

# 混流泵叶轮反问题设计与水力性能优化\*

肖若富 陶然 王维维 杨魏

(中国农业大学水利与土木工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 基于三维反问题设计方法, 结合 CFD 数值模拟, 以混流泵叶片载荷分布参数为设计变量, 以水力效率为优化目标, 采用正交试验方法和响应面函数法建立设计变量与目标函数的关系, 对混流泵进一步优化。分析了不同设计变量对目标函数的影响, 发现叶轮轮盘进口处载荷对泵的水力效率影响最明显。通过数值模拟对比基准叶轮与优化叶轮性能, 优化后的混流泵模型最优工况下的水力效率提高 3.2%, 且水泵扬程基本保持不变, 优化体系具有良好的工程应用价值。

**关键词:** 混流泵 反问题设计 正交试验 响应面法 计算流体动力学

**中图分类号:** TH1313 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2014)09-0084-05

## 引言

混流泵叶轮内部流动情况极其复杂, 水力性能受到很多参数的影响, 参数之间也存在紧密的联系。对于传统的设计方法来说, 设计者在很大程度上依赖已有的经验<sup>[1]</sup>, 快速高效地设计出一个优秀的叶轮是一项费时费力的工作, 对于叶轮各项水力性能指标的兼顾也是一大难点。采用反问题设计方法, 根据一些给定的流场条件, 使用数学方法反求叶轮叶片的几何形状, 在叶轮机械设计中已经得到广泛应用<sup>[2-7]</sup>。设计者更有针对性地设计叶轮, 有利于叶轮满足各项水力性能设计要求。具体来说, 给定叶片表面载荷分布, 即控制速度环量沿轴面流线的偏导数分布, 从而实现叶片形状的控制。对于反问题的叶轮设计方法来说, 在各项参数的取值范围内, 寻找并确定满足目标函数需求的参数组合, 形成最优优化载荷分布是其中的关键。

本文以三维反问题设计方法<sup>[8]</sup>为基础, 结合正交试验方法<sup>[9-10]</sup>和响应面函数优化法<sup>[11-13]</sup>, 应用统计学方法建立输入变量与目标函数的相互关系, 以混流泵水力效率为目标函数, 以载荷分布参数为设计变量, 对混流泵叶片进行优化设计, 以有效提高叶轮的水力性能。

## 1 优化设计方法

### 1.1 反问题设计方法

本文采用在三维定常无粘不可压缩流体下的反

问题设计法, 该方法将速度分解为周向平均速度和周期速度两分量。周向平均速度分量满足流函数方程

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\varphi} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r\varphi} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) = \frac{\partial(r\bar{V}_\theta)}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{\partial(r\bar{V}_\theta)}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial z} \quad (1)$$

式中  $r, z$ ——圆柱坐标系中的径向、轴向坐标

$\Psi$ ——流函数  $f$ ——叶片包角

$\varphi$ ——叶片的排挤系数

$r\bar{V}_\theta$ ——周向平均速度环量

周期速度分量满足势函数方程

$$\frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_m}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial z^2} - \frac{m^2 B^2 \Phi_m}{r^2} = \frac{e^{imBf(r,z)}}{imB} \nabla^2 (r\bar{V}_\theta) - e^{imBf(r,z)} \left( \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial(r\bar{V}_\theta)}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial(r\bar{V}_\theta)}{\partial z} \right) \quad (2)$$

式中  $\Phi_m$ ——势函数  $B$ ——叶片数

$m$ ——傅里叶展开项数

$i$ ——虚数单位

叶片形状由速度在叶片表面满足无滑移条件计算, 即

$$\left( \bar{V}_z + v_{zbl} \right) \frac{\partial f}{\partial z} + \left( \bar{V}_r + v_{rbl} \right) \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{r\bar{V}_\theta}{r^2} + \frac{v_{\theta bl}}{r} - \omega \quad (3)$$

式中  $\bar{V}_z$ ——周向平均的轴向速度

$\bar{V}_r$ ——周向平均的径向速度

$v_{zbl}$ ——轴向周期速度分量

收稿日期: 2013-08-17 修回日期: 2013-09-07

\* 国家自然科学基金重点项目(51139007)和“十二五”国家科技支撑计划资助项目(2012BAD08B03)

作者简介: 肖若富, 副教授, 主要从事水力机械优化设计及流固耦合研究, E-mail: xrf@cau.edu.cn

$v_{rbl}$ ——径向周期速度分量  
 $v_{\theta bl}$ ——周向周期速度分量  
 $\omega$ ——角速度

通过上述方程构成反问题设计方法的控制方程组,在给定轴面流道图、速度环量分布以及厚度等参数的条件下,求解控制方程组即可以进行叶片几何形状的求解。

### 1.2 响应面函数优化法

本文对轮盘(Hub)和轮盖(Shroud)处的叶片载荷分布参数进行优化,不改变轴面流道形状,利用如图1所示的三段线法给定叶片的载荷分布,图中横坐标表示由叶片进口边到出口边的轴面相对长度,0和1分别表示进、出口边位置。其中, $\sigma_{DRVT}$ 控制叶片进口冲角, $\sigma_{NC}$ 为第1段抛物线与直线段的连接点, $\sigma_{ND}$ 为第2段抛物线与直线段的连接点, $\sigma_{SLOPE}$ 为直线段的斜率,环量通过给定的环量梯度沿轮盘和轮盖积分获得<sup>[2,14]</sup>。本文所优化的混流泵采用进口零冲角,速度环量的导数 $\sigma_{DRVT}$ 为零,因此,最终的设计参数共6个,其中轮盘与轮盖各包含3个参数,即: $\sigma_{NC(hub)}$ 、 $\sigma_{ND(hub)}$ 、 $\sigma_{SLOPE(hub)}$ 、 $\sigma_{NC(shroud)}$ 、 $\sigma_{ND(shroud)}$ 、 $\sigma_{SLOPE(shroud)}$ 。

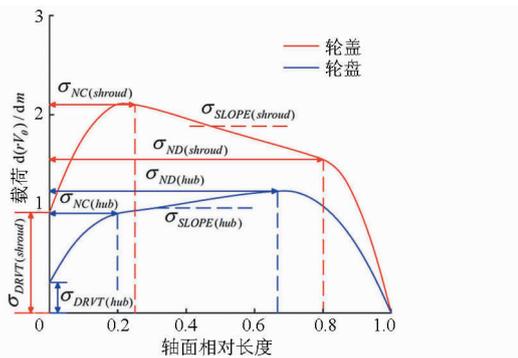


图1 三段线法给定的叶片载荷分布

Fig.1 Blade loading distributions given by three subsections method

本文优化过程以混流泵水力效率为目标函数,计算公式为

$$\eta = \frac{P_u}{P} \times 100\% \quad (4)$$

其中

$$P_u = \rho g Q H$$

$$P = M \omega$$

$$H = \frac{P_{T(outlet)} - P_{T(inlet)}}{\rho g}$$

式中  $P_u$ ——混流泵的有效功率  
 $P$ ——轴功率  $\rho$ ——流体介质的密度  
 $Q$ ——泵的流量  $H$ ——混流泵扬程  
 $g$ ——重力加速度  
 $P_{T(inlet)}$ 、 $P_{T(outlet)}$ ——混流泵进、出口总压

$M$ ——叶轮旋转时对转轴的总力矩

优化时,采用正交试验建立样本空间,利用CFD软件模拟计算混流泵流场,实现各样本目标数值(即水力效率)的求解,最终利用响应面函数法建立目标函数与设计参数之间的函数关系式,响应面函数公式形式为

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^6 b_i x_i + \sum_{i=1}^6 c_i x_i^2 + \sum_{i=1}^5 \sum_{j=i+1}^6 d_{ij} x_i x_j \quad (5)$$

式中  $y$ ——目标函数,即水力效率

$x_i, x_j$ ——设计参数

$a_0, b_i, c_i, d_{ij}$ ——多项式系数

$x_1 \sim x_6$  分别对应  $\sigma_{NC(hub)}$ 、 $\sigma_{ND(hub)}$ 、 $\sigma_{SLOPE(hub)}$ 、 $\sigma_{NC(shroud)}$ 、 $\sigma_{ND(shroud)}$ 、 $\sigma_{SLOPE(shroud)}$  6个参数。

根据已解得的样本数据,采用最小二乘法求解多项式各项系数。由于样本数量使得响应面函数存在着一定误差,因此,采用相关系数进行函数准确性的评估。

混流泵叶轮优化步骤主要有:利用正交试验法建立混流泵叶轮设计参数的样本空间;利用三维反问题设计方法对样本空间选定的参数组合进行反问题设计,得到叶轮模型;利用CFD对设计模型进行数值计算,得到每个参数组合的水力效率值;根据水力效率值建立目标函数与设计参数之间的响应面函数关系;对关系式求极值,找出各参数之间的最优组合。

## 2 设计实例

### 2.1 优化过程

采用上述优化方法,针对基准叶轮进行优化设计,叶轮比转数 $n_s$ 为302,外径 $D_2$ 为775.5 mm,共包含4枚叶片,基准叶轮三维外形与轴面投影图如图2所示。由于优化过程中保证轴面流道形状不变,因此基准叶轮与优化对象叶轮采用相同轴面几何形状。优化参数 $\sigma_{NC(hub)}$ 与 $\sigma_{NC(shroud)}$ 取值范围为0.1~0.4, $\sigma_{ND(hub)}$ 与 $\sigma_{ND(shroud)}$ 取值范围为0.55~0.85, $\sigma_{SLOPE(hub)}$ 与 $\sigma_{SLOPE(shroud)}$ 的取值范围为-1~1。

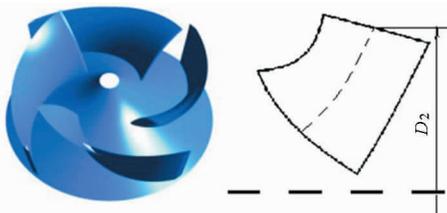


图2 基准叶轮三维外形与轴面投影图

Fig.2 Three-dimensional shape and meridional plane drawing of the reference impeller

确定取值范围之后,采用正交试验法建立参数的样本空间,样本空间共包含36组参数组合,响应

面函数的系数共有 28 个。根据反问题设计方法设计叶轮之后,再通过 CFD 求解,最终得到 36 组参数组合下的水力效率值。结合表 1 对计算结果进行离差分析<sup>[15]</sup>。分析得出,设计参数对目标函数的影响从大到小依次为  $\sigma_{NC(hub)}$ 、 $\sigma_{SLOPE(hub)}$ 、 $\sigma_{NC(shroud)}$ 、 $\sigma_{SLOPE(shroud)}$ 、 $\sigma_{ND(shroud)}$ 、 $\sigma_{ND(hub)}$ ,即轮盘处的叶片载

荷分布相比轮盖处对于效率的影响更加明显,其中,轮盘前部的载荷分布比轮盘后部对效率的影响更为显著。最后,基于计算结果,根据响应面关系式利用最小二乘法求解系数,如表 2 所示,并得出效率与设计参数之间的响应面关系式。

表 1 计算结果离差分析

Tab. 1 Dispersion analysis of calculation results

指标	$\sigma_{NC(hub)}$	$\sigma_{ND(hub)}$	$\sigma_{SLOPE(hub)}$	$\sigma_{NC(shroud)}$	$\sigma_{ND(shroud)}$	$\sigma_{SLOPE(hub)}$
所在列 0.1 水平的平均值/%	93.282	93.229	93.248	93.243	93.243	93.201
所在列 0.25 水平的平均值/%	93.248	93.219	93.255	93.223	93.211	93.216
所在列 0.4 水平的平均值/%	93.128	93.211	93.154	93.192	93.211	93.241
R	0.013 091	0.000 163	0.006 362	0.001 321	0.000 699	0.000 817
主次	$\sigma_{NC(hub)} > \sigma_{SLOPE(hub)} > \sigma_{NC(shroud)} > \sigma_{SLOPE(shroud)} > \sigma_{ND(shroud)} > \sigma_{ND(hub)}$					

表 2 响应面函数系数

Tab. 2 Coefficient values of the response surface function

参数	数值	参数	数值
$a_0$	96.129	$d_{13}$	-0.789 7
$b_1$	-5.379 9	$d_{14}$	5.300 3
$b_2$	2.933	$d_{15}$	7.369 5
$b_3$	0.166 5	$d_{16}$	-0.454 2
$b_4$	-0.441 1	$d_{23}$	-0.274 5
$b_5$	-8.466 5	$d_{24}$	-0.032 5
$b_6$	0.581 7	$d_{25}$	4.527 4
$c_1$	-2.555 2	$d_{26}$	-0.362 3
$c_2$	-4.179 5	$d_{34}$	0.701 3
$c_3$	-0.101 5	$d_{35}$	0.104 5
$c_4$	-2.341 6	$d_{36}$	-0.028 6
$c_5$	2.240 8	$d_{45}$	-0.009 4
$c_6$	-0.018 3	$d_{46}$	0.061 5
$d_{12}$	0.094 1	$d_{56}$	-0.193 1

根据以上计算结果,得到  $R^2$  的值为 0.9,可以认为建立的响应面关系式有效。通过对响应面关系式求极大值,得到参数  $\sigma_{NC(hub)}$ 、 $\sigma_{ND(hub)}$ 、 $\sigma_{SLOPE(hub)}$ 、 $\sigma_{NC(shroud)}$ 、 $\sigma_{ND(shroud)}$ 、 $\sigma_{SLOPE(shroud)}$  的组合最优值分别为 0.1、0.602 9、0.103 7、0.1、0.55、1。轮盘与轮盖处的载荷分布如图 3 所示。

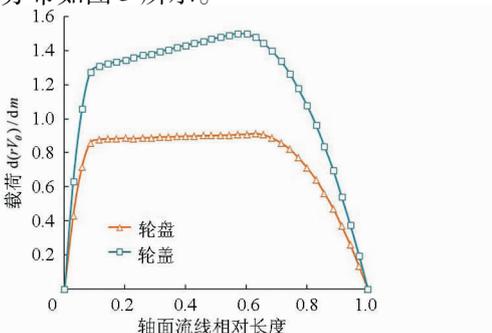


图 3 轮盘与轮盖处载荷分布

Fig. 3 Blade loading on hub and shroud

### 2.2 优化结果分析

优化之后,相对于基准叶轮,优化叶轮的叶片各个位置的安放角  $\beta$  发生了变化,图 4 所示为基准叶轮(左)与优化叶轮(右)的几何形状对比以及安放角云图的对比。

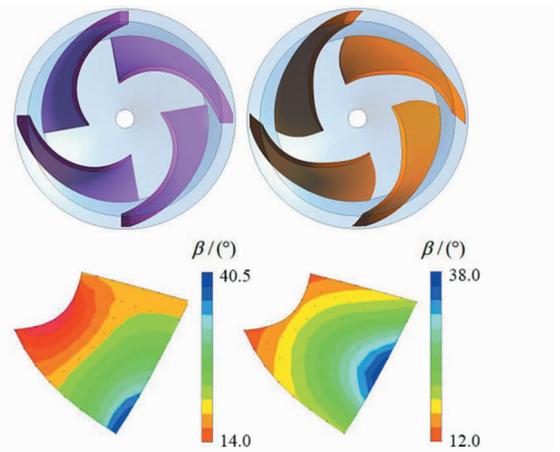


图 4 基准与优化叶轮几何形状及安放角对比

Fig. 4 Comparison of shapes and setting angles between the reference and optimized impeller

按照图 5 所示,建立计算域并划分网格。计算域共包含进水段、叶轮和蜗壳 3 部分,其中叶轮为旋转域,转速 660 r/min,其余为静止域。进水段与叶轮部分网格采用六面体结构网格,节点数分别约为  $1.0 \times 10^5$  与  $1.2 \times 10^6$ ,蜗壳部分采用四面体非结构网格,节点数约为  $3.2 \times 10^5$ 。流体由进水段进入,进口边界条件采用流量进口边界;蜗壳出口处设置压力出口边界,在参考压力设置为  $1.01 \times 10^5$  Pa 的条件下,出口设定静压为零;叶轮轮盖、轮盘、叶片以及进水段与蜗壳的固壁部分设置为无滑移壁面边界。计算采用 SST  $k-\omega$  湍流模型<sup>[16]</sup>,收敛判定条件为平均残差小于  $10^{-5}$ 。通过改变进口流量,共模拟计算 8 个工况。



图5 混流泵全流道计算域

Fig. 5 Simulation domain of whole flow passage

1. 蜗壳 2. 叶轮 3. 进水段

图6所示为模拟计算所得基准叶轮与优化叶轮效率以及扬程的对比曲线。由图6可知,经过优化之后,混流泵水力效率得到明显提高,除流量 $Q_v$ 为 $1\text{ m}^3/\text{s}$ 的工况以外,水力效率均有上升,8个工况平均提升效率2.4%,水力效率最高上升4.4% ( $Q_v = 1.2\text{ m}^3/\text{s}$ ),最优效率点未发生移动,表示优化过程没有改变混流泵的设计工作点。此外,由于反问题设计给定进出口环量分布,因此,优化后的扬程相对于基准叶轮没有发生明显变化,优化过程对于原有水泵的运行区域和稳定运行点不会造成明显影响。

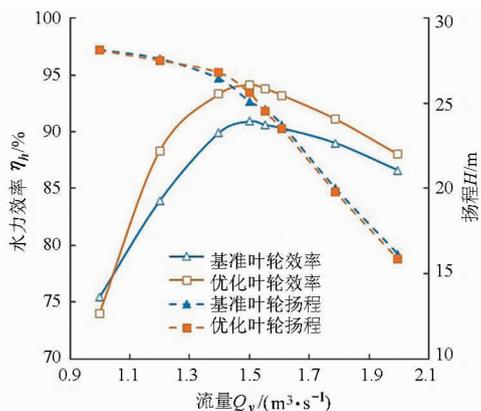


图6 效率及扬程对比曲线

Fig. 6 Comparison curves of head and hydraulic efficiency

以最优效率工况 ( $Q_v = 1.5\text{ m}^3/\text{s}$ ) 为例,优化叶轮的效率相对基准叶轮提升3.2%,内部流场也有所改变。最优效率工况下叶片跨度50%处的压力分布如图7所示。由于液流角与叶片安放角不一致,液流冲击叶片工作面,造成基准叶轮进口边处叶片背面出现压力陡降;优化叶轮的进口边压力变化变缓,液流更加贴附叶片,减少了叶轮内部的流动损失。图8显示了叶轮出口处相对速度云图,由相对速度云图的局部放大图可以看出,基准叶轮出口轮盖附近靠近叶片背面处存在明显的相对速度较低区域,呈现射流-尾迹流动结构,说明叶轮内部流动状态不佳;而优化后的叶轮,相对速度不存在明显的低

速区,射流-尾迹结构得到改善,叶轮内部流动状态更加均匀,出流的均匀性也有助于改善固定部件内部的流动损失状况。

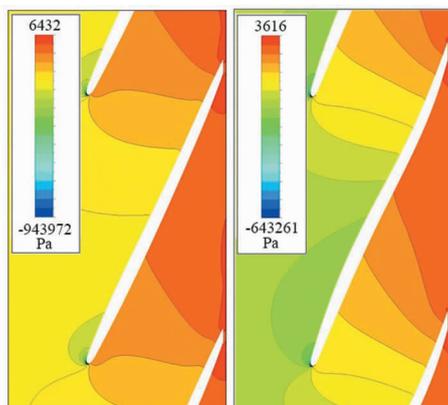


图7 最优效率工况叶片跨度50%处压力分布

Fig. 7 Pressure distributions at 50% spanwise of blade under the BEP condition

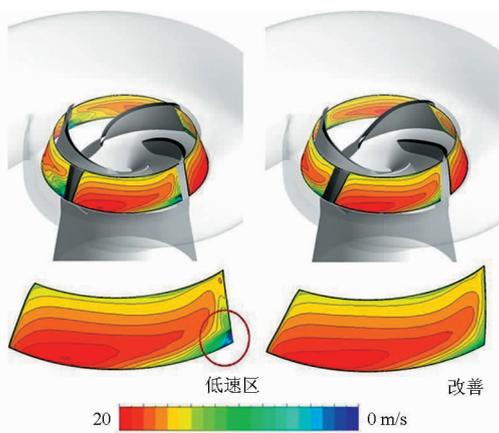


图8 最优效率工况叶轮出口处相对速度云图

Fig. 8 Relative velocity contour at impeller outlet under the BEP condition

### 3 结论

(1) 采用正交试验和响应面函数优化相结合的方法,能够有效地求解得到合适的载荷分布,结合叶轮的三维反问题设计方法,可以建立起有效的混流泵叶片优化体系,通过实例验证,该优化体系和方法能够获得良好的效果,在不同的性能要求的情况下,可以快速地针对设计变量进行优化设计。

(2) 对于本文的混流泵优化设计实例,载荷分布对于叶轮的水力效率有着明显影响,尤其是轮盘处进口部分的载荷,对于目标函数的影响最为明显。经过参数优化后给定载荷设计得到的叶轮,在保证叶轮扬程不受明显影响的前提下,有效地减少了流动损失,提高了水泵的效率,在实际工程应用中具有较强的可行性。

## 参 考 文 献

- 1 关醒凡. 现代泵理论与设计[M]. 北京:中国宇航出版社,2011.
- 2 Zangeneh M, Goto A, Takemura T. Suppression of secondary flows in a mixed-flow pump impeller by application of three-dimensional inverse design method: part 1—design and numerical validation[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1996, 118(3):536–543.
- 3 Goto A, Takemura T, Zangeneh M. Suppression of secondary flows in a mixed-flow pump impeller by application of three-dimensional inverse design method: part 2—experimental validation[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1996, 118(3):544–551.
- 4 Ashihara K, Goto A. Turbomachinery blade design using 3-D inverse design method, CFD and optimization algorithm[C]. ASME TURBO EXPO, 2001–GT–0358,2001.
- 5 Asuaje M, Bakir F, Kouidri S, et al. Inverse design method for centrifugal impellers and comparison with numerical simulation tools[J]. International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2004, 18(2):101–110.
- 6 杨魏,王福军,王宏. 离心风机叶片三维反问题优化设计[J]. 农业机械学报,2012, 43(8):105–109.  
Yang Wei, Wang Fujun, Wang Hong. Aerodynamic optimization design of centrifugal fan blades based on 3-D inverse design method[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(8):105–109. (in Chinese)
- 7 谭磊,曹树良,桂绍波,等. 离心泵叶轮正反问题迭代设计方法[J]. 农业机械学报,2010, 41(7):30–35.  
Tan Lei, Cao Shuliang, Gui Shaobo, et al. Centrifugal pump impeller design by using direct inverse problem iteration[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(7):30–35. (in Chinese)
- 8 Zangeneh M. A compressible 3D design method for radial and mixed flow turbomachinery blades[J]. International Journal of Numerical Methods in Fluids, 1991, 13(5):599–624.
- 9 王洪亮,施卫东,陆伟刚,等. 基于正交试验的深井泵优化设计[J]. 农业机械学报,2010, 41(5):56–63.  
Wang Hongliang, Shi Weidong, Lu Weigang, et al. Optimization design of deep well pump based on latin square test[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(5):56–63. (in Chinese)
- 10 陈松山,周正富,葛强,等. 长短叶片离心泵正交试验研究[J]. 扬州大学学报:自然科学版,2005, 8(4):45–48.  
Chen Songshan, Zhou Zhengfu, Ge Qiang, et al. Orthogonal experimental study on centrifugal pump with deviated splitter vanes[J]. Journal of Yangzhou University: Natural Science Edition, 2005, 8(4):45–48. (in Chinese)
- 11 王晓峰,席光,王尚锦. 离心压缩机叶轮的响应面优化设计 I:设计方法[J]. 工程热物理学报,2004, 25(3):408–410.  
Wang Xiaofeng, Xi Guang, Wang Shangjin. Response surface methodology for centrifugal compressor impeller optimization design part I: design method[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2004, 25(3):408–410. (in Chinese)
- 12 席光,王晓峰,王尚锦. 离心压缩机叶轮的响应面优化设计 II:实例及讨论[J]. 工程热物理学报,2004,25(3):411–413.  
Xi Guang, Wang Xiaofeng, Wang Shangjin. Response surface methodology for centrifugal compressor impeller optimization design part II: example and discussion[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2004, 25(3):411–413. (in Chinese)
- 13 虞跨海,杨茜,倪俊,等. 基于响应面的涡轮叶片冷却通道设计优化[J]. 航空学报,2009,30(9):1630–1634.  
Yu Kuahai, Yang Xi, Ni Jun, et al. Cooling passage design optimization of turbine blades based on response surface methodology[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2009, 30(9):1630–1634. (in Chinese)
- 14 吴玉林,陈庆光,刘树红. 通风机与压缩机[M]. 北京:清华大学出版社,2011.
- 15 李志西,杜双奎. 试验优化设计与统计分析[M]. 北京:科学出版社,2010.
- 16 Menter F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications[J]. AIAA Journal, 1994, 32:1598–1605.

## Inverse Design and Hydraulic Optimization of Mixed-flow Pump Impeller

Xiao Ruofu Tao Ran Wang Weiwei Yang Wei

(College of Water Resources and Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

**Abstract:** A reliable and convenient optimism method was introduced. Based on a mixed-flow pump designed by 3-dimensional inverse design method and combined with CFD, an optimization design was conducted with the blade-loading as the design variable and the hydraulic efficiency as the optimization objective. With CFD simulation results, the relationship between the hydraulic efficiency and the blade-loading was established by orthogonal test and response surface method. The optimization results show that the blade loading on hub near leading edge has the most significant influence on the hydraulic efficiency. Compared with the pump model with the reference impeller, the hydraulic efficiency of the pump model with optimized impeller increases by 3.2% while the head keeps constant.

**Key words:** Mixed-flow pump Inverse design Orthogonal test Response surface method CFD