doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.12.011

双吸泵系统开阀过程瞬态特性数值模拟*

黎耀军 朱 强 刘竹青 杨 魏

(北京市供水管网系统安全与节能工程技术研究中心,北京100083)

摘要:采用 SST-SAS 湍流模型,对一双吸离心泵闭式系统中泵启动和阀门开启两阶段的瞬态流动进行非定常数 值模拟,研究了瞬态扬程、蜗壳内压力脉动及叶轮径向力等瞬态特征的变化规律。结果表明:泵启动阶段的瞬态扬 程预测值与试验结果吻合良好;与稳态计算结果相比,瞬态开阀过程流动模拟所得扬程预测值与试验结果更为接 近;不同开阀时间对泵的瞬态特性有重要影响,随着开阀时间增加,泵的瞬态流量明显增加,瞬态扬程变化不大;开 阀过程中,蜗壳上各监测点的压力脉动呈周期性变化,其频率主要为叶片通过频率,蜗壳隔舌处压力脉动幅值变化 最为剧烈;叶轮径向力随阀门开度增加而减小,在叶轮旋转周期内,叶轮径向力呈现以叶片通过频率为主频的周期 性变化规律。

关键词: 双吸泵系统 启动过程 瞬态特性 数值模拟 中图分类号: TH311 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2015)12-0074-08

Numerical Simulation on Transient Characteristics of Double-suction Centrifugal Pump System during Opening Valve Processes

Li Yaojun Zhu Qiang Liu Zhuqing Yang Wei

(Beijing Engineering Research Center of Safety and Energy Saving Technology for Water Supply Network System, Beijing 100083, China)

Abstract: The unsteady numerical simulations were carried out to investigate the transient flow features of a centrifugal pump system at startup and valve-opening processes. The scale-adaptive simulation (SAS) based on SST turbulence model was used in the simulation. The computational domain was the entire closed double-suction centrifugal pump test rig. The transient head of the pump, the pressure pulsation on the casing and the radial force on the impeller were focused on. The results showed that the predicted transient head of the pump in startup processes agreed well with the experimental data. Compared with the steady-state calculations, the transient valve-opening simulation produced a pump head which was more close to the experimental data. The transient flow rate increased significantly with the increase of valve-opening time, while valve-opening speed almost did not affect the transient head. During the valveopening process, the pressure pulsation on the volute changed cyclically, the dominant frequency equaled to the blade passing frequency. In addition, the most dramatic change in pressure pulsation amplitude was found in the region near the tongue. The radial force on the impeller decreased with the increase of the valve opening size, and it changed with the blade passing frequency.

Key words: Double-suction centrifugal pump system Startup process Transient characteristics Numerical simulation

收稿日期:2015-04-17 修回日期:2015-05-28

^{*}国家自然科学基金资助项目(51139007)、教育部科学技术研究重点项目(113010A)和北京高等学校青年英才计划资助项目 (YETP0321)

作者简介:黎耀军,副教授,主要从事流体机械流动理论研究, E-mail: liyaojun@ cau. edu. en

通讯作者:刘竹青,教授,博士生导师,主要从事流体机械及流体工程研究,E-mail: lzq@ cau. edu. cn

引言

离心泵在国民经济各领域应用广泛,泵系统的 运行稳定性受到广泛关注。通常,在设计流量工况, 泵系统运行平稳;在非稳态工况,如变转速和变流量 工况,离心泵系统内流动表现出明显的瞬态特性。 泵启动和开阀过程,是泵系统运行中典型的水力瞬 态过程,通常伴随有剧烈的压力脉动和扬程冲击,严 重时将造成机组设备和管道的冲击破坏。因此,研 究泵启动和阀门开启过程中泵系统内的瞬态特性, 对系统的安全、高效、稳定运行具有重要意义。

泵启动和阀门开启过程的数值模拟,最初多为 基于特征线法的水力过渡过程研究,这种研究方法 把泵和阀门当做泵系统的元件,依据泵和阀门开启 或关闭规律,给定相应控制条件,探究其对于整个系 统的影响,这种算法难以描述泵系统的瞬态流场特 性。此后,随着研究的深入,关于泵启动的研究由传 统的一维数值算法逐步发展为当前的三维数值模 拟。Wylie 等^[1]对水力机械瞬态过程做了深入的研 究,分析了不同水力装置在过渡过程中瞬变流的产 生原因并提出了预防措施,建立了相关求解理论和 预测模型。Thanapandi 等^[2-3]对离心泵系统在启动 和停机阶段的瞬态特征进行了理论和试验研究,分 析了普通加速度条件下不同阀门开度对离心泵瞬态 性能的影响,发现相应启动条件下的瞬态性能与准 稳态计算的结果基本一致。吴大转等^[4-5]对一台小 型管道离心泵进行试验研究,通过对比各项稳态和 启动瞬态结果,发现启动过程中扬程和流量的增长 与管路系统的阻力特性直接相关,而转速基本与其 无关。已有试验研究表明,泵进口压力对离心泵启 动过程中瞬态水力性能及空化特性的影响较为显 著,在低入口压力和快速启动条件下,泵内发生空化 是无法避免的,但加速启动过程对空化的产生具有 一定的抑制作用^[6]。

本文对双吸离心泵系统全回路进行建模,采用



1 数值模拟方法

1.1 计算模型和网格划分

数值计算所用双吸泵为南水北调中线工程某泵 站所用双吸离心泵的模型泵,基本参数有:泵进口直 径100 mm,出口直径80 mm,叶轮出口直径130 mm, 比转数149,额定流量80 m³/h,额定扬程15 m,额定 转速2950 r/min,叶片数为6。该模型泵闭式试验 系统的三维模型如图1所示。



图1 闭式试验系统三维模型

Fig. 1 Three-dimensional model of closed test rig 1. 泵体 2. 管路 3. 阀芯 4. 阀门 5. 进口汽蚀罐 6. 出口集 流罐

计算域包含双吸离心泵泵段、进出水管路及进 出口压力罐等。采用 ICEM CFD 对泵段部分进行结 构化网格划分,对叶片和前后盖板近壁区域,采用边 界层网格,阀门、管路、汽蚀罐和集流罐则采用非结 构化网格,泵体结构化网格划分结果如图 2 所示。

1.2 计算方法和边界条件

采用通用软件 CFX 进行泵系统内部流动瞬态 数值模拟,基于附加修正技术的多重网格代数求解器,实现流动控制方程的耦合求解。边界条件设置 方面,采用命令语言(CCL)实现多重复杂边界条件



(a)



图 2 计算域各部分网格 Fig. 2 Computational meshes (a) 叶轮 (b) 吸水室 (c) 蜗壳



(c)

的给定。计算采用 SST – SAS 模型封闭流动控制方程,该模型由 SST $k - \omega$ 模型拓展而来,在湍流尺度方程中引入了 von Karman 特征尺度 L_{ek} 。 L_{ek} 与所求解涡的长度尺度呈正比,在模拟非定常流动时能够动态调整。因此,SAS 模型在求解湍流核心区域的流动时具有与 LES 模型相近的精度,而其他区域的求解则具有非稳态雷诺时均方法(URANS)的精度^[7-9]。

由于计算域为整个闭式回路,因此在泵进、出口 不需给定边界条件。阀门区域采用球阀连接,通过 阀门旋转控制交界面的大小,实现管路内流量的控 制。因此,叶轮和阀门区域设为旋转区域,交界面为 Transient Rotor-Stator 的动静交界面模型,其他区域 为静止域;壁面均采用无滑移壁面条件;叶轮转速从 零开始加速旋转至额定转速,采用直线加速方式控 制阀门开启过程,通过 CCL 语言编译控制阀门动 作^[10];阀门设置为绕其中心旋转,开阀时间则通过 其转速控制;流动数值模拟包含水泵启动和阀门开 启2个过程。

2 结果与分析

2.1 网格无关性验证

为了研究网格尺度对数值模拟结果的影响,在 阀门全开(阀门角度为0°)条件下,采用网格单元数 分别为314.1万、448.1万和591.3万的3套计算网 格,对额定流量工况下泵系统内的流动进行定常数 值模拟,得到泵扬程、流量、功率及效率如表1所示。 与试验值对比表明,网格C所得外特性结果与试验 值最为接近,流量和扬程误差均在5%以内。

表 1 网格方案及计算结果 Tab.1 Mesh schemes and calculation results

参数	网格 A	网格 B	网格 C	试验值
总网格数	3 141 472	4 480 788	5 912 616	
流量/($m^3 \cdot h^{-1}$)	76.01	77.72	80.39	80.00
扬程/m	16.12	15.85	15.29	15.08
效率/%	79.35	79.45	80.31	69.85
功率/kW	4,207	4,225	4.173	4,990

由于数值模拟中的效率预测未考虑摩擦损失和 容积损失,且试验所用模型泵尺寸小,相对粗糙度增 大,导致数值模拟的效率值及功率预测值均与试验 值存在较大偏差。本文基于网格 C,进行泵系统开 阀过程瞬态流动的数值模拟。

2.2 瞬态外特性分析

通过调整阀门的安放角度进而改变阀门与管路 交界面大小,最终实现管路流量的变化,称此流量控 制方法为全回路旋转阀门控制法。为了验证这种思 路的正确性,使用该模型进行了若干组稳态外特性 计算;此外,还单独对泵段进行稳态外特性计算(本 文称之为局部边界法),2种数值模拟方法所得外特 性结果与试验值的对比如图3所示。从图中可以发 现,2种计算方法得到的外特性结果十分接近;在小 流量工况,扬程预测值与试验值差别较大,而在额定 流量工况附近扬程则很接近。这表明所采用的计算 方法是可行的。由于数值模拟中未计入泵装置的机 械损失及容积损失等影响泵效率的因素,因此2种 数值模拟方法所得泵效率与试验值存在较大差异。





数值模拟所得双吸离心泵关阀启动和阀门开启 全过程非定常模拟所得瞬态扬程与流量特性如图 4 所示。图中,0~0.5 s 为泵关阀启动阶段,0.5~0.6 s 为 过渡阶段,0.6~5.6 s 为阀门开启阶段。从图 4 可 以看到,叶轮加速阶段,瞬态扬程急速增加,转速达 到额定值后,扬程均值相对稳定,但瞬态效应明显。 开阀阶段,瞬态扬程总体呈下降趋势,开阀至 2.2 s 时,瞬态扬程略有上扬,开阀过程泵内水力冲击可能 是导致这一现象的主要原因。瞬态流量近似呈线性 增长规律。 泵关阀启动过程中,瞬态扬程变化规律的数值 模拟结果与试验结果吻合良好,如图 5 所示。启泵 过程,瞬态扬程变化趋势为先慢后快;达到额定转速 时,预测所得扬程峰值与试验较为接近。扬程试验 值在叶轮加速过程中出现较大的波动,泵启动过程 中泵内水压力脉动及结构振动的共同作用可能是引 起这一扬程波动的主要原因。

在开阀阶段,流量和扬程同步变化,该泵瞬态扬 程-流量曲线(Q-H曲线)与稳态外特性曲线如图6 所示。从图中可以看出,在小流量工况下,瞬态扬







Fig. 6 Comparison of transient Q - H curve and steady external characteristic experiment



程与试验值吻合很好,在接近额定流量(80 m³/h) 时瞬态扬程模拟值略高于额定扬程试验值。在 采用稳态数值模拟方法来计算泵扬程外特性时, 普遍存在小流量工况下扬程数值模拟结果低于 实际值的问题^[11-13]。可见,瞬态流动模拟方法 弥补了这一缺陷,提高了小流量工况下的扬程预 测精度。

为了进一步研究不同数值模拟方法所得扬程的 差异,采用基于稳态计算结果的非定常数值模拟方 法(简称"瞬稳结合法"),预测了开阀过程的Q-H 曲线,如图7所示。稳态计算工况为关阀情况下叶 轮在额定转速运行,瞬态模拟为阀门开启过程。与 阀门控制法所得瞬态Q-H曲线相比,瞬稳结合法 所得结果无明显差异。2种数值模拟方法所得结果 均与试验值吻合良好。零流量工况附近,瞬稳结合 法所得瞬态扬程随流量增加而增大,表明在小流量 工况,瞬态模拟比稳态模拟得到的扬程更与试验值 吻合。



阀门控制法及瞬稳结合法采用的开阀时间分别 为5s和1s,进行时间无量纲化处理,得到瞬态扬程 和瞬态流量的相对变化规律,如图8所示。由图可 见:在同为线性规律开启阀门的情况下,瞬态扬程的 变化规律受开阀时间的影响较小,但瞬态流量存在 一定差异。

瞬态开阀过程中,阀门偏置角度与瞬态流量和 瞬态扬程存在对应关系,不同开阀时间对应的瞬态 扬程及流量变化规律与稳态工况的试验结果均存在



图 8 瞬态扬程和瞬态流量相对变化规律 Fig. 8 Relative changes of transient head and flow rate

增大。

较大差异,如图9所示。由图9a可见,不同阀门开 度下,瞬态流量均低于稳态流量,1s开阀工况的瞬 态流量小于5s开阀工况;在较小阀门角度时,三者 流量差值较大。从图9b可以看到,在不同阀门角度



图9 不同开阀条件流量和扬程与阀门角度的变化关系



2.3 蜗壳内压力脉动分析

为了研究不同启动历时对蜗壳内压力脉动的影响,在蜗壳中心面上设置了系列监测点,如图 10 所示,图中 x、y 表示笛卡尔坐标方向。监测点压力脉动采用压力系数 C,表示,其表达式为

$$C_p = \frac{p - p}{\frac{1}{2}\rho u_2^2}$$

式中 p——测点瞬时压力,Pa

p——整个开阀过程测点压力平均值,Pa

u2----叶轮出口圆周速度,m/s

ρ----水的密度,kg/m³

0.4

0.2

0

-0.2

-0.4

-0.6

Ó

0.2

玉力系数Cp

图 11 所示为开阀历时分别为1s和5s时,蜗壳 监测点压力脉动变化规律。从图中可以看出,阀门 开度不同,压力脉动也会随之改变,其中隔舌附近的 压力脉动波动最为明显,阀门开启初期,隔舌处压力 脉动较低,随着阀门开度的增加,压力逐渐增加;其 他监测点处的压力脉动随着阀门开度的增加而降 低,其变化趋势与泵稳定运行工况下的压力脉动规 律基本一致^[14-15]。



0.4 0 时间t/s

0.6

(a)

0.8

1.0



下,瞬态扬程均大于稳态扬程,2种瞬态工况的瞬态 扬程较为接近,在较小阀门开度,2种模拟方法所得

瞬态扬程差值较小,随阀门开度增加,瞬态扬程差异

图 10 蜗壳上压力脉动监测点 Fig. 10 Monitoring location distribution on volute

内,各监测点压力脉动变化如图 12 和图 13 所示。 由图可见,蜗壳区域的压力脉动变化在较短的时间 内呈现一定的周期性变化,一个旋转周期内有 6 个 波峰和 6 个波谷,恰好为叶片的通过频率,说明叶片 通过频率在各点处占据主导作用,同时隔舌处的压 力脉动幅值大于其他各点的压力脉动幅值;此外,隔 舌处的压力脉动周期性变化规律并不明显,说明该 处压力脉动受叶片通过频率的影响最小。整体来 看,1 s 和 5 s 开阀过程,蜗壳上各点的压力脉动变化 规律基本相同。



图 11 开阀过程中蜗壳各监测点压力脉动时域图 Fig. 11 Time domain of pressure pulsation during opening valve process (a) 1 s 开阀过程 (b) 5 s 开阀过程

P1 P2 P3

P4 P5

P6



图 12 1 s 开阀过程中不同周期内各监测点压力脉动变化

Fig. 12 Time domain of pressure pulsation in different cycles during 1 s opening valve process
(a) 第6周期 (b) 第41周期





Fig. 13 Time domain of pressure pulsation in different cycles during 5 s opening valve process
(a) 第 30 周期 (b) 第 205 周期

2.4 叶轮径向力分析

为了探究泵启动和阀门开启阶段叶轮径向力的 变化规律,监测了泵启动和5s开阀过程中叶轮所 受径向力,如图14和图15所示。图15所示为等间 隔选取26个时间节点所得径向力,图中F_x和F_y分 别表示径向力在x和y两个坐标方向的分量(图10 中有标注),其中正负值表示方向,F表示径向力合 力。从图14中可以看出,在启动阶段,随着叶轮转 速的增加,径向力逐渐增加,而且幅值变化趋势具有 一定周期性,周期与转速相关。由图15可见,开阀 过程中,叶轮径向力也存在周期性变化规律。从 图16可以看出,在一个叶轮旋转周期内,叶轮径向 力具有6个波峰和6个波谷,表明其变化频率与叶



pump startup period



opening valve

轮叶轮通过频率相同。从图中还可以发现,随着阀 门开度的增加,总的径向力值逐渐减小,阀门关闭 时,叶轮径向力峰值达 436 N;阀门全开时,叶轮总 径向力 F 最小,仅为 42 N。

在每个叶轮旋转周期内,叶轮径向力在 x 和 y方向的分力也都呈现一定周期性,如图 16 和图 17 所示。由图 17 能够看出,在任意 20 个叶轮周期内, F_x 和 F_y 均有 20 个波峰和波谷,可见两者的周期与 叶轮旋转周期相同;径向力分量 F_x 与 F_y 的波峰与波 峰的时间间隔约为叶轮旋转周期的 0.35 倍,两者幅 值基本相同。

为了分析径向力合力方向的变化情况,通过采 用四象限坐标系来绘制径向力合力,如图 18 所示, 图中各曲线表示在该叶轮周期内,径向力合力的变



图 16 开阀过程中不同周期内叶轮径向力变化

Fig. 16 Radial force changes of impeller in different cycles during opening valve process (a) 第 100 周期 (b) 第 150 周期 (c) 第 200 周期 (d) 第 250 周期













化曲线,曲线上各点的坐标值分别是 x 和 y 方向分 力(正负值表示方向),该点到坐标原点的距离表示 合力的大小,从图中可见,径向力合力方向随叶轮旋 转而呈周期性变化,波动规律如六角星状,与叶片数 直接相关。随阀门开度增加,径向力逐渐减小。分 析其原因,在关阀时,蜗壳出口的压力最大,流体不 能顺畅流出,蜗壳内周向压力不均衡导致叶轮受到 较大径向力;随着阀门开度增大,泵流量渐增,蜗壳 出口压力减小,叶轮受到流体的反向作用力降低,因 而径向力减小。此外,本文仅预测了额定流量的叶轮径向力,未获得大流量工况下径向力变化规律;可以推测,在流量工况,叶轮径向力将随流量增加^[16-17]。

3 结论

(1)采用旋转阀门控制方法,可以有效控制开 阀过程中泵系统回路的瞬态流量,提升泵启动及开 阀过程瞬态流场的数值预测精度。

(2)阀门开启过程中,在直线开阀规律下,开阀 时间对泵瞬态扬程的影响较小,但对瞬态流量影响 较为显著。在阀门开启过程的瞬态工况,泵流量和 扬程存在相对稳定的对应关系,不会随着阀门开启 时间变化出现明显差异。

(3)开阀过程中,蜗壳内各点的压力脉动具有 明显的周期性,其主频为叶片的通过频率。隔舌附 近的压力脉动随阀门开度的增加而增大,蜗壳内其 余区域的压力脉动幅值随阀门开度增加而减小。开 阀时间对蜗壳内压力脉动变化规律影响不明显。 (4)开阀过程中,叶轮径向力随阀门开度的增加而减小,在每个叶轮旋转周期内,叶轮径向力呈周

期性变化,其幅值的变化频率与叶轮叶片的通过频 率一致。

参考文献

- 1 Wylie E B, Streeter V L. Fluid transients[M]. New York: McGraw-Hill, 1978.
- 2 Thanapandi P, Prasad R. Quasi-steady performance prediction models for dynamic characteristics of a volute pump[J]. Journal of Power and Energy, 1994,208(1): 47 - 58.
- 3 Thanapandi P, Prasad R. Centrifugal pump transient characteristics and analysis using the method of characteristics [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1995, 37(1): 77-89.
- 4 吴大转,王乐勤,胡征宇. 离心泵快速启动过程外部特性的试验研究[J]. 工程热物理学报,2006,27(1):68-70.
 Wu Dazhuan, Wang Leqin, Hu Zhengyu. Experimental study on explicit performance of centrifugal pump during starting period
 [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2006, 27(1):68-70. (in Chinese)
- 5 李志锋,吴大转,王乐勤,等. 离心泵启动过程瞬态特性的试验[J]. 排灌机械工程学报,2010,28(5):389-393. Li Zhifeng, Wu Dazhuan, Wang Leqin, et al. Experiment on instantaneous characteristics in centrifugal pump during startup period [J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2010, 28(5):389-393. (in Chinese)
- 6 吴大转, 焦磊, 王乐勤. 离心泵启动过程瞬态空化特性的试验研究[J]. 工程热物理学报, 2008, 27(10): 1682 1684.
 Wu Dazhuan, Jiao Lei, Wang Leqin. Experimental study on cavitation performance of a centrifugal pump during starting period
 [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2008, 27(10): 1682 1684. (in Chinese)
- 7 Menter F R, Egorov Y. The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. Part 1: theory and model dsecription[J]. Flow, Turbulence and Combustion, 2010, 85(1): 113-138.
- 8 Menter F R, Egorov Y. The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. Part 2: application to complex flows[J]. Flow, Turbulence and Combustion, 2010, 85(1): 139-165.
- 9 任芸,刘厚林,舒敏骅,等.考虑旋转和曲率影响的 SST k-ω 湍流模型改进[J]. 农业机械学报, 2012, 43(11):123-128. Ren Yun, Liu Houlin, Shu Minhua, et al. Improvement of SST k-ω turbulence model and numerical simulation in centrifugal pump [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(11):123-128. (in Chinese)
- 10 潘中永,陈士星,吴燕兰,等. 给定转子动力学参数的离心泵内部流体力研究[J]. 农业机械学报, 2013, 44(7):56-58.
 Pan Zhongyong, Chen Shixing, Wu Yanlan, et al. Fluid-induced forces in centrifugal pump under given rotordynamic parameters
 [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(7):56-58. (in Chinese)
- 11 周凌九,王占民,江东智.离心泵非定常流动计算及性能预测[J]. 排灌机械工程学报,2010,28(4):286-290.
 Zhou Lingjiu, Wang Zhanmin, Jiang Dongzhi. Computation of unsteady flow and performance prediction for centrifugal pump [J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2010, 28(4): 286-290. (in Chinese)
- 12 谈明高,徐欢,刘厚林,等. 基于 CFD 的离心泵小流量工况下扬程预测分析[J].农业工程学报,2013,29(5):32-36. Tan Minggao, Xu Huan, Liu Houlin, et al. Analysis of head prediction of centrifugal pumps at low flow rate based on CFD [J]. Transactions of the CSAE, 2013, 29(5):32-36. (in Chinese)
- 13 张德胜,施卫东,陈斌,等.低比转速离心泵内部流场分析及试验[J].农业工程学报,2010,26(11):109-111. Zhang Desheng, Shi Weidong, Chen Bin, et al. Turbulence analysis and experiments of low-specific-speed centrifugal pump [J]. Transactions of the CSAE, 2010, 26(11):109-111. (in Chinese)
- 14 丛国辉,王福军.双吸离心泵隔舌区压力脉动特性分析 [J].农业机械学报,2008,39(6):61-63. Cong Guohui, Wang Fujun. Numerical investigation of unsteady pressure fluctuations near volute tongue in a double-suction centrifugal pump [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(6):61-63. (in Chinese)
- 15 瞿丽霞, 王福军, 丛国辉, 等. 隔舌间隙对双吸离心泵内部非定常流场的影响[J]. 农业机械学报, 2011, 42(7): 50-55. Qu Lixia, Wang Fujun, Cong Guohui, et al. Effect of volute tongue-impeller gaps on the unsteady flow indouble-suction centrifugal pump[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(7):50-55. (in Chinese)
- 16 江伟,李国君,张新盛,等. 离心泵蜗壳进口边对叶轮径向力影响的数值模拟[J]. 水利学报, 2014, 45(2): 248 251. Jiang Wei, Li Guojun, Zhang Xinsheng, et al. Numerical simulation of radial force on impeller in a centrifugal pump with different volute inlet edges [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(2): 248 - 251. (in Chinese)
- 17 祝磊, 袁寿其, 袁建平. 阶梯隔舌对离心泵压力脉动和径向力影响的数值模拟[J]. 农业机械学报, 2010, 41(增刊): 21-26.

Zhu Lei, Yuan Shouqi, Yuan Jianping. Numerical simulation on pressure fluctuations and radial hydraulic forces in centrifugal pump with step-tongue [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41 (Supp.): 21 - 26. (in Chinese)