doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.12.048

可重构机器人动力学自动建模研究*

王肖锋[1,2]　张明路[1]　葛为民[2]

(1.河北工业大学机械工程学院, 天津 300130;

2.天津理工大学天津市先进机电系统设计与智能控制重点实验室, 天津 300384)

摘要: 针对可重构机器人单元模块结构及对接机构的局限性,提出了一种可移动重构机器人模块单元,该单元具有 12 种连接方式,设计了一种独特的正弦加速度传动槽与插销组合的对接锁紧机构。针对可重构机器人几何构型参数的不确定性问题,构建双模块空间方位变换表,基于递归牛顿-欧拉方法提出多支链机器人系统的动力学方程自动生成方法,并给出自动生成的算法流程。最后以 6 个模块组成的双支链构型为例,进行了自动生成动力学方程的计算与仿真分析,验证了该自动建模方法的可行性和有效性。

关键词: 可重构机器人　动力学自动建模　递归牛顿-欧拉方法　结构设计

中图分类号: TP242　**文献标识码:** A　**文章编号:** 1000-1298(2015)12-0355-07

Automatic Modeling of Dynamics for a Reconfigurble Robot

Wang Xiaofeng[1,2]　Zhang Minglu[1]　Ge Weimin[2]

(1. *School of Mechanical Engineering*, *Hebei University of Technology*, *Tianjin* 300130, *China*

2. *Tianjin Key Laboratory of the Design and Intelligent Control of the Advanced Mechatronical System*, *Tianjin University of Technology*, *Tianjin* 300384, *China*)

Abstract: The docking mechanical design and automatic generation of dynamics for a novel reconfigurable robot was studied. A novel unit module of the mobile modular reconfigurable robot (M^2rBot) with twelve connection ways was firstly presented, which would enable the multiple-module robot to revolute with multi-directional rotational degree of freedom. The unit module was cubic structure with one active and three passive connection surfaces with compact structure and flexible motion. By using a new type of transmission groove with a sine acceleration curve and a pin-hole connection, the docking mechanism design was also accomplished. The mathematical transformation description table for describing the double modules' space pose transformation (DMSPT) was then established, and the forward kinematics equations of the multi-branched chain robot were automatically derived. The dynamic equations of the M^2rBot were also automatically generated in two steps by using geometrical formulations and the recursive Newton - Euler method, which was based on the global matrix description. And the algorithm of automatic generation of motion equations was also given based on DMSPT. Finally, taking the six-module configuration with two branches as an example, the calculation and simulation analyses of automatical generation of motion equation demonstrated the feasibility and validity of the proposed method. The simulation results will be directly used in the design of the adaptive controller applied to the different configurations for the multi-branched chain robot.

Key words: Reconfigurable robot　Automatic modeling of dynamics　Recursive Newton - Euler method　Structural design

---

收稿日期: 2015-04-16　修回日期: 2015-05-09

* 国家自然科学基金资助项目(11302147)、天津市自然科学基金资助项目(13JCYBJC17700、15JCYBJC19800)和天津市教委科研计划资助项目(20140403)

作者简介: 王肖锋,博士生,天津理工大学讲师,主要从事可重构机器人动力学建模及智能控制研究,E-mail: wangxiaofeng@tjut.edu.cn

通讯作者: 张明路,教授,博士生导师,主要从事特种机器人与应用技术研究,E-mail: zhangml@hebut.edu.cn

引言

可重构机器人系统最大特点在于能根据任务要求或环境变化重构成新的构型[1]。这种重构不仅是简单的机械重构，还包括运动学和动力学的重新生成。模块是可重构机器人的最小组成单元，一般可分为整体式（晶格式、链式、混合式）和移动式[2]。就重构能力和运动能力而言，移动式模块具有突出的应用优势，它可通过锁紧机构形成链式或晶格式机器人系统，完成各种构型复杂运动。典型移动式模块如国外的 Swarm-bot[3]、SMORES[4]、ModRED[5]、Scout robot[6]等，国内的 AMOEBA[7]、Sambot[8]、360bot[9]等。这些模块结构较为复杂，模块运动能力有限，连接面及连接方位也较少，使得整个机器人系统对接和重构相对较为困难。

机器人运动学建模方法主要有 D－H 法[10－14]和旋量理论[15－18]。旋量理论通过迭代自动完成可重构机器人运动学建模，其运算量比传统的 D－H 法要少得多[16]。在运动学基础上人工求解各构型所对应的动力学模型并将其存储在计算机中是不切实际的，因此需对动力学自动建模问题进行研究。Chen 等[15]和 Meister 等[16]提出一种由模块装配关联矩阵自动生成机器人动力学方程的算法，但没有考虑模块连接方位及多支链等几何构型参数的影响。通过广义速度、广义加速度和广义力在 se(3) 和对偶空间上的线性操作可求出递归牛顿－欧拉方程，但该方程破坏了便于控制器和机器人设计的动力学模型结构。

本文设计一种移动式模块化可重构机器人 M^2rBot（Mobile modular reconfigurable robots）及对接机构，以解决单模块运动能力有限、连接方式较少等问题。构建双模块空间方位变换表，推导多支链 M^2rBot系统不同方位的运动学方程。基于李群的几何公式，自动生成 M^2rBot 系统动力学模型，并给出全局矩阵描述的封闭形式，有利于将系统动力学模型分解成若干个动力学子系统，进行分布式智能控制方法研究。

1 M^2rBot 模块设计

M^2rBot 可重构机器人系统兼有晶格式和链式的共同特点（图1），由 U_a、U_b 2个U型架组成。该模块具有4个连接面（其中 C_0 为主动连接面），每个被动连接面具有4个连接方位，因此具有12种连接方式。该模块具有1个转动自由度，U_b 在步进电动机带动下相对 U_a 在 $-90°\sim90°$ 之间转动，可以实现单模块的蠕动，如同士兵匍匐前进时前臂的效果；U_a 底部具有2个主动轮和2个从动轮，其中主动轮采用直流减速电动机控制，实现模块的前后运动及转向运动，可有效提高模块对接和重构的速度。该模块结构简单、紧凑，具有多种连接方式，多个模块组合可实现较多拓扑构型。图2表示 M^2rBot 多个模块组成的不同拓扑构型。随着模块数增加，其构型数也将成倍增加。

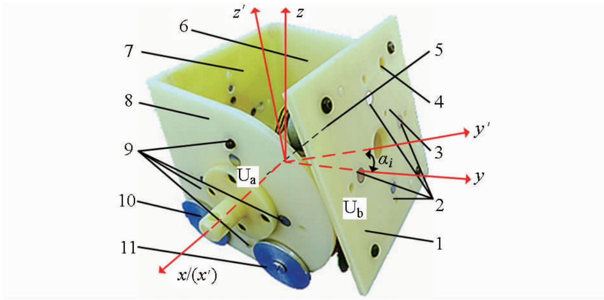


图1 M^2rBot 模块实物

Fig. 1 M^2rBot module body

1. C_0 2. 红外接收传感器 3. 微动开关 4. 超声波传感器 5. 传动轴 6. C_1 7. C_2 8. C_3 9. 红外发射传感器 10. 主动轮 11. 从动轮

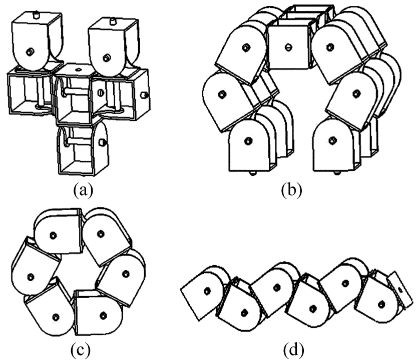


图2 M^2rBot 组成的不同构型

Fig. 2 Different configurations of M^2rBot

(a) 双支链构型 (b) 四足构型 (c) 环型 (d) 蛇型

对接机构一般有机械式、电磁式、形状记忆合金式等几种类型。因机械式具有较高的刚度和连接的可靠性，并且受工作环境影响小、耗能低等优点，设计如图3所示的一种独特的正弦加速度传动槽与插销组合而成的对接锁紧机构。它采用 ABS 材质毛坯料经过 CNC 精雕机加工而成。

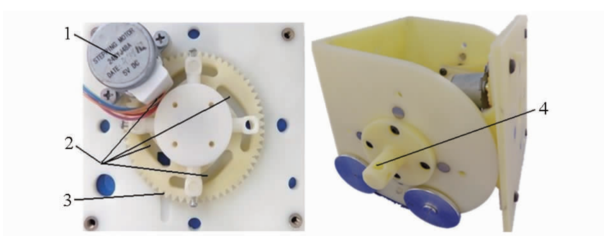


图3 对接机构实物

Fig. 3 Docking mechanism body

1. 直流减速电动机 2. 传动槽 3. 大齿轮 4. 被动销孔

该对接机构包括主动锁紧机构和被动锁紧机构。主动锁紧机构有 4 个对称分布的连接轴，被动锁紧机构对应也有 4 个被动销孔。主动锁紧机构通过超声波传感器和红外传感器引导靠近被动锁紧机构，直到触动主动连接面上的微动开关后完成对接。直流减速电动机然后通过齿轮机构带动连接轴沿正弦加速度曲线传动槽内移动，连接时被动锁紧连接机构插入连接孔内。电动机正向驱动，连接轴插入被动销孔内完成锁紧动作，电动机反向驱动时可实现连接器的分离。连接轴与传动槽的切线相互垂直，是对接机构的奇异点，可起到结构自锁紧作用，从而实现相邻模块的可靠锁紧与断开。

2　M^{2}rBot 机器人运动学建模

M^{2}rBot 单元模块可抽象为 2 个刚性连接架和 1 个旋转轴，单元模块 i 局部坐标系如图 1 所示，旋转轴的中心点作为坐标系原点，坐标系 xyz 属于 U_a 内架，坐标系 $x'y'z'$ 属于 U_b 外架。模块 i 内架 ib 相对于外架 ia 的空间位姿为

$$\boldsymbol{T}_{ia,ib}=\boldsymbol{T}_{ia,ib}(0)\,\mathrm{e}^{\hat{s}_i\alpha_i}=\mathrm{e}^{\hat{s}_i\alpha_i}\tag{1}$$

其中　$T_{ia,ib}(0)\in se(3)$　$\hat{\boldsymbol{s}}_i\in se(3)$

式中　$\boldsymbol{T}_{ia,ib}(0)$——$ib$ 相对于 ia 的初始位姿

$\hat{\boldsymbol{s}}_i$——模块的运动旋量

α_i——ib 相对于 ia 的旋转角度

构建双模块空间方位变换如表 1 所示。令模块 i 的 C_0 与相邻模块 j 的 C_k 的连接方式记作 $e_{ij}=<C_0,N,C_k>$，其中 N 代表双模块的连接方位。则 ib 相对于 ja 的连接方位变换矩阵为

$$\boldsymbol{T}_{ja,ib}=\mathbf{Transy}(l)\cdot\boldsymbol{I}_k\cdot(\boldsymbol{O}_k)^N\tag{2}$$

式中　k——被动连接面，$k=1,2,3$

$\mathbf{Transy}(l)$——单位平移矩阵

l——两模块坐标原点之间的距离

$\boldsymbol{I}_k$——第 k 个被动连接面初始矩阵

$\boldsymbol{O}_k$——第 k 个被动连接面方位矩阵

对多支链系统的运动学求解，首先确定基础模块，通过深度优先搜索算法确定基础模块与目标模块的连接路径及模块间的连接方位，然后根据式(2)推导出各支链末端模块的空间位姿。设第 k 条支链模块的连接路径为 k_1、k_2、k_3、…、k_n，将各条支链的所有单元模块的关节运动加以组合，则多支链的运动学方程为

$$\boldsymbol{g}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}_1\\\boldsymbol{g}_2\\\vdots\\\boldsymbol{g}_k\\\vdots\\\boldsymbol{g}_m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cdots\\\cdots\\\vdots\\\prod_{i=1}^{n}\boldsymbol{T}^k_{ia,ib}\cdot\boldsymbol{T}^k_{ib,(i+1)a}\\\vdots\\\cdots\end{bmatrix}\tag{3}$$

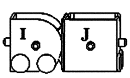
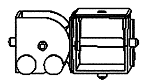
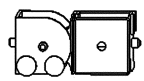
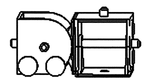
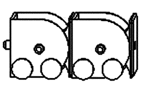
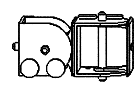
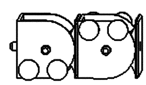
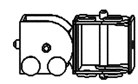
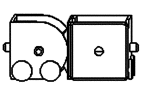
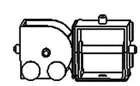
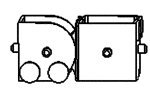
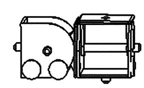
3　动力学模型自动生成

3.1　连杆体动力学方程

M^{2}rBot 模块 i 的旋转轴记作关节 i，对接机构 U_a 与一个或多个 U_b 锁紧在一起称之为连杆；每个连杆都连着 2 个或 2 个以上的关节，把与基模块关节的连接路径最短的关节 i 与连杆固连在一起，称为连杆体 i。连杆体 i 的参考坐标系用字母 i 表示，质心坐标系用 i^* 表示，通常 $\boldsymbol{T}_{i^*,i}$ 为常数。设连杆体 i 由关节 i 和 n 个 U 型架组成，可求得各个 U 型架的位置矩阵 $\boldsymbol{p}_{i,i_1^*}$，$\boldsymbol{p}_{i,i_2^*}$，…，$\boldsymbol{p}_{i,i_n^*}$，则 $\boldsymbol{p}_{i,i^*}$ 为

表 1　双模块空间方位变换

Tab. 1　Double modules' space pose transformation

被动连接面	双模块连接初始矩阵	双模块连接方位矩阵	不同连接方位所对应的连接方式 N=0	N=1	N=2	N=3
$k=1$	$\boldsymbol{I}_1=\begin{bmatrix}0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{O}_1=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	 $e_{ij}=<C_0,0,C_1>$	 $e_{ij}=<C_0,1,C_1>$	 $e_{ij}=<C_0,2,C_1>$	 $e_{ij}=<C_0,3,C_1>$
$k=2$	$\boldsymbol{I}_2=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{O}_2=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	 $e_{ij}=<C_0,0,C_2>$	 $e_{ij}=<C_0,1,C_2>$	 $e_{ij}=<C_0,2,C_2>$	 $e_{ij}=<C_0,3,C_2>$
$k=3$	$\boldsymbol{I}_3=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{O}_3=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	 $e_{ij}=<C_0,0,C_3>$	 $e_{ij}=<C_0,1,C_3>$	 $e_{ij}=<C_0,2,C_3>$	 $e_{ij}=<C_0,3,C_3>$

注：初始矩阵和方位矩阵均采用旋量形式表示。

$$\boldsymbol{p}_{i,i^*} = (\boldsymbol{p}_{i,i_1^*} + \boldsymbol{p}_{i,i_2^*} + \cdots + \boldsymbol{p}_{i,i_n^*})/n \tag{4}$$

在质心坐标系下连杆体 i 牛顿-欧拉方程[15]为

$$\boldsymbol{F}_{i^*} = \begin{bmatrix} m_i\boldsymbol{I} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{J}_{i^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{v}}_{i^*} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i^*} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\hat{\omega}_{i^*} & 0 \\ -\hat{v}_{i^*} & -\hat{\omega}_{i^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_i\boldsymbol{I} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{J}_{i^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{i^*} \\ \boldsymbol{\omega}_{i^*} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{J}_{i^*} = \boldsymbol{R}_{i^*,i_1^*} \cdot \boldsymbol{J}_1 \cdot \boldsymbol{R}_{i^*,i_1^*}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_{i^*,i_2^*} \cdot \boldsymbol{J}_2 \cdot \boldsymbol{R}_{i^*,i_2^*}^{\mathrm{T}} + \cdots + \boldsymbol{R}_{i^*,i_n^*} \cdot \boldsymbol{J}_n \cdot \boldsymbol{R}_{i^*,i_n^*}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

式中　$\boldsymbol{F}_{i^*}$——施加到连杆体 i 质心上的广义力

m_i——连杆体 i 总质量

$\boldsymbol{J}_{i^*}$——连杆体 i 相对于质心的惯性张量

定义广义质量矩阵 $\boldsymbol{M}_{i^*} = \begin{bmatrix} m_i\boldsymbol{I} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{J}_{i^*} \end{bmatrix}$，则式(5)可改写为

$$\boldsymbol{F}_{i^*} = \boldsymbol{M}_{i^*}\dot{\boldsymbol{V}}_{i^*} - \boldsymbol{ad}_{V_{i^*}}^*(\boldsymbol{M}_{i^*}\boldsymbol{V}_{i^*}) \quad (\boldsymbol{M}_{i^*} \in \mathbf{R}^{6\times6}) \tag{7}$$

其中　$\boldsymbol{V}_{i^*} = \boldsymbol{Ad}_{T_{i^*,i}}\boldsymbol{V}_i \qquad \dot{\boldsymbol{V}}_{i^*} = \boldsymbol{Ad}_{T_{i^*,i}}\dot{\boldsymbol{V}}_i$

式中　$\boldsymbol{V}_{i^*}$——广义速度矩阵

$\dot{\boldsymbol{V}}_{i^*}$——广义加速度矩阵

$\boldsymbol{ad}_{V_{i^*}}^*$——$\boldsymbol{ad}_{V_{i^*}}$ 的对偶变换

为了与前面运动学方程联系起来，需把式(7)转换成连杆体 i 的参考坐标系。可得参考坐标系下连杆体 i 的动力学方程

$$\boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{M}_i\dot{\boldsymbol{V}}_i - \boldsymbol{ad}_{V_i}^*(\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{V}_i) \tag{8}$$

其中　$\boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{Ad}_{T_{i^*,i}}^*\boldsymbol{F}_{i^*} \qquad \boldsymbol{M}_i = \boldsymbol{Ad}_{T_{i^*,i}}^*\boldsymbol{M}_{i^*}\boldsymbol{Ad}_{T_{i^*,i}}$

3.2　正逆迭代方法

递归牛顿-欧拉方法包括正逆两步迭代，正向迭代是连杆体的广义速度和广义加速度由基座到末端的过程，逆向迭代是将广义力从连杆体末端迭代到基座的过程。递归牛顿-欧拉两步迭代过程如下：

(1) 正向迭代：i 从 1 到 n

正向迭代从基连杆体开始，给定参数：$\boldsymbol{V}_0 = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$，$\dot{\boldsymbol{V}}_0 = [0\ \ -g\ 0\ 0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$，其中 $\boldsymbol{V}_0$ 和 $\dot{\boldsymbol{V}}_0$ 分别是基座的广义速度和广义加速度。基座广义加速度取决于基模块的空间位姿。

$$\boldsymbol{T}_{i-1,i} = \boldsymbol{T}_{i-1,i}(0)\mathrm{e}^{\hat{s}_i q_i} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{V}_i = \boldsymbol{Ad}_{T_{i-1,i}^{-1}}(\boldsymbol{V}_{i-1}) + \boldsymbol{s}_i\dot{\boldsymbol{q}}_i \tag{10}$$

$$\dot{\boldsymbol{V}}_i = \boldsymbol{s}_i\ddot{\boldsymbol{q}}_i + \boldsymbol{Ad}_{T_{i-1,i}^{-1}}(\dot{\boldsymbol{V}}_{i-1}) - ad_{s_i\dot{q}_i}(\boldsymbol{V}_i) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{q}_i = \pm\boldsymbol{\alpha}_i \tag{12}$$

式中　$\boldsymbol{T}_{i-1,i}$——连杆体 i 参考坐标系相对于连杆体 $i-1$ 的位姿

$\hat{\boldsymbol{s}}_i$——关节 i 的运动旋量

$\boldsymbol{q}_i$——连杆体 i 与连杆体 $i-1$ 的转动角度，当关节 i 连接内架 $\mathrm{U_b}$ 时取正，否则取负

$\dot{\boldsymbol{q}}_i$、$\ddot{\boldsymbol{q}}_i$——角速度和角加速度

(2) 反向迭代：i 从 n 到 1

多支链机器人从各条支链末端同时向基座迭代。设第 k 条支链上连接体 k_i，总的广义力为

$$\boldsymbol{F}_{k_i}^s = \boldsymbol{F}_{k_i} + \boldsymbol{F}_{k_i}^e \tag{13}$$

式中　$\boldsymbol{F}_{k_i}$——通过父连接体施加连接体 k_i 广义力

$\boldsymbol{F}_{k_i}^e$——施加在连接体 k_i 外部广义力

结合式(8)和式(13)可得到

$$\boldsymbol{F}_{k_i} = -\boldsymbol{F}_{k_i}^e + \boldsymbol{M}_{k_i}\dot{\boldsymbol{V}}_{k_i} - \boldsymbol{ad}_{V_{ki}}^*(\boldsymbol{M}_{k_i}\boldsymbol{V}_{k_i}) \tag{14}$$

对于非公共支链的连接体 i 可以得到

$$\boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{Ad}_{T_{i,i+1}^{-1}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{F}_{i+1}) - \boldsymbol{F}_i^e + \boldsymbol{M}_i\dot{\boldsymbol{V}}_i - \boldsymbol{ad}_{V_i}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{V}_i) \tag{15}$$

而如为公共支链的连接体 i 则

$$\boldsymbol{F}_i = \sum_{i+1\in V_{Hi}} \boldsymbol{Ad}_{T_{i,i+1}^{-1}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{F}_{i+1}) - \boldsymbol{F}_i^e + \boldsymbol{M}_i\dot{\boldsymbol{V}}_i - \boldsymbol{ad}_{V_i}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{V}_i) \tag{16}$$

式中　V_{Hi}——连接体 i 的所有支链的父连接体

而关节 i 上的力矩

$$\boldsymbol{\tau}_i = \boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_i \tag{17}$$

3.3　基于全局描述的动力学方程

由式(9)～(17)可得到全局矩阵描述

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{Gs}\dot{\boldsymbol{q}} \tag{18}$$

$$\dot{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{Gs}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{Gad}_{s\dot{q}}(\boldsymbol{\Gamma V}) + \boldsymbol{GP}_0\dot{\boldsymbol{V}}_0 \tag{19}$$

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{V}} + \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{ad}_V^*(\boldsymbol{MV}) + \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^E \tag{20}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F} \tag{21}$$

其中　$\boldsymbol{V} = \mathrm{column}[\boldsymbol{V}_1 \quad \boldsymbol{V}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{V}_n] \in \mathbf{R}^{6n\times1}$

$\dot{\boldsymbol{V}} = \mathrm{column}[\dot{\boldsymbol{V}}_1 \quad \dot{\boldsymbol{V}}_2 \quad \cdots \quad \dot{\boldsymbol{V}}_n] \in \mathbf{R}^{6n\times1}$

$\boldsymbol{F} = \mathrm{column}[\boldsymbol{F}_1 \quad \boldsymbol{F}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{F}_n] \in \mathbf{R}^{6n\times1}$

$\boldsymbol{\tau} = \mathrm{column}[\boldsymbol{\tau}_1 \quad \boldsymbol{\tau}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{\tau}_n] \in \mathbf{R}^{n\times1}$

$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathrm{column}[\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \cdots \quad \dot{q}_n] \in \mathbf{R}^{n\times1}$

$\ddot{\boldsymbol{q}} = \mathrm{column}[\ddot{q}_1 \quad \ddot{q}_2 \quad \cdots \quad \ddot{q}_n] \in \mathbf{R}^{n\times1}$

$\boldsymbol{s} = \mathrm{diag}[\boldsymbol{s}_1 \quad WTHX\|s_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{s}_n] \in \mathbf{R}^{6n\times n}$

$\boldsymbol{M} = \mathrm{diag}[\boldsymbol{M}_1 \quad \boldsymbol{M}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{M}_n] \in \mathbf{R}^{6n\times6n}$

$\boldsymbol{P}_0 = \mathrm{column}[\boldsymbol{Ad}_{T_{0,1}^{-1}} \quad \boldsymbol{O}_{6\times6} \quad \cdots \quad \boldsymbol{O}_{6\times6}] \in \mathbf{R}^{6n\times6}$

$\boldsymbol{F}^E = \mathrm{column}[\boldsymbol{F}_1^e \quad \boldsymbol{F}_2^e \quad \cdots \quad \boldsymbol{F}_n^e] \in \mathbf{R}^{6n\times1}$

$\boldsymbol{ad}_{s\dot{q}} = \mathrm{diag}[-\boldsymbol{ad}_{s_1\dot{q}_1} \quad -\boldsymbol{ad}_{s_2\dot{q}_2} \quad \cdots \quad -\boldsymbol{ad}_{s_n\dot{q}_n}] \in \mathbf{R}^{6n\times6n}$

$\boldsymbol{ad}_V^* = \mathrm{diag}[-\boldsymbol{ad}_{V_1}^* \quad -\boldsymbol{ad}_{V_2}^* \quad \cdots \quad -\boldsymbol{ad}_{V_n}^*] \in \mathbf{R}^{6n\times6n}$

$$\boldsymbol{\Gamma}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{O}_{6\times6} & \boldsymbol{O}_{6\times6} & \cdots & \boldsymbol{O}_{6\times6} & \boldsymbol{O}_{6\times6} \\ \boldsymbol{Ad}_{T_{1,2}^{-1}} & \boldsymbol{O}_{6\times6} & \cdots & \boldsymbol{O}_{6\times6} & \boldsymbol{O}_{6\times6} \\ \boldsymbol{O}_{6\times6} & \boldsymbol{Ad}_{T_{2,3}^{-1}} & \cdots & \boldsymbol{O}_{6\times6} & \boldsymbol{O}_{6\times6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{O}_{6\times6} & \boldsymbol{O}_{6\times6} & \cdots & \boldsymbol{Ad}_{T_{n-1,n}^{-1}} & \boldsymbol{O}_{6\times6} \end{bmatrix}\in\mathbf{R}^{6n\times6n}$$

式中　$\boldsymbol{O}$——6×6 的零矩阵

定义 $\boldsymbol{G}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Gamma})^{-1}$，它是整个可重构机器人装配系统的转换矩阵。

结合式（18）～（21），可得到多支链可重构机器人的封闭形式动力学方程

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{N}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{\tau} \tag{22}$$

其中

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{MGs} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})=\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{MGad}_{s\dot{q}}\boldsymbol{\Gamma}+\boldsymbol{ad}_V^*\boldsymbol{M})\boldsymbol{Gs} \tag{24}$$

$$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{MGP}_0\dot{\boldsymbol{V}}_0+\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^E \tag{25}$$

式中　$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$——广义质量的全局矩阵描述

$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$——惯性力与科式力全局矩阵描述

$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{q})$——作用在机器人上的外力和重力的全局矩阵描述

3.4　动力学方程自动生成算法

根据单元模块装配顺序，借助双模块空间方位变换表，把机器人的各项参数按照拓扑构型自动生成各支链的运动学方程（3）。其运动学方程自动生成算法如图 4 所示。

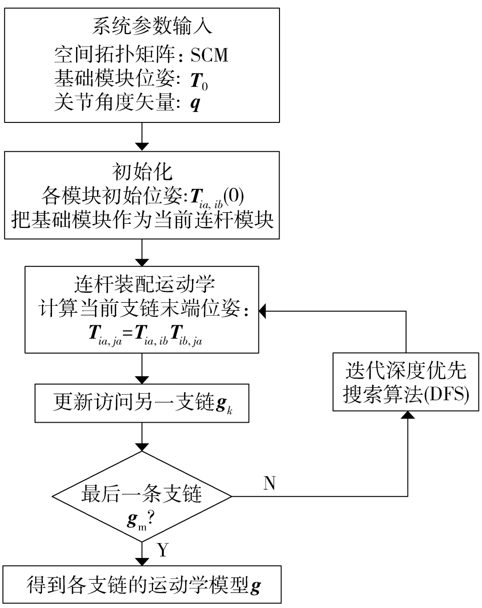


图 4　运动学自动生成流程图

Fig. 4　Automatic generation of kinematics

动力学自动生成算法关键就是求取矩阵 $\boldsymbol{M}(q)$、$\boldsymbol{C}(q,\dot{q})$ 和 $\boldsymbol{N}(q)$。$\boldsymbol{M}$ 矩阵是一个分块对角矩阵，对特定构型而言，其中包含的所有惯性参数是恒定的；$\boldsymbol{s}$ 矩阵是一个仅包含运动学参数的常数方阵；$\boldsymbol{G}$ 矩阵是一个与参数 $\boldsymbol{q}$ 相关的矩阵。动力学方程自动生成算法如图 5 所示。

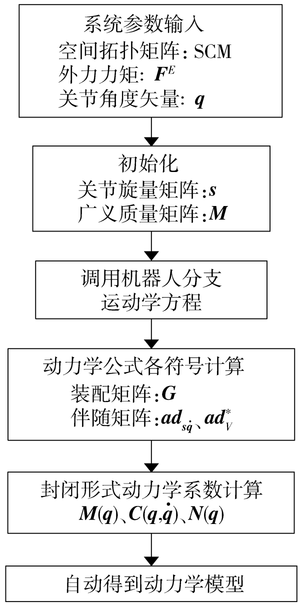


图 5　动力学自动生成流程图

Fig. 5　Automatic generation of dynamics

4　仿真

以图 2 所示的双支链构型为例进行动力学方程自动生成计算和仿真，可重构机器人由 6 个单元模块组成，其基座为模块 1 的 $\mathrm{U_a}$。机器人系统由 6 个连杆体及关节装配而成（图 6），连杆体 4 不受其他连杆体的影响，故设连杆体 4 的 $q_4=0$，其余 5 个关节角度均为 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，故可设 $q_i=\frac{\pi}{2}A\sin(B\pi t)$，其中 A 为关节角度范围系数，一般情况下 A 取值为 ±1；B 为角速度系数，B 越大转速越快，考虑到完整周期一般取值为 $\frac{1}{2^n}$，n 为非负整数。故可设

$$q_1=\frac{\pi}{2}\left[0.1\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)\right]$$

$$q_2=-q_5=\frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

$$q_3=-q_6=\frac{\pi}{2}\sin(\pi t)$$

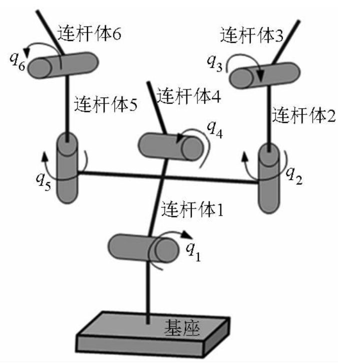


图 6　连杆体装配图

Fig. 6　Assembly of connecting rod body

其中 $t\in[0,10]$，步长 0.01 s，两支链对应的连杆体的运动速度相同，而运动方向相反。

设单元模块质量为 1 kg，边长 $l=0.1$ m，作用在系统上的外力为 0，根据动力学自动生成算法可以得到 $t=4.2$ s 时机器人的动力学方程系数如下

$$\boldsymbol{M}(q)=\begin{bmatrix} 0.1152 & 0.0007 & 0.0011 & 0.0021 & -0.0029 & -0.0011 \\ 0.0007 & 0.0025 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0011 & 0 & 0.0008 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0021 & 0 & 0 & 0.0008 & 0 & 0 \\ -0.0029 & 0 & 0 & 0 & 0.0025 & 0 \\ -0.0011 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0008 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{N}(q)=\begin{bmatrix} -0.2630 \\ 0.0005 \\ -0.0955 \\ -0.0030 \\ 0.0048 \\ 0.0995 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}(q,\dot{q})=\begin{bmatrix} -0.0318 & 0.0045 & 0.0011 & 0 & -0.0018 & -0.0011 \\ 0.0045 & 0 & -0.0003 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0011 & 0.0001 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0018 & 0 & 0 & 0 & 0.0002 & -0.0003 \\ -0.0011 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0.0001 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\tau}=\begin{bmatrix} -0.2571 \\ 0.0039 \\ -0.0922 \\ -0.0030 \\ 0.0014 \\ 0.0922 \end{bmatrix}$$

仿真计算结果表明能够自动生成各个时刻对应的动力学方程的系数。该动力学生成方法具有一定的普适性，可应用于其他链式可重构机器人。

可重构机器人的末端关节 3 和 6 的运动轨迹如图 7 所示，仿真结果可以看出末端关节运行轨迹平滑，有利于关节空间控制。连杆体 2 和 5 的质心轨迹如图 8 所示，它们在 3 个方向上均呈现交错变化，具有一个完整周期的相位差，这是由于关节角度方向相反所引起的。末端连杆体 3 和 6 的质心轨迹如图 9 所示，质心轨迹曲线在 X 方向完全一样，而 Y 方向和 Z 方向两条曲线完全重叠。仿真结果表明，基于关节空间控制所对应连杆体轨迹曲线平滑度较差，这是由于在自动生成运算中进行逆运动学求解所造成的，不利于实际任务控制。因此需考虑对可重构机器人进行任务空间控制，将期望的任务信息直接应用到反馈控制器中，避免进行复杂的运动学逆解获得期望轨迹的不足，有利于提高系统控制的实时性。

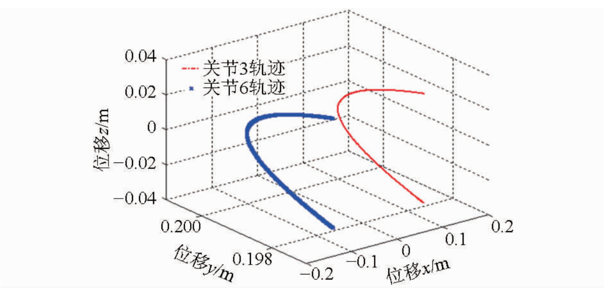


图 7 关节 3 和 6 的运动轨迹

Fig. 7 Trajectory of joints 3 and 6

为了对电动机选型是否合理进行验证，同时确保输出扭矩满足需要，对双支链可重构机器人系统进行了动力学仿真，仿真初始位置如图 2 所示。各

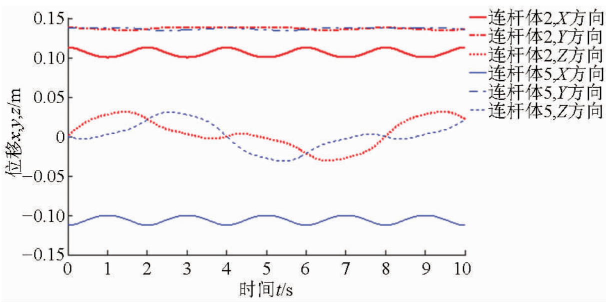


图 8 连杆体 2 和 5 的质心轨迹

Fig. 8 Mass center trajectory of connecting rod bodies 2 and 5

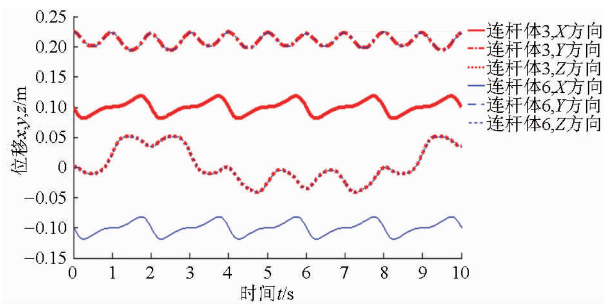


图 9 连杆体 3 和 6 的质心轨迹

Fig. 9 Mass center trajectory of connecting rod bodies 3 and 6

关节的力矩变化如图 10、11 所示。其中关节 1 力矩峰值最大，低于 35YF 型步进减速电动机的额定参数 1.5 N·m。关节 1 的转动角度为 $\frac{\pi}{2}A$（仿真时 A 设定为 0.1），如提高关节角度范围系数 A 将使得电动机超出额定力矩。故在图 2 双支链机器人中需控制关节 1 的系数 A。其他关节力矩峰值均远小于额定值，相应关节角度范围不需加以限制。因此所有关节电动机选型均能够满足系统力矩基本要求。

其中图 10 中关节 3 和 6 力矩曲线完全一样，相位差也为一个周期，与初始设定方向有关。图 11 中

的关节 4 力矩为正弦曲线，反映所受力矩为关节 1 转动所引起的力矩。图 11 中关节 4 和 5 曲线周期均为 8 s，在 $t = 6$ s 时曲线完全对称，这是由于各关节旋转角速度系数 B 的影响。这些仿真结果清晰

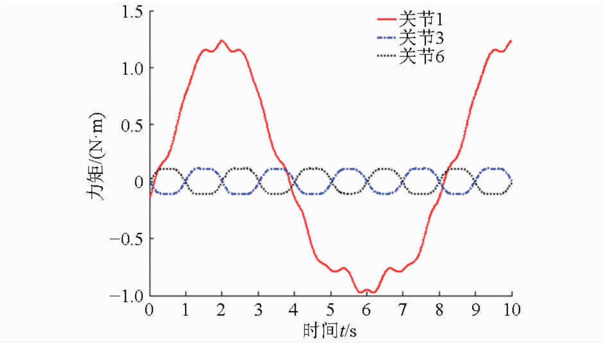


图 10　关节 1、3、6 力矩

Fig. 10　Torque of joints 1, 3 and 6

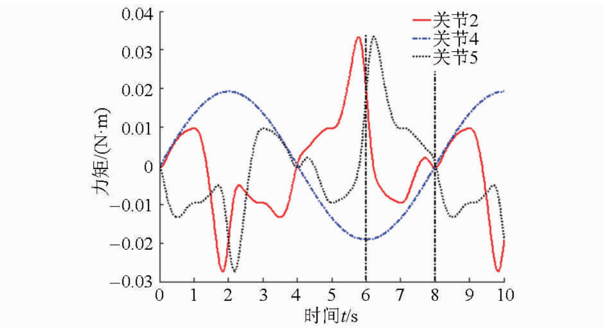


图 11　关节 2、4、5 力矩

Fig. 11　Torque of joints 2, 4 and 5

地表示出自动生成的动力学方程与初始设定关节角度之间的关系和各关节施加力矩影响，结果表明自动生成的动力学方程方法准确有效。对于更多支链可重构机器人系统也可以按照上述方法进行分析。如考虑系统内部摩擦和外部扰动等未建模动态项，仿真结果也将不会显著变化。通过设计智能控制器补偿动力学模型的不确定性，在保证系统稳定的前提下改善系统的动态跟踪性能。

5　结束语

提出了一种可移动重构机器人，对单元模块系统进行了结构设计，并对多模块构型进行了简要分析，提出了基于正弦加速度传动槽与插销式结合的新型对接机构。针对机器人的连接方位和多支链的几何构型参数不确定性问题，建立双模块拓扑空间方位变换表，运用递归牛顿-欧拉方法建立多支链机器人系统全局描述的动力学方程，提出了基于双模块空间方位变换的动力学自动生成算法。这种方法适应范围更广，有利于正确快速地建立动力学方程，为具有复杂几何拓扑构型的可重构机器人系统自动建立动力学模型提供了良好的解决方案。研究结果表明，使用该方法能满足可重构机器人动力学模型重新生成的需求，仿真结果也可直接用于鲁棒控制、神经网络控制等控制器的重构。

参　考　文　献

1　Yim M, Shen W M, Salemi B, et al. Modular self-reconfigurable robot systems-challenges and opportunities for the future[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine,2007,14(1): 43 – 52.

2　Moubarak P, Ben-Tzvi P. Modular and reconfigurable mobile robotics[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2012, 60(12): 1648 – 1663.

3　Trianni V, Nolfi S, Dorigo M. Cooperative hole avoidance in a swarm-bot[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2006, 54(2): 97 – 103.

4　Davey J, Kwok N, Yim M. Emulating self-reconfigurable robots-design of the smores system[C]//2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012: 4464 – 4469.

5　Hossain S G M, Nelson C A, Dasgupta P. Hardware design and testing of modred: a modular self-reconfigurable robot system[C]//Dai J S, Zoppi Matteo, Kong X W. Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I, 2012: 515 – 523.

6　Russo S, Harada K, Ranzani T, et al. Design of a robotic module for autonomous exploration and multimode locomotion[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(6): 1757 – 1766.

7　Liu J G, Ma S G, Wang Y C, et al. Network-based reconfiguration routes for a self-reconfigurable robot[J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2008, 51(10): 1532 – 1546.

8　Wei H, Chen Y, Tan J, et al. Sambot: a self-assembly modular robot system[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16(4): 745 – 757.

9　曹燕军，葛为民，张华瑾. 一种新型模块化自重构机器人结构设计与仿真研究[J]. 机器人, 2013, 35(5): 568 – 575,606.
Cao Yanjun, Ge Weimin, Zhang Huajin. Structure design and simulation analysis of an innovative modular self-reconfigurable robot-360bot[J]. Robot, 2013, 35(5): 568 – 575,606. (in Chinese)

10　Bi Z M, Zhang W J, Chen I M, et al. Automated generation of the D – H parameters for configuration design of modular manipulators[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing,2007, 23:553 – 562.

11　黄晓辰，张明路，张小俊，等. 机器人坐标系建立的改进 DH 方法[J]. 农业机械学报,2014,45(10):313 – 318,325.
Huang Xiaochen, Zhang Minglu, Zhang Xiaojun, et al. Improved DH method to build robot coordinate system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014,45(10):313 – 318,325. (in Chinese)

(下转第 377 页)

8 Dadalau A, Mottabedi M, Groh K, et al. Parametric modeling of ball screw spindles[J]. Production Engineering, 2010, 4(6):625 - 631.

9 Sekler P, Voss M, Verl A. Model-based calculation of the system behavior of machine structure on the control device for vibration avoidance[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 58(9 - 12):1087 - 1095.

10 Chinedum Okwudire. Finite element modeling of ball screw feed drive system for control purposes[D]. Vancouver, BC Canada: The University of British Columbia,2005.

11 杨勇,张为民,陈希光. 数控机床导轨滑块结合部组建模与参数辨识方法研究[J]. 农业机械学报, 2014,45(7):313 - 320.
Yang Yong, Zhang Weimin, Chen Xiguang. Modeling and parameter identification of linear guideway in NC machine tool[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2014, 45(7):313 - 320. (in Chinese)

12 刘栋,梅雪松,冯斌,等. 基于 Symlets 小波滤波的滚珠丝杠伺服传动系统频响特性辨识[J]. 机械工程学报, 2011, 47(13):153 - 159.
Liu dong, Mei Xuesong, Feng Bin, et al. Frequency response dentification for ballscrew servo driven system based on Symlets wavelet[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(13):153 - 159. (in Chinese)

13 Feng Guohua, Pan Yilu. Investigation of ball screw preload variation based on dynamic modeling of a preload adjustable feed-drive system and spectrum analysis of ball-nuts sensed vibration signals[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2012, 52(1):85 - 96.

14 Frey S, Dadalau A, Verl A. Expedient modeling of ball screw feed drives[J]. Production Engineering, 2012, 6(2): 205 - 211.

15 Okwudire E C, Altintas Y. Hybrid modeling of ball screw drives with coupled axial, torsional and lateral dynamics[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2009, 131(7):071002 - 1 - 071002 - 9.

16 Vicente Diego A, Hecker Rogelio L, Villegas Fernando J, et al. Modeling and vibration mode analysis of a ball screw drive[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 58(1 - 4):257 - 265.

17 董亮,汤文成,刘立. 考虑摩擦和间隙的柔性滚珠丝杠进给系统建模与分析[J]. 农业机械学报, 2013,44(11):300 - 307.
Dong Liang, Tang Wencheng, Liu Li. Modeling and analysis of flexible ball screw driven servomechanisms with friction and backlash[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2013, 44(11):300 - 307. (in Chinese)

18 师汉民,黄其柏. 机械振动系统—分析·建模·测试·对策:上册 [M]. 3 版. 武汉:华中科技出版社, 2013.

19 卢秉恒,赵万华,张俊,等. 高速高加速度下的进给系统机电耦合[J]. 机械工程学报, 2013, 49(6):2 - 11.
Lu Bingheng, Zhao Wanhua, Zhang Jun, et al. Electromechanical coupling in the feed system with high speed and high acceleration[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013,49(6):2 - 11. (in Chinese)

20 谢东,丁杰雄,杜丽,等. 高速加工运动性能预测方法研究[J]. 农业机械学报, 2014, 45(6):333 - 340.
Xie Dong, Ding Jiexiong, Du Li, et al. Prediction of high-speed machining kinematic performance[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2014, 45(6):333 - 340. (in Chinese)

(上接第 361 页)

12 杨新刚,黄玉美,杨文栋,等. 基于可操作性的串联机器人相对传动比优化[J]. 农业机械学报,2009,40(8): 209 - 213, 218.
Yang Xin'gang, Huang Yumei, Yang Wendong, et al. Relative proportion of serial robot transmission ratios optimization based on manipulability[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009,40(8): 209 - 213,218. (in Chinese)

13 李宪华,郭永存,张军,等. 模块化六自由度机械臂逆运动学解算与验证[J]. 农业机械学报,2013,44(4):246 - 251.
Li Xianhua, Guo Yongcun, Zhang Jun, et al. Inverse kinematics solution and verification of modular 6-DOF manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013,44(4):246 - 251. (in Chinese)

14 张永贵,高金刚,刘文洲,等. 切削加工机器人系统综合误差解耦补偿[J]. 农业机械学报,2013,44(12):326 - 331.
Zhang Yonggui, Gao Jin'gang, Liu Wenzhou, et al. Robotic kinematics parameters error identification based on genetic algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013,44(12):326 - 331. (in Chinese)

15 Chen I M, Yang Guilin. Automatic model generation for modular reconfigurable robot dynamics[J]. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control,1998,120(3): 346 - 352.

16 Meister E, Nosov E, Levi P. Automatic onboard and online modeling of modular and self-reconfigurable robots[C]//2013 6th IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM), 2013: 91 - 96.

17 张为民,李国伟,陈灿. 基于雅可比旋量理论的公差优化分配[J]. 农业机械学报,2011,42(4):216 - 219,228.
Zhang Weimin, Li Guowei, Chen Can. Optimal allocation of tolerance based on Jacobian-torsor theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011,42(4):216 - 219,228. (in Chinese)

18 Gao Wenbin, Wang Hongguang, Jiang Yong, et al. Research on the calibration of modular reconfigurable robot[J]. Journal of Mechanical Engineering,2013, 49(17): 92 - 100.