

含路面预瞄信息的车辆主动悬架有限频域多目标控制*

王 刚¹ 陈长征^{1,2} 于慎波¹

(1. 沈阳工业大学机械工程学院, 沈阳 110870; 2. 辽宁省振动噪声控制技术工程研究中心, 沈阳 110870)

摘要: 提出了一种考虑路面预瞄信息的有限频域线性变参数控制器设计方法,并将其应用于时变速度下的车辆悬架多目标控制。在控制器设计中,首先,利用 Padé 近似的方法处理一定距离内的路面预瞄信息,将车辆悬架系统增广为含速度信息的状态空间方程。其次,采用多胞形结构描述车辆前进速度的时变性。考虑到人体对 4 ~ 8 Hz 范围内的振动加速度较为敏感,且路面干扰仅发生在有限频段内,传统的全频域 H_∞ 控制方法并不能取得最优性能。以车身垂直加速度的有限频域 H_∞ 范数为优化性能指标,使其在路面干扰下的能量增益在关心频段内达到最小,同时考虑相关的时域约束条件。最后,通过数值实例验证了所提方法的有效性,对比于传统的全频域方法及无路面预瞄的控制方法,该方法能在时域约束条件得到满足的同时,有效地提高车辆的舒适性。

关键词: 车辆主动悬架 有限频域 H_∞ 控制 路面预瞄 速度依赖控制器

中图分类号: TP273; U463.33 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2015)12-0294-07

Finite Frequency Multi-objective Control of Vehicle Active Suspension with Road Preview Information

Wang Gang¹ Chen Changzheng^{1,2} Yu Shenbo¹

(1. School of Mechanical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China

2. Liaoning Engineering Center for Vibration and Noise Control, Shenyang 110870, China)

Abstract: A finite frequency linear parameter-varying (LPV) controller design approach with look-ahead preview measurements was presented, and the proposed approach was applied to a multi-objective control problem of vehicle active suspension systems with time-varying velocity. Firstly, the Padé approximant method was used to deal with the preview information, so as to get the augmented system of active suspension with velocity information in the form of state-space equation. Secondly, the time-varying velocity was described by a polytope with finite vertices. As human body is fairly sensitive to the car body vertical acceleration within 4 ~ 8 Hz, and road disturbance happens only within the finite frequency domain range, the traditional H_∞ method over the infinite frequency range can not result in the optimum control plan obviously. The H_∞ norm of the car body acceleration was used as the performance optimization index to make it acquire the optimum energy gain attenuation within the concerned frequency band. In addition, the time-domain constraint conditions were guaranteed as well. The controller, whose gain matrix depended on the measurement information of the velocity, was designed in the form of linear matrix inequality (LMI). Finally, a numerical example was used to verify the reliability of the method, simulation results illustrated the usefulness and advantages of the proposed method and the designed controller can achieve better comfort than the traditional entire frequency-domain control approach and ensure that hard constraints are satisfied.

Key words: Vehicle active suspensions Finite frequency H_∞ control Road preview Velocity-dependent controller

收稿日期: 2015-05-07 修回日期: 2015-06-09

* 国家自然科学基金资助项目(51175350)

作者简介: 王刚, 博士生, 主要从事车辆主动悬架振动控制研究, E-mail: w346024519@126.com

通讯作者: 陈长征, 教授, 博士生导师, 主要从事车辆振动噪声控制研究, E-mail: CCZedu@126.com

引言

由于悬架各性能之间存在一定的矛盾关系,使得传统的被动控制难以实现悬架的多目标优化^[1]。近年来,如何实现悬架的主动控制策略,已经取得了很多重要的成果^[2-6]。由于 H_{∞} 控制便于权衡悬架性能之间的约束关系,已经吸引了很多学者的关注^[7-11],该方法可以在保证时域约束情况下,最大化地降低干扰到被控输出的能量增益。然而悬架舒适性仅与 4~8 Hz 的振动加速度密切相关^[12],全频域范围内降低能量/峰值-能量/峰值增益无法取得最优的性能指标。基于此,孙维超等^[12-14]通过广义 KYP 引理^[15]提出了有限频域的 H_{∞} 控制方法,实现了悬架的有限频域控制。且已有文献^[16-19]表明,对于有频段约束的控制问题,有限频域的方法优于传统的全频域方法。在悬架的主动控制中,利用可测的预瞄信息可进一步提高悬架的性能。目前为止,已知的预瞄控制分为轴前预瞄与轴距预瞄^[20]。在大多数预瞄控制中^[21-23],主要通过加权的方式实现悬架的单目标优化控制。在近年的预瞄控制研究当中,除了进一步改进控制方法以提高舒适性外,控制时滞现象也是考虑的因素,对此,文献^[22]对考虑时滞的随机预瞄控制作了较深入的研究。除了采用加权的随机优化预瞄控制方法外,文献^[20,24]通过全频域 H_{∞} 控制方法实现了基于轴距预瞄的悬架多目标优化,相对于单目标优化控制而言,进一步地提高了车辆的舒适性能。

本文在假定路面预瞄信息可测的基础上,提出针对时变速度的有限频域 LPV 控制器设计方法,用于车辆主动悬架的多目标控制。

1 系统建模与性能描述

1.1 模型建模

考虑如图 1 所示的 1/4 车辆悬架模型。

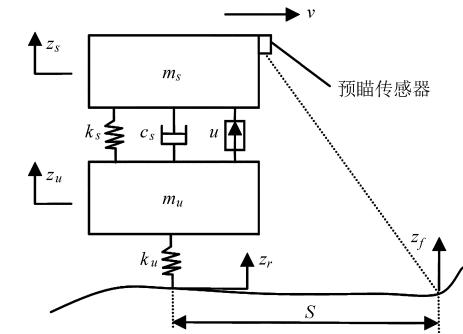


图 1 1/4 车悬架模型
Fig. 1 1/4 vehicle suspension model

由图 1 可知,悬架模型的动力学方程为

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s + c_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s (z_s - z_u) = u \\ m_u \ddot{z}_u + k_u (z_u - z_r) - c_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_s (z_s - z_u) = -u \end{cases} \quad (1)$$

式中 m_s 、 m_u ——模型簧载与非簧载质量
 k_s 、 c_s ——悬架系统刚度与阻尼系数
 u ——悬架主动控制力
 k_u ——轮胎刚度
 z_s 、 z_u ——簧载质量与非簧载质量的垂直位移
汽车的前进速度 v 为实时可测量,且通过预瞄传感器能测量距离为 S 的一段路面不平度情况。定义 z_f 为预瞄传感器测量的路面不平度, z_r 为作用于轮胎处的路面激励,且 z_r 为 z_f 的时滞量,其关系为 $z_r(t) = z_f(t - d)$,其中时滞项 $d = \frac{S}{v}$ 。

选取悬架系统的状态变量为

$$\mathbf{x}(t) = [z_s - z_u \quad \dot{z}_s \quad z_u - z_r \quad \dot{z}_u]^T \quad (2)$$

则可将方程(1)写为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{D}w_r(t) \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ \frac{-k_s}{m_s} & \frac{-c_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{c_s}{m_u} & \frac{-k_u}{m_u} & \frac{-c_s}{m_u} \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_s} & 0 & \frac{-1}{m_u} \end{bmatrix}^T \quad w_r(t) = \dot{z}_r(t)$$

在设计车辆悬架控制策略时,一般要考虑:

(1)舒适性:由于悬架的舒适性与车身的垂直加速度密切相关,故常选取加速度为衡量汽车舒适性的量化指标。区别于以往的全频域方法,这里以路面干扰到车身加速度的能量增益为优化性能指标,使其在有限的频段内取得最小值。

(2)悬架动行程:受限于底盘的机械结构,在设计控制器时,必须保证悬架的动行程在规定的行程范围内,即 $|z_s - z_u| \leq z_{\max}$,其中 $z_{\max}$ 为允许的最大限值。

(3)接地性:为了保证车辆行驶安全性与操纵性,必须使得施加在轮胎的动载小于其静载,即满足 $k_u(z_u - z_r) \leq (m_s + m_u)g$ 。

(4)执行力饱和:受限于执行器的输出功率,为了保证闭环系统的稳定性及安全性,控制力的饱和现象必须被考虑,这里定义最大控制力为 $u_{\max}$,则要求 $|u| \leq u_{\max}$ 。

为了满足上述要求,定义被控输出及归一化的时域约束为

$$\begin{cases} z_1(t) = \ddot{z}_s \\ z_2(t) = \begin{bmatrix} \frac{z_s - z_u}{z_{\max}} & \frac{k_u(z_u - z_r)}{(m_s + m_u)g} & \frac{u}{u_{\max}} \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (4)$$

故系统的控制目标可写为

$$\begin{cases} z_1(t) = C_1 x(t) + D_1 u(t) \\ z_2(t) = C_2 x(t) + D_2 u(t) \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$C_1 = \begin{bmatrix} -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} \end{bmatrix} \quad D_1 = \frac{1}{m_s}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{z_{\max}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_u}{(m_s + m_u)g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{u_{\max}} \end{bmatrix}$$

当不考虑路面预瞄信息时,总的控制目标可归结为设计一个有限频域 H_∞ 控制器使得被控目标(式(5))满足

$$\sup_{\omega_1 < \omega < \omega_2} \|G_{z_1 w_r}\|_\infty < \gamma_{\min} \quad (6)$$

$$|\{z_2\}_i| \leq 1 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7)$$

其中 $\|G_{z_1 w_r}\|_\infty = \frac{\|z_1\|_2}{\|w_r\|_2} \quad \|z_1\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty z_1^2(t) dt}$

$$\|w_r\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty w_r^2(t) dt}$$

式中 $G_{z_1 w_r}$ ——路面干扰到加速度的传递函数

$\gamma_{\min}$ ——最小的能量增益值

1.2 考虑路面预瞄的增广系统

在设计预瞄控制策略时,通常以预瞄传感器测得的一段路面不平度为已知信息。考虑到路面激励 z_r 为预瞄路面激励 z_f 的时滞量,故在设计控制器时,可采用 Padé 近似法将预瞄路面激励 z_f 的时滞量增广到系统的状态空间方程中。由 Laplace 变换可得两者的关系为

$$\frac{w_r}{w_f} = e^{-ds} \quad (8)$$

其中

$$w_f(t) = \dot{z}_f(t)$$

应用 Padé 近似可得

$$e^{-ds} = \frac{p_{mn}(-ds)}{Q_{mn}(-ds)} \quad (9)$$

其中

$$p_{mn}(-ds) =$$

$$\frac{m!}{(m+n)!} \sum_{j=0}^m \frac{(m+n-j)!}{j!(m-j)!} (-ds)^j$$

$$Q_{mn}(-ds) = \frac{n!}{(m+n)!} \sum_{j=0}^n \frac{(m+n-j)!}{j!(n-j)!} (ds)^j$$

为了便于求解,这里选取 $n = m$,故可得

$$\frac{w_r}{w_f} = \frac{(-1)^m s^m + (-1)^{m-1} b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + (-1) b_1 s + b_0}{s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}$$

其中 $b_k = \frac{(2m-k)!}{k!(m-k)! d^{m-k}} \quad (k = 0, 1, \cdots, m-1)$

这里 m 为 Padé 近似的阶数,其精度随着阶数的增加而提高。

通过定义状态矢量 $\xi = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \cdots \quad \xi_m]^T$ 可将式(8)写成

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A_\xi \xi + B_\xi w_f \\ w_r = C_\xi \xi + D_\xi w_f \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$A_\xi = \begin{bmatrix} -b_{m-1} & -b_{m-2} & \cdots & -b_1 & -b_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_\xi = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_\xi = \begin{bmatrix} (1 - (-1)^1)(-1)^{m-1} b_{m-1} \\ 0 \\ \vdots \\ (1 - (-1)^{m-1})(-1)^{m-1} b_1 \\ (1 - (-1)^m)(-1)^{m-1} b_0 \end{bmatrix}^T \quad D_\xi = (-1)^m$$

当时滞量 d 较小时,方程(10)中的矩阵可能为病态矩阵,为了避免求解困难,这里进行如下的相似变换。

定义 $\xi = T_\epsilon \epsilon$,则可将式(10)转换为

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}(t) = A_\epsilon \epsilon(t) + B_\epsilon w_f \\ w_r(t) = C_\epsilon \epsilon(t) + D_\epsilon w_f \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$A_\epsilon = T_\epsilon^{-1} A_\xi T_\epsilon \quad B_\epsilon = T_\epsilon^{-1} B_\xi \quad C_\epsilon = C_\xi T_\epsilon$$

$$D_\epsilon = D_\xi \quad T_\epsilon = \text{diag}\{1 \quad d \quad \cdots \quad d^{m-1}\}$$

通过定义增广状态矢量: $x_g = [x^T \quad \epsilon^T]^T$,可将系统方程(3)和(5)写成

$$\begin{cases} \dot{x}_g(t) = A_g x_g(t) + B_g u(t) + B_{wg} w_f(t) \\ z_1(t) = C_{g1} x_g(t) + D_{g1} u(t) \\ z_2(t) = C_{g2} x_g(t) + D_{g2} u(t) \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$A_g = \begin{bmatrix} A & DC_\epsilon \\ O_{m \times 4} & A_\epsilon \end{bmatrix} \quad B_g = \begin{bmatrix} B \\ O_{m \times 1} \end{bmatrix} \quad B_{wg} = \begin{bmatrix} DD_\epsilon \\ B_\epsilon \end{bmatrix}$$
$$C_{g1} = [C_1 \quad O_{1 \times m}] \quad C_{g2} = [C_2 \quad O_{3 \times m}]$$
$$D_{gi} = D_i \quad (i = 1, 2)$$

式中 O 为零矩阵。

本文的目标为设计一个速度依赖的状态反馈控制器

$$u(t) = K(v) x_g(t) \quad (13)$$

使得系统方程(12)满足

$$\sup_{\omega_1 < \omega < \omega_2} \|G_{z_1 w_f}\|_\infty < \gamma_{\min} \quad (14)$$

以及式(7)所示的时域约束条件,这里假定系统状

态变量均可通过设计状态观测器获得,相应的设计方法可参照文献[25]。

2 速度依赖控制器设计与综合

为了便于描述,以下定义 $\mathbf{A}^T$ 、 $\mathbf{A}^{-1}$ 分别为矩阵 $\mathbf{A}$ 的转置及逆矩阵, $\mathbf{A} > 0$ (< 0) 分别表示其为正定(负定)矩阵,符号 $*$ 表示相应的对称块矩阵, $[\mathbf{A}]_s = \mathbf{A} + \mathbf{A}^T$, $\{\mathbf{A}\}_i$ 表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 i 行, $\mathbf{I}_n$ 为 n 维的单位矩阵, $\mathbf{O}_{n \times m}$ 表示 $n \times m$ 维的零矩阵。

当考虑时不变的前进速度时,为了满足上节所述的性能要求,可通过求解如下有限频域控制准则。

引理 1^[12]: 给定正标量 γ 、 η 、 r , 系统方程(12)在 $u = 0$ 时渐近稳定,且在最大干扰能量为 $w_{\max} = r/\eta$ 时,使得被控输出满足式(7)、(14)所述的性能指标,若存在实对称矩阵 $\hat{\mathbf{P}} > 0$ 、 $\hat{\mathbf{P}}$ 、 $\hat{\mathbf{Q}} > 0$ 及一般矩阵 $\hat{\mathbf{F}}$ 、 $\hat{\mathbf{K}}$ 使得 LMIs 成立

$$\begin{bmatrix} -[\hat{\mathbf{F}}]_s & \mathbf{A}_g \hat{\mathbf{F}} + \mathbf{B}_g \hat{\mathbf{K}} + \hat{\mathbf{P}} & \hat{\mathbf{F}} & \mathbf{B}_{wg} \\ * & -\hat{\mathbf{P}} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ * & * & -\hat{\mathbf{P}} & \mathbf{O} \\ * & * & * & -\eta \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} -\hat{\mathbf{Q}} & \Xi_1 & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \Xi_2 & \Omega & \mathbf{B}_{wg} & (\mathbf{C}_{g1} \hat{\mathbf{F}} + \mathbf{D}_{g1} \hat{\mathbf{K}})^T \\ * & * & -\gamma^2 \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ * & * & * & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \{\mathbf{I}_3\}_i (\mathbf{C}_{g2} \hat{\mathbf{F}} + \mathbf{D}_{g2} \hat{\mathbf{K}}) \\ * & \hat{\mathbf{P}} \end{bmatrix} > 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (17)$$

其中 $\Xi_1 = \hat{\mathbf{P}} + j\tilde{\omega}_c \hat{\mathbf{Q}} - \hat{\mathbf{F}}$ $\Xi_2 = \hat{\mathbf{P}} - j\tilde{\omega}_c \hat{\mathbf{Q}} - \hat{\mathbf{F}}$

$$\Omega = -\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2 \hat{\mathbf{Q}} + (\mathbf{A}_g \hat{\mathbf{F}} + \mathbf{B}_g \hat{\mathbf{K}})_s$$

$$\tilde{\omega}_c = (\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2)/2$$

通过求解引理 1, 若存在可行解, 则相应的控制器增益矩阵为 $\mathbf{K} = \hat{\mathbf{K}} \hat{\mathbf{F}}^{-1}$ 。

考虑到在设计预瞄控制器时, 预瞄路面信息与车辆前进速度相关, 在实际应用中, 车辆速度往往是时变的, 限于引理 1 的局限性, 这里将其拓展为线性变参数速度依赖控制准则。

由于车辆前进速度 v 可实时测量, 且在某一区间 $[v_-, \bar{v}]$ 内是时变的, 故可将其描述为

$$v \in M: = \mathbf{Co} \{ \vartheta_1 \quad \cdots \quad \vartheta_q \}$$

$$\mathbf{Co} = \left\{ \sum_{q=1}^2 \alpha_q(t) \vartheta_q; \sum_{q=1}^2 \alpha_q(t) = 1; \alpha_q(t) \geq 0 \right\} \quad (18)$$

其中 $\vartheta_1 = v_-$, $\vartheta_2 = \bar{v}$ 分别为多胞形的各顶点。应用多胞形结构式(18)可将式(12)描述为一个多胞形 LPV 系统

$$\{v \in M | \mathbf{A}_g(v), \mathbf{B}_{wg}(v)\} \in \Omega$$

$$\Omega = \left\{ \sum_{q=1}^2 \alpha_q(t) \Omega_q; \sum_{q=1}^2 \alpha_q(t) = 1; \alpha_q(t) \geq 0 \right\} \quad (19)$$

其中 $\Omega_q = \{\mathbf{A}_g(\vartheta_q), \mathbf{B}_{wg}(\vartheta_q)\}$

根据多胞形加合原理^[17,24]可得: 定理 1(有限频域 LPV 控制准则): 对于一个 LPV 控制器(式(13)), 给定正标量 γ 、 η 、 r , 系统方程(12)在 $u = 0$ 时渐近稳定, 且在最大干扰能量为 $w_{\max} = r/\eta$ 时, 使得被控输出满足式(7)、(14)所述的性能指标, 若存在实对称矩阵 $\hat{\mathbf{P}} > 0$ 、 $\hat{\mathbf{P}}$ 、 $\hat{\mathbf{Q}} > 0$ 及一般矩阵 $\hat{\mathbf{F}}$ 、 $\hat{\mathbf{K}}_q$ ($q = 1, 2$) 使得 LMIs 成立

$$\begin{bmatrix} -[\hat{\mathbf{F}}]_s & \mathbf{A}_g(\vartheta_q) \hat{\mathbf{F}} + \mathbf{B}_g \hat{\mathbf{K}}_q + \hat{\mathbf{P}} & \hat{\mathbf{F}} & \mathbf{B}_{wg}(\vartheta_q) \\ * & -\hat{\mathbf{P}} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ * & * & -\hat{\mathbf{P}} & \mathbf{O} \\ * & * & * & -\eta \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} -\hat{\mathbf{Q}} & \Xi_1 & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \Xi_2 & \Omega(\vartheta_q) & \mathbf{B}_{wg}(\vartheta_q) & (\mathbf{C}_{g1} \hat{\mathbf{F}} + \mathbf{D}_{g1} \hat{\mathbf{K}}_q)^T \\ * & * & -\gamma^2 \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ * & * & * & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \{\mathbf{I}_3\}_i (\mathbf{C}_{g2} \hat{\mathbf{F}} + \mathbf{D}_{g2} \hat{\mathbf{K}}_q) \\ * & \hat{\mathbf{P}} \end{bmatrix} > 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (22)$$

其中 $\Xi_1 = \hat{\mathbf{P}} + j\tilde{\omega}_c \hat{\mathbf{Q}} - \hat{\mathbf{F}}$ $\Xi_2 = \hat{\mathbf{P}} - j\tilde{\omega}_c \hat{\mathbf{Q}} - \hat{\mathbf{F}}$

$$\Omega(\vartheta_q) = -\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2 \hat{\mathbf{Q}} + (\mathbf{A}_g(\vartheta_q) \hat{\mathbf{F}} + \mathbf{B}_g \hat{\mathbf{K}}_q)_s$$

$$\tilde{\omega}_c = (\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2)/2 \quad \vartheta_1 = v_- \quad \vartheta_2 = \bar{v}$$

通过求解定理 1 可得相应的有限频域 LPV 控制器增益矩阵

$$\mathbf{K}_f(v) = \sum_{q=1}^2 \alpha_q(t) \hat{\mathbf{K}}_q \hat{\mathbf{F}}^{-1} \quad (23)$$

其中 $\alpha_1 = \chi \quad \alpha_2 = 1 - \chi \quad \chi = \frac{\bar{v} - v}{v - v_-}$

证明:由于 $\mathbf{K}_f(v)$ 为一个 LPV 控制器矩阵,由多胞形的加合原理^[17,24]可知,对于所有的 $\{v \in M|\mathbf{A}_g(v), \mathbf{B}_{ug}(v)\} \in \Omega$,不等式(20)~(22)可以保证不等式(15)~(17)成立,故有限频域性能及相应时域约束条件得到满足。注意到定理1中含有复变量矩阵,直接应用 LMI 优化难以求解,由文献[12-13]可知,可通过扩维的方式将其转换为相应的实数矩阵。

为了便于对比,这里亦给出文献[24]中的全频域的 LPV 控制准则。

定理2(全频域 LPV 控制准则):对于一个 LPV 控制器(13),给定正标量 γ, r ,系统(12)在 $u=0$ 时渐近稳定,且使得被控输出满足时域约束(7)及 $\sup_{\omega \in (\infty)} \|G_{z_1\omega_f}\|_\infty < \gamma_{\min}, \forall \omega_f \in L_2[0, \infty)$,若存在对称矩阵 $\mathbf{X} > 0$,及一般矩阵 $\mathbf{W}_q, q=1, 2$ 使得 LMIs 成立

$$\begin{bmatrix} \Psi(\vartheta_q) & \mathbf{B}_{ug}(\vartheta_q) & (\mathbf{C}_{g^1} + \mathbf{D}_{g^1}\mathbf{W}_q)^T \\ * & -\mathbf{I} & \mathbf{O} \\ * & * & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0$$

(24)

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \{\mathbf{I}_3\}_i(\mathbf{C}_{g^2}\mathbf{X} + \mathbf{D}_{g^2}\mathbf{W}_q) \\ * & \mathbf{X} \end{bmatrix} > 0$$

(25)

其中 $\Psi(\vartheta_q) = (\mathbf{A}_g(\vartheta_q)\mathbf{X} + \mathbf{B}_g\mathbf{W}_q)_s$

通过求解定理2可得相应的全频域控制器增益矩阵

$$\mathbf{K}_e(v) = \sum_{q=1}^2 \alpha_q(t) \mathbf{W}_q \mathbf{X}^{-1}$$

(26)

3 数值验证与方法比较

为了验证所提方法的有效性,以图1所示1/4悬架系统为例给出数值验证,并将其与不含路面预瞄信息的有限频域及全频域控制方法进行比较。相应的车辆悬架参数^[12]如表1所示,并选择仿真参数 $r=0.01, \eta=1\,000\,000$,Padé近似阶数取 $m=4$,考虑到4~8 Hz范围内的车身加速度对舒适性影响较大,故频段约束界限选为 $\tilde{\omega}_1=4\text{ Hz}, \tilde{\omega}_2=8\text{ Hz}$,取车辆前进速度范围为5~15 m/s,预瞄距离为 $S=2\text{ m}$ 。

表 1 悬架模型参数

Tab. 1 Suspension model parameters

参数	m_s/kg	m_u/kg	$k_s/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$u_{\max}/\text{N}$
数值	690	40	18 000	2 500
参数	$k_u/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$c_s/(\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	$v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$z_{\max}/\text{m}$
数值	250 000	1 000	10	0.1

将定理1应用到含路面预瞄信息的增广系统方

程(12)时,可得最优的有限频域 LPV 增益矩阵 $\mathbf{K}_f(v) = \begin{bmatrix} 7.714\,0 \times 10^3 & -1.233\,71 \times 10^4 & -9.804\,5 \times 10^3 \\ -981.79 & 1.625\,6 \times 10^3 & 3.922\,6 \times 10^5 & 6.977\,9 \times 10^4 \\ & & & 1.698\,4 \times 10^7 \end{bmatrix}$

通过求解引理1及定理2,得无预瞄系统式(3)的有限频域及全频域控制器增益矩阵

$$\mathbf{K}_f = \begin{bmatrix} -3.228\,19 \times 10^6 & -5.398\,427 \times 10^6 \\ -2.659\,649 \times 10^6 & 0.000\,468 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} 9.741\,9 \times 10^3 & -3.116\,75 \times 10^3 \\ -1.038\,59 \times 10^3 & -0.449\,5 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

根据上述控制器增益矩阵,可得不同控制策略下的车身加速度奇异值(MSVs)响应曲线(图2)。图中Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ分别对应 $\mathbf{K}_f(v), \mathbf{K}_f, \mathbf{K}_e$ 3种控制器。从图中可看出考虑路面预瞄的有限频域方法在人体较为敏感的4~8 Hz范围内能取得更小的能量增益值,可见该方法能有效地提高车辆行驶的舒适性。图3为取不同约束频段时的车身加速度频响曲线,从图中可看出,控制器的求解依赖于该阈值的范围,当频段约束取不同值时,可得不同的奇异值响应曲线,且取4~8 Hz的控制器在该频段内的能量增益值较小,可见该方法能较好地改善关心频段内的行驶舒适性。

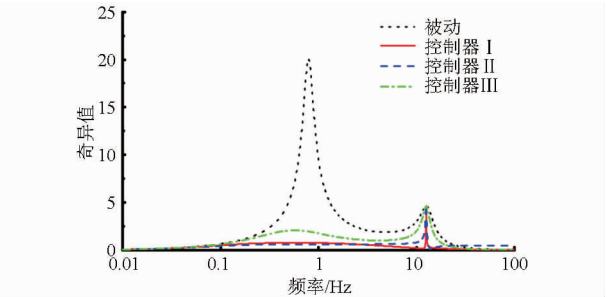


图2 车身加速度奇异值响应曲线

Fig.2 MSVs response curves of car body acceleration

为了验证所提方法在时域的约束响应情况,这里以2个半周期正弦波模拟路面的包块激励

$$w_f(t) = \begin{cases} 0.1\sin(8\pi t) & (0 \leq t \leq 0.125\text{ s}) \\ 0.1\sin(16\pi t) & (2\text{ s} \leq t \leq 2.062\,5\text{ s}) \\ 0 & (0.125\text{ s} < t < 2\text{ s} \text{ 且 } t > 2.062\,5\text{ s}) \end{cases}$$

(27)

其中激励频率选为人体较为敏感的4 Hz及8 Hz。图4为不同控制方法下的车身加速度包块响应情况,从图中可看出相比于其他方法而言,含路面预瞄信息的有限频域控制方法能更有效地衰减低频激励的振动,且相关的时域约束(图5)也能得到保证。

由于加速度的均方根与舒适性密切相关,常被选为评估汽车舒适性的量化指标^[1],这里给出了各

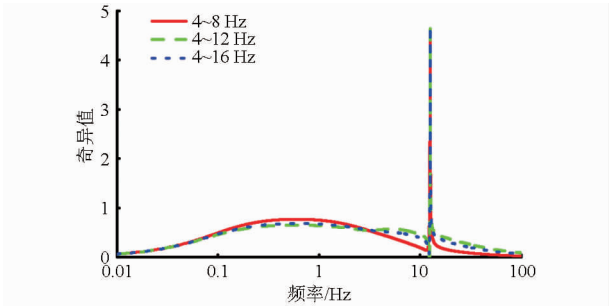


图 3 不同频段的加速度频响情况

Fig. 3 Frequency response of car body acceleration for different frequency bands

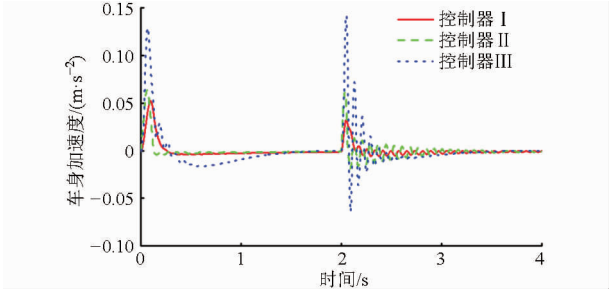


图 4 车身加速度包块响应

Fig. 4 Bump response of car body acceleration

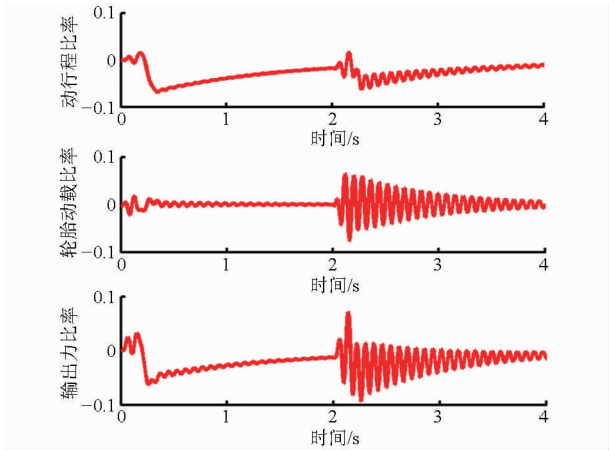


图 5 控制器 I 的约束响应

Fig. 5 Constraints of suspension with controller I

性能指标在 B、C、D、E 级随机路面下的均方根响应情况(表 2~4),其相应的路面粗糙度系数 $G(n_0)$ 分别为 1.6×10^{-5} 、 6.4×10^{-5} 、 2.56×10^{-4} 、 $1.024 \times 10^{-3} \text{ m}^3$,其中选择车速 $v = 10 \text{ m/s}$,路面粗糙度为 2,参考空间频率 $n_0 = 0.1 \text{ m}^{-1}$,则路面功率谱速度输入为 $G_w = 4\pi^2 G(n_0)n_0^2 v$,根据文献[13]可知,在车速固定的情况下,路面速度输入可表示为 $w_f(t) = \sqrt{G_w} \cdot \phi_r(t)$,式中 $\phi_r(t)$ 是均值为 1 的高斯白噪声序列。则各指标的均方根值为

$$R_{MS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{z}^T(t) \mathbf{z}(t) dt}$$

(28)

其中选择激励时间 $T = 10 \text{ s}$ 。从表中可看出,在随机路面激励下,本文所提的方法在舒适性能指标上依然优于其他控制方法,且相关的时域约束条件如悬架动行程及接地性等也能得到保证,注意到文中取速度变化区间为 $5 \sim 15 \text{ m/s}$,若速度范围进一步增大,则控制器的保守性增加,但在存在可行解的基础上,仍可满足性能要求。

表 2 车身振动加速度均方根

Tab. 2 Root mean square of body acceleration

等级	I	II	III
B	0.004 88	0.005 17	0.011 68
C	0.009 77	0.010 34	0.023 37
D	0.019 56	0.020 68	0.046 72
E	0.039 14	0.041 36	0.093 44

表 3 悬架动行程比率均方根

Tab. 3 Root mean square of suspension dynamic stroke ratio

等级	I	II	III
B	0.014 51	0.017 48	0.012 65
C	0.029 03	0.034 95	0.025 30
D	0.058 08	0.069 90	0.050 61
E	0.116 30	0.139 80	0.101 20

表 4 轮胎动静载荷比率均方根

Tab. 4 Root mean square of tire load ratio

等级	I	II	III
B	0.008 19	0.006 58	0.003 01
C	0.016 40	0.013 16	0.006 03
D	0.033 21	0.026 34	0.012 05
E	0.068 86	0.052 65	0.024 09

4 结束语

针对含路面预瞄测量的车辆主动悬架系统,提出了一种速度相关的有限频域 LPV 控制器设计方法,用于该类悬架系统的多目标优化控制中,且该方法适用于时变速度下的车辆悬架预瞄控制。区别于以往的全频域控制方法,以有限频域的 H_∞ 范数为优化性能指标,使其在人体对振动敏感的低频段内取得更小的能量增益值。通过数值实例验证了所提方法的有效性,对比于无预瞄信息的全频域及有限频域的方法而言,该方法能取得保守性更小的结果,在低频段内有效地提高了车辆行驶的舒适性,且悬架动行程,轮胎动静载荷比率等时域约束条件也得到了保证。

参 考 文 献

- 1 Chen H, Guo K H. Constrained H_∞ control of active suspensions: an LMI approach[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005, 13(3): 412 – 421.
- 2 Choi S B, Han Y M. Vibration control of electrorheological seat suspension with human-body model using sliding mode control[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 303(1): 391 – 404.
- 3 Huang Y, Na J, Wu X, et al. Adaptive control of nonlinear uncertain active suspension systems with prescribed performance[J]. ISA Transactions, 2015, 54(1): 145 – 155.
- 4 Sun W, Pan H, Zhang Y, et al. Multi-objective control for uncertain nonlinear active suspension systems[J]. Mechatronics, 2014, 24(4): 318 – 327.
- 5 Eski I, Yıldırım S. Vibration control of vehicle active suspension system using a new robust neural network control system[J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2009, 17(5): 778 – 793.
- 6 Yamashita M, Fujimori K, Hayakawa K, et al. Application of H_∞ control to active suspension systems[J]. Automatica, 1994, 30(11): 1717 – 1729.
- 7 Du H, Zhang N. H_∞ control of active vehicle suspensions with actuator time delay[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(1): 236 – 252.
- 8 Zhao Y, Sun W, Gao H. Robust control synthesis for seat suspension systems with actuator saturation and time-varying input delay[J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(21): 4335 – 4353.
- 9 Li H, Jing X, Karimi H R. Output-feedback based H_∞ control for active suspension systems with control delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(1): 436 – 446.
- 10 Guo L X, Zhang L P. Robust H_∞ control of active vehicle suspension under non-stationary running[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(26): 5824 – 5837.
- 11 孔英秀, 赵丁选, 杨彬, 等. 具有时滞的主动悬架非脆弱 $H_\infty/L_2 - L_\infty$ 静态输出反馈控制[J]. 农业机械学报, 2014, 45(8): 1 – 7.
Kong Yingxiu, Zhao Dingxuan, Yang Bin, et al. Non-fragile $H_\infty/L_2 - L_\infty$ static output feedback control of active suspension with actuator input delay[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(8): 1 – 7. (in Chinese)
- 12 Sun W, Gao H, Kaynak O. Finite frequency H_∞ control for vehicle active suspension systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011, 19(2): 416 – 422.
- 13 Sun W, Li J, Zhao Y, et al. Vibration control for active seat suspension systems via dynamic output feedback with limited frequency characteristic[J]. Mechatronics, 2011, 21(1): 250 – 260.
- 14 Sun W, Zhao Y, Li J, et al. Active suspension control with frequency band constraints and actuator input delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(1): 530 – 537.
- 15 Iwasaki T, Hara S. Generalized KYP lemma: unified frequency domain inequalities with design applications[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(1): 41 – 59.
- 16 Wang R, Jing H, Yan F, et al. Optimization and finite-frequency H_∞ control of active suspensions in in-wheel motor driven electric ground vehicles[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(2): 468 – 484.
- 17 Zhang H, Wang R, Wang J, et al. Robust finite frequency H_∞ static-output-feedback control with application to vibration active control of structural systems[J]. Mechatronics, 2014, 24(4): 354 – 366.
- 18 Chen Y, Zhang W, Gao H. Finite frequency H_∞ control for building under earthquake excitation[J]. Mechatronics, 2010, 20(1): 128 – 142.
- 19 Shen J, Lam J. Improved results on H_∞ model reduction for continuous-time linear systems over finite frequency ranges[J]. Automatica, 2015, 53(3): 79 – 84.
- 20 Li P, Lam J, Cheung K C. Multi-objective control for active vehicle suspension with wheelbase preview[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(21): 5269 – 5282.
- 21 Marzbanrad J, Ahmadi G, Zohoor H, et al. Stochastic optimal preview control of a vehicle suspension[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 275(3): 973 – 990.
- 22 宋刚, 许长城. 考虑控制时滞的车辆主动悬架随机预瞄控制[J]. 农业机械学报, 2013, 44(6): 1 – 7.
Song Gang, Xu Changcheng. Stochastic optimal preview control of active vehicle suspension with time-delay consideration[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(6): 1 – 7. (in Chinese)
- 23 Gobbi M, Levi F, Mastinu G. Multi-objective stochastic optimisation of the suspension system of road vehicles[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 298(4): 1055 – 1072.
- 24 Li P, Lam J, Cheung K C. Velocity-dependent multi-objective control of vehicle suspension with preview measurements[J]. Mechatronics, 2014, 24(5): 464 – 475.
- 25 Dugard L, Sename O, Aubouet S, et al. Full vertical car observer design methodology for suspension control applications[J]. Control Engineering Practice, 2012, 20(9): 832 – 845.