

挖掘机自主挖掘分段可变阶多项式轨迹规划

李海虹¹ 林贞国¹ 杜娟¹ 陈志恢²

(1. 太原科技大学机械工程学院, 太原 030024; 2. 太原重工股份有限公司起重机分公司, 太原 030024)

摘要: 为保证挖掘机在自主挖掘作业中轨迹平稳连续,降低振动冲击,提出了一种轨迹规划方法,即将作业空间中路径进行合理分段,使其在保证轨迹规划结果中路径偏差较小不影响完成工作任务的前提下计算量尽量减小,并对每一段路径进行可变阶多项式插值轨迹规划。以某型单斗液压挖掘机实现自主挖掘为例,采用3-3-5-3-3多项式插值法进行轨迹规划,通过Matlab平台仿真,结果显示挖掘机各关节角位移、角速度、角加速度曲线平滑连续,但部分轨迹段角加速度超出加速度约束值。为进一步提高其动力学特性,对角加速度不满足要求的轨迹段,根据加速度约束,修正多项式最高阶次数,并利用修正后的高阶多项式进行轨迹规划。通过仿真结果对比,该分段可变阶多项式轨迹规划方法能够实现更加平稳连续的自主挖掘。

关键词: 挖掘机; 分段多项式插值; 轨迹规划; 最高阶次数修正; 仿真

中图分类号: TP24; TU621 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2016)04-0319-07

Piecewise Polynomial with Variable Order in Trajectory Planning for Autonomous Mining

Li Haihong¹ Lin Zhenguo¹ Du Juan¹ Chen Zhihui²

(1. School of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China

2. Crane Branch, Taiyuan Heavy Industry Co., Ltd., Taiyuan 030024, China)

Abstract: A new path planning method was proposed for an excavator to finish the autonomous mining, which was aimed to make the trajectory smooth and continuous, and decrease vibration impact strength. According to the proposed method, the path in working space will be reasonably segmented, so that the calculation of the amount of calculation will be reduced as far as possible in order to ensure that the path deviation of the path planning result is not affected by the task completion, and the trajectory planning of each segment was computed respectively by using interpolation polynomial with variable order. A certain type of single bucket hydraulic excavator was taken as the research object. First of all, the mining path was separated into five segments which employed interpolation polynomial with high order of 3-3-5-3-3 successively in trajectory planning. The simulation was achieved by Matlab software. The result showed that the three curves for joint angle, angular velocity and angular acceleration were smooth and continuous, but some acceleration values in some segments exceeded the acceleration constraint. In order to improve the dynamics performance of the excavator's working mechanism, the segments having odd values were computed afresh with modified trajectory polynomial of which the highest order was calculated in terms of the acceleration constraint. New curve which figured by the piecewise polynomial with variable order showed that the new trajectory planning could be of use for the stable and continuous operation in autonomous mining.

Key words: excavator; piecewise polynomial interpolation; trajectory planning; modification of the highest order number; simulation

引言

围绕分段中的插值函数的研究,国内外学者提出了诸多轨迹规划方法。如徐向荣提出不同条件下3-5-3、4-3-4、3-3-3...3-5等分段多项式插值函数^[1],其中方法1分段过少,会产生超调现象,轨迹偏差较大,方法2要求中间点的速度必须已知,方法3在起始段采用3次及末端采用5次多项式,中间可划分任意数量段,但均为3次多项式。这种方法不具有对称性,轨迹末端变化较快。LIN等提出采用3次样条函数,但路径点较多时,计算量较大^[2-3];刘凉等提出采用5次多项式插值能够保证加速度平滑,但是必须已知路径点的速度和加速度^[4-6];朱世强等采用7次样条曲线插值函数具有明显减振效果,但是计算复杂,效率低^[7-8]。管成提出基于5次NURBS曲线的时间最优轨迹规划^[9],通过权因子适时调整挖掘轨迹,但是NURBS曲线的求导计算式繁琐,编程复杂且求解效率低^[10]。朱小晶对轨迹实现方法进行了联合仿真分析^[11]。MACFARLANE提出了最小脉动和脉动连续轨迹规划方法^[12]。田浩等建立Adams虚拟仿真模型进行轨迹规划^[13]。

综合分析求解效率及挖掘平稳等因素,本文以某型单斗液压挖掘机为对象,在其挖掘轨迹规划研究中,将挖掘控制点从位姿空间转换到关节空间,在关节空间中,先采用分段多项式3-3-5-3-3轨迹规划方法,再引入允许的最大加速度,对不满足约束值的分段,反求其多项式的最高阶次数,得到修正的轨迹多项式。

1 挖掘机工作装置

挖掘机工作是通过驱动动臂油缸、斗杆油缸、铲斗油缸,实现关节转角的不同转动,进而复合形成铲斗的挖掘路径。挖掘机工作装置如图1所示,其共有11个铰点,即A、B、C、D、E、F、G、H、K、N、Q。

2 D-H坐标系下工作装置及运动学分析

2.1 D-H坐标系下工作装置

在挖掘轨迹规划中,为求运动学逆解,依据机器人学理论,建立挖掘机工作装置的D-H坐标系^[14]如图2所示。其中 θ_1 为回转关节变量, θ_2 为动臂关节变量, θ_3 为斗杆关节变量, θ_4 为铲斗关节变量。

在坐标系中,定义 a_i 为从 z_{i-1} 到 z_i 沿 x_i 测量的距离, α_i 为从 z_{i-1} 到 z_i 绕 x_i 旋转的角度, d_i 为从 x_{i-1} 到 x_i 沿 z_i 测量的距离, θ_i 为从 x_{i-1} 到 x_i 沿 z_i 旋转的

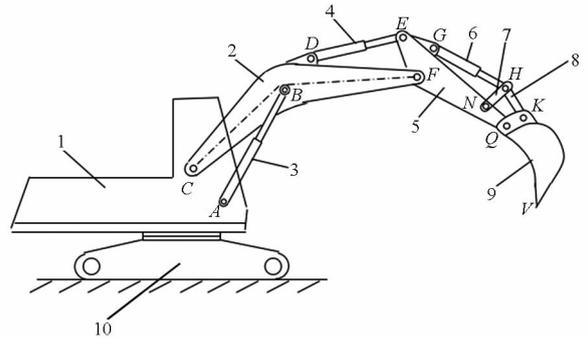


图1 挖掘机工作装置图

Fig. 1 Diagram of excavator working device

1. 回转平台 2. 动臂 3. 动臂油缸 4. 斗杆油缸 5. 斗杆
6. 铲斗油缸 7. 连杆 8. 摇杆 9. 铲斗 10. 行走装置

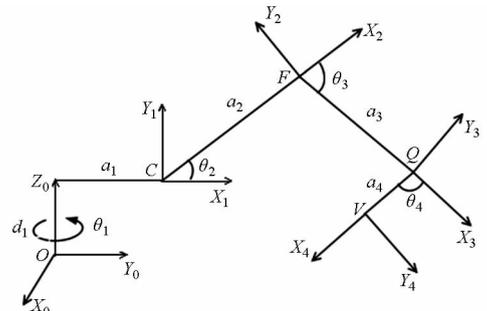


图2 D-H坐标系下挖掘机工作装置简图

Fig. 2 Sketch map of D-H coordinate system of excavator working device

角度。其中 $i=0,1,2,3,4$,分别表示回转坐标系、动臂连杆坐标系、斗杆连杆坐标系、铲斗连杆坐标系、齿尖坐标系。

2.2 运动学逆解

挖掘任务中挖掘控制点是在笛卡儿坐标系中描述的,而轨迹规划是在关节空间中进行的,所以必须将挖掘控制点的位姿坐标转换为在控制点处各关节的转角,这一过程通过运动学逆解来实现从位姿空间到关节空间的转换^[14]。令铲斗末端V点的坐标为 (x,y,z) ,Q点坐标为 (x_q,y_q,z_q) , α,β,γ 分别表示CF、CQ和CV与水平面的夹角,则有

$$\begin{cases} \theta_1 = \text{atan} \frac{y}{x} \\ \theta_2 = \alpha + \beta + \gamma \\ \theta_3 = \pi - \arccos \frac{a_2^2 + a_3^2 - l_{CQ}^2}{2a_2a_3} \\ \theta_4 = \zeta - \theta_2 - \theta_3 \end{cases} \quad (1)$$

其中 $l_{CQ} = \sqrt{(x_q - a_1)^2 + y_q^2 + (z_q - d_1)^2}$

$$\zeta = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4$$

$$\begin{cases} x_q = x - a_4 \sin \zeta \\ y_q = y \\ z_q = z - a_4 \sin \zeta \end{cases} \quad (2)$$

3 笛卡尔坐标空间挖掘路径规划

以挖掘机完成梯形深坑为例,挖掘过程包括铲斗铲入土壤,拖拽,铲斗回旋出土这 3 个步骤^[15],通过 3 个关节角的复合运动来完成挖掘动作。在提升过程中由动臂关节运动来完成,接着通过回转装置旋转到指定卸载位置,并由铲斗关节变化完成卸载,然后由三关节复合运动到达下一个指定挖掘点进行作业。

挖掘机完成一次挖掘任务的空间路径与挖掘机的工作参数有关^[16],即通过计算挖掘机工作装置的挖掘参数:挖掘深度、挖掘半径、卸载高度等,得到挖掘机的空间挖掘路径。选取路径中必须通过的挖掘控制点坐标如表 1 所示。过以上控制点,并采用空间曲线样条插值生成一次挖掘作业空间路径如图 3 所示。

表 1 控制点从位姿空间到关节空间的转换

Tab.1 Conversion of control point from pose space into joint space

控制点	位姿点坐标	动臂关节角/(°)	斗杆关节角/(°)	铲斗关节角/(°)
D0	(3.4,0,0)	19.35	-71.70	-65.00
D1	(3.2,0,-1.0)	26.00	-83.62	-79.55
D2	(2.8,0,-1.5)	36.00	-95.35	-92.18
D3	(1.8,0,-1.5)	47.60	-122.80	-108.35
D4	(1.4,0,-1.0)	56.50	-140.11	-139.32
D5	(1.2,0,0)	60.56	-147.72	-151.42
D6	(1.2,0,2)	85.83	-147.72	-90.00
D7	(0.6,1.04,0)	38.26	-147.72	-59.80
D8	(1.0,1.04,1.4)	28.56	-67.75	-45.00
D9	(3.4,0.5,0)	18.58	-67.75	-45.00

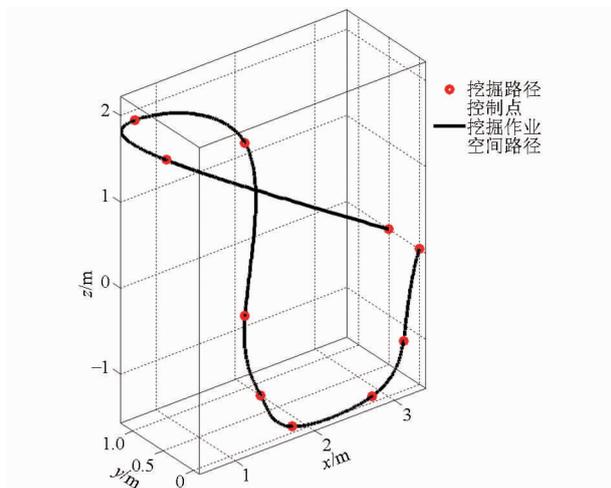


图 3 挖掘机空间挖掘轨迹曲线

Fig.3 Excavator space trajectory curve

4 自主挖掘过程分段多项式轨迹规划

挖掘梯形深坑时,铲斗提升、回转以及运行至下一起始点时,属于空间 PTP 运动,轨迹规划比较简单^[17]。但是挖掘过程虽然是平面运动,但是属于连续路径规划,需要由起始点和终止点以及挖掘中间控制点组成挖掘路径,对铲入、回旋、拖拽、回旋和提升路径分为 5 段进行轨迹规划^[18],如图 4 所示。挖掘过程 $y=0$ 。

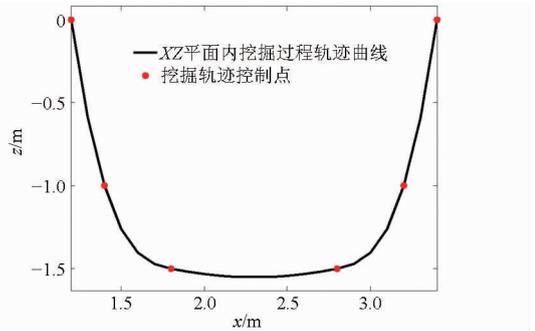


图 4 XZ 平面内自主挖掘过程轨迹曲线

Fig.4 Process of automatic excavation trajectory curve within XZ planar

采用 3-3-5-3-3 多项式插值法在关节空间内对挖掘过程进行轨迹规划,然后结合加速度约束来进行高阶多项式次数修正,进而完成二次规划,其计算流程图如图 5 所示。

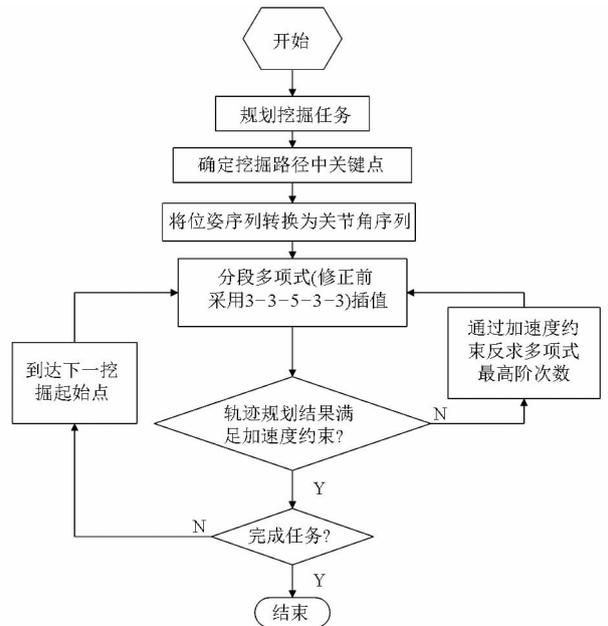


图 5 基于次数修正型高阶多项式轨迹规划流程图

Fig.5 Process chart of trajectory planning with an variable high order polynomial

4.1 关节空间挖掘过程多项式(3-3-5-3-3)轨迹规划

对于挖掘过程的 5 段轨迹,结合初始条件及中间连续条件,各关节在开始和结束的两段采用 3 次

多项式插值,中间段采用5次多项式插值,不仅保证关节角、速度、加速度平滑连续,还保证了加加速度连续。

为了计算方便,引入无量纲时间变量 $t \in [0,1]$, 定义变量 $t = \frac{\tau - \tau_{i-1}}{\tau_i - \tau_{i-1}}$, 其中 $\tau \in [\tau_{i-1}, \tau_i]$ 为各段轨迹末端的实际时间; τ_{i-1} 为第 i 段轨迹起始时间; τ_i 为第 i 段轨迹末端的实际时间; t_i 为第 i 段轨迹所需要的时间; 挖掘机关节 j ($j = 1, 2, 3$) 的轨迹由多项式序列 $h_i(t)$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) 组成^[19]。

设挖掘机任意一个关节5段轨迹多项式表达式为

$$\begin{cases} h_1(t) = a_{13}t^3 + a_{12}t^2 + a_{11}t + a_{10} \\ h_2(t) = a_{23}t^3 + a_{22}t^2 + a_{21}t + a_{20} \\ h_3(t) = a_{35}t^5 + a_{34}t^4 + a_{33}t^3 + a_{32}t^2 + a_{31}t + a_{30} \\ h_4(t) = a_{43}t^3 + a_{42}t^2 + a_{41}t + a_{40} \\ h_5(t) = a_{53}t^3 + a_{52}t^2 + a_{51}t + a_{50} \end{cases} \quad (3)$$

对轨迹多项式中实际时间变量 τ 求一阶导数得到各关节速度

$$v_i(t) = \frac{dh_i(t)}{d\tau} = \frac{dh_i(t)}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \frac{\dot{h}_i(t)}{t_i} \quad (4)$$

对轨迹多项式中实际时间变量 τ 求二阶导数得到各关节加速度

$$a_i = \frac{d^2h_i(t)}{d\tau^2} = \frac{\ddot{h}_i(t)}{t_i^2} \quad (5)$$

初始点和终止点的位置、速度、加速度条件有

$$\begin{cases} h_1(0) = q_0 \\ v_1(0) = v_0 \\ a_1(0) = a_0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} h_5(1) = q_f \\ v_5(1) = v_f \\ a_5(1) = a_f \end{cases} \quad (7)$$

由中间点满足位置要求及位置、速度、加速度连续可得

$$\begin{cases} h_1(1) = q_1 \\ h_2(0) = h_1(1) \\ h_2(1) = q_2 \\ h_3(0) = h_2(1) \\ h_3(1) = q_3 \\ h_4(0) = h_3(1) \\ h_4(1) = q_4 \\ h_5(0) = h_4(1) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} v_2(0) = v_1(1) \\ v_3(0) = v_2(1) \\ v_4(0) = v_3(1) \\ v_5(0) = v_4(1) \\ a_2(0) = a_1(1) \\ a_3(0) = a_2(1) \\ a_4(0) = a_3(1) \\ a_5(0) = a_4(1) \end{cases} \quad (9)$$

结合上面公式和已知条件可以求得多项式的各个系数

$$\begin{cases} a_{10} = q_0 \\ a_{11} = v_0 t_1 \\ a_{12} = \frac{1}{2} a_0 t_1^2 \\ a_{13} = q_1 - (a_{10} + a_{11} + a_{12}) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} a_{20} = q_1 \\ a_{21} = (3a_{13} + 2a_{12} + a_{11}) \frac{t_2}{t_1} \\ a_{22} = (3a_{13} + a_{12}) \frac{t_2^2}{t_1^2} \\ a_{23} = q_2 - (a_{20} + a_{21} + a_{22}) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} a_{30} = q_3 \\ a_{31} = (3a_{23} + 2a_{22} + a_{21}) \frac{t_3}{t_2} \\ a_{32} = (3a_{23} + a_{22}) \frac{t_3^2}{t_2^2} \\ a_{34} = 7a_{41} \frac{t_3}{t_4} - 2a_{42} \frac{t_3^2}{t_4^2} - 15q_3 + 3a_{32} + 8a_{31} + 15a_{30} \\ a_{35} = a_{42} \frac{t_3^2}{t_4^2} - 3a_{41} \frac{t_3}{t_4} + 6q_3 - a_{32} - 3a_{31} - 6a_{30} \\ a_{33} = q_3 - (a_{30} + a_{31} + a_{34} + a_{35}) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} a_{40} = q_3 \\ a_{42} = 3a_{51} \frac{t_4}{t_5} - 2a_{52} \frac{t_4^2}{t_5^2} - 3q_4 + 3a_{40} \\ a_{43} = a_{52} \frac{t_4^2}{t_5^2} - a_{51} \frac{t_4}{t_5} + q_4 - a_{40} \\ a_{41} = q_4 - (a_{40} + a_{41} + a_{42}) \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} a_{50} = q_4 \\ a_{51} = 3q_f - 2v_f t_5 + \frac{1}{2} a_f t_5^2 - 3a_{50} \\ a_{52} = 3v_f t_5 - a_f t_5^2 - 3q_f + 3a_{50} \\ a_{53} = q_f - (a_{50} + a_{51} + a_{52}) \end{cases} \quad (14)$$

由以上多项式方程系数可发现任一关节轨迹多项式, 速度、加速度变化均与挖掘路径中每一段时间间隔紧密联系, 在许多研究中^[19-20], 对每段时间间隔进行了优化, 最终得到最短工作时间, 提高了工作效率, 而对于挖掘机的自主挖掘工作中, 降低振动冲击, 实现平稳挖掘则更利于自主挖掘控制系统的伺服调控。

4.2 轨迹规划仿真

在本次规划仿真中, 通过对规划的挖掘控制点坐标进行运动学逆解运算, 由式(1)、(2)得到在每个位姿点处挖掘机器人的各关节转角序列, 如表 1 所示。设挖掘机在挖掘过程中的回转过程为匀速运动, 所以在此仅研究动臂、斗杆、铲斗的关节角、速度、加速度特性。设定各关节在挖掘初始点和终止点的速度、加速度均为零。

将表 1 中的动臂、斗杆、铲斗在所有控制点处的关节转角值代入各段轨迹多项式系数、轨迹多项式、角速度、角加速度式(3)~(14)中, 通过 Matlab 平台仿真可以得到每个关节的关节角、角速度、角加速度在挖掘过程(D0~D5)中的变化规律, 其动臂、斗杆、铲斗各关节的关节角、角速度、角加速度变化曲线如图 6~8 所示。

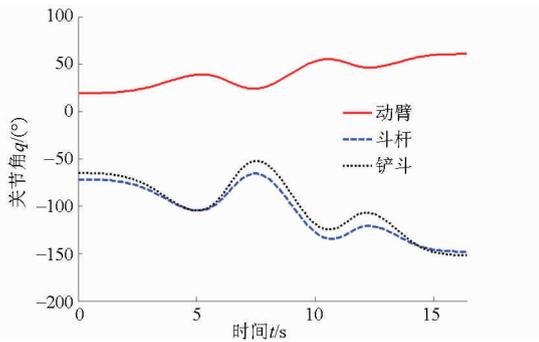


图 6 动臂、斗杆、铲斗关节角曲线

Fig. 6 Angle curves of boom, arm and bucket joint

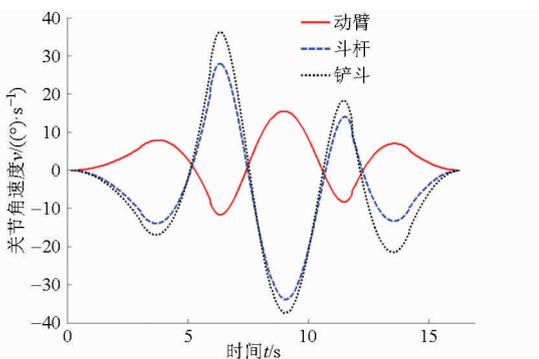


图 7 动臂、斗杆、铲斗关节角速度曲线

Fig. 7 Angle velocity curves of boom, arm and bucket joint

以上各关节变化规律可见, 采用分段高阶多项式进行轨迹规划, 得到的各关节角、角速度平滑连续, 角加速度连续, 保证了各关节转角变化平稳连

续, 符合挖掘机挖掘过程中的基本性能要求。

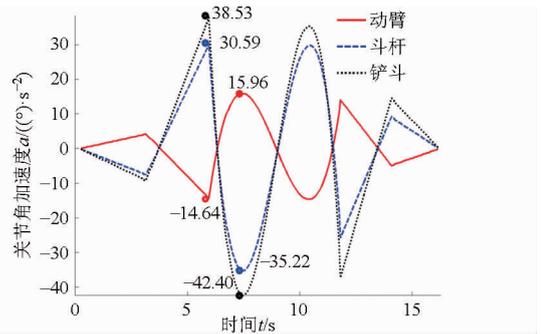


图 8 动臂、斗杆、铲斗关节角加速度曲线

Fig. 8 Angle acceleration velocity curves of boom, arm and bucket joint

4.3 根据加速度约束进行多项式最高项确定及仿真验证

尽管图 8 中得出的各关节角加速度的变化曲线图连续, 但是在中间 5 次多项式段, 加速度阶跃比较大, 意味着在挖掘过程中, 挖掘机各关节的力矩变化剧烈, 将对挖掘机的结构造成较大损害, 所以在进行多项式轨迹规划时, 对该段轨迹内角加速度进行约束, 反求出该段轨迹多项式的最高阶次数, 完成该段轨迹多项式二次规划, 以保证挖掘机各关节结构能够更为平稳的进行挖掘作业。

设定中间段关节角轨迹多项式为

$$h_3(t) = a_{35}x^b + a_{34}x^4 + a_{33}x^3 + a_{32}x^2 + a_{31}x + a_{30} \quad (15)$$

则其角加速度为

$$a_3 = h_3''(t) = b(b-1)a_{35}x^{b-2} + 12a_{34}x^2 + 6a_{33}x \quad (16)$$

根据已知连续性条件求得该段多项式的系数为

$$\begin{cases} a_{30} = q_3 \\ a_{31} = (3a_{23} + 2a_{22} + a_{21}) \frac{t_3}{t_2} \\ a_{32} = (3a_{23} + a_{22}) \frac{t_3^2}{t_2^2} \\ a_{34} = \left(1 + \frac{6}{b-4}\right) \frac{a_{41}t_3}{t_4} - \frac{2a_{42}t_3^2}{(b-4)t_4^2} - \left(3 + \frac{12}{b-4}\right) q_3 + \left(1 + \frac{2}{b-4}\right) a_{32} + \left(2 + \frac{6}{b-4}\right) a_{31} + \left(3 + \frac{12}{b-4}\right) a_{30} \\ a_{35} = \frac{2a_{42}t_3^2}{t_4^2} - \frac{6a_{41}t_3}{t_4} + 12q_3 - 2a_{32} - 6a_{31} - 12a_{30} \\ a_{33} = q_3 - (a_{30} + a_{31} + a_{32} + a_{34} + a_{35}) \end{cases} \quad (17)$$

设挖掘过程中该段关节角加速度约束为 a_{\max} , 则有 $|a_{3j}| \leq a_{\max}$ ($j=1, 2, 3$), 即

$$|b(b-1)a_{35}x^{b-2} + 12a_{34}x^2 + 6a_{33}x| \leq a_{\max} \quad (18)$$

在 Matlab 中通过给定一定范围内的 b 值取一定步长进行试算,求解

$$l_i = |b(b-1)a_{35}x^{b-2} + 12a_{34}x^2 + 6a_{33}x|_{\max} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (x \in [0,1]) \quad (19)$$

得出满足 $l \leq a_{\max}$ 的多项式最高阶次数 b 值,然后将修正后的多项式最高阶次数 b 代入该段多项式,进行各关节轨迹规划仿真验证。根据文献[14],设置各关节的角加速度约束条件,如表 2 所示。

结合已知初始条件以及式(18)、(19)依次求得动臂关节、斗杆关节、铲斗关节轨迹多项式最高阶次数为: $b_1 = 6.2, b_2 = 7.5, b_3 = 7.8$,修正后动臂、斗杆、铲斗轨迹规划结果如图 9~11 所示。

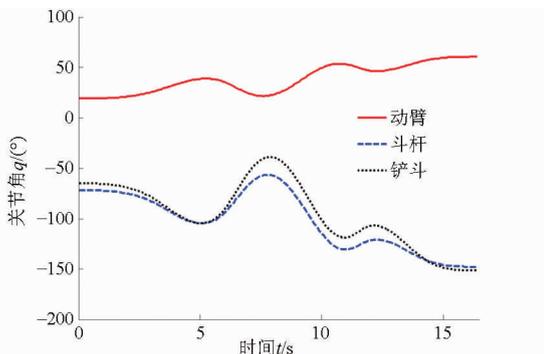


图 9 修正后动臂、斗杆、铲斗关节角曲线

Fig.9 Modified angle curves of boom, arm and bucket joint

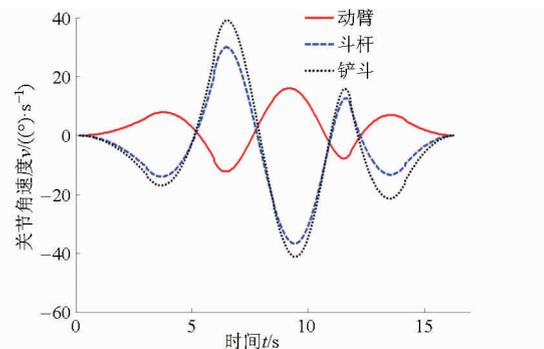


图 10 修正后动臂、斗杆、铲斗关节角速度曲线

Fig.10 Modified angle velocity curves of boom, arm and bucket joint

通过图 8 与图 11 中角加速度范围结果比较,最高阶次数修正后与修正前轨迹规划结果中角加速度的变化区间如表 2 所示。

结合表 2 中数据,得出图 8 中各关节的加速度范围最大值超过了表 2 中的加速度约束值,导致各关节的振动冲击强度大。在规定角加速度约束范围后,对加速度最大值超过规定约束值段,通过加速度

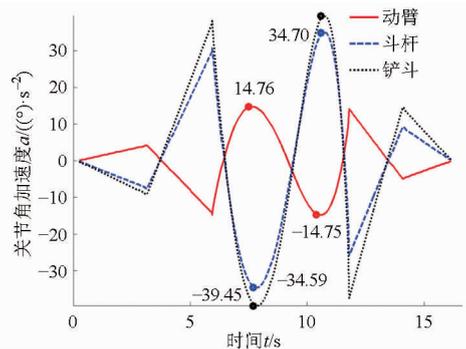


图 11 修正后动臂、斗杆、铲斗关节的角加速度曲线

Fig.11 Modified angle acceleration velocity curves of boom, arm and bucket joint

约束法反求出该关节轨迹多项式的最高阶次数,由图 11 显示修正次数后的加速度变化范围下降明显,且更光滑。可见角位置、速度,加速度连续的情况下,增加挖掘过程中挖掘机各关节角加速度约束,实现了降低挖掘过程中的加速度变化,降低了振动冲击强度。

表 2 最高阶次数修正前后各关节角加速度变化对比

Tab.2 Comparison of angular acceleration of each joint between original and modified polynomials

工作 关节	加速度 约束值	修正前加速度 变化范围	修正后加速度 变化范围
动臂	15	[-14.64, 15.96]	[-14.75, 14.76]
斗杆	35	[-35.22, 30.59]	[-34.59, 34.70]
铲斗	40	[-42.40, 38.53]	[-39.45, 39.55]

(°)/s²

5 结论

(1)在笛卡尔坐标系中通过挖掘关键点 3 次样条插值获得一次挖掘作业平滑轨迹曲线。

(2)根据运动学逆解求得关键点在关节空间各角度值,在关节空间内利用 3-3-5-3-3 多项式进行挖掘过程的轨迹规划,获得平滑连续的各关节运动曲线。

(3)引入挖掘过程中对加速度变化范围的约束条件,对变化剧烈的轨迹段重新进行规划,二次规划时,根据加速度约束条件反求高阶多项式的最高阶次数,获得修正后的轨迹多项式,对比两次仿真结果,可以验证该高阶可变多项式方法能更好地满足操作的平稳连续,有助于精确地完成自主挖掘任务,延长工作装置寿命。

参 考 文 献

1 徐向荣,马香峰. 机器人运动轨迹规划分析与算法[J]. 机器人,1988,10(6):18-24.

XU Xiangrong, MA Xiangfeng. Analysis and algorithm for trajectory planning of robot manipulators[J]. Robot, 1988, 10(6):18-

24. (in Chinese)
- 2 LIN C S, CHANG P R, LUH J Y S. Formulation and optimization of cubic polynomial joint trajectories for industrial robots[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1983, 8(12): 1066 – 1073.
- 3 何平, 刘宏, 金明河. 基于样条函数的机器人轨迹规划方法[J]. *机器人*, 2003, 25(7): 614 – 618.
HE Ping, LIU Hong, JIN Minghe. Trajectory planning of robot manipulator based on spline function [J]. *Robot*, 2003, 25(7): 614 – 618. (in Chinese)
- 4 刘凉, 陈超英, 赵新华. 考虑关节摩擦的并联机器人平滑轨迹规划[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(19): 9 – 15.
LIU Liang, CHEN Chaoying, ZHAO Xinhua. Smooth trajectory planning for parallel manipulator with joint friction torque [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(19): 9 – 15. (in Chinese)
- 5 黎波, 严骏, 郭刚, 等. 挖掘机工作装置复杂轨迹跟踪实验[J]. *农业机械学报*, 2012, 43(12): 39 – 43.
LI Bo, YAN Jun, GUO Gang, et al. Experiment of complex path tracking for excavator working unit [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2012, 43(12): 39 – 43. (in Chinese)
- 6 杨丽, 张铁中, 张凯良. 组培苗移植机器人移苗作业轨迹规划[J]. *农业机械学报*, 2008, 39(9): 112 – 117.
YANG Li, ZHANG Tiezhong, ZHANG Kailiang. Trajectory planning of tissue culture plantlet transplanting robot in transporting seeding [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2008, 39(9): 112 – 117. (in Chinese)
- 7 朱世强, 刘松国, 王宣银, 等. 机械手时间最优脉动连续轨迹规划算法[J]. *机械工程学报*, 2010, 46(3): 47 – 52.
ZHU Shiqiang, LIU Songguo, WANG Xuanyin, et al. Time-optimal and Jerk-continuous trajectory planning algorithm for manipulators [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(3): 47 – 52. (in Chinese)
- 8 REYNOSO-MORA P, CHEN W J, TOMIZUKA M. On the time-optimal trajectory planning and control of robotic manipulators along predefined paths [C] // *American Automatic Control Council, American Control Conference*, 2013: 371 – 377.
- 9 管成, 张登雨. 基于NURBS的挖掘机器人时间最优轨迹规划[J]. *吉林大学学报: 工学版*, 2015, 45(2): 540 – 546.
GUAN Cheng, ZHANG Dengyu. NURBS-based time-optimal trajectory planning on robotic excavators [J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2015, 45(2): 540 – 546. (in Chinese)
- 10 SARAVANAN R, RAMABALAN S, BALAMURUGAN C. Multi-objective trajectory planner for industrial robots with payload constraints [J]. *Robotica*, 2008, 26(6): 753 – 765.
- 11 朱小晶, 权龙, 王新中, 等. 大型矿用正铲液压挖掘机水平推压特性联合仿真[J]. *农业机械学报*, 2011, 42(5): 30 – 34.
ZHU Xiaojing, QUAN Long, WANG Xinzong, et al. Co-simulation of flat pushing characteristic of large mining face-shove hydraulic excavator [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2011, 42(5): 30 – 34. (in Chinese)
- 12 MACFARLANE S, CROFT E A. Jerk-bounded manipulator trajectory planning: design for real-time applications [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003, 19(1): 42 – 52.
- 13 田浩, 余跃庆, 吕强. 片簧型柔顺并联机器人运动规划与轨迹跟踪技术[J]. *农业机械学报*, 2015, 46(3): 372 – 378.
TIAN Hao, YU Yueqing, LÜ Qiang. Motion planning and trajectory tracking of parallel robot with leaf compliant joint [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2015, 46(3): 372 – 378. (in Chinese)
- 14 宋军. 液压挖掘机自主挖掘技术研究 [D]. 长沙: 中南大学, 2013.
SONG Jun. Self-mining technology of hydraulic excavator [D]. Changsha: Central South University, 2013. (in Chinese)
- 15 邵辉, 胡伟石. 自动挖掘机的动作规划[J]. *控制工程*, 2012, 19(2): 594 – 597.
SHAO Hui, HU Weishi. Action planning of automatic excavator [J]. *Control Engineering of China*, 2012, 19(2): 594 – 597. (in Chinese)
- 16 冯培恩, 孙守迁. 采掘机器人的规划级控制技术研究[J]. *自动化学报*, 1995, 21(1): 34 – 38.
FENG Peien, SUN Shouqian. Research on the technique of planning level control for excavating-robot [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1995, 21(1): 34 – 38. (in Chinese)
- 17 徐博, 陈立平, 谭彧, 等. 多架次作业植保无人飞机最小能耗轨迹规划算法研究[J]. *农业机械学报*, 2015, 46(11): 36 – 42.
XU Bo, CHEN Liping, TAN Yu, et al. Path planning based on minimum energy consumption for plant protection UAVs in sorties [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2015, 46(11): 36 – 42. (in Chinese)
- 18 刘宇, 刘春时, 张义民. 基于NURBS的挖掘机自主控制铲斗轨迹规划方法[J]. *中国工程机械学报*, 2012, 10(2): 145 – 149.
LIU Yu, LIU Chunshi, ZHANG Yimin. NURBS-based autonomously-controlled bucket trajectory planning on robotic excavators [J]. *Chinese Journal of Construction Machinery*, 2012, 10(2): 145 – 149. (in Chinese)
- 19 陈小立, 严宏志. 基于遗传算法的四自由度混联机器人轨迹规划[J]. *计算机仿真*, 2014, 31(5): 346 – 350.
CHEN Xiaoli, YAN Hongzhi. Trajectory planning of four DOF hybrid robot based on genetic algorithm [J]. *Computer Simulation*, 2014, 31(5): 346 – 350. (in Chinese)
- 20 付荣, 居鹤华. 基于粒子群优化的时间最优机械臂轨迹规划算法[J]. *信息与控制*, 2011, 40(6): 802 – 808.
FU Rong, JU Hehua. Time-optimal trajectory planning algorithm for manipulator based on PSO [J]. *Information and Control*, 2011, 40(6): 802 – 808. (in Chinese)