

基于稀疏非负最小二乘编码的高光谱遥感数据分类方法

齐永锋¹ 杨乐¹ 火元莲²

(1. 西北师范大学计算机科学与工程学院, 兰州 730070; 2. 西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

摘要: 为了提高高光谱遥感影像的分类精度, 提出了一种基于稀疏非负最小二乘编码的高光谱数据分类方法。采用非负最小二乘方法, 将待测样本表示为训练样本的线性组合, 并将得到的系数作为待测样本的特征向量, 通过最小误差方法对待测样本进行分类。提出的方法在 AVIRIS Indian Pines 和 萨利纳斯山谷高光谱遥感数据集上进行分类实验, 并和主成分分析(PCA)、支持向量机(SVM)和基于稀疏表示分类器(SRC)方法进行比较, 在2个数据集上本文方法的总体识别精度分别达到 85.31% 和 99.56%, Kappa 系数分别为 0.8163 和 0.9867。实验结果表明本文方法的总体识别精度和 Kappa 系数都优于另外3种方法, 是一种较好的高光谱遥感数据分类方法。

关键词: 稀疏非负最小二乘; 高光谱遥感; 数据分类

中图分类号: TP751.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2016)07-0332-06

Hyperspectral Remote Sensing Data Classification Method Based on Sparse Non-negative Least-squares Coding

Qi Yongfeng¹ Yang Le¹ Huo Yuanlian²

(1. College of Computer Science and Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China

2. College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In order to improve the classification accuracy and reduce computation complexity, a hyperspectral remote sensing data classification method based on sparse non-negative least-squares coding was proposed. By adopting non-negative least-squares, the test samples were expressed as a linear combination of training samples, and the obtained coefficients were used as its feature vector. As a result of the non-negative constraint, the feature vectors were sparse, which can not only improve the efficiency of the proposed algorithm, but also enhance the discrimination performance of algorithm. At last, the minimizing residual was used to classify the test samples. The experimental verifications of the proposed method were carried out on AVIRIS Indian Pines and Salinas Valley hyperspectral remote sensing data, the classification accuracies of the proposed method were 85.31% and 99.56%, and the Kappa coefficients were 0.8163 and 0.9867, respectively. The proposed method was compared with PCA, SVM and SRC in terms of classification accuracy and Kappa coefficients on two databases, experiment results showed that the proposed method was superior to PCA, SVM and SRC. The proposed approach was valuable for hyperspectral data classification with low computational cost and high classification accuracy, it was a better method of hyperspectral remote sensing data classification.

Key words: sparse non-negative least-squares; hyperspectral remote sensing; data classification

引言

高光谱遥感图像具有图谱合一的特征, 光谱分

辨率较高。高光谱图像中每个像元的光谱特征都以向量的形式存在, 不同的数值对应不同波段下的光谱响应值。高光谱图像往往有数十个甚至数百个波

段,覆盖范围从可见光到近红外。高光谱图像包含的地物信息量大,对地表覆盖的识别能力强,在军事监视、环境监测、矿物识别等领域得到了广泛的应用,其中高光谱图像分类是最重要的应用之一^[1]。高光谱遥感图像为地物分类和识别提供了细致丰富的光谱特征信息,但其谱间的大量冗余信息也给分类带来了困难。如果直接使用高光谱数据对地物进行分类,容易产生 Hughes 现象^[2],且计算量大、耗时长。另外,传感器和环境变化也给高光谱数据增加了噪声,这些噪声会给地物的分类带来不利影响。

为了克服这些困难,数据降维是被广泛采用的一种策略,即在尽可能保留像元本质光谱的同时对波段进行压缩。高光谱数据的降维方法大体可分为特征选择与特征提取2种方法^[3]。特征选择是从所有波段中选择一个波段子集,在该子集构成的特征空间中,各类像元的光谱可分性在某一准则下达到最优^[4-8]。波段选择方法能够寻找和强化具有可分性的波段,在减少与优化特征空间的同时比较完整地保留了光谱信息。特征提取方法是通过线性或者非线性方法将高维的数据转换到低维的特征空间,同时尽可能保留不同类的鉴别信息^[9-10]。在特征提取方法中,比较经典的方法有基于主成分分析(Principal component analysis, PCA)^[11]和独立分量分析(Independent component analysis, ICA)^[12]。基于流形学习方法也被广泛应用于高光谱数据特征的提取^[13-15],流形学习方法通过嵌入原始空间中光谱空间的近邻关系,将高维的数据映射到低维的特征空间,与PCA和ICA方法相比,该方法在低维的特征空间保留了高维空间中光谱的近邻关系。近年来稀疏表示(Sparse representation, SR)受到了越来越多研究者的关注。自2009年WRIGHT等^[16]提出一种基于稀疏表示的分类器(Sparse representation classification, SRC)以来,稀疏表示分类器在高光谱遥感图像分类方面也被广泛应用^[17-19]。SRC将所有训练样本组成一个字典,并通过稀疏最小化重构误差实现对测试样本的分类识别。基于稀疏表示的分类方法通常将测试样本表示为训练样本的线性组合,然后用L1范数最小化求解得到稀疏系数。与上述方法不同,文献[20]使用非负最小均方代替了L1范数最小化规则对测试样本进行稀疏编码,提出了非负最小二乘(Non-negative least-squares, NNLS)分类器。本文采用与文献[20]相似的策略,提出一种稀疏非负最小均方分类器(Sparse non-negative least-squares classifier, SNNLSC)对高光谱遥感图像进行分类。

1 稀疏非负最小二乘分类器

1.1 非负最小二乘原理

非负最小二乘问题可表述为:给定一个 $m \times n$ 的矩阵 $A \in \mathbf{R}^{m \times n}$,找到一个 $n \times 1$ 维的非负向量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 使得函数 $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|^2$ 最小化,即

$$\arg \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|^2 \quad (\mathbf{x} \geq 0) \quad (1)$$

式(1)是一个凸优化问题,其达到最优解的充分必要条件为

$$\begin{cases} \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{Ax} - \mathbf{A}^T \mathbf{b}) = 0 \\ \mathbf{A}^T \mathbf{Ax} - \mathbf{A}^T \mathbf{b} \geq 0 \\ \mathbf{x} \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

令 $\mathbf{Q} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$, $\mathbf{c} = -\mathbf{A}^T \mathbf{b}$, 上述非负最小二乘问题等价于二次规划问题

$$\arg \min_{\mathbf{x} \geq 0} \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Qx} + \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (3)$$

由于 \mathbf{Q} 是半正定矩阵,因此式(3)是一个凸优化问题,其非负约束条件形成一个凸可行集合。

对于式(3)求解的问题,已有许多算法,总体上可规划为基于 active set 的方法与基于 iterative 的方法^[21],本文采用由LAWSON等^[22]提出的方法进行最优解的计算,输入为矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$,向量 $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^m$;输出为 $\mathbf{x} = \arg \min_{\mathbf{x} \geq 0} \frac{1}{2} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|^2$,其计算步骤如下:

- (1) 令 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, $R = \{1, 2, \dots, n\}$, $P = \emptyset$ 。
- (2) 计算 $\mathbf{w} = \mathbf{A}^T (\mathbf{b} - \mathbf{Ax})$ 。
- (3) 如果 R 是空集,或者 $w_i \leq 0 (i \in R)$,执行步骤(12)。
- (4) $j = \arg \max_{i \in R} w_i$ 。
- (5) $P = P \cup \{j\}$, $R = R / \{j\}$ 。
- (6) $\mathbf{s}^P = [(\mathbf{A}^P)^T \mathbf{A}^P]^{-1} (\mathbf{A}^P)^T \mathbf{b}$, $\mathbf{s}^R = \mathbf{0}$ 。
- (7) 如果 $\mathbf{s}^P > \mathbf{0}$, $\mathbf{x} = \mathbf{s}$,执行步骤(2)。
- (8) $K = \arg \min_{i \in P, s_i \leq 0} \frac{x_i}{x_i - s_i}$ 。
- (9) $\alpha = \min_{i \in P, s_i \leq 0} \frac{x_q}{x_q - s_q}$ 。
- (10) $\mathbf{x} = \mathbf{x} + \alpha (\mathbf{s} - \mathbf{x})$ 。
- (11) $P = P / K$, $R = R \cup K$,执行步骤(6)。
- (12) 结束。

在高光谱数据分类中,令矩阵 \mathbf{A} 为已知类别样本构成的矩阵,矩阵的每一列代表一个像元的光谱特征,向量 \mathbf{b} 为一个未知类别的测试样本。通过上述算法, \mathbf{b} 能够表示为矩阵 \mathbf{A} 的线性组合, \mathbf{x} 为系数

组成的向量, $\mathbf{b} \approx \mathbf{A}\mathbf{x}$ 。由于 \mathbf{x} 约定为非负的, 所以 \mathbf{x} 中存在许多零或者接近零的元素, 因此, 将 \mathbf{x} 称为向量 \mathbf{b} 对于矩阵 \mathbf{A} 的稀疏编码。

1.2 测试样本的分类

对于一个待分类的测试样本 $\hat{\mathbf{b}}$, 通过上面给出的算法计算其在训练样本集上的稀疏编码 $\hat{\mathbf{x}}$ 。在训练样本集中, 与 $\hat{\mathbf{b}}$ 属于同一类样本的光谱特征与 $\hat{\mathbf{b}}$ 具有更大的相似性, 因此, 在进行编码时, $\hat{\mathbf{x}}$ 中对应的元素具有相对较大的值, 而与 $\hat{\mathbf{b}}$ 不属于同一类的样本, 其在 $\hat{\mathbf{x}}$ 中对应的值也相对较小甚至为零。

理想情况下, $\hat{\mathbf{x}}$ 中非零元素的位置应与训练集中与 $\hat{\mathbf{b}}$ 同类的样本对应, 这样对测试样本的分类就非常简单。但是由于噪声、算法的误差等原因, $\hat{\mathbf{x}}$ 中非零元素的位置不一定与所有 $\hat{\mathbf{b}}$ 的同类样本对应, 因此, 待测样本的类别归属就不能简单地依据 $\hat{\mathbf{x}}$ 中非零元素的位置来决定。通常, $\hat{\mathbf{x}}$ 中数值较大的元素的位置与 $\hat{\mathbf{b}}$ 同类的样本对应, 因此可采用多数投票策略进行分类。选择前 n 个最大的 $\hat{\mathbf{x}}$ 元素, 这些元素对应位置的训练样本来自于哪一类的最多, 就将 $\hat{\mathbf{b}}$ 归属于该类。

最小误差方法也常被用来进行分类。 $\delta_i \in \mathbf{R}^n$ 是一个 n 维向量, 其非零元素来自 $\hat{\mathbf{x}}$ 中与 i 类对应的元素, 其余元素为零。这样待测样本 $\hat{\mathbf{b}}$ 可近似地表示为: $\hat{\mathbf{b}}_i = \mathbf{A}\delta_i$ 。计算 $\hat{\mathbf{b}}$ 与 $\hat{\mathbf{b}}_i$ 之间差值, 将测试样本 $\hat{\mathbf{b}}$ 归于差值最小的那类, 即

$$\min_i r_i(\hat{\mathbf{b}}) = \|\hat{\mathbf{b}} - \mathbf{A}\delta_i\|_2 \quad (4)$$

本文选择最小误差方法进行测试样本的分类。

2 实验结果与分析

2.1 实验1

实验数据是由美国喷气实验室(JPL)研制的 AVIRIS (Airborne visible infrared imaging spectrometer) 成像光谱仪获取的美国印第安纳西北地区的 Indian Pines 高光谱影像^[23]。图像大小为 145 像素 × 145 像素, 波长范围为 400 ~ 2 500 nm, 光谱分辨率为 10 nm。原始波段数为 224 个, 去掉 4 个 DN 值为零的波段(波段 1、33、97、161 nm)和水吸收波段(波段 104 ~ 108 nm、150 ~ 163 nm 和 220 nm), 用剩余的 200 个波段进行分类实验。用该数据的第 45、25、15 波段分别作为红、绿、蓝成分合成的假彩色图像和地面真实数据, 如图 1 所示, 其类别信息及样本数据分布如表 1 所示。真实场景中的地物共有 16 种, 由于部分地物样本数量较小, 训练样本不足而不被采用^[24], 即在表 1 中样本数少于 400 的 7 种地物没有被采用。

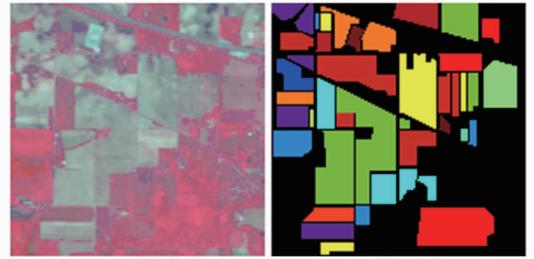


图 1 Indian Pines 数据及其地面真值

Fig. 1 Indian Pines data and ground truth value

表 1 Indian Pines 高光谱影像样本分布

Tab. 1 Sample distribution of Indian Pines hyperspectral imaging

类别	名称	样本总数
1	Alfalfa	46
2	Corn-notill	1 428
3	Corn-mintill	830
4	Corn	237
5	Grass-pasture	483
6	Grass-trees	730
7	Grass-pasture-mowed	28
8	Hay-windrowed	478
9	Oats	20
10	Soybean-notill	972
11	Soybean-mintill	2 455
12	Soybean-clean	593
13	Wheat	205
14	Woods	1 265
15	Buildings-grass-trees-drives	386
16	Stone-steel-towers	93

2.1.1 编码的稀疏性验证

为了验证本文算法得到编码的稀疏性, 在每类样本选择 10% 构成训练样本集, 训练样本集中共有 920 个样本, 然后将剩余的 8 314 个样本作为测试样本进行编码。由式(1)可知, 矩阵 \mathbf{A} 的大小为 200 × 920, 每个测试样本的编码是一个 920 维的向量。图 2 给出了样本编码中非零元素数量的统计图, 从图中能够发现, 测试样本编码中非零元素最少时只有 3 个, 最多时是 36。即便是最大数 36, 与编码中的 920 个总元素数相比较也是非常稀疏的。从图中也能够看到, 编码的非零元素数量大部分集中在 7 ~ 20 之间, 说明本文方法对测试样本的编码是稀疏的。从编码的稀疏性可以知道, 经过 SNNLSC 编码后, 测试样本都表示成训练集很少的几个样本的线性组合, 其主要原因是这些样本与测试样本具有很高的相似性, 与测试样本来自同一类的概率很高。

2.1.2 分类结果

测试样本经过编码后, 测试样本集中每个样本对应一个稀疏编码, 这个编码可看作是一个 920 维

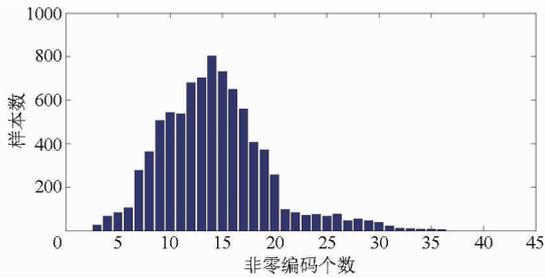


图 2 测试样本非零编码个数统计结果

Fig. 2 Statistics number of non-zero coding for testing samples

空间中的一个向量。其中,向量的每个元素对应训练样本集中的一个样本,如果该样本与测试样本相似度较高,则这个元素的值也相对较大,否则该元素的值很小,甚至为零。从这个角度而言,每个样本的稀疏编码具有很好的鉴别性能。

将总体识别精度和 Kappa 系数作为算法性能的评价指标(总体精度越高,Kappa 系数越大,算法分类性能越好),并和主成分分析(PCA)、支持向量机(Support vector machine, SVM)以及文献[16]提出的基于稀疏表示的分类器(SRC)方法进行性能比较。表 2 为各种方法的测试结果。从实验结果能够看到,相对于其余 3 种方法,本文方法无论是总体识别精度还是 Kappa 系数,都具有一定的优势。

表 2 算法在 Indian Pines 高光谱影像上的分类性能比较

Tab. 2 Classification performance comparison of algorithms in Indian Pines hyperspectral imaging

指标	PCA	SVM	SRC	本文算法
总体识别精度/%	68.63	84.72	81.53	85.31
Kappa 系数	0.6315	0.8321	0.7862	0.8163

2.2 实验 2

实验数据来自 AVIRIS 成像光谱仪获取的美国加利福尼亚州萨利纳斯山谷的高光谱影像,图像大小为 512 像素 × 217 像素,空间分辨率为 3.7 m,原始数据有 224 个波段,去掉 20 个水吸收波段(波段 108 ~ 112 nm, 154 ~ 167 nm, 224 nm),用剩余的 204 个波段进行分类实验。实验采用了该影像中一个大小为 86 像素 × 83 像素的子影像,用该数据的第 68、78、38 波段分别作为红、绿、蓝成分合成的假彩色图像和地面真实数据,如图 3 所示,其类别信息及样本数据分布如表 3 所示。

与实验 1 相同,每类样本选取 10% 构成训练样本集,剩余的作为测试样本。表 4 给出了算法的总体识别精度与 Kappa 系数,并和 PCA、SVM、SRC 进行了比较。从表 4 的数据可以看到,4 种方法的分类效果都是比较满意的,但本文方法具有更好的识别性能。



(a) 假彩色图像 (b) 地面真值

图 3 萨利纳斯山谷数据及其地面真值

Fig. 3 Salinas Valley data and ground truth value

表 3 萨利纳斯山谷高光谱影像样本分布

Tab. 3 Sample distribution of Salinas Valley hyperspectral imaging

类别	名称	样本总数
1	Broccoli_green_weeds_1	391
2	Corn_senesced_green_weeds	1343
3	Lettuce_romaine_4wk	616
4	Lettuce_romaine_5wk	1525
5	Lettuce_romaine_6wk	674
6	Lettuce_romaine_7wk	799

表 4 算法在萨利纳斯山谷高光谱影像上的分类性能比较

Tab. 4 Classification performance comparison of algorithms in Salinas Valley hyperspectral imaging

指标	PCA	SVM	SRC	本文算法
总体识别精度/%	95.12	99.37	98.85	99.56
Kappa 系数	0.9431	0.9825	0.9806	0.9867

在 2 个高光谱遥感影像数据集上的实验结果表明,当样本类别较多时,各类算法的识别精度都有所下降。但是,本文算法无论是总体识别精度还是 Kappa 系数,都优于其余 3 种方法,其主要原因是在编码非负性约束下,得到的特征编码具有较大的稀疏性,增强了提取特征的可鉴别性。

3 结束语

通过采用非负最小二乘方法,提出了一种基于稀疏非负最小二乘算法的高光谱遥感影像分类方法。与经典的稀疏表示方法相比较,采用的非负最小二乘方法不需要通过 L1 范数优化算法,具有较快的计算速度;通过增加非负性约束,使得用最小二乘方法得到的解具有很好的稀疏性,并用其稀疏系数作为样本的特征向量进行分类,由于得到样本的特征向量的稀疏性较高,大大提高了特征向量的可鉴别性,并进一步提升了算法的计算效率。在 Indian Pines 和萨利纳斯山谷 2 个高光谱影像数据集上的分类结果表明,本文算法分类精度较高,是一种较好的高光谱遥感影像分类方法。

参 考 文 献

- 1 PLAZA A, BENEDIKTSSON J A, BOARDMAN J, et al. Recent advances in techniques for hyperspectral image processing [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2009, 113(9): 110 - 120.
- 2 SHAHSHAHANI B, LANDGREBE D. The effect of unlabeled samples in reducing the small sample size problem and mitigating the Hughes phenomenon [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1994, 32(5): 1087 - 1095.
- 3 PAL M, FOODY G M. Feature selection for classification of hyperspectral data by SVM [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(5): 2297 - 2307.
- 4 GUO B, GUNN S R, DAMPER R I, et al. Band selection for hyperspectral image classification using mutual information [J]. *IEEE Transactions of Geoscience and Remote Sensing Letter*, 2006, 3(4): 522 - 526.
- 5 秦方普, 张爱武, 王书民, 等. 基于谱聚类与类间可分性因子的高光谱波段选择 [J]. *光谱学与光谱分析*, 2015, 35(5): 1357 - 1364.
QIN Fangpu, ZHANG Aiwu, WANG Shumin, et al. Hyperspectral band selection based on spectral clustering and inter-class separability factor [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2015, 35(5): 1357 - 1364. (in Chinese)
- 6 YANG C, LEE W S, GADER P. Hyperspectral band selection for detecting different blueberry fruit maturity stages [J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2014, 109(23 - 31): 23 - 31.
- 7 LI S, WU H, WAN D S, et al. An effective feature selection method for hyperspectral image classification based on genetic algorithm and support vector machine [J]. *Knowledge-based Systems*, 2011, 24(1): 40 - 48.
- 8 苏红军, 杜培军. 高光谱数据特征选择与特征提取研究 [J]. *遥感技术与应用*, 2006, 21(4): 288 - 293.
SU Hongjun, DU Peijun. Study on feature selection and extraction of hyperspectral data [J]. *Remote Sensing Technology and Application*, 2006, 21(4): 288 - 293. (in Chinese)
- 9 王俊淑, 江南, 张国明, 等. 高光谱遥感图像 DE-self-training 半监督分类算法 [J]. *农业机械学报*, 2015, 46(5): 239 - 244.
WANG Junshu, JIANG Nan, ZHANG Guoming, et al. Semi-supervised classification algorithm for hyperspectral remote sensing image based on DE-self-training [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2015, 46(5): 239 - 244. (in Chinese)
- 10 蔡悦, 苏红军, 李茜楠. 萤火虫算法优化的高光谱遥感影像极限学习机分类方法 [J]. *地球信息科学*, 2015, 17(8): 986 - 994.
CAI Yue, SU Hongjun, LI Qiannan. An extreme learning machine optimized by firefly algorithm for hyperspectral image classification [J]. *Journal of Geo-information Science*, 2015, 17(8): 986 - 994. (in Chinese)
- 11 PRASAD S, BRUCE L M. Limitations of principal components analysis for hyperspectral target recognition [J]. *IEEE Transactions of Geoscience and Remote Sensing Letter*, 2008, 5(4): 625 - 629.
- 12 VILLA A, BENEDIKTSSON J A, CHANUSSOT J, et al. Hyperspectral image classification with independent component discriminant analysis [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(12): 4865 - 4876.
- 13 孙伟伟, 刘春, 施蓓琦, 等. 面向高光谱影像分类的改进局部切空间排列降维 [J]. *同济大学学报: 自然科学版*, 2014, 42(1): 124 - 130.
SUN Weiwei, LIU Chun, SHI Beiqi, et al. Dimensionality reduction with improved local tangent space alignment for hyperspectral image classification [J]. *Journal of Tongji University: Nature Science*, 2014, 42(1): 124 - 130. (in Chinese)
- 14 袁宗泽, 孙浩, 计科峰, 等. 基于 Fisher 字典学习稀疏表示的高光谱图像分类 [J]. *遥感技术与应用*, 2014, 29(4): 646 - 652.
YUAN Zongze, SUN Hao, JI Kefeng, et al. Hyperspectral image classification using Fisher dictionary learning based sparse representation [J]. *Remote Sensing Technology and Application*, 2014, 29(4): 646 - 652. (in Chinese)
- 15 刘嘉敏, 罗甫林, 黄鸿, 等. 应用相关近邻局部线性嵌入算法的高光谱遥感影像分类 [J]. *光学精密工程*, 2014, 22(6): 1668 - 1676.
LIU Jiamin, LUO Fulin, HUANG Hong, et al. Classification of hyperspectral remote sensing image using correlation neighbor LLE [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(6): 1668 - 1676. (in Chinese)
- 16 WRIGHT J, YANG A Y, GANESH A, et al. Robust face recognition via sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 31(2): 210 - 227.
- 17 CHEN Y, NASRABADI N M, TRAN T D. Hyperspectral image classification using dictionary-based sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(10): 3973 - 3985.
- 18 CHEN Y, NASRABADI N M, TRAN T D. Hyperspectral image classification via kernel sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(1): 217 - 231.
- 19 ZHANG H Y, LI J Y, HUANG Y C, et al. A nonlocal weighted joint sparse representation classification method for hyperspectral

- imagery[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 7(6):2056 – 2065.
- 20 LI Y, NGOM A. Classification approach based on non-negative least squares[J]. Neurocomputing, 2013, 118(1): 41 – 57.
- 21 CHEN D, PLEMMONS R J. Nonnegativity constraints in numerical analysis [C] // BULTHEEL A, COOLS R. Conference Proceedings of Symposium on the Birth of Numerical Analysis, Leuven Belgium, 2009:109 – 139.
- 22 LAWSON C L, HANSON R J. Solving least squares problems[M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1987.
- 23 PLAZA A, BENEDIKTSSON J A, BOARDMAN J W, et al. Recent advance in techniques for hyperspectral image processing [J]. Remote Sensing of Environment, 2009, 113(9):110 – 122.
- 24 HAQ Q S, SHI L, TAO L, et al. A L1-minimization based approach for hyperspectral data classification [C] // Proceedings of 2010 International Conference on Remote Sensing(ICRS), 2010, 2:139 – 142.