

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.06.047

5-SPS 直线动平台并联机构机型与特性研究

沈惠平^{1,2} 黄骏^{1,2} 朱帅帅^{1,2} 邓嘉鸣^{1,2}

(1. 常州大学机械工程学院, 常州 213016; 2. 常州大学现代机构学研究中心, 常州 213016)

摘要: 首先,根据基于方位特征(POC)和有序单开链(SOC)的并联机构结构降耦原理,设计了一类5种5-SPS直线型动平台并联机构,其中,4种为本文提出的新机构;同时,提出了机构的存在性判别式,并据此证明了5种5-SPS直线型动平台机构的存在性,以及6-SPS、4-SPS、3-SPS、2-SPS直线动平台机构的非存在性;其次,对5种5-SPS直线型动平台并联机构的耦合度、输出方位特征、输入-输出运动解耦性等3个重要拓扑结构特性,以及位置工作空间特性,分别进行了计算与比较,结果表明:直线动平台上球副重合可降低机构耦合度及其位置正解求解的难度,但同时会使位置工作空间减小;含三重球副的机构具有输入-输出运动部分解耦性。

关键词: 并联机构; 机型设计; 耦合度; 方位特征集; 工作空间; 直线动平台

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2016)06-0357-09

Novel Topological Structures and Properties for 5-SPS Parallel Mechanisms with Linear Moving Platform

Shen Huiping^{1,2} Huang Jun^{1,2} Zhu Shuaishuai^{1,2} Deng Jiaming^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

2. Research Center for Advanced Mechanism Theory, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

Abstract: Parallel mechanisms with linear moving platform (LMP) have good practical application value, but it was rarely studied. Firstly, using structure coupling-reducing theory based on the position and orientation characteristics (POC) and the ordered single-open-chain (SOC) units, five 5-SPS parallel mechanisms with LMP were designed, and four of them were novel ones. Secondly, the "existence criterion of mechanism" was proposed. Each 5-SPS parallel mechanisms with LMP had its own advantages and applications. Accordingly, the existence of five 5-SPS and the non-existence of 6-SPS, 4-SPS, 3-SPS, 2-SPS parallel configurations with LMP were proved. As a consequence, the criterion can be used to determine the existence of mechanisms. Then, the three important topological characteristics, including coupling degree, the output POC and the input-output motion decoupling, as well as the position workspace characteristics, of the five 5-SPS parallel mechanisms with LMP were separately calculated and compared. It was shown that the coupling degree of mechanisms and difficulty of solving forward displacement analysis can be reduced, but the workspace would be reduced simultaneously when the collinearing or coinciding of the spherical joints on the moving platform was occurred. And the mechanisms with triple-spherical-joint structure had input-output motion decoupling. These results can provide theoretical basis for engineering design, optimal selection and potential use of the five 5-SPS parallel mechanisms with LMP.

Key words: parallel mechanism; topological structures design; coupling degree; position and orientation characteristics sets; workspace; linear moving platform

收稿日期: 2015-12-04 修回日期: 2016-01-07

基金项目: 国家自然科学基金项目(51375062)、江苏省重点研发计划项目(BE2015043)和江苏省产学研前瞻性项目(BY2015027-24)

作者简介: 沈惠平(1965—),男,教授,博士生导师,主要从事机构学和并联机构研究,E-mail: shp65@126.com

引言

直线动平台并联机构是一类结构特殊的并联机构,其动平台为直线杆,具有很好的实用价值,但目前研究较少。ZHANG等^[1]于1991年在研究Stewart平台的支链分布对其运动学正解计算复杂程度影响时,首先提出了5个球副共线的结构,并发现当6-SPS机构的动平台上有5个球副共线布置时,动平台的1个转动角度仅由一条SPS支链决定,而其他的5个输出量(2个转动角和3个平移量)由其他5条SPS支链决定,也即动平台的1个转动角度与其他5个输出量是解耦分离的,这种构型的位置方程可归结为一元4次多项式方程,能得到8个实数解和8个虚数解,且计算效率比2-2-2式的6-SPS机构高(其位置方程为一元16次多项式方程)。GAO等^[2]基于Stewart上、下平台6对铰点之间不同杆长、角度约束条件,综合出3850种广义Stewart平台,其中包含ZHANG所综合出的几种机构。Júlia BORRÀS提出了一种5-SPU直线型动平台并联机构^[3-4](动平台上所有的U副在一条直线上布置)。由于直线型动平台并联机构是由Stewart平台演变而来,因此,较好地继承了Stewart平台的速度、刚度、动力学特性等诸多方面的优势,特别是通过在直线杆状动平台的末端安装不同的操作工具,可实现远距离喷涂、水切割、激光切割等功能,而装置整体体积较小,因而具有较为广泛的工业用途,但国内尚未见到相应的理论和应用报道。

目前,除一种5-SPU直线动平台并联机构外^[4],尚未见到其他类型的直线动平台并联机构。本文根据基于方位特征(Position and orientation characteristic, POC)和有序单开链(Ordered single-open-chain, SOC)的并联机构结构降耦原理,设计5种5-SPS直线型动平台并联机构机型,其中,4种为本文提出的新机构;同时,提出机构的存在性判别式,并根据机构的存在判别式,证明5种5-SPS直线型动平台并联机构的存在性;为系统性,本文还证明 n -SPS($n \neq 5, n = 2, 3, 4, 6$)直线动平台“构造”作为机构的非存在性。最后,对这5种5-SPS直线型动平台机构的3个重要拓扑结构特性——耦合度 k 值、输出方位特征POC元素、输入-输出(I-O)运动解耦性,以及运动重要特性——位置工作空间,分别进行计算、分析与比较。

1 并联机构拓扑结构设计理论

1.1 并联机构的方位特征矩阵

基于方位特征(POC)集和单开链(SOC)的并联

机构结构设计理论^[5-8]认为,并联机构可以看作是由 N 条支链,包括单开链SOC和混合单开链HSOC(Hybrid-single-open-chain)连接动、静平台所组成,每一条支链末端构件的运动规律影响动平台的运动规律,因此,动平台的POC元素是各个支链末端构件的POC元素的“交集”,即

$$M_{Pa} = \bigcap_{i=1}^N M_{b_i} \quad (1)$$

式中 M_{Pa} ——并联机构动平台的POC元素
 M_{b_i} ——第 i 条支链的POC元素

1.2 自由度公式

并联机构的DOF公式^[5]为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} \quad (2)$$

其中 $\xi_{L_j} = \dim \left\{ \left(\bigcap_{i=1}^j M_{b_i} \right) \cup M_{b_{(j+1)}} \right\}$
 $v = m - n + 1$

式中 F ——机构自由度

f_i ——第 i 个运动副的自由度

m ——运动副数

v ——基本回路数 n ——构件数

ξ_{L_j} ——第 j 个基本回路的独立位移方程数

M_{b_i} ——第 i 条支链末端构件的POC集

$\bigcap_{i=1}^j M_{b_i}$ ——前 j 条支链组成的子并联机构动平台的POC集

$M_{b_{(j+1)}}$ ——第 $(j+1)$ 条支链末端构件POC的集

1.3 单开链约束度和机构耦合度

基于机构拓扑结构分解算法,任一机构可依次分解为 v 个SOC _{i} ,并得到其相应的约束度 Δ_i ,第 j 个SOC _{j} 的约束度^[5]为

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m_j} f_i - I_j - \xi_{L_j} = \begin{cases} \Delta_j^- = -5, -4, -3, -2, -1 \\ \Delta_j^0 = 0 \\ \Delta_j^+ = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (3)$$

式中 m_j ——第 j 个SOC _{j} 的运动副数

I_j ——第 j 个SOC _{j} 的驱动副数

单开链约束度的物理意义是:

(1) 约束度为负值的SOC(Δ_j^-),会对机构施加 $|\Delta_j^-|$ 个约束,使机构DOF减少 $|\Delta_j^-|$,为超静定结构。

(2) 约束度为零的SOC(Δ_j^0),不影响机构DOF,其位置正解能独立求解,为静定结构。

(3) 约束度为正值SOC(Δ_j^+),会使机构DOF增加 Δ_j^+ ,为静不定结构。

进一步, v 个单开链 (SOC(Δ_j), $j = 1, 2, \dots, v$) 依次联结而成基本回路数为 v 的基本运动链 (Basic kinematics chain, BKC), 所谓 BKC 是指 DOF 为零且其任意一个子运动链 DOF 大于零的最小运动链, 则 BKC 的耦合度 κ ^[5] 为

$$\kappa = \frac{1}{2} \min \left\{ \sum_{j=1}^v |\Delta_j| \right\} = \frac{1}{2} \min \left\{ \sum_{j=1}^v \left| \sum_{i=1}^{m_j} f_i - I_j - \xi_{L_j} \right| \right\} \quad (4)$$

机构耦合度 κ 为其所含 BKC 耦合度的最大值, 其物理意义是: 它表示了机构基本回路位置变量之间的关联依赖程度, 为机构拓扑结构复杂度的一个重要指标, 且为不变量; 已证明: κ 值越大, 机构的回路位置变量耦合性越强, 结构复杂度越高; κ 值也反映了机构运动学、动力学问题求解的复杂性^[5,8-9]。对于 $\kappa = 0$ 的机构, 实质上为静定结构, 总能得到位置正向解析解; 若 $\kappa > 0$, 无法得到机构的位置正向解析解, 需多个回路位置方程联立求解, 而 κ 值恰为联立求解的最低维数。

2 n -SPS 直线动平台并联机构的设计及判据

作者在系统研究 6-SPS 并联机构位置正解求解规律时, 发现将动平台上的球副进行有规律的重合 (或合并), 可降低机构耦合度, 从而降低机构位置正解求解的复杂性^[9], 并提出了一般性的机构结构降耦原理^[10,11]。

本文根据机构结构降耦原理, 将 n -SPS ($2 \leq n \leq 6$) 直线动平台上的球副, 按单球副、二重球副和三重球副进行有序排列设计, 得到 n -SPS 直线动平台所有可能“构造”; 再根据“机构的存在性判别式”进行判断证明, 存在的“构造”即为所设计的直线动平台并联机构机型, 不存在的“构造”不能称为机构, 不予讨论, 最终得到具有实用价值的 5-SPS 直线动平台机构。

2.1 n -SPS 直线动平台并联机构的系统设计

对 n -SPS ($2 \leq n \leq 6$) 型直线动平台上的球副按单球副、二重球副和三重球副进行排列设计, 得到其所有可能的, 即 6-SPS、5-SPS、4-SPS、3-SPS、2-SPS 的直线动平台构造, 分别有 7 种、5 种、4 种、2 种、2 种, 如表 1 所示, 其中 ●、◎、⊙ 分别表示单球副、二重球副和三重球副。

2.2 机构的存在性原理及其判别式

由式(3)与式(2)可证明^[5]

$$\sum_{j=1}^v \Delta_j = 0 \quad (5)$$

若机构存在, 则一定满足式(5), 其物理意义

表 1 n -SPS ($2 \leq n \leq 6$) 直线动平台所有构造
Tab.1 All structures of n -SPS ($2 \leq n \leq 6$) with linear moving platform

		存在的机构		不存在的机构		
		(I)5-SPS	(II)6-SPS	(III)4-SPS	(IV)3-SPS	(V)2-SPS
含单球副	a					
	b					
含二重球副	c					
	d					
含三重球副	e					
	f					
	g					

是: 由约束度正、零、负的各 SOC 所构成的机构, 其所有基本回路的运动是确定的, 机构具有运动确定性, 为一静定结构; 反之, 若 $\sum_{j=1}^v \Delta_j \neq 0$, 则机构不存在, 此时, 机构为超静定桁架结构, 或为静不定系统, 运动不确定。本文称之为机构存在性原理, 而式(5)称之为机构的存在性判别式 (Criterion for existence of mechanisms, CEM)。

实际上, 这种基于约束度计算的机构的存在性判别式, 和基于自由度计算的传统的机构确定运动条件 (原动件数等于自由度) 是一致的。

3 一类 5-SPS 直线动平台并联机构的存在性证明

图 1a 所示的 1-1-1-1-1 式 5-SPS 直线动平台并联机构, 由静平台 0、直线动平台, 以及 5 条结构相同的支链 ($-S_{i1}-P_{i2}-S_{i3}$, $i = 1, 2, \dots, 5$) 组成 (即表 1 中第 I 列的 No. a), 机构静平台 0 为任意五边形, 5 个球副布置在其顶点上, 动平台上的 5 个球副分开布置在一条直线上, 其中, 5 个 P 副为驱动副, 该机构即为文献[4]所给出的机构。现用本文提出的机构的存在性判别式证明其存在性。

3.1 5 种 5-SPS 直线动平台并联机构的存在性证明

(1) 取第 1、2 支链构成第 1 单开链 SOC₁ $\{-S_{11}-P_{12}-S_{13}-S_{23}-P_{22}-S_{21}-\}$, 其独立位移方程数 ξ_{L_1} 为

$$\xi_{L_1} = \dim \{M_{b_1} \cup M_{b_2}\} = \dim \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right\} = 6$$

第 1、2 支链组成的子并联机构的 DOF 为

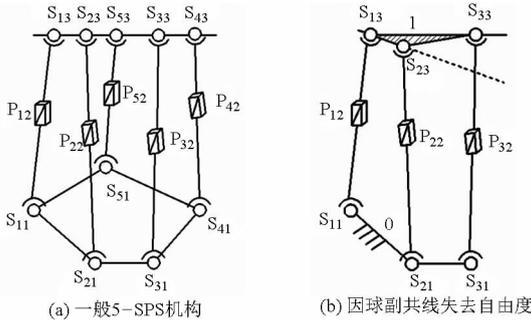


图 1 5-SPS 直线动平台并联机构的存在性

Fig. 1 Existence of 5-SPS parallel mechanism with linear moving platform

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 11 - 6 = 5$$

式中,扣除绕 $S_{13} - S_{23}$ 的局部转动自由度。

(2)由第 1、2 支链组成的子并联机构和第 3 支链构成第 2 单开链 $SOC_2 \{-R^{(S_{11}-S_{21})} - S_{33} - P_{32} - S_{31}-\}$,其独立位移方程数 ξ_{L_2} 为

$$\xi_{L_2} = \dim \{M_{Pa(1-2)} \cup M_{b_3}\} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = 6$$

由第 1、2、3 条支链组成的子并联机构的 DOF 为

$$F_{(1-3)} = 17 - (6 + 6) = 5$$

(3)由第 1、2、3 条支链组成的子并联机构和第 4 支链构成第 3 单开链 $SOC_3 \{-S_{41} - P_{42} - S_{43}-\}$,其独立位移方程数 ξ_{L_3}

$$\xi_{L_3} = \dim \{M_{Pa(1-3)} \cup M_{b_4}\} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = 6$$

由第 1、2、3、4 条支链组成的子并联机构的 DOF 为

$$F_{(1-4)} = 23 - (6 + 6 + 6) = 5$$

(4)由第 1、2、3、4 条支链组成的子并联机构和第 5 支链构成第 4 单开链 $SOC_4 \{-S_{51} - P_{52} - S_{53}-\}$,其独立位移方程数 ξ_{L_4}

$$\xi_{L_4} = \dim \{M_{Pa(1-4)} \cup M_{b_5}\} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = 6$$

至此,4 个基本回路的位移方程数均已计算出,即 $\xi_i = 6 (i = 1, 2, 3, 4)$ 。

(5)计算各单开链的约束度

① $SOC_1 \{-S_{11} - P_{12} - S_{13} - S_{23} - P_{22} - S_{21}-\}$ 的约束度 $\Delta_1 = 10 - 2 - 6 = 2$ 。

已扣除绕 $S_{11} - S_{21}$ 、 $S_{13} - S_{23}$ 的局部转动自由度。

② $SOC_2 \{-R^{(S_{11}-S_{21})} - S_{33} - P_{32} - S_{31}-\}$ 的约束度 $\Delta_2 = 7 - 1 - 6 = 0$ 。

如图 1b 所示,当球副 S_{33} 趋于与 $S_{13} - S_{23}$ 共线时,动平台逐渐失去了绕 $S_{13} - S_{23}$ 的转动自由度,因

此,只有绕 $S_{11} - S_{21}$ 的转动自由度。

③ 当球副 S_{43} 趋于与 $S_{13} - S_{23} - S_{33}$ 共线时,也失去了绕 $S_{23} - S_{33}$ 的转动自由度,因此, $SOC_3 \{-S_{41} - P_{42} - S_{43}-\}$ 的约束度 $\Delta_3 = 6 - 1 - 6 = -1$ 。

④ 同样,当球副 S_{53} 趋于与 $S_{13} - S_{23} - S_{33} - S_{43}$ 共线时,也失去了绕 $S_{33} - S_{43}$ 的转动自由度,因此, $SOC_4 \{-S_{51} - P_{52} - S_{53}-\}$ 的约束度 $\Delta_4 = 6 - 1 - 6 = -1$ 。

至此,因 $\sum_{i=1}^4 \Delta_i = 2 + 0 - 1 - 1 = 0$,由判别式(5)可知,该机构存在。

同时,由式(2)可得机构的 DOF 为

$$F = 29 - (6 + 6 + 6 + 6) = 5$$

根据传统的“机构具有确定运动条件(原动件等于自由度数)”,该机构的 5 个移动副为原动件,因此,该机构也是存在的。

用同样的方法,证明了表 1 中第 I 列 No. b、c、e、f 所示的其他 4 种 5-SPS 直线动平台并联机构均存在,其机构简图如表 2 所示。

表 2 5 种 5-SPS 直线动平台机构的耦合度和位置 workspace

Tab. 2 Coupling degree and workspace of five 5-SPS mechanisms with linear moving platform

	No.a	No.b	No.c	No.e	No.f
机构简图					
κ	2	2	1	1	0
V	$3v_0$	$2v_0$	$2v_0$	v_0	$0.34v_0$

3.2 n-SPS (n≠5) 直线动平台构造的非存在性

3.2.1 6-SPS 直线动平台机构的非存在性

表 1 中第 II 列 No. a 所示的 1-1-1-1-1-1 式 6-SPS 直线动平台构造,显然是将一般 Stewart-Gough 平台的动平台退化演变为一根直线,即 6 个球副共线,而静平台上的 6 个球副仍为一般布置,6 个 P 副仍为驱动副,如图 2 所示。

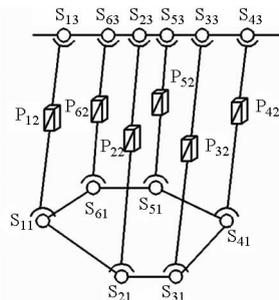


图 2 6-SPS 直线动平台并联机构的非存在性证明

Fig. 2 Non-existence proof of 6-SPS mechanism with linear moving platform

(1)计算各回路的独立位移方程数

显然,该构造的 5 个基本回路的独立位移方程

数的计算方法同上,即 $\xi_i = 6 (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 。

(2) 计算各单开链的约束度

由第 1、2 支链构成的第 1 单开链 $SOC_1 \{-S_{11} - P_{12} - S_{13} - S_{23} - P_{22} - S_{21} -\}$, 其约束度为 $\Delta_1 = 10 - 2 - 6 = 2$ 。

由 1、2 支链构成的子并联机构和第 3 支链构成的第 2 单开链为 $SOC_2 \{-R^{(S_{11}-S_{21})} - S_{31} - P_{32} - S_{33} -\}$, 其约束度为 $\Delta_2 = 7 - 1 - 6 = 0$ 。

上述中,因 $S_{13} - S_{23} - S_{33}$ 共线,使动平台失去了绕 $S_{13} - S_{23}$ 的转动自由度。同 3.1 节的“计算各单开链的约束度”所述,易有: $SOC_3 \{-S_{14} - P_{24} - S_{34} -\}$ 的约束度为 $\Delta_3 = 6 - 1 - 6 = -1$ 。 $SOC_4 \{-S_{15} - P_{25} - S_{35} -\}$ 的约束度为 $\Delta_4 = 6 - 1 - 6 = -1$ 。 $SOC_5 \{-S_{16} - P_{26} - S_{36} -\}$ 的约束度为 $\Delta_5 = 6 - 1 - 6 = -1$ 。

因 $\sum_{i=1}^5 \Delta_i = 2 + 0 - 1 - 1 - 1 = -1 \neq 0$, 由判别式(5),该构造作为机构是不存在的,且为一超静定结构。

实际上,由式(2),该机构的自由度为

$$F = 35 - (6 + 6 + 6 + 6 + 6) = 5 < 6$$

根据传统的“机构具有确定运动条件”,该构造仅需 5 个原动件,若用 6 个原动件,则该“构造”内部具有“冗余约束”成为一个超静定结构,而非一般意义的机构。此时,当然也可以把它看作是一个冗余驱动的机构^[12]。

同样,对表 1 第 II 列 No. b ~ No. g 所示的其他 6 种 6-SPS 直线动平台“构造”,进行存在性分析,表明这些“构造”均不能成为一般意义的并联机构,不予讨论。

因此,在对机构进行分析时,应首先根据机构的存在性判别式来进行存在性分析,若机构不存在,就不必进行后续的拓扑结构学分析,更无需分析运动学、动力学特性等。

由上可知,在判别一个“构造”能否成为一个有用的“机构”时,应用本文提出的基于约束度计算的机构的存在性判别式和基于自由度计算的机构具有确定运动条件是一致的。

机构的存在性判别式也适用于任何平面机构。因为一般平面机构的基本回路的独立位移方程数恒为 $\xi = 3$, 因此,在用式(5)进行判断时,十分方便、简单。

3.2.2 4-SPS、3-SPS、2-SPS 直线动平台机构的非存在性

同样,证明了表 1 中第 III 列所示的 4 种 4-SPS、第 IV 列所示的 2 种 3-SPS、第 V 列所示的 2 种 2-SPS 直线动平台并联“构造”,均不能成为一

般意义的并联机构而存在,故不予讨论。

至此,可知:对于 n -SPS ($2 \leq n \leq 6$) 直线动平台构造,仅存在一类 5-SPS 直线动平台机构,且其共有 5 种拓扑结构,其中,有 4 种为本文提出(表 1 第 I 列,或表 2 的 No. b、No. c、No. e、No. f); 而其他的 6-SPS、4-SPS、3-SPS、2-SPS 直线动平台“构造”,作为一般意义的机构是不存在的。

以下对具有实用价值的 5 种 5-SPS 直线动平台机构进行基本特性分析,包括机构耦合度、输出方位特征、输入-输出运动解耦性的 3 个重要拓扑结构特性,以及位置工作空间运动特性。

4 5 种 5-SPS 直线动平台机构的拓扑特性

文献[5]给出了描述一个机构拓扑结构特征的 10 个指标:POC 集、BKC、耦合度、I-O 运动解耦性、消极运动副、过约束数、驱动副选择、冗余度、独立位移方程数、DOF 及其类型等,并给出了其计算公式(或判定准则)。由于篇幅有限以及这 5 种机构具有特殊性(具有相同的过约束数、驱动副选择、冗余度、独立位移方程数、DOF 及其类型等),本文仅选取 3 个最具代表性的拓扑特性指标,即耦合度 κ 、I-O 运动解耦性、POC,来比较分析这 5 种 5-SPS 直线动平台机构。

4.1 5 种 5-SPS 直线动平台机构的耦合度计算

本文 3.1 节已计算出 1-1-1-1-1 式 5-SPS 直线动平台机构的各单开链 $SOC_1 \sim SOC_4$ 的约束度 $\Delta_1 \sim \Delta_4$ 分别为 2、0、-1、-1,因此,根据式(4),易有

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^5 |\Delta_j| = 2$$

根据作者提出的机构组成原理的表达式^[13],该机构仅包含一个 BKC,可表示为

$$PKM^2 = 5 - J_{in} + BKC^2(2, 0, -1, -1)$$

该机构耦合度为 2。

用同样的方法,对表 2 所示的本文提出的其他 4 种 5-SPS 直线动平台并联机构(No. b、c、e、f)进行机构组成原理分析,可分别表示为:

对 No. b 机构

$$PKM^2 = 5 - J_{in} + BKC^2(2, -1, -1) + BKC^0(0)$$

该机构耦合度为 2。

对 No. c 机构

$$PKM^1 = 5 - J_{in} + BKC^1(1, -1) + 2BKC^0(0)$$

该机构耦合度为 1。

对 No. e 机构

$$PKM^1 = 5 - J_{in} + BKC^1(1, 0, -1) + BKC^0(0)$$

该机构耦合度为 1。

对 No. f 机构

$$PKM^0 = 5 - J_{in} + 4BKC^0(0)$$

该机构耦合度为 0。

这 4 个新机构的耦合度 κ 已列于表 2。从表 2 可看出,随着直线动平台上二重或三重球副数目的增加,机构的耦合度从 $\kappa = 2$ (No. a, No. b) 逐渐降低至 $\kappa = 1$ (No. c, No. e) 或 $\kappa = 0$ (No. f), 这表明其位置正解求解的难度逐渐降低^[8-9]。

笔者已对 $\kappa = 2$ 的机构 (No. a)、对 $\kappa = 1$ 的机构 (No. c, No. e), 分别采用代数消元法、一维搜索法得到 8 个实数解。同时,采用气缸 (10 mm × 160 mm) 作为移动副,采用两位五通电磁阀作为气缸的运动控制方式,研制了 1-1-1-1-1 式 5-SPS 直线动平台机构 (No. a) 实验样机^[14], 如图 3 所示。进一步,通过开关控制电磁阀,可实现机构具有 $2^5 = 32$ 种不同的位姿,验证了对应的 8 组实数解。而对于 $\kappa = 0$ 的机构 (No. f) 则直接得到了位置正解的解析解,也得到 8 个实数解^[14]。



图 3 5-SPS 直线动平台并联机构实验样机

Fig. 3 Prototype of 5-SPS parallel mechanism with linear moving platform

4.2 5 种 5-SPS 直线动平台机构的 I-O 解耦性分析

表 2 所示的 No. e、No. f 2 种 5-SPS 直线动平台并联机构,均包含一个三重球副,该三重球副球心的位置,由其 3 个移动副确定;而另外 2 个移动副确定 2 个转动角,因此,这 2 个 5-SPS 直线动平台并联机构均具有输入-输出运动部分解耦性^[5],对运动控制非常有利;而其他 3 个 5-SPS 直线动平台并联机构 (No. a、No. b、No. c) 均为输入-输出运动强耦合,实时运动控制较难。

4.3 5 种 5-SPS 直线动平台机构的 POC 分析

由以上分析知,这 5 种 5-SPS 直线动平台机构具有相同的 POC 元素,即直线动平台均能产生 5 个输出量 (2 个转动、3 个平移),但存在一个绕直线杆轴线的局部转动自由度,在实际使用时,可采用更换其中的一个球副为虎克铰的方法,予以消除。

5 5 种 5-SPS 直线动平台机构的位置工作空间

并联机构的位置工作空间即为末端执行器的工

作区域,它是衡量并联机构运动性能的一个重要指标。而杆长的限制、运动副转角的限制,以及连杆的干涉等 3 个因素影响并联机构的位置工作空间。解析法的位置工作空间求解思路是将机构拆分成 N 个单开链,将单开链的子空间曲面进行相交;数值法的求解思路主要是搜索边界点集。

以下采用极限边界搜索法^[15]来计算 5 种 5-SPS 直线动平台并联机构的位置工作空间,即预先设定好该机构工作空间的搜索范围,查找该空间内所有满足杆长约束、转角约束、干涉约束的点^[16-17]。通过 Matlab 软件将这些点以曲面的方式展现出来,边界点即为工作空间的边界。

为比较 5 种 5-SPS 直线动平台机构的位置工作空间大小,现作统一假定:即正五边形静平台的边长为 $a = 100$;动平台上每个球副之间的距离为 b ,其直线动平台最右端球副与所求操作点 P 的距离为 $H = 100$,直线动平台的长度 (最左端球副与 P 点的距离) 为 500;设定空间三维搜索范围为: $-550 \leq x \leq 600$, $-500 \leq y \leq 650$, $0 \leq z \leq 500$, 单位 (mm); 杆长约束: $350 \leq l_i \leq 450$; 转角约束: 各球铰的许用转角为 30° 。

通过 Matlab 软件编程,分别得到 5-SPS 直线动平台上操作点 P 的位置工作空间三维立体图、 Z 轴不同位置上的工作空间截面图,及其体积 V ^[14]。以下仅给出简要的计算结果,供选优机构时参考。

5.1 1-1-1-1-1 式 5-SPS 机构的位置工作空间

1-1-1-1-1 式 5-SPS 机构 (表 2 中 No. a 机构), P 点的布置图如图 4a 所示, $b = 100$ mm, 则 P 点工作空间的三维图如图 4b 所示, Z 轴的截面图如图 4c 所示,其体积 $V = 2.7014 \times 10^6$ mm³。

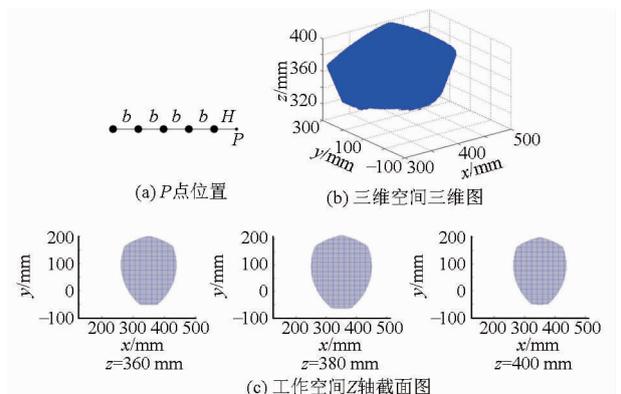


图 4 1-1-1-1-1 式 5-SPS 直线动平台机构工作空间

Fig. 4 Workspace for 1-1-1-1-1 type 5-SPS with linear moving platform

5.2 2-1-1-1 式 5-SPS 机构的位置工作空间

2-1-1-1 式 5-SPS 机构 (表 2 中 No. b 机构) 的动平台含有一个二重球副, $b = (1/3) \times$

400 mm, P 点位置如图 5a 所示。图 5b 为其工作空间三维图, 图 5c 为 Z 轴截面图, 其体积 $V = 1.8769 \times 10^6 \text{ mm}^3$ 。

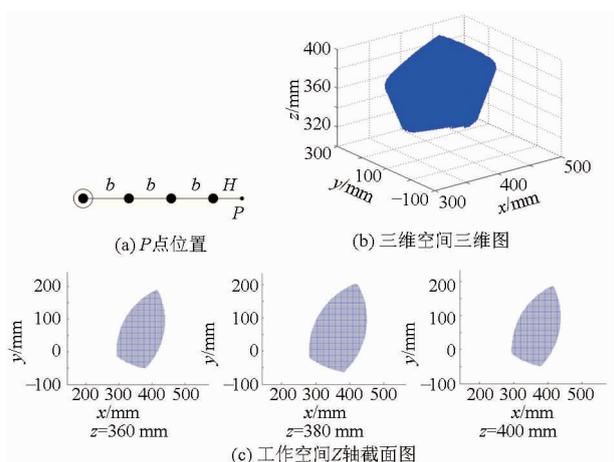


图 5 2-1-1-1 式 5-SPS 直线平台机构工作空间
Fig. 5 Workspace for 2-1-1-1 type 5-SPS with linear moving platform

5.3 2-2-1 式 5-SPS 机构的位置工作空间

2-2-1 式 5-SPS 直线动平台机构 (表 2 中 No. c 机构) 的动平台含 2 个二重球副, P 点位置如图 6a 所示, $b = 200 \text{ mm}$ 。图 6b 所示为工作空间三维图, 图 6c 所示为 Z 轴截面图, 其体积 $V = 1.7916 \times 10^6 \text{ mm}^3$ 。

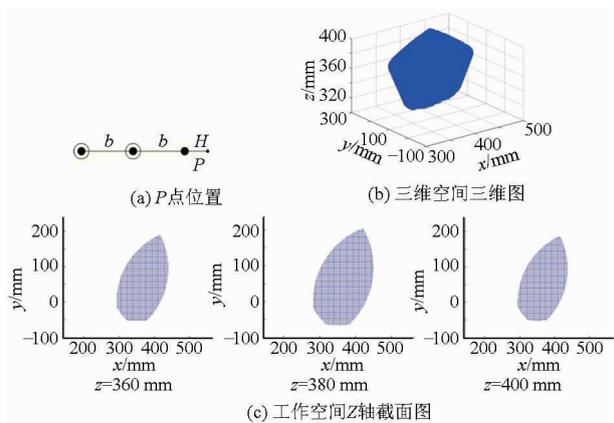


图 6 2-2-1 式 5-SPS 直线动平台并联机构工作空间
Fig. 6 Workspace for 2-2-1 type 5-SPS with linear moving platform

5.4 3-1-1 式 5-SPS 机构的位置工作空间

3-1-1 式 5-SPS 直线动平台机构 (表 2 中 No. e 机构) 的动平台包含 1 个三重球副, P 点的位置如图 7a 所示, $b = 200 \text{ mm}$ 。图 7b 所示为其工作空间三维图、图 7c 所示为 Z 轴截面图, 其体积 $V = 9.1969 \times 10^5 \text{ mm}^3$ 。

5.5 3-2 式 5-SPS 机构的位置工作空间

3-2 式 5-SPS 直线动平台机构 (表 2 中 No. f 机构) 各含 1 个三重球副, 1 个二重球副, 它们的间距为 $b = 400 \text{ mm}$, P 点位置如图 8a 所示, 则图 8b 为

工作空间三维立体图、图 8c 所示为 Z 轴截面图, 其体积 $V = 3.142 \times 10^5 \text{ mm}^3$ 。

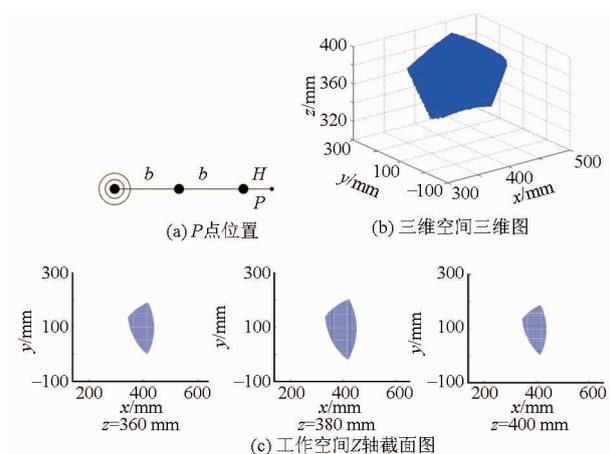


图 7 3-1-1 式 5-SPS 直线动平台机构工作空间
Fig. 7 Workspace for 3-1-1 type 5-SPS with linear moving platform

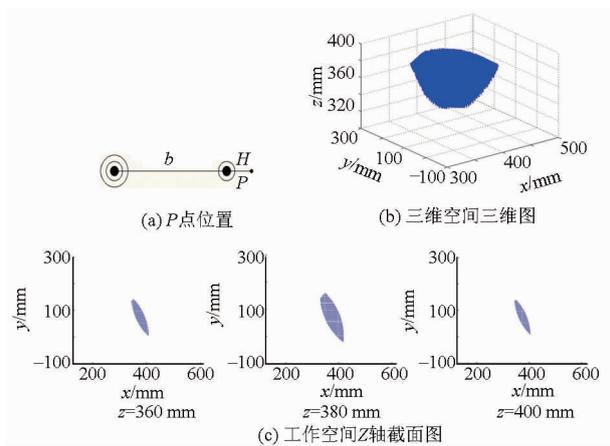


图 8 3-2 式 5-SPS 直线动平台并联机构工作空间
Fig. 8 Workspace for 3-2 type 5-SPS with linear moving platform

由以上比较分析可知:

(1) 5 种 5-SPS 直线动平台机构的工作空间都具有连续性。

(2) 5 种 5-SPS 机构的工作空间体积 V , 如表 2 所示 (以 No. e 机构的工作空间体积为单位体积 V_0), 由大到小分别为 $V_{1-1-1-1-1}$ 、 $V_{2-1-1-1}$ 、 V_{2-2-1} 、 V_{3-1-1} 、 V_{3-2} , 表明: ① 不含复合球副的并联机构的位置工作空间, 大于含二重球副并联机构的工作空间, 而后者又大于含三重球副并联机构的工作空间。② 位置工作空间变小的主要原因是: 复合球铰进一步限制了动平台的活动能力, 减小了动平台的平动和转动范围。

(3) 耦合度 $\kappa = 2$ 的 1-1-1-1-1 式、2-1-1-1 式的 5-SPS 机构 (表 2 中 No. a、No. b) 位置正解求解较难, 但具有较大的工作空间; 而耦合度 $\kappa = 0$ 的 3-2 式 5-SPS 机构 (表 2 中 No. f) 可较易求得

解析式位置正解,但工作空间较小,显示出耦合度指标和位置工作空间指标具有矛盾性;而 $\kappa=1$ 的5-SPS机构(No. c、No. e),其耦合度和位置工作空间介于两者之间。因此,这5种机构各有所长,具体应用场合,可视实际需要而定。

在实际设计、制造这些机构时,对于二重球副、三重球副结构,可采用作者提出的易制造结构^[18-19],例,图9a为3-2式5-SPS并联机构的理论结构,而图9b为其易制造结构,该机构已授权发明专利^[20]。

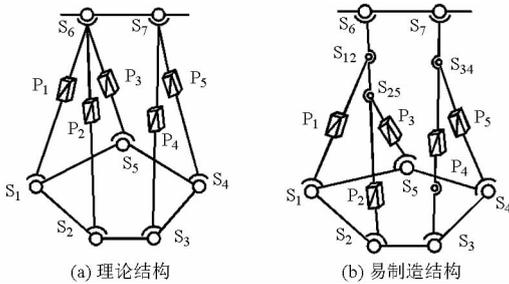


图9 3-2式5-SPS并联机构及其易制造结构

Fig.9 3-2 type 5-SPS parallel mechanisms and its easily-manufactured structure

这样,既利用了复合球铰能有效降低机构耦合度、使输入-输出运动解耦等优点,又易制造。

6 结论

(1) 基于并联机构的结构降耦原理,设计并证明了存在5种特殊结构的,即1-1-1-1-1、2-1-1-1、2-2-1、3-1-1、3-2式5-SPS直线动平台并联机构,其中,2-1-1-1、2-2-1、3-1-1、3-2式这4种为本文提出;而6-SPS、4-SPS、3-SPS、2-SPS不能作为直线动平台并联机构存在。

(2) 提出的基于约束度计算的机构存在性判别

式,可判定任意机构的存在性,特别是对一些特殊结构的空问并联机构的存在性判断,实用、有效。

(3) 分别计算了5种5-SPS直线动平台并联机构的耦合度、输入-输出运动解耦性、输出方位特征3个重要拓扑结构特性,表明:耦合度 $\kappa=2$ 的1-1-1-1-1式、2-1-1-1式5-SPS机构(表2中No. a、No. b)的位置正解求解,难于 $\kappa=1$ 的5-SPS机构(No. c、No. e)的位置正解求解,但它们都可以用 k 维搜索法求出其实数位置正解;而耦合度 $k=0$ 的3-2式5-SPS机构(表2中No. f),可较易求得解析式位置正解。进一步发现,二重球副的数目越多或三重球副的存在,会使耦合度 k 降低得更多。

(4) 含三重球副的2种5-SPS直线动平台并联机构(No. e、No. f)具有输入-输出运动解耦性,对运动控制非常有利;而其他3个5-SPS直线动平台并联机构(No. a、No. b、No. c)均为输入-输出运动强耦合,运动控制较复杂。

(5) 分别计算了5种5-SPS直线动平台并联机构的位置工作空间,表明:动平台上球副重合会使位置工作空间减小,且由大到小有 $V_{1-1-1-1-1}$ 、 $V_{2-1-1-1}$ 、 V_{2-2-1} 、 V_{3-1-1} 、 V_{3-2} ,即不含复合球副的并联机构的位置工作空间大于含二重球副并联机构的位置工作空间,而后者又大于含三重球副并联机构的位置工作空间。

(6) 这5种5-SPS机构均的直线动平台均能产生5个输出量—2个转动角和3个平移量,但各自具有自己的优势及其应用场合。对于二重球副、三重球副结构,在实际制造加工时,可采用作者提出的易制造结构,这样,既利用了复合球铰的优点(结构耦合度降低、I-O运动解耦),又具有实用价值。

参 考 文 献

- ZHANG Changde, SONG Shinmin. Forward kinematics of a class of parallel (Stewart) platforms with closed-form solutions[C]// Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1991, 3: 2676 - 2681.
- GAO X S, LEI D L, LIAO Q Z, et al. Generalized stewart-gough platform and their direct kinematic[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 12(2): 141 - 151.
- BORRÀS Sol, Julia. Kinematics of line-plane subassemblies in Stewart platforms[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009: 4094 - 4099.
- JULIA BORRÀS, FEDERICO THOMAS. A reconfigurable 5-dof 5-SPU parallel platform[J]. ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, 2009: 617 - 623.
- 杨廷力,刘安心,罗玉峰,等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京:科学出版社,2012.
- 杨廷力. 机器人机构拓扑结构学[M]. 北京:机械工业出版社,2004.
- 杨廷力,金琼,刘安心,等. 基于单开链单元的三平移并联机器人机构型综合及其分类[J]. 机械工程学报, 2002, 38(8): 31 - 36.
- YANG Tingli, JIN Qiong, LIU Anxin, et al. Structural synthesis and classification of the 3 dof translational parallel robot mechanisms based on the units of single-open-chain[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(8): 31 - 36. (in Chinese)
- 沈惠平,尹洪波,李菊,等. 基于方位特征方法的范例并联机构的拓扑特征分析及其启示与应用[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 101 - 116.

- SHEN Huiping, YIN Hongbo, LI Ju, et al. Position and orientation characteristic based method and enlightenment for topology characteristic analysis of typical parallel mechanisms and its application[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(13): 101-116. (in Chinese)
- 9 沈惠平,尹洪波,王振,等. 基于拓扑结构分析的求解 6-SPS 并联机构位置正解的研究[J]. *机械工程学报*,2013,49(21): 70-80.
- SHEN Huiping, YIN Hongbo, WANG Zhen, et al. Research on forward position solutions for 6-SPS parallel mechanisms based on topology structure analysis [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(21): 70-80. (in Chinese)
- 10 SHEN Huiping, YANG Liangjie, MENG Qingmei, et al. Topological structure coupling-reducing of parallel mechanisms[C]// *Proceedings of the 14th IFToMM World Congress*,2015:OS13-120.
- 11 SHEN Huiping, YANG Liangjie, DENG Jiaming, et al. A method for structure coupling-reducing of parallel mechanisms[C]// *Proceedings of 8th International Conference on Intelligent Robotics and Applications (ICIRA2015)*, 2015:199-210.
- 12 卿建喜,李剑锋,方斌. 冗余驱动 Tricept 并联机构的驱动优化[J]. *机械工程学报*,2010,46(5):8-14.
- QING Jianxi, LI Jianfeng, FANG Bin. Drive optimization of Tricept parallel mechanism with redundant actuation[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(5): 8-14. (in Chinese)
- 13 沈惠平,孙驰宇,朱小蓉,等. 以基本运动链为单元的并联机构拓扑结构设计[J]. *农业机械学报*,2015,46(12):337-345.
- SHEN Huiping, SUN Chiyu, ZHU Xiaorong, et al. A practical method for topological structure design of parallel mechanisms based on the basic kinematic chains as well as position and orientation characteristic [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*,2015,46(12): 337-345. (in Chinese)
- 14 朱帅帅. 特殊五自由度并联机构及其结构特性分析[D]. 常州:常州大学, 2014.
- ZHU Shuaishuai. Special five degrees of freedom parallel mechanism and its structural characteristics analysis [D]. Changzhou: Changzhou University, 2014. (in Chinese)
- 15 刘辛军,张立杰,高峰. 基于 AutoCAD 平台的六自由度并联机器人位置工作空间的解析求解方法[J]. *机器人*,2000, 22(6):457-464.
- LIU Xinjun, ZHANG Lijie, GAO Feng. Geometrical determination of workspace for 6-DOF parallel manipulators based on AutoCAD platform[J]. *Robots*, 2000, 22(6):457-464. (in Chinese)
- 16 黄真,赵永生,赵铁石,等. 高等空间机构学[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
- 17 于靖军,刘辛军,丁希伦,等. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京:机械工业出版社,2008.
- 18 YU Tongzhu, SHEN Huiping. An easily manufactured structure and its analytic solutions for forward and inverse position of 1-2-3-SPS type 6-DOF basic parallel mechanisms [C]// *Proceedings of 2012 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, 2012:1194-1199.
- 19 WANG Zheng, SHEN Huiping, DENG Jiaming, et al. An easily manufactured 6-DOF 3-1-1-1 SPS type parallel mechanism and its forward kinematics[C]// *Proceedings of the 2nd IFToMM Symposium on Mechanism Design for Robotics*, 2012.
- 20 沈惠平,朱帅帅,孟庆梅,等. 一种五自由度三平移两转动高空作业输出杆操作手:CN 2013103952596[P]. 2016-02-02.