp R_2^{U_{13}} \parallel R_{12} \parallel R_{11} - S_{21} - P_{22} - U_{23}\}$ 作为第 1 单开链,约束度为

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_1 = 10 - 2 - 6 = 2$$

② 确定 SOC_2 及其约束度 Δ_2

$$\text{SOC}_2\{-S_{31} - P_{22} - U_{33} -\}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_2 = 6 - 1 - 6 = -1$$

③ 确定 SOC_3 及其约束度 Δ_3

$$\text{SOC}_3\{-S_{41} - P_{42} - U_{43} -\}$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_3 = 6 - 1 - 6 = -1$$

④ 确定机构包含的 BKC 及其耦合度 κ 。该机构只包含 1 个 BKC,耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 |\Delta_j| = \frac{1}{2} (2 + |-1| + |-1|) = 2$$

(3) 推广应用

同理,经计算,图 3a($2\underline{\text{UPS}} + \boxed{\text{UP}}$)的 POL 支链结构为 $\text{SOC}\{-U_{12} - P_{11} -\}$,为一平移两转动 3 自由度运动输出机构,耦合度为 1。

图 3b($3\underline{\text{UPS}} + \boxed{\text{UPR}}$)的 POL 支链结构为 $\text{SOC}\{-R_1^{U_{43}} \perp R_2^{U_{43}} (\perp P_{42}) \parallel R_{41} -\}$,为两平移两转动 4 自由度运动输出机构,耦合度为 2。

图 3d($4\underline{\text{UPS}} + \boxed{\text{UPU}}$)的 POL 支链结构为 $\text{SOC}\{-R_1^{U_{53}} \perp R_2^{U_{53}} (\perp P_{22}) \parallel R_2^{U_{51}} \perp R_2^{U_{51}} -\}$,为三平移两转动 5 自由度运动输出机构,耦合度为 3。

由以上拓扑结构分析可知,这种设计方法保持了原有机机构($I_p = 0$)的运动特征不变,可减少了 1 条无约束主动支链,使机构更加简洁。黄田等^[24]在 Tricept 机构(图 2a)的基础上,采用这种方法提出了运动输出特征相同,但结构更简洁的 TriVariant 机构,即 $2\underline{\text{UPS}} + \boxed{\text{UP}}$ (图 3a),耦合度由 2 降为 1,有利于运动学和动力学的方程求解。但该机构整体对称性不好,构成 P 副的油缸活塞杆除收到拉压作用外,还易受侧向力的弯曲作用^[25],影响了机构的力学性能。

4.3 POL 支链中含 2 个驱动副($I_p = 2$)

4.3.1 拓扑结构设计举例

当 POL 支链中含 2 个驱动副,机构可减少 2 条无约束主动支链,其结构更加简单,如图 4 均为 5 自由度机构,只用 4 条支链即可实现。

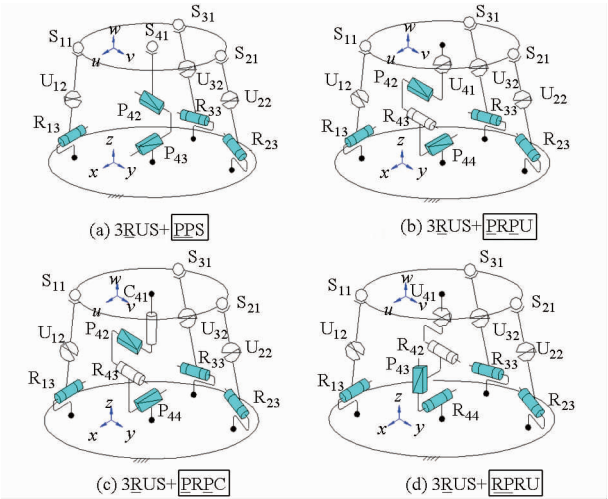


图 4 机构构型 ($I_p = 2$)

Fig. 4 Mechanism configuration with $I_p = 2$

4.3.2 拓扑结构分析

以图 4a 中 $3RUS + \boxed{PPS}$ 为例进行拓扑结构分析。

(1) 自由度计算

该机构方位特征支链的结构型式为 $SOC \{-S_{41}-P_{42} \perp P_{43}-\}$, 无约束主动支链结构型式为 $SOC \{-R-U-S-\}$ 。根据式(5), 机构动平台的自由度为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \lambda v = 3 \times 6 + 5 - 6 \times 3 = 5$$

根据式(3), 机构动平台的 POC 集为

$$M_{pa} = M_{b(1 \sim 3)} \cap M_p = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^2 \\ r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2 \\ r^3 \end{bmatrix}$$

该机构为两平移三转动 5 自由度运动输出。

(2) 耦合度计算

①确定第 1 单开链 SOC_1 及其约束度 Δ_1

选 $SOC_1 \{-R_{13}-U_{12}-S_{11}-S_{41}-P_{42}-P_{43}-\}$ 作为第 1 单开链, 约束度为

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_1 = 10 - 3 - 6 = 1$$

②确定 SOC_2 及其约束度 Δ_2

$$SOC_2 \{-R^{(S_{11}-S_{41})}-S_{21}-U_{22}-R_{23}-\}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_2 = 1 - 1 - 6 = 0$$

③确定 SOC_3 及其约束度 Δ_3

$$SOC_3 \{-S_{31}-U_{32}-R_{33}-\}$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_3 = 6 - 1 - 6 = -1$$

④确定机构包含的 BKC 及其耦合度 κ 。该机构只包含一个 BKC, 耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 |\Delta_j| = \frac{1}{2} (1 + 0 + |-1|) = 1$$

(3) 推广应用

图 4b ($3RUS + \boxed{PPS}$), 特征支链的拓扑结构为 $SOC \{-P_{44}(\perp R_{43}) \perp P_{42}-U_{41}-\}$, 为二平移三转动 5 自由度运动输出机构, 耦合度为 2。

图 4c ($3RUS + \boxed{PRRU}$), 特征支链的拓扑结构为 $SOC \{-P_{44}(\perp R_{43}) \perp P_{42} \perp C_{41}-\}$, 为三平移二转动 5 自由度运动输出机构, 耦合度为 2。

图 4d ($3RUS + \boxed{RPRU}$), 特征支链的拓扑结构为 $SOC \{-R_{44}(\perp P_{43}) \perp R_{42} \parallel R_1^{U_{41}} \perp R_2^{U_{41}}-\}$, 为三平移二转动 5 自由度运动输出机构, 耦合度为 2。

经以上分析, 该类机构在保持运动输出不变的基础, 使机构结构更加简洁, 同时耦合度得到下降。值得注意的是, 图 4a 和 4b 中, 两平移运动分别由 POL 支链中相互垂直的 2 个移动副驱动, 而其余运动则由 3 条无约束主动支链驱动, 可见这种机构具有部分运动解耦性^[26], 因此, 这种设计方法对机构运动解耦设计具有一般意义。然而, 并联机构的同一支链中通常只含有 1 个驱动输入, 多个驱动副在结构上安装较困难, 这是该类机构的不利之处。

5 拓扑结构优化

5.1 支链结构优化

根据上述机构设计与分析, 当方位特征支链中含 2 个(或以上)驱动副时, 驱动源难以安装, 不利于机构的结构设计。但如果 POL 支链采用混合链形式(即 HSOC 支链), 在保持机构运动输出特征不变的条件下可改善机构的结构, 运动及力学性能更好。如图 5 所示。

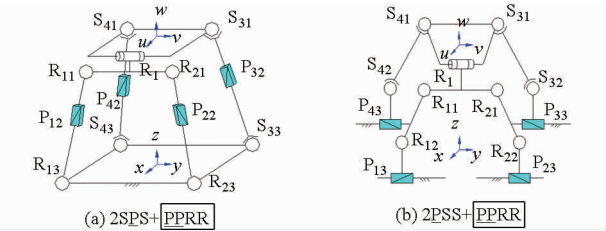


图 5 混合链优化机型

Fig. 5 Optimized configuration with HSOC

以图 5a 中 $2SPS + \boxed{PPRR}$ 为例进行拓扑结构分析。

(1) 自由度计算及 POC 分析

第 1 条为 HSOC 支链, 可看成由 1 个两支路的子并联机构和 1 个 R 副串联而成: 子并联机构的 2 条支路为 $SOC \{-R_{i1}(\perp P_{i2}) \parallel R_{i3}-\} (i=1, 2)$ 。另外 2 条无约束主动支链的拓扑结构为 $SOC \{-S_{j1}-P_{j2}-S_{j3}-\} (j=3, 4)$ 。

①确定各支链末端构件的 POC 集

子并联机构支路末端构件的 POC 集为

$$M_{sub-Pa} = M_{s_1} \cap M_{s_2} = \left[\begin{matrix} t^2(\perp R_{13}) \\ r^1(\parallel R_{13}) \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^2(\perp R_{23}) \\ r^1(\parallel R_{23}) \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^2(\perp R_{13}) \\ r^1(\parallel R_{13}) \end{matrix} \right]$$

子并联机构构成第 1 个独立回路,独立位移方程数为

$$\xi_{L_1} = \dim \{ M_{s_1} \cup M_{s_2} \} = \dim \left\{ \left[\begin{matrix} t^2(\perp R_{13}) \\ r^1(\parallel R_{13}) \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^2(\perp R_{23}) \\ r^1(\parallel R_{23}) \end{matrix} \right] \right\} = \dim \left\{ \left[\begin{matrix} t^2(\perp R_{13}) \\ r^1(\parallel R_{13}) \end{matrix} \right] \right\} = 3$$

子并联机构的 DOF 为

$$F_{sub-Pa} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 6 - 3 = 3$$

HSOC 末端构件的 POC 集为

$$M_{b_1} = \left[\begin{matrix} t^2(\perp R_{13}) \\ r^1(\parallel R_{13}) \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^0 \\ r^1(R_1) \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^2(\perp R_{13}) \\ r^2(\parallel \diamond(R_{13}, R_1)) \end{matrix} \right]$$

第三、四支链末端构件的 POC 集为

$$M_{b_3} = M_{b_4} = \left\{ \begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right\}$$

②确定由第三、四支路组成的第 2 回路的独立位移方程数

$$\xi_{L_2} = \dim \{ M_{b_3} \cup M_{b_4} \} = 6$$

第三、四支路组成的子并联机构 DOF 和 POC 集分别为

$$F_{(3-4)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 12 - 6 = 6$$
$$M_{Pa(3-4)} = M_{b_3} \cap M_{b_4} = \left\{ \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \right\} = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right]$$

③确定第 3 个独立回路的独立位移方程数

第 3 个独立回路由第三、四组成的子并联机构和支路一组成,独立位移方程数为

$$\xi_{L_3} = \dim \{ M_{Pa(3-4)} \cup M_{b_1} \} = \dim \left\{ \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^2(\perp R_{13}) \\ r^1(\parallel R_{13}) \end{matrix} \right] \right\} = \dim \left\{ \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \right\} = 6$$

④确定机构的 DOF

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 19 - (3 + 6 + 6) = 4$$

该机构为两平移两转动 4 自由度运动输出。

(2)BKC 分析及耦合度计算

①确定第 1 单开链 SOC₁及其约束度 Δ₁

由 HSOC 中的闭合回路构成第 1 单开链 SOC₁

$$SOC_1 \{ -R_{13}(\perp P_{12}) \parallel R_{11} \parallel R_{21}(\perp P_{22}) \parallel R_{23} - \}$$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_1 = 6 - 2 - 3 = 1$$

②确定 SOC₂及其约束度 Δ₂

$$SOC_2 \{ -R_1 - S_{31} - U_{32} - R_{33} - \}$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_2 = 7 - 1 - 6 = 0$$

③确定 SOC₃及其约束度 Δ₃

$$SOC_3 \{ -S_{41} - P_{42} - S_{43} - \}$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_3 = 6 - 1 - 6 = -1$$

④确定机构包含的 BKC 及其耦合度 κ

该机构包含 2 个 BKC,耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 |\Delta_j| = \frac{1}{2} (1 + 0 + |-1|) = 1$$

(3)结构分析

该机构混合链结构型式为 HSOC { -◇(-R₁₃(⊥ P₁₂) // R₁₁ // R₂₁(⊥ P₂₂-) // R₂₃) // R₁- }, 可等效成 HSOC { -◇(P^(4R-2P), P^(4R-2P), R^(4R-2P)) // R₁- }, 其运动输出特征为两平移两转动,与动平台相同。因此,本文把这类闭合回路中含有驱动副(I_p = 2)的 HSOC 看作是一条“广义特征支链”,机构的拓扑结构简记为 2SPS + PPRR。

同理,图 5b 中广义特征支链的拓扑结构为 HSOC { -◇(-P₁₃⊥ R₁₂ // R₁₁ // R₂₁ // R₂₂⊥ R₂₃-) // R₁- }, 可等效成 HSOC { -◇(P^(4R-2P), P^(4R-2P), R^(4R-2P)) // R₁- }, 机构为两平移两转动 4 自由度运动输出。经计算,机构耦合度为 1。

可见,这类机构的支链结构得到改善,耦合度也比较低,有利于运动学和动力学方程的求解。

5.2 机构对称性优化

当 POL 为主动支链(I_p = 1)时,由于减少了一条无约束主动支链,机构容易出现不对称结构。为了克服这一缺点,可去掉一条无约束主动支链,同时增加一条结构和方位配置均相同的 POL 支链,所构成的新机构的 POC 集与 POL 支链相同。如图 6a 为 3PSS + PPRR 机构,通过对称性优化设计,结构改进为 2PSS + 2PPRR 机构,新机构如图 6b 所示,两者运动输出特征相同。

亦可采用对角线对称优化结构,如图 3c 中 3UPS + URR 机构可优化成图 6c 中 2UPS + 2URR, 3UPS + RPC 机构可优化成图 6d 中 2UPS + 2RPC 机构。

以图 6b 中 2PSS + 2PPRR 机构为例进行拓扑

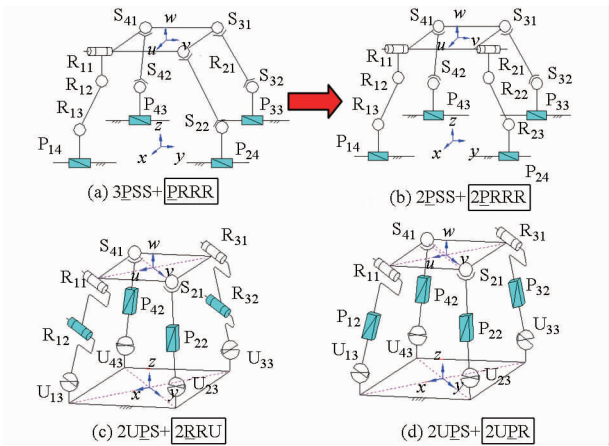


图 6 对称性优化机型

Fig. 6 Optimized configuration with symmetry

结构分析。

(1)自由度计算及 POC 分析

该机构第一、二条支路相同,拓扑结构为 SOC $\{-R_{i1} \perp R_{i2} \parallel R_{i3} \perp P_{i4}-\} (i=1,2)$ 。第三、四条支链相同,均为无约束主动支链,拓扑结构为 SOC $\{-S_{i1}-S_{i2}-P_{i3}-\} (i=3,4)$ 。定平台上, P_{14} 、 P_{24} 同轴, R_{11} 和 R_{21} 同轴,且 P_{14} 和 P_{43} 平行。

①确定各支链末端构件的 POC 集

第一、二支路结构相同,末端构件的 POC 集为

$$M_{b_i} = \begin{bmatrix} t^1(\parallel P_{i4}) \\ r^0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^1(\perp R_{i2}) \\ r^1(\parallel R_{i2}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^0 \\ r^1(\parallel R_{i1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{i2}) \\ r^2(\parallel R_{i2}) \end{bmatrix} \quad (i=1,2)$$

第三、四支路结构相同,末端构件的 POC 集为

$$M_{b_i} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \quad (i=3,4)$$

②确定由第一、二支路构成的第 1 个回路的独立位移方程数为

$$\begin{aligned} \xi_{L_1} &= \dim \{ M_{b_1} \cup M_{b_2} \} = \\ \dim \left\{ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{12}) \\ r^2(\parallel R_{12}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{22}) \\ r^2(\parallel R_{22}) \end{bmatrix} \right\} &= \\ \dim \left\{ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{12}) \\ r^2(\parallel R_{12}) \end{bmatrix} \right\} &= 4 \end{aligned}$$

该子并联机构的 DOF 和 POC 集分别为

$$\begin{aligned} F_{(1-2)} &= \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 8 - 4 = 4 \\ M_{Pa(1-2)} &= \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{12}) \\ r^2(\parallel R_{12}) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{22}) \\ r^2(\parallel R_{22}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{12}) \\ r^2(\parallel R_{12}) \end{bmatrix} = 4 \end{aligned}$$

③确定由第三、四支路组成的第 2 回路的独立位移方程数

$$\xi_{L_2} = \dim \{ M_{b_3} \cup M_{b_4} \} = \dim \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right\} = 6$$

该子并联机构 DOF 和 POC 集分别为

$$\begin{aligned} F_{(3-4)} &= \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 12 - 6 = 6 \\ M_{Pa(3-4)} &= M_{b_3} \cap M_{b_4} = \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

④确定第 3 个独立回路的独立位移方程数

$$\begin{aligned} \xi_{L_3} &= \dim \{ M_{Pa(1-2)} \cup M_{Pa(3-4)} \} = \\ \dim \left\{ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{12}) \\ r^2(\parallel R_{12}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right\} &= \dim \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right\} = 6 \end{aligned}$$

⑤确定机构的 DOF

$$\begin{aligned} F &= \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 20 - (4 + 6 + 6) = 4 \end{aligned}$$

该机构为两平移两转动 4 自由度运动输出。

(2)BKC 分析及耦合度计算

①确定第一单开链 SOC₁ 及其约束度 Δ₁

第 1 单开链 SOC₁ 选第一、二支路构成的回路 SOC₁ $\{-P_{14} \perp R_{13} \parallel R_{12} \perp R_{11} \mid R_{21} \perp R_{22} \parallel R_{23} \perp P_{24}-\}$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_1 = 10 - 2 - 6 = 2$$

②确定 SOC₂ 及其约束度 Δ₂

$$\begin{aligned} \text{SOC}_2 &\{-S_{31}-S_{32}-P_{33}-\} \\ \Delta_2 &= \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_2 = 6 - 1 - 6 = -1 \end{aligned}$$

③确定 SOC₃ 及其约束度 Δ₃

$$\begin{aligned} \text{SOC}_3 &\{-S_{41}-S_{42}-P_{43}-\} \\ \Delta_3 &= \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_3 = 6 - 1 - 6 = -1 \end{aligned}$$

④确定机构包含的 BKC 及其耦合度 κ

该机构包含 1 个 BKC,耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 |\Delta_j| = \frac{1}{2} (2 + |-1| + |-1|) = 2$$

(3)结构分析

该机构的 2 条 PRRR 支链结构和方位相同,其 POC 集与机构动平台相同,均为两平移两转动 4 自由度输出。因此,本文把这类机构看作是含 2 条“广义特征支链”的对称性机构,拓扑结构简记为 $2\underline{\text{PSS}} + \underline{2\text{PRRR}}$ 。

图 6c($2\underline{\text{UPS}} + \underline{2\text{RRU}}$), 2 条广义特征支链在同一平面内,拓扑结构为 SOC $\{-R_{i3} \parallel R_{i2} \parallel R_{i1}^{\text{Uil}} \perp R_{i2}^{\text{Uil}}-\} (i=1,2)$,其末端构件的运动特征和机构动平台相同,均为两平移两转动 4 自由度运动输出。经计算,该机构的耦合度为 2。

图 6d($2\underline{\text{UPS}} + \underline{2\text{UPR}}$), 2 条广义特征支链关于

动静平台的对角线对称, 拓扑结构为 $\text{SOC}\{-R_1^{U_3} \perp R_2^{U_3}(\perp P_{12}) \parallel R_{11}-\}(i=1,3)$, 其末端构件的运动特征和机构动平台相同, 均为两平移两转动 4 自由度运动输出。经计算, 机构耦合度为 2。

以上分析表明, 采用对称结构优化后所得的新机构既改善了原机构的力学性能, 又能保持原来的运动输出特征和耦合度不变, 有利于机构运动学和力学方程的求解。

6 结论

(1) 给出了含 POL 支链的特殊并联机构设计的一般方法及结构综合程序, 基于方位特征理论分析了该类机构的 POC 方程、自由度、耦合度等拓扑结构特征, 为同类机构的综合设计提供了理论基础。

(2) 根据文中的机构构型组成原理, 给出了

POL 支链(包含 SOC 和 HSOC)和无约束主动支链的拓扑结构形式, 可通过 1 条方位特征支链和 $(F-I_p)$ 条无约束主动支链构建所需的并联机构构型, 综合程序简单可靠, 设计方便。

(3) POL 支链中每增加 1 个驱动副, 可减少一条无约束主动支链, 简化了机构结构, 且机构耦合度 k 有所下降, 部分机构运动解耦性能较好(图 4a、4b), 便于运动学和动力学分析。

(4) 针对案例机构结构上存在的缺点, 提出出“广义特征支链”的概念, 采用基于混合链的支链结构优化和采用两条“广义特征支链”的对称性优化 2 种机构结构优化方法, 优化后的机构可保持原有机结构的运动输出特征不变, 耦合度保持不变(图 6b ~ 6d)或有所下降(图 5a ~ 5d, 均降为 1), 新机构对称性和力学性能得到较好改善。

参 考 文 献

- 1 SHEN Huiping, YANG Liangjie, ZHU Xiaorong, et al. A method for structure coupling-reducing of parallel mechanisms[C]//The 2015 International Conference on Intelligent Robotics and Applications, ICIRA2015, Part III, LNAI 9246, 2015: 199–210.
- 2 黄田, 李喆, 吴孟丽, 等. 可重构 PKM 模块的选型原则—理论与实践[J]. 机械工程学报, 2005, 41(8): 36–41.
HUANG Tian, LI Meng, WU Mengli, et al. Criteria for conceptual design of reconfigurable PKM modules-theory and application [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(8): 36–41. (in Chinese)
- 3 黄真, 刘靖芳, 李艳文. 论机构自由度—寻找了 150 年的自由度通用公式[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- 4 刘萍莉. 含有中间约束分支的三自由度并联机构综合与性质研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2007.
- 5 NEUMARM K E. Robot; USA 4732525[P]. 1988–03–22.
- 6 SICILIANO B. The tricept robot: inverse kinematics, manipulability analysis and closed-loop direct kinematics algorithm[J]. Robotica, 1999, 17(4): 437–445.
- 7 JOSHI S, TSAI L. The kinematics of a class of 3-DOF, 4-legged parallel manipulators [C]// ASME International Design Engineering Technical, Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2002, 5: 325–334.
- 8 LU Y, HU B. A unified method to find active forces and passive wrench of some parallel manipulators with n-SPS active legs and a passive leg[J]. Proc. IMech E, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2007, 221(c4): 467–477.
- 9 ZHANG D, GOSSELIN C M. Kinetostatic modeling of n -DOF parallel mechanisms with a passive constraining leg and prismatic Actuators[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2000, 123(3): 375–381.
- 10 ALICI G, SHIRINZADEH B. Topology optimization and singularity analysis of a 3-SPS parallel manipulator with a passive constraining spherical joint[J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(2): 215–235.
- 11 ABBASNEJAD G, DANIALI H M, FATHI A. Architecture optimization of 4PUS + 1PS parallel manipulator[J]. Robotica, 2011, 29(5): 683–690.
- 12 HUANG T, LI M, ZHAO X M, et al. Conceptual design and dimensional synthesis for a 3-DOF module of the TriVariant—a novel 5-DOF reconfigurable hybrid robot[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(3): 449–456.
- 13 LI M, HUANG T, MEI J P, et al. Dynamic formulation and performance comparison of the 3-DOF modules of two reconfigurable PKM—the Tricept and the TriVariant [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2005, 127(6): 1129–1136.
- 14 DAI J S, KERR D R. A six-component contact force measurement device based on the Stewart platform[J]. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2000, 214(5): 687–697.
- 15 DAI J S, HUANG Z, LIPKIN H. Mobility of over-constrained parallel mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2004, 128(1): 220–229.
- 16 赵永生, 郑魁敬, 李秦川, 等. 5-UPS/PRPU 5 自由度并联机床运动学分析[J]. 机械工程学报, 2004, 40(2): 12–16.
ZHAO Yongsheng, ZHENG Kuijing, LI Qinchuan, et al. Kinematic analysis of 5-UPS/PRPU 5-dof parallel machine tool[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(2): 12–16. (in Chinese)
- 17 朱伟, 汪源, 沈惠平, 等. 仿腕关节柔顺并联打磨机器人设计与试验[J]. 农业机械学报, 2016, 47(2): 402–407.
ZHU Wei, WANG Yuan, SHEN Huiping, et al. Design and analysis of compliant parallel humanoid wrist joint polishing robot [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(2): 402–407. (in Chinese)

YANG Tong, HAN Jianyou, YIN Lairong. Spherical 4R function synthesis based on solution regions for four precision points[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(10): 200 – 206. (in Chinese)

9 杨通, 韩建友. 复合四位置刚体导引机构综合的研究[J]. 农业机械学报, 2011, 42(3): 203 – 207, 196.

YANG Tong, HAN Jianyou. Rigid-body guidance mechanism synthesis through four mixed positions[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(3): 203 – 207, 196. (in Chinese)

10 尹来容, 韩建友. 特殊情况下直线机构解域分析与综合方法[J]. 农业机械学报, 2011, 42(4): 190 – 194.

YIN Lairong, HAN Jianyou. Solution region analysis and synthesis method of straight line mechanism under special configuration[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4): 190 – 194. (in Chinese)

11 韩建友, 崔光珍, 杨通. 六杆机构四位置运动生成的解域综合理论与方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(9): 1170 – 1175.

HAN Jianyou, CUI Guangzhen, YANG Tong. The solution region synthesis theory and method of six-bar linkages with 4-position motion generation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(9): 1170 – 1175. (in Chinese)

12 尹来容, 韩建友. 基于解域分析的直线机构综合方法研究[J]. 北京科技大学学报, 2011, 33(2): 237 – 243.

YIN Lairong, HAN Jianyou. Synthesis research of straight-line mechanisms by analyzing solution regions[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2011, 33(2): 237 – 243. (in Chinese)

13 崔光珍, 韩建友, 杨通. 给定 4R 开链的八杆机构解域综合理论与方法[J]. 农业机械学报, 2015, 46(4): 331 – 337.

CUI Guangzhen, HAN Jianyou, YANG Tong. Solution region synthesis method of eight-bar linkages for 4R open chain[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(4): 331 – 337. (in Chinese)

14 杨通, 韩建友, 崔光珍, 等. 给定两连杆运动面的 Watt – I 六杆机构空间解域综合方法[J]. 农业机械学报, 2014, 45(10): 307 – 312.

YANG Tong, HAN Jianyou, CUI Guangzhen, et al. Synthesis of Watt – I six-bar linkage based on spatial solution region for given two coupler planes[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(10): 307 – 312. (in Chinese)

15 CHIANG C H. Kinematics of spherical mechanisms[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.

16 LAROCHELLE P, MCCARTHY J M. Design of spatial 4C mechanisms for rigid body guidance[C] // Proceedings of the 1994 ASME Mechanisms Conference, 1994: 135 – 142.

17 MURRAY A, LAROCHELLE P. A classification scheme for planar 4R, spherical 4R, and spatial rccc linkages to facilitate computer animation[C] // ASME Paper No. DETC98/MECH – 5887, 1998.

18 LAROCHELLE P, AGIUS A M. Interactive visualization of the coupler surfaces of the spatial 4C mechanism[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2005, 127(6): 1122 – 1128.

19 LAROCHELLE P. Circuit and branch rectification of the spatial 4C mechanism[C] // ASME Design Engineering Technical Conferences, 2000: 10 – 13.

20 BAI S, ANGELES J. A robust solution of the spatial Burmester problem[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2012, 4(3): 031003 – 031003 – 10.

(上接第 387 页)

18 YANG T L, LIU A X, SHEN H P, et al. On the correctness and strictness of the POC equation for topological structure design of robot mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2013, 5(2): 021009 – 021009 – 18.

19 YANG T L, SUN D J. A general DOF formula for parallel mechanisms and multi-loop spatial mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2012, 4(1): 011001 – 011001 – 17.

20 JIN Q, YANG T L. Theory for topology synthesis of parallel manipulators and its application to three-dimension-translation parallel manipulators[J]. ASME Journal Mechanical Design, 2004, 126(4): 625 – 639.

21 杨廷力. 机器人机构拓扑结构学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.

22 杨挺力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012.

23 李蒙. 可重构混联机械手模块 TriVariant 的设计理论与方法[D]. 天津: 天津大学, 2005.

24 黄田, 刘海涛, 李蒙. 五自由度机器人: CN1709657[P]. 2005 – 08 – 21.

25 沈惠平, 尹洪波, 李菊, 等. 基于方位特征方法的范例并联机构的拓扑特征分析及其启示与应用[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 101 – 115.

SHEN Huiping, YIN Hongbo, LI Jü, et al. Position and orientation characteristic based method and enlightenment for topology characteristic analysis of typical parallel mechanisms and its application[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 101 – 115. (in Chinese)

26 KUO C H, DAI J S. Task-oriented structure synthesis of a class of parallel manipulators using motion constraint generator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 70(6): 394 – 406.