doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.07.048

基于改进蚁群算法的3-PPR 并联机构位置正解研究*

吴小勇 谢志江 宋代平 刘 飞 罗久飞 毛冰滟 (重庆大学机械传动国家重点实验室,重庆 400044)

摘要:针对3-PPR并联机构位置正解问题,运用螺旋理论计算其自由度,并分析其运动特性,同时通过解析法构 建该并联机构的完整运动学逆解。将并联机构运动学正解问题的求解转化为对目标函数优化问题的求解,并基于 此建立该并联机构正解的目标函数优化模型。通过对基本蚁群算法进行有效的改进,构建了可用于求解连续优化 问题的改进蚁群算法。运用该算法求解3-PPR并联机构的运动学正解并进行 Matlab 仿真分析,对比传统数值方 法和改进蚁群算法,证实该算法具有良好的全局寻优能力,并能避免初值和局部最优值对计算结果的影响,可有效 应用于求解并联机构的位置正解问题。

关键词:并联机构 运动学正解 螺旋理论 蚁群算法 中图分类号: TP24; TH133.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2015)07-0339-06

Forward Kinematics of 3 – PPR Parallel Mechanism Based on Improved Ant Colony Algorithm

Wu Xiaoyong Xie Zhijiang Song Daiping Liu Fei Luo Jiufei Mao Bingyan (State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Based on the screw theory, the degree of freedom of the 3 – PPR parallel mechanism was computed, also the kinetic characteristic was analyzed according to its structural features, and the integrated inverse kinematics was established based on the analytic method. In order to solve the problem of parallel mechanism forward kinematics, this paper proposed a method that translated this problem into objective function optimization, and also built its mathematical model. By improving the basic ant colony algorithm effectively, an ACA was developed for solving the continuous optimization problem. Then this method was used to solve the forward kinematics problem of the 3 – PPR parallel mechanism, and it was put into simulation by Matlab. Compared with traditional numerical method, this improved ACA was better at global optimization, and it could avoid the unfavorable effects caused by initial values, so did the local optimal values, also the calculation process will be much simpler without solving the Jacobian matrix and its inverse matrix. Then it is proved that this method is useful for solving the forward kinematics of common parallel mechanisms.

Key words: Parallel mechanism Forward kinematics Screw theory Ant colony algorithm

引言

激光惯性约束聚变(Inertia confinement fusion, ICF)是产生聚变反应的一种方法,ICF 装置作为一

种大型激光装置则是由一系列不同规则的光学元件 组成,这类光学元件称之为在线可替换单元^[1-2] (Linear replace unit,LRU)。基于 LRU 模块制造精 密、造价昂贵、洁净度高、质量大等原因,在装校和拆

收稿日期:2014-10-07 修回日期:2014-11-20

^{*}国家自然科学基金资助项目(51105392)

作者简介:吴小勇,博士生,主要从事并联机器人技术研究,E-mail: wuxy8888@126.com

通讯作者: 谢志江,教授,博士生导师,主要从事机械创新设计、机电一体化及设备故障诊断研究, E-mail: xzj99@ vip. sina. com

卸模块时需要一套可实现6自由度精密调整的装校 平台^[3],该装校平台主要由3-RPS及3-PPR 混联 组成,而3-PPR 并联机构则是实现其平面精密调 整的核心部分。

并联机构的位置正解是并联机构运动学分析的 基础^[4],常见解法有代数法和数值法^[5-6]。Gallardo Alvarado^[7]运用闭环矢量法建立了六足并联机器人 的正解模型;程世利等^[8]提出了一种6-SPS并联机 构运动学正解的解析化法;黄昔光等^[9]利用分次字 典序 Groebner 基算法求解了 6-6 型并联机构正解; 冯志友等[10]利用序单开链的思想对并联机构进行 了拓扑特征分析和结构分解,将正解方程的维数降 至最低。上述代数法都需建立复杂的数学模型,其 公式推导及计算过程繁杂,并且因机构差异而不具 有通用性。相比之下,数值法相对简洁很多,传统的 数值法主要是通过 Newton 法或 Newton - Raphson 法迭代求解^[11-12]。因其局限性, Rahmani 等^[13]提 出运用神经网络算法解决 6-UPS 并联机构的正解 问题;韩先国等^[14]利用路径跟踪原理得到了6-SPS 并联机构的位置正解;车林仙等^[15]提出了一种 并联机构的粒子群改进算法:裴葆青等^[16]则联合数 值迭代法和附加传感器来解决并联机构正解问题。 上述方法取得了一定成就,但整体普适性较差。

本文利用权和法^[17],将关于非线性方程组的多 目标优化问题转化为单目标优化问题,并采用改进 蚁群算法进行求解。

1 机构自由度分析

3-PPR 并联机构结构简图如图 1 所示,主要由 动平台、定平台以及两平台间的导轨滑块组构成。 3-PPR并联机构共有 3 组运动支链,每条支链都由 2 个相互垂直的移动副和 1 个旋转副串联而成。通 过驱动 3 个移动副 D,可实现动平台在 F1F2F3 所在 面上的 3 自由度运动。

因该并联机构中每个支链都是 PPR 型,为方便 计算,在第1条 PPR 支链上建立局部坐标系,如图2 所示,在局部坐标系 OXYZ 下支链的运动螺旋矩阵 可以表示为

$$\boldsymbol{s}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0; & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}$$
$$\boldsymbol{s}_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0; & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{T}$$
$$\boldsymbol{s}_{3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1; & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}$$
$$\mathcal{M}$$

$$\mathcal{M}$$

$$\mathcal{M}$$



图 1 3 - PPR 并联机构简图





Fig. 2 Kinematic chain of PPR

$\boldsymbol{\$}_{1}^{r} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$	0	1;	0	0	0] ^T
$\boldsymbol{\$}_{2}^{r} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$	0	0;	1	0	0] ^T
$s_{3}^{r} = [0]$	0	0;	0	1	0] ^T

考虑到机构的3个分支都具有相同的结构,都 会产生一个平行于各自局部坐标系Z轴的约束力 以及绕X、Y轴的约束力偶,故公共约束

$$\lambda = \operatorname{Rank}(\$^r) = 3 \tag{3}$$

机构将降阶为3阶,同时由于约束螺旋的作用, 定平台只能沿 X_0 、 Y_0 向平移以及绕 Z_0 轴旋转。计 算自由度时要考虑过约束和局部自由度情况,修正 的 Kutzbach – Grübler 公式为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^{g} f_i + v - \zeta$$
 (4)

式中 M——机构自由度数

- d——机构阶数
- n----机构构件数
- g——机构中运动副数
- f_i——第 i 个运动副的自由度数
- v——多环并联机构在除去公共约束因素后 的冗余约束数

ζ——机构中局部自由度数

对于本机构, $d = 6 - \lambda = 3$,n = 8,g = 9,v = 0, $\zeta = 0$ 。计算可得自由度 M = 3,与实际情况相符。

2 机构运动学逆解

在定平台和动平台的几何中心分别建立固定坐标系 *O*₀*X*₀*Y*₀*Z*₀ 及动坐标系 *O*₁*X*₁*Y*₁*Z*₁。根据并联机构的特点,转动副 F 在动系中的坐标位置可由几何

关系直接求出,移动副 E1、E2 在定系 Y_0 、 Z_0 方向以 及 E3 在定系 X_0 、 Z_0 方向的位置也可以直接求出。 已知动平台的运动情况,求解移动副 D1、D2 在 X_0 向以及 D3 在 Y_0 向的驱动位移量 d_1 、 d_2 、 d_3 就是运 动学逆解。

转动副F从动平台到定平台的齐次变换为

 $\boldsymbol{P} = (x, y, z)^{\mathrm{T}}$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{P} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(5)

其中

$$\boldsymbol{R} = \operatorname{Rot}(z,\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(6)

式中 T——齐次变换矩阵

R——动系到定系的方向余弦矩阵

P——动系在定系中的位置向量

根据几何关系可以确定移动副 D 在定系中的 初始零点位置坐标 $D_{iso}(D_{iso}, D_{iyo}, D_{iso})$ 以及旋转副 F 在动系中的坐标 $F_i(F_{ix}, F_{iy}, F_{iz})$,由式(5)可知旋 转副 F 在定系中的坐标 $F'_i = TF_i$ 。

由装配关系可知, D1、D2 分别与 F1、F2 在 X_0 向的坐标值相等, D3 与 F3 在 Y_0 向的坐标值相等。 解算得驱动位移量

$$\begin{cases} d_1 = F_{1x}\cos\theta - F_{1y}\sin\theta + x - D_{1xo} \\ d_2 = F_{2x}\cos\theta - F_{2y}\sin\theta + x - D_{2xo} \\ d_3 = F_{3x}\sin\theta + F_{3y}\cos\theta + y \end{cases}$$
(7)

机构的逆解可以简记为

$$d_i = f_i(x, y, \theta)$$
 (i = 1, 2, 3) (8)

3 机构正解的目标函数优化模型

运动学正解的实质是求解一组非线性方程组, 由式(8)可知该方程组为

$$d_{i} - f_{i}(x, y, \theta) = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \tag{9}$$

将上述非线性方程组转化为多目标优化问题, 即转变为求解

$$\min F_i(x, y, \theta) = |d_i - f_i(x, y, \theta)|$$

$$(i = 1, 2, 3)$$
 (10)

利用权和法将多目标优化问题转化为所有目标 的加权和的标量问题

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{3} \omega_i F_i(x)^2$$
 (11)

式中 ω_i ——权重系数

将式(10)代入式(11)中,得到机构正解的数学 优化模型

$$\min f(x, y, \theta) = \sum_{i=1}^{3} \omega_{i} F_{i}(x, y, \theta)^{2} \qquad (12)$$

同时要求式(9)为零,故各子目标函数权重系数相等,为简便计算,取 $\omega_i = 1(i = 1, 2, 3)$ 。

4 蚁群算法及其改进

4.1 基本蚁群算法

蚁群算法是一种基于种群寻优的启发式搜索算法,其主要特点是通过正反馈和分布式协作来寻找 最优路径^[18-19]。基本蚁群算法由状态转移规则和 信息素更新规则组成。在*t*时刻,蚂蚁*k*在位置*i*选 择位置*j*的转移概率为

$$P_{ij}^{k}(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^{\alpha}(t)\eta_{ij}^{\beta}(t)}{\sum\limits_{s \in a_{k}} \tau_{is}^{\alpha}(t)\eta_{is}^{\beta}(t)} & (j \in a_{k}) \\ 0 & (j \in a_{k}) \end{cases}$$
(13)

式中 τ_{ii} ——位置 i,j 间的信息素强度

- η_{ij} 能见度系数,反映从位置 i 到位置 j 的 后发程度,在蚁群运行中保持不变
 - a_k——蚂蚁 k 下一步允许选择的位置
 - α、β——蚂蚁在运动过程中所积累的信息和 启发信息在蚂蚁选择路径中的相对 重要性

随着时间推移,路径上的信息素强度也将发生 变化。经过一段时间,蚂蚁完成一次循环,各路径信 息素更新规则为

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t,t+1)$$
(14)

$$\Delta \tau_{ij}(t,t+1) = \sum_{k=1}^{m} \Delta \tau_{ij}^{k}(t,t+1)$$
 (15)

式中, $\Delta \tau_{ij}^{k}(t,t+1)$ 表示在时刻(t,t+1)蚂蚁 k 留在 路径(i,j)上的信息素量,其值由蚂蚁表现的优劣程 度而定; $\Delta \tau_{ij}(t,t+1)$ 为本次循环中路径(i,j)的信 息素增量; ρ 表示信息素的残留度,为避免路径上信 息素无限累加,通常设置 $\rho < 1$ 。

4.2 改进蚁群算法

其中

基本蚁群算法主要用于求解离散性问题,如 TSP 旅行商问题^[20],并且容易出现局部最优和收敛 速度慢等特点^[21]。而目标函数的优化是一个连续 域的优化问题,因此需要一种适用于连续域内的蚁 群算法。高尚等^[22]提出在目标函数可行域内划分 网格,将连续空间离散化,再使用蚁群算法进行求 解,但该方法存在求解精度不高、搜索空间大等缺 点;Dero 等^[23]提出一种适用于连续域内的蚁群算 法,该方法结合信息素的传递以及直接交流两种方 式来指导蚁群的寻优;杨鹏等^[24]也提出几种适用于 连续域、避免局部最优的蚁群算法。上述改进的蚁 群方法计算过程较为复杂,在此基础上,本文提出一 种较为简单的改进蚁群算法,该改进蚁群算法的基 本思路如下:

根据 ICF 装置装校需求以及 3 – PPR 并联机构 的几何特性,给定机构各自由度约束空间:x₁ < x < x₂、y₁ < y < y₂、θ₁ < θ < θ₂。虽然并联机构位置正解 可能存在多值解,但在该定义域内得到的位置正解 是唯一的。将蚁群随机分布在可行域中来获得蚂蚁 的初始位置,计算蚂蚁信息素初值并从中记录最优 值。根据转移概率,决定蚂蚁进行全局搜索或局部 搜索,每次移动完成进行一次信息素更新,往复循环 直至迭代终止即可获得最优解。

算法具体步骤如下:

(1)采用随机分布的方式在各变量的可行域内确定蚁群的初始位置。

(2)信息素 τ 的大小由目标函数确定,其表达式为

$$\tau = -f(x, y, \theta) \tag{16}$$

其增减性与目标函数相反,本文求目标函数的 最小值,信息素的最大值。因为 f(x,y,θ) 正向无限 趋近于零时,其信息素值负向无限趋近于零,不便于 衡量信息素的浓度,故同时也用平均信息素值 τ_m 进 行衡量。

$$\tau_m = \operatorname{mean}(-f(x, y, \theta)) \qquad (17)$$

(3)由式(17)确定蚁群初始位置时的信息素
 值,计算平均信息素值τ_m并记录最优值τ_b。

(4)由蚁群转移概率 *P_{i,j}*确定蚁群进行局部搜 索或是全局搜索

$$P_{i,j} = \frac{\tau_b - \tau_{i,j}}{\tau_b} \tag{18}$$

式中 i——蚁群移动次数

j----表蚂蚁序号

τ_{i,j} — 第 *i* 次蚁群移动后第 *j* 只蚂蚁所对应 的信息素值

将 $P_{i,j}$ 与转移概率常数 P_o 比较,如果 $P_{i,j} < P_o$ 则进行局部搜索,反之则进行全局搜索。

(5)蚂蚁每次完成局部搜索或全局搜索后,重 新计算该蚂蚁所对应的信息素值,并做如下判断:如 果 $\tau_{i,j}^{\text{new}} > \tau_{i,j}^{\text{old}}$,更新该蚂蚁的信息素值;如果 $\tau_{i,j}^{\text{new}} < \tau_{i,j}^{\text{old}}$,保持该蚂蚁的信息素值不变。

(6) 蚁群完成一次循环后,对所有蚂蚁的信息 素值进行更新

$$\boldsymbol{\tau}_{i+1,j} = \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\tau}_{i,j}^{\text{old}} + \boldsymbol{\tau}_{i,j}^{\text{new}} \tag{19}$$

(7)如此反复迭代,当迭代次数小于规定最大 循环次数,转至步骤(4),否则跳出循环,输出最 终解。

5 机构正解仿真

根据 ICF 装置装校需要,实际装校平台如图 3 所示,3 – PPR 并联机构要求 x、y 向行程 ±60 mm,定 位精度小于 0.5 mm;转角 θ 范围为 ±20°,定位精度 小于 0.1°。参照如图 1 所示 3 – PPR 并联机构的结 构特点,实际机构 x、y 向工作空间为 ±60 mm,转角 θ 运动行程为 ±24°。



图 3 装校平台三维图

Fig. 3 Adjusting platform

1. 洁净保持箱 2.3 - RPS 水平调整机构 3.3 - PPR 平面调整 机构

以求解 x = 20 mm, y = 30 mm, $\theta = 15°$ 位置时的 正解为例,验证改进蚁群算法求解并联机构正解的 有效性,其他位置正解求解结果如表 1 所示。由 3 – PPR位置逆解求得此时 3 条支链的长度分 别为: $d_1 = -14.8355 \text{ mm}$, $d_2 = 65.3984 \text{ mm}$, $d_3 =$ 70.1170 mm。可得目标函数 $f(x, y, \theta)$ 在空间可行 域内的值域如图 4 所示。机构的正解问题可以转化 为寻找该立方体中的目标函数的最小值,图中"*" 表示蚁群随机分布的位置。

表 1 改进蚁群算法计算结果 Tab.1 Results of improved ant colony algorithm

皮旦	x			y			θ		
序 亏	目标值/mm	计算值/mm	绝对误差	目标值/mm	计算值/mm	绝对误差	目标值/(°)	计算值/(°)	绝对误差
1	10	10.0001	1×10^{-5}	15	15.0024	1.6 \times 10 $^{-4}$	5	4.9995	1×10^{-4}
2	10	10.0008	8 \times 10 $^{-5}$	20	19.9996	2.0 $\times 10^{-5}$	10	10.0002	2×10^{-5}
3	15	15.0003	2×10^{-5}	15	15.0004	2. 7 × 10 $^{-5}$	10	10.0000	0
4	15	15.0000	0	20	19.9972	1.4 \times 10 $^{-4}$	15	15.0008	5.3 × 10 ⁻⁵
5	20	20.0008	4×10^{-5}	15	15.0007	4.7 × 10 $^{-5}$	10	9.9999	1×10^{-5}



Fig. 4 Ants' initial position distribution

运用改进蚁群算法进行仿真计算,所有蚂蚁都 聚集在目标函数 *f*(*x*,*y*,*θ*)的最小值附近,并未受局 部最小值的影响,如图 5、6 所示。



Fig. 5 Ants' position distribution after 500 times move

该算法的收敛速度可从信息素值以及平均信息 素值的变化看出,如图7所示。



图 6 蚂蚁运动 1 000 次位置分布图



图 7 信息素值和平均信息素值变化曲线

 $Fig. \ 7 \quad Maximum \ and \ average \ values \ of \ pheromone$

由以上计算可得,当目标函数取最小值时 x = 20.000 2 mm, y = 29.999 3 mm, $\theta = 15.000$ 1°, $f(\alpha,\beta,z) = -2.25 \times 10^{-4}$,计算精度满足要求。而 传统 Newton – Raphson 迭代法受初值影响,相同目 标位置时其计算结果如表 2 所示。

表 2 Newton - Raphson 迭代法计算结果 Tab. 2 Results of Newton - Raphson method

	选取初值		计算终值与误差					
x/mm	y/mm	θ∕(°)	x 计算值/mm	x 绝对误差	y 计算值/mm	y 绝对误差	θ计算值/(°)	θ绝对误差
5	10	10	20.013 4	6. 70 × 10 $^{-4}$	30.013 2	4. 40 × 10 $^{-4}$	14. 983 0	5. 67 $\times 10^{-4}$
10	15	10	19.9873	6. 35 $\times 10^{-4}$	30.0290	9. 67 $\times 10^{-4}$	15.0047	3. 13 $\times 10^{-4}$
10	20	15	20.003 2	1.60 $\times 10^{-4}$	29.9970	1.00 $\times 10^{-4}$	14. 998 1	1. 27 $\times 10^{-4}$
15	15	10	20.022 5	1. 13 $\times 10^{-3}$	30.037 8	1. 26 × 10 $^{-3}$	14.9832	1. 12 × 10 $^{-3}$
15	20	10	19.9992	4.00 $\times 10^{-5}$	30.0011	3. 70 × 10 $^{-5}$	15.0000	0

由表 1、2 对比可知, Newton - Raphson 迭代法计 算结果受初始值影响较大, 初始值的不同将使得计 算结果偏差很大;采用本文提出的改进蚁群算法, 可 避免初始值对计算结果的影响, 从而得到更为精确 的计算解。

初值选取对计算结果的影响。无需求解雅可比矩阵 及其逆矩阵,使计算过程简便而快捷。采用全局搜 索和局部搜索相结合的方法,避免了局部最优值的 产生。本方法可以解决其他并联机构的位置正解, 具有良好的普适性。

非线性问题转化为目标函数的最优化问题,避开了

6 结束语

利用改进的蚁群算法将有关并联机构的正解的

参考文献

谢志江,李诚,刘楠,等.6自由度装校机器人逆解的确定[J].吉林大学学报:工学版,2012,42(6):1563-1568.
 Xie Zhijiang, Li Cheng, Liu Nan, et al. Determination of inverse kinematics of a 6 - DOF installing-calibrating robot[J]. Journal

of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2012, 42(6): 1563-1568. (in Chinese)

- 2 晓晨."国家点火装置"概况[J].激光与光电子学进展,2003,40(9):2-3.
- Xiao Chen. Overview of national ignition facility [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2003, 40(9): 2 3. (in Chinese)
- 3 刘小波,谢志江,刘楠,等. 一种光机洁净精密装校设备设计与研究[J]. 中国机械工程, 2010, 21(2): 146 150. Liu Xiaobo, Xie Zhijiang, Liu Nan, et al. Design and research of an assembly facility for opticmechanical module for cleaness and precision[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(2): 146 - 150. (in Chinese)
- 4 黄真,赵永生,赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
- 5 Dasgupta B, Mruthyunjaya T S. The stewart platform manipulator: a review [J]. Mechanism and Machine, 2000, 35(1): 15 40.
- 6 季晔,刘宏昭,原大宁,等.并联机构位置正解方法研究[J].西安理工大学学报,2010,26(3):277-281. Ji Ye, Liu Hongzhao, Yuan Daning, et al. Research on approach of forward positional analysis of parallel manipulator[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2010, 26(3):277-281. (in Chinese)
- 7 Gallardo Alvarado J. A simple method to solve the forward displacement analysis of the general six-legged parallel manipulator [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2013, 30(1): 55 - 61.
- 8 程世利,吴洪涛,姚裕,等.6-SPS并联机构运动学正解的一种解析化方法[J].机械工程学报,2010,46(9):26-31. Cheng Shili, Wu Hongtao, Yao Yu, et al. An analytical method for the forward kinematics analysis of 6-SPS parallel mechanisms [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(9):26-31. (in Chinese)
- 9 黄昔光,廖启征,魏世民,等. 一般 6-6 型平台并联机构位置正解代数消元法[J]. 机械工程学报,2009,45(1):56-61. Huang Xiguang, Liao Qizheng, Wei Shimin, et al. Forward kinematics analysis of the general 6-6 platform parallel mechanism based on algebraic elimination[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(1):56-61. (in Chinese)
- 10 冯志友,王志国,张策,等. Tricept 机器人机构位置正解的序单开链法[J]. 农业机械学报, 2008, 39(12): 174-177,122.
 Feng Zhiyou, Wang Zhiguo, Zhang Ce, et al. Direct displacement solution of the Tricept robot based on ordered single opened chain[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(12): 174-177,122. (in Chinese)
- 11 Lee K M, Shah D K. Kinematic analysis of a three degrees of freedom in-parallel actuated manipulator [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988, 4(3): 354-360.
- 12 Lisandro J Puglisi, Roque J Saltaren, German Rey Portoles, et al. Design and kinematic analysis of 3PSS 1S wrist for needle insertion guidance[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2013, 61(5): 417-427.
- 13 Rahmani Arash, Ghanbari Ahmad. Neural network solutions for forward kinematics analysis of 2 (6UPS) manipulator [J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 624: 424 - 428.
- 14 韩先国,陈五一,陈鼎昌. 基于路径跟踪原理求解 6-SPS 并联机构位置正解[J]. 北京航空航天大学学报,2002,28(3): 370-372.
 - Han Xianguo, Chen Wuyi, Chen Dingchang. Method to get the forward solution of a 6 SPS parallel manipulator based on position tracking principle[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002, 28(3); 370 372. (in Chinese)
- 15 车林仙,何兵,易建,等. 对称结构 Stewart 机构位置正解的改进粒子群算法[J]. 农业机械学报, 2008, 39(10): 158 163. Che Linxian, He Bing, Yi Jian, et al. Improved particle swarm optimization for forward positional analysis of symmetrical Stewart parallel manipulators [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(10): 158 - 163. (in Chinese)
- 16 裴葆青,韩先国,陈五一. 基于传感器的 6-DOF 并联机构运动学正解[J]. 北京航空航天大学学报, 2005, 31(4): 421-424.
 - Pei Baoqing, Han Xianguo, Chen Wuyi. Solution of direct kinematics of 6 DOF parallel manipulators using extra sensors [J].Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005, 31(4): 421 424. (in Chinese)
- 17 李春明. 优化方法[M]. 南京: 东南大学出版社, 2009.
- 18 刘峡壁.人工智能导论[M].北京:国防工业出版社,2008.
- 19 Andries P Engelbrecht. 计算群体智能基础[M]. 北京:清华大学出版社, 2009.
- 20 申铉京,刘阳阳,黄永平,等. 求解 TSP 问题的快速蚁群算法[J]. 吉林大学学报:工学版, 2013, 43(1): 147-151. Shen Xuanjing, Liu Yangyang, Huang Yongping, et al. Fast ant colony algorithm for solving traveling salesman problem [J].
- Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2013, 43(1): 147-151. (in Chinese) 21 刘国光. 基于改进蚁群算法的四杆机构优化设计[J]. 农业机械学报, 2006, 37(1): 149-151. Liu Guoguang. Optimization design of four bar mechanism based on the improved ant colony algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(1): 149-151. (in Chinese)
- 22 高尚,钟娟,莫述军. 连续优化问题的蚁群算法研究[J]. 微机发展, 2003, 13(1): 21-22,69. Gao Shang, Zhong Juan, Mo Shujun. Research on ant colony algorithm for continuous optimization problem[J]. Microcomputer Development, 2003, 13(1): 21-22,69. (in Chinese)
- 23 Dero J, Siarry P. Continuous interacting ant colony algorithm based on dense heterarchy [J]. Future Generation Computer Systems, 2004, 20(5): 841-856.
- 24 杨鹏,梁利华,李国斌.改进蚁群算法在并联六自由度平台优化设计中的应用[J].哈尔滨工程大学学报,2007, 28(11):1236-1241.

Yang Peng, Liang Lihua, Li Guobin. Application of an improved ant colony algorithm to optimal design of the parallel 6 – DOF platform[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2007, 28(11): 1236 – 1241. (in Chinese)