doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.08.001

具有时滞的主动悬架非脆弱 H_∞/L_2-L_∞ 静态输出反馈控制*

孔英秀[1,2] 赵丁选[1] 杨彬[1] 韩成浩[1] 韩京元[1]

(1.吉林大学机械科学与工程学院,长春 130022;2.金日成综合大学电子与自动化系,平壤)

摘要: 提出了一种综合考虑系统输入时滞和控制器摄动的非脆弱 H_∞/L_2-L_∞ 静态输出反馈控制器的设计方法,并用于车辆主动悬架设计。针对悬架设计要求,分别用 H_∞ 和 L_2-L_∞ 范数反映乘坐舒适性及时域硬约束要求。通过采用一个时滞相关 Lyapunov 函数分别获得了时滞相关非脆弱静态输出反馈 H_∞ 控制器和 L_2-L_∞ 控制器的双线性矩阵不等式(BMI)存在条件。通过将粒子群优化(PSO)和差分进化(DE)的混合算法与线性矩阵不等式(LMI)方法相结合,求解具有 BMI 约束的优化问题。仿真结果表明,在存在输入时滞和控制器摄动的情况下,主动悬架仍然能够保证自身的性能。

关键词: 车辆主动悬架 静态输出反馈 输入时滞 非脆弱控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2014)08-0001-07

引言

车辆悬架设计时需主要考虑车辆的行驶平顺性、乘坐舒适性和操纵稳定性。由于车辆在行驶过程中所处的环境是多变的、不确定的,因此主动悬架 H_∞、H_2、L_2-L_∞ 及其混合控制策略的研究备受关注[1-3]。主动悬架用于汽车中,作动器时滞是必然存在的,忽略该时滞会影响控制效果甚至导致闭环系统的不稳定性,所以有文献对作动器时滞问题进行了研究[4]。此外,传统的鲁棒控制研究是在控制器能够准确实现的前提下进行的,但在实际应用中,微处理器内存和字长的限制以及 A/D、D/A 转换误差等原因都可能引起控制器无法准确实现,这些脆弱的控制器会导致系统性能下降甚至导致不稳定性。文献[5-6]对时滞系统给出了非脆弱控制方法。然而,这些研究采用了状态反馈控制器和基于状态观测器的动态输出反馈控制器。文献[5]在实际应用中具有一定的局限性,文献[6]会使系统的设计变得十分复杂。而静态输出反馈(简称 SOF)控制器采用常数矩阵实现反馈控制,因此控制算法易于实现,对控制器的硬件设备也要求不高[7]。

虽然目前大量文献对车辆悬架的模型不确定性和时滞进行了研究并给出了一些控制器设计方法[8-12],但综合考虑时滞、非脆弱及 SOF 控制问题的文献还比较少见,本文对考虑主动悬架输入时滞的非脆弱 H_∞/L_2-L_∞ SOF 控制进行研究。首先针对车辆悬架性能要求,分别用 H_∞ 范数和 L_2-L_∞ 范数反映悬架设计的多个指标。其次通过采用一个时滞相关 Lyapunov 函数分别导出时滞相关非脆弱 SOF H_∞ 控制器和 L_2-L_∞ 控制器的双线性矩阵不等式(BMI)存在条件。最后通过将粒子群优化(PSO)和差分进化(DE)的混合算法与线性矩阵不等式(LMI)方法相结合,求解具有 BMI 约束的优化问题。

1 控制问题

主动悬架2自由度1/4车的模型如图1所示。其中,m_s 为车辆的悬挂质量,m_u 为非悬挂质量,k_s 和 c_s 为悬架刚度和阻尼系数,k_t 和 c_t 为轮胎刚度和阻尼系数,z_s、z_u、z_r 分别为悬挂质量、非悬挂质量及路面的位移,u 为作动器输入,d 为作动器延迟。

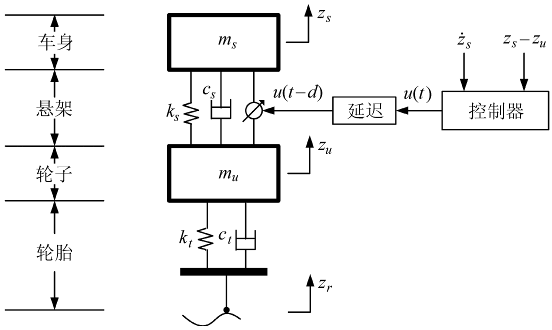

图1 1/4车主动悬架原理图

Fig.1 Quarter-car model with active suspension

收稿日期:2013-09-27 修回日期:2013-11-02

*国家高技术研究发展计划(863计划)资助项目(2009AA044403)和高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20120061110023)

作者简介: 孔英秀,博士生,金日成综合大学副教授,主要从事控制工程学和机器人控制研究,E-mail: kys611@163.com

通讯作者: 赵丁选,教授,博士生导师,主要从事工程机器人、流体传动与伺服控制研究,E-mail: zdx@jlu.edu.cn

选取状态向量为

$$\boldsymbol{x}(t)=[z_s-z_u \quad z_u-z_r \quad \dot{z}_s \quad \dot{z}_u]^{\mathrm{T}}$$

得到系统的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}(t-d) \tag{1}$$

其中，$\boldsymbol{w}(t)=\dot{z}_r(t)$。$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}_1$和$\boldsymbol{B}_2$为常数矩阵，参见文献[4]。

乘坐舒适性、操纵稳定性和机械约束是悬架性能的基本要求。其中，只有乘坐舒适性需要最小化，其他的指标都属于时域硬约束，只要不超出给定范围即可。因此，被控输出可分为性能输出$\boldsymbol{z}_1$和归一化约束输出$\boldsymbol{z}_2$两个部分，即

$$\boldsymbol{z}_1(t)=\ddot{z}_s(t) \tag{2}$$

$$\boldsymbol{z}_2(t)=\left[\frac{z_s(t)-z_u(t)}{S_{\max}} \quad \frac{k_t(z_u(t)-z_r(t))}{(m_s+m_u)g}\right]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

式中 $S_{\max}$——悬架最大动行程

乘坐舒适性主要通过车身垂直加速度的大小来反映，一般都希望它尽量小，因此从$\boldsymbol{w}(t)$到$\boldsymbol{z}_1(t)$的H_∞范数$\|T_{z_1w}\|_\infty$是描述乘坐舒适性的合适指标。

随机路面一般不平整，因此车辆在行驶过程中还可能发生违背硬约束的现象。L_2-L_∞范数（即广义H_2范数）能够描述输出信号在时域上的峰值，因此选择从$w(t)$到$z_2(t)$的广义H_2范数$\|T_{z_2w}\|_g$来限制主动悬架的时域硬约束。

采用悬架动行程(z_s-z_u)和车身垂直速度$\dot{z}_s$为反馈信号，则具有输入时滞的主动悬架系统可以描述为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}(t-d)\\ \boldsymbol{z}_1(t)=\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{u}(t-d)\\ \boldsymbol{z}_2(t)=\boldsymbol{C}_2\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)\end{cases} \tag{4}$$

其中 $$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_2$、$\boldsymbol{C}_1$、$\boldsymbol{C}_2$、$\boldsymbol{D}_{12}$为常数矩阵。

考虑如下形式的非脆弱SOF控制

$$\boldsymbol{u}(t)=(\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K}(t))\boldsymbol{y}(t) \tag{5}$$

其中 $$\Delta\boldsymbol{K}(t)=\boldsymbol{H}\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{E}\boldsymbol{K} \tag{6}$$

式中 $\boldsymbol{K}$——控制器增益

$\Delta\boldsymbol{K}(t)$——乘性控制器增益摄动

$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{E}$——确定矩阵

$\boldsymbol{F}(t)$——未知时变连续函数，满足

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}(t)<\boldsymbol{I} \quad (t\geqslant 0) \tag{7}$$

式中 $\boldsymbol{I}$——单位矩阵

则相应的闭环系统为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{B}_2(\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t-d)\\ \boldsymbol{z}_1(t)=\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}_{12}(\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t-d)\\ \boldsymbol{z}_2(t)=\boldsymbol{C}_2\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{x}(t)=\phi(t) \quad (\forall t\in[-d,0])\end{cases} \tag{8}$$

式中，$\phi(t)$为初始条件。

针对上述性能指标的分析，可将控制问题描述如下：对于状态空间模型式(4)求出符合以下3个要求的非脆弱静态输出控制器式(5)。

(1) 闭环系统式(8)内部稳定。

(2) 在零初始条件下，H_∞性能指标$\|T_{z_1w}\|_\infty<\gamma$中的$\gamma$达到最小值。

(3) 在零初始条件下，对于事先给定的参数ρ，广义H_2性能指标$\|T_{z_2w}\|_g<\rho$成立。

2 主要结果

为推导本文的主要结果，首先给出如下引理。

引理1[13]：给定任意常数矩阵$\boldsymbol{M}\in\mathbf{R}^{m\times m}$，$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}>0$，正数$\gamma>0$，向量函数$\boldsymbol{\omega}:[0,\gamma]\rightarrow\mathbf{R}^m$，积分不等式成立，即

$$\gamma\int_0^\gamma\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(\beta)\boldsymbol{M}\boldsymbol{\omega}(\beta)\mathrm{d}\beta\geqslant \left(\int_0^\gamma\boldsymbol{\omega}(\beta)\mathrm{d}\beta\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\left(\int_0^\gamma\boldsymbol{\omega}(\beta)\mathrm{d}\beta\right) \tag{9}$$

引理2[14]：给定矩阵$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{E}$为实矩阵，则有$\boldsymbol{G}+\boldsymbol{H}\boldsymbol{F}\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}<0$对任意满足$\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}<\boldsymbol{I}$的$\boldsymbol{F}$成立的充要条件是存在正数$\varepsilon>0$，使得$\boldsymbol{G}+\varepsilon\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}<0$。

2.1 非脆弱H_∞ SOF控制器的存在条件

为讨论问题方便，首先给出控制器式(5)的摄动$\Delta\boldsymbol{K}=0$时的条件。

定理1（$\Delta\boldsymbol{K}=0$时）：给定$\gamma>0$和$\bar{d}>0$，对于任意满足$0\leqslant d\leqslant\bar{d}$的固定的$d$，如果存在矩阵$\boldsymbol{K}$，$\boldsymbol{P}_1>0$，$\boldsymbol{R}_1>0$，$\boldsymbol{S}_1>0$使得

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Psi}_{11}&\boldsymbol{\Psi}_{12}&\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_1&\bar{d}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1&\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\\ *&\boldsymbol{\Psi}_{22}&0&\boldsymbol{\Psi}_{24}&\boldsymbol{\Psi}_{25}\\ *&*&-\gamma^2\boldsymbol{I}&\bar{d}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1&0\\ *&*&*&-\boldsymbol{S}_1&0\\ *&*&*&*&-\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0 \tag{10}$$

矩阵不等式成立，其中

$$\boldsymbol{\Psi}_{11}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}+\boldsymbol{R}_1-\boldsymbol{S}_1$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{12}=\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{K}\boldsymbol{C}+\boldsymbol{S}_1 \quad \boldsymbol{\Psi}_{22}=-\boldsymbol{R}_1-\boldsymbol{S}_1$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{24}=\bar{d}(\boldsymbol{K}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1 \quad \boldsymbol{\Psi}_{25}=(\boldsymbol{K}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}$$

式中，“*”表示矩阵的对称块，则闭环系统（$\Delta\boldsymbol{K}=0$）不仅渐近稳定，而且在零初始条件下具有给定的

H_∞ 扰动抑制水平 γ。

证明：取如下 Lyapunov-Krasovskii 函数

$$V(t)=V_1(t)+V_2(t)+V_3(t) \tag{11}$$

其中

$$V_1(t)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{x}(t)$$

$$V_2(t)=\int_{t-d}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{x}(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$V_3(t)=d\int_{-d}^{0}\int_{t+\beta}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(\alpha)\boldsymbol{S}_1\dot{\boldsymbol{x}}(\alpha)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta$$

对 $V(t)$ 沿闭环系统(8)的轨线求导数，得到

$$\dot{V}_1(t)=2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_1\dot{\boldsymbol{x}}(t) \tag{12}$$

$$\dot{V}_2(t)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-d)\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{x}(t-d) \tag{13}$$

$$\dot{V}_3(t)=d^2\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{S}_1\dot{\boldsymbol{x}}(t)-d\int_{t-d}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(\beta)\boldsymbol{S}_1\dot{\boldsymbol{x}}(\beta)\mathrm{d}\beta \tag{14}$$

利用引理 1，从式(14)得到

$$\dot{V}_3(t)\leqslant\bar{d}^2\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{S}_1\dot{\boldsymbol{x}}(t)-(\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{x}(t-d))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1(\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{x}(t-d)) \tag{15}$$

定义向量 $\boldsymbol{\xi}(t)=[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-d)\quad \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$，由式(8)、(12)、(13)、(15)经整理得

$$\dot{V}(x(t))\leqslant\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\xi}(t) \tag{16}$$

其中

$$\boldsymbol{\Phi}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{12} & \boldsymbol{\Phi}_{13}\\ * & \boldsymbol{\Phi}_{22} & \boldsymbol{\Phi}_{23}\\ * & * & \boldsymbol{\Phi}_{33}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{11}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}+\boldsymbol{R}_1+\bar{d}^2\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{A}-\boldsymbol{S}_1$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{12}=\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{KC}+\bar{d}^2\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{KC}+\boldsymbol{S}_1$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{13}=\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_1+\bar{d}^2\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{B}_1$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{22}=-\boldsymbol{R}_1+\bar{d}^2(\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{KC}-\boldsymbol{S}_1$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{23}=\bar{d}^2(\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{B}_1$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{33}=\bar{d}^2\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{B}_1$$

另外，假设零初始条件，此时 $V(\boldsymbol{x}(t))|_{t=0}=0$，考虑性能指标

$$J_{z_1w}=\int_0^{\infty}[\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{z}_1(t)-\gamma^2\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t)]\mathrm{d}t$$

则由式(16)，对任意非零 $\boldsymbol{w}(t)\in L_2[0,\infty)$，有

$$J_{z_1w}\leqslant\int_0^{\infty}[\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{z}_1(t)-\gamma^2\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t)+\dot{V}(\boldsymbol{x}(t))]\mathrm{d}t\leqslant\int_0^{\infty}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Pi}\xi(t)\mathrm{d}t$$

其中

$$\boldsymbol{\Pi}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{11}+\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C} & \boldsymbol{\Phi}_{12}+\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{KC} & \boldsymbol{\Phi}_{13}\\ * & \boldsymbol{\Phi}_{22}+(\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{KC} & \boldsymbol{\Phi}_{23}\\ * & * & \boldsymbol{\Phi}_{33}-\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix}$$

则由式(10)和 Schur 补引理[15-16]可知 $\boldsymbol{\Pi}<0$。

假设扰动输入为零，即 $\boldsymbol{w}(t)\equiv0$，则由 $\boldsymbol{\Pi}<0$ 得到 $\dot{V}(\boldsymbol{x}(t))<0$，因此可知闭环系统式(8)渐近稳定。对于非零扰动输入 $\boldsymbol{w}(t)\in L_2[0,\infty)$，$\boldsymbol{\Pi}<0$ 意味着 $J_{z_1w}<0$，即 $\|\boldsymbol{z}_1(t)\|_2^2\leqslant\gamma^2\|\boldsymbol{w}(t)\|_2^2$，从而闭环系统式(8)在零初始条件下具有给定的 H_∞ 扰动抑制水平 γ。

定理 2 给出式的控制器摄动 $\Delta\boldsymbol{K}\neq0$ 时的非脆弱控制器的存在条件。

定理 2($\Delta\boldsymbol{K}\neq0$ 时) 给定 $\gamma>0$ 和 $\bar{d}>0$，对于任意满足 $0\leqslant d\leqslant\bar{d}$ 的固定的 d 及满足式的乘性控制器摄动 $\Delta\boldsymbol{K}$，如果存在矩阵 $\boldsymbol{K}$，$\boldsymbol{P}_1>0$，$\boldsymbol{R}_1>0$，$\boldsymbol{S}_1>0$ 以及正数 $\varepsilon_1>0$ 使得

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Psi}_{11} & \boldsymbol{\Psi}_{12} & \boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_1 & \bar{d}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{H} & 0\\ * & \boldsymbol{\Psi}_{22} & 0 & \boldsymbol{\Psi}_{24} & \boldsymbol{\Psi}_{25} & 0 & \varepsilon_1(\boldsymbol{EKC})^{\mathrm{T}}\\ * & * & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \bar{d}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & -\boldsymbol{S}_1 & 0 & \bar{d}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{H} & 0\\ * & * & * & * & -\varepsilon_2\boldsymbol{I} & 0 & \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_1\boldsymbol{I} & 0\\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_1\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0 \tag{17}$$

矩阵不等式成立。其中，$\boldsymbol{\Psi}_{11}$、$\boldsymbol{\Psi}_{12}$、$\boldsymbol{\Psi}_{22}$、$\boldsymbol{\Psi}_{24}$、$\boldsymbol{\Psi}_{25}$ 的定义与式(10)相同，则闭环系统式(8)不仅渐近稳定，而且在零初始条件下具有给定的 H_∞ 扰动抑制水平 γ。

证明：当存在控制器摄动 $\Delta\boldsymbol{K}$ 时，用 $\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K}$ 取代式(10)中的 $\boldsymbol{K}$，进一步整理得

$$\boldsymbol{\Gamma}+\boldsymbol{\Theta}_1\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{\Theta}_2+(\boldsymbol{\Theta}_1\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{\Theta}_2)^{\mathrm{T}}<0 \tag{18}$$

其中

$$\boldsymbol{\Gamma}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Psi}_{11} & \boldsymbol{\Psi}_{12} & \boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_1 & \bar{d}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\\ * & \boldsymbol{\Psi}_{22} & 0 & \boldsymbol{\Psi}_{24} & \boldsymbol{\Psi}_{25}\\ * & * & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \bar{d}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1 & 0\\ * & * & * & -\boldsymbol{S}_1 & 0\\ * & * & * & * & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Theta}_1=[(\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{H})^{\mathrm{T}}\quad 0\quad 0\quad (\bar{d}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{H})^{\mathrm{T}}\quad (\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{H})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Theta}_2=[0\quad \boldsymbol{EKC}\quad 0\quad 0\quad 0]$$

应用引理 2，不等式(18)对所有满足式(7)的矩阵 $\boldsymbol{F}(t)$ 成立的充要条件是存在正数 $\tilde{\varepsilon}_1>0$ 使得的不等式成立

$$\boldsymbol{\Gamma}+\tilde{\varepsilon}_1\boldsymbol{\Theta}_1\boldsymbol{\Theta}_1^{\mathrm{T}}+\tilde{\varepsilon}_1^{-1}\boldsymbol{\Theta}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}_2<0 \tag{19}$$

由 Schur 补引理，不等式等价于

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma} & \boldsymbol{\Theta}_1 & \tilde{\varepsilon}_1^{-1}\boldsymbol{\Theta}_2^{\mathrm{T}}\\ * & -\tilde{\varepsilon}_1^{-1}\boldsymbol{I} & 0\\ * & * & -\tilde{\varepsilon}_1^{-1}\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0$$

通过定义 $\varepsilon_1=\tilde{\varepsilon}_1^{-1}$ 得到不等式(17)。

2.2 非脆弱 L_2-L_∞ SOF 控制器的存在条件

定理3:给定 $\rho>0$ 和 $\bar{d}>0$,对于任意满足 $0\leqslant d\leqslant\bar{d}$ 的固定的 d 及满足式的乘性控制器摄动 $\Delta\boldsymbol{K}$,如果存在矩阵 $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{P}_2>0$, $\boldsymbol{R}_2>0$, $\boldsymbol{S}_2>0$ 以及正数 $\varepsilon_2>0$ 使得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}_{11} & \boldsymbol{\Xi}_{12} & \boldsymbol{P}_2\boldsymbol{B}_1 & \bar{d}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2 & \boldsymbol{P}_2\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{H} & 0 \\ * & \boldsymbol{\Xi}_{22} & 0 & \boldsymbol{\Xi}_{24} & 0 & \varepsilon_2(\boldsymbol{EKC})^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\boldsymbol{I} & \bar{d}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\boldsymbol{S}_2 & \bar{d}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{H} & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_2\boldsymbol{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_2\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{P}_2 & \boldsymbol{C}_2^{\mathrm{T}} \\ 0 & -\rho^2\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{21}$$

矩阵不等式成立。

其中 $\boldsymbol{\Xi}_{11}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}+\boldsymbol{R}_2-\boldsymbol{S}_2$

$\boldsymbol{\Xi}_{12}=\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{KC}+\boldsymbol{S}_2$

$\boldsymbol{\Xi}_{22}=-\boldsymbol{R}_2-\boldsymbol{S}_2 \quad \boldsymbol{\Xi}_{24}=\bar{d}(\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}2}_2\boldsymbol{S}_2$

则闭环系统(8)不仅渐近稳定,而且在零初始条件下具有给定的 L_2-L_∞ 扰动抑制水平 ρ。

证明:类假定理1,2的证明,略。

2.3 基于 PSO-DE/LMI 混合算法的控制器设计

基于定理2和定理3的控制器存在条件,对于给定的 L_2-L_∞ 性能指标 ρ,可以通过求解下面的优化问题来构造出时滞相关非脆弱 H_∞/L_2-L_∞ SOF 控制器

$$\min_{\gamma^2,\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{R}_1,\boldsymbol{S}_1,\boldsymbol{P}_2,\boldsymbol{R}_2,\boldsymbol{S}_2,\boldsymbol{K},\varepsilon_1,\varepsilon_2}\gamma^2 \tag{22}$$

subject to 不等式(17)、(20)、(21)

优化问题式(22)的不等式约束式(17)、(20)、(21)均为关于未知矩阵变量 $\boldsymbol{K}$、$\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{R}_1$、$\boldsymbol{S}_1$、$\boldsymbol{P}_2$、$\boldsymbol{R}_2$、$\boldsymbol{S}_2$ 及正数 γ、ε_1、ε_2 的非线性形式。更具体地说,这些约束都为BMI,因此优化问题式(22)为具有BMI约束的最优化问题。由于BMI问题是非凸的、NP-hard问题,假若只用LMI方法,则求解比较困难。为了求解该BMI优化问题,提出了一种基于PSO-DE混合算法[17]与LMI相结合的混合算法(简称为PSO-DE/LMI算法),也就是说根据PSO-DE算法进化控制器 K,同时对于每个固定的控制器,不等式约束都变成凸优化问题,所以通过求解关于矩阵变量 $\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{R}_1$、$\boldsymbol{S}_1$、$\boldsymbol{P}_2$、$\boldsymbol{R}_2$、$\boldsymbol{S}_2$ 及正数 γ、ε_1、ε_2(以下简称其他变量)的LMI优化问题可求整个优化问题的近似解。PSO-DE/LMI混合算法详细论述见文献[18]。该算法的流程如下:

(1) 在给定的范围对种群中的每个粒子(控制器 $\boldsymbol{K}_i(0)$, $i=1,2,\cdots,NP$)进行随机初始化。如果 $\boldsymbol{K}_i(0)$ 不满足式的LMI约束,则重新进行初始化操作,直至它们成为可行的粒子。然后,对每个粒子的最佳个体位置 $\boldsymbol{P}_i(t)$ 也进行初始化。种群规模 NP 在控制器 $\boldsymbol{K}$ 的元素数目的5~10倍之间进行选择。

(2) 对于给定的每个粒子 $\boldsymbol{K}_i(0)$, $i=1,2,\cdots,NP$,通过分别求解关于其他变量的LMI优化问题计算对每个粒子的目标函数值(适应度)$f(\boldsymbol{K}_i(0))$。根据得到的适应度对种群最佳位置 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{best}}(t)$ 进行初始化。

(3) for each time step t do。

(4) for each particle i in the swarm do。

(5) 用PSO粒子动态公式[19]来更新 $\boldsymbol{K}_i(t)$。若更新的 $\boldsymbol{K}_i(t)$ 不满足式的LMI约束,则重新更新,直至满足LMI约束。

(6) 对于 $\boldsymbol{K}_i(t)$,求解关于其他变量的LMI优化问题得到目标函数值 $f(\boldsymbol{K}_i(t))$。

(7) 若满足 $f(\boldsymbol{K}_i(t))<f(\boldsymbol{P}_i(t))$,则更新个体最佳位置 $\boldsymbol{P}_i(t)$,同时若满足 $f(\boldsymbol{P}_i(t))<f(\boldsymbol{P}_{\mathrm{best}})$,则也更新种群最佳位置 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{best}}(t)$。

(8) if $\boldsymbol{P}_i(t)$ has changed position then。

(9) /* 在集合 $S_p=\{\boldsymbol{P}_1, \boldsymbol{P}_2,\cdots,\boldsymbol{P}_{NP}\}$ 中,采用一个步DE算法进化 $\boldsymbol{P}_i(t)$ */

(10) 在集合 S_p 中,采用DE算法的变异策略产生相应的变异向量 $\boldsymbol{v}_{ti}$。(变异)

(11) 通过交叉变异向量 $\boldsymbol{v}_t^i$ 和目标向量 $\boldsymbol{P}_i(t)$ 产生试验向量 $\boldsymbol{u}_t^i$。(交叉)

(12) 在试验向量 $\boldsymbol{u}_t^i$ 满足LMI约束的条件下(若不满足,则重新进行变异和交叉操作,直至满足LMI约束),求解关于其他变量的LMI优化问题得到目标函数值 $f(\boldsymbol{u}_t^i)$。

(13) 若满足 $f(\boldsymbol{u}_t^i)<f(\boldsymbol{P}_i(t))$,则更新最佳个体位置 $\boldsymbol{P}_i(t)$,同时如果满足 $f(\boldsymbol{P}_i(t))<f(\boldsymbol{P}_{\mathrm{best}})$,则也更新种群最佳位置 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{best}}(t)$。(选择)

(14) end if

(15) end for

(16) end for

终止算法以后,所要求解的静态输出控制器为 $\boldsymbol{K}=\boldsymbol{P}_{\mathrm{best}}$,此时最优目标函数值(即最小的 H_∞ 范数的平方)为 $\|G_{z_1w}\|_\infty^2=f(\boldsymbol{P}_{\mathrm{best}})$。该算法根据定理2和3,从而对于任意满足 $0\leqslant d\leqslant\bar{d}$ 的 d,得到的非脆弱控制器能够使闭环系统仍保持良好的稳定性和性能。

3 仿真及分析

取车辆参数[20], $m_s=972.2$ kg, $m_u=113.6$ kg,

$k_s=42\ 719.6$ N/m，$c_s=1\ 095$ N·s/m，$k_t=101\ 115$ N/m，$c_t=14.6$ N·s/m。另外，作动器是影响主动悬架控制性能的重要环节，目前在实车上得到应用的主要还是液压主动悬架。本文考虑由电液伺服阀控制液压缸的方式，从液压系统的响应时间（数十毫秒以下）而作动器的输入时滞上限能假定为 $\bar{d}=50$ ms。

首先，采用提出的方法得到时滞相关非脆弱 H_∞/L_2-L_∞ SOF 控制器。此时 PSO-DE/LMI 混合算法的种群规模为 $NP=20$，L_2-L_∞ 性能指标为 $\rho=10$，关于式的控制器摄动的参数为 $\boldsymbol{H}=1$ 及 $\boldsymbol{E}=0.007$。经过 PSO-DE/LMI 混合算法的 20 代进化后得到的最优 H_∞ 性能范数为 5.779 8，并且控制器为

$$\boldsymbol{K}_{\text{nfc}}=10^4\times[0.248\ 9\quad -1.047\ 9] \tag{23}$$

为了讨论方便，采用该控制器的主动悬架称为 $\boldsymbol{K}_{\text{nfc}}$ 主动悬架。

其次，为了对比分析，除了上述的控制器 $\boldsymbol{K}_{\text{nfc}}$，另外设计 2 种情况，其一是控制器 $\boldsymbol{K}_{\text{nom}}$，它是忽略输入时滞和控制器摄动的控制器。此时得到的 H_∞ 范数为 3.454 1，并且控制器为

$$\boldsymbol{K}_{\text{nom}}=10^4\times[-0.022\ 0\quad -2.259\ 1] \tag{24}$$

下面称为 $\boldsymbol{K}_{\text{nom}}$ 主动悬架；其二是开环不加控制，相当于被动悬架。

路面干扰输入可以分为随机路面干扰（振动）和确定性路面干扰（由路面上比较大的坑、包等产生）[2]。当汽车高速通过路面上的坑或者包时，往往导致悬架超出动行程限制，违反接地性要求。为了充分考虑提高性能和满足时域硬约束的关系，本文采用确定性路面输入作为系统的干扰输入，测试设计的主动悬架的响应。

考虑路面上的一个长坡型单凸块

$$S(t)=\begin{cases}\dfrac{A}{2}\left(1-\cos\dfrac{2\pi vt}{L}\right) & \left(0\leqslant t\leqslant\dfrac{L}{v}\right)\\ 0 & \left(t>\dfrac{L}{v}\right)\end{cases}$$

式中，$A=0.1$ m 为包块幅度，$L=2$ m 为包块长度，$v=20$ km/h 是车辆行驶速度。

为了验证对于输入时滞的主动悬架的性能变化，对 2 种主动悬架同时存在输入时滞的情况进行研究。假定输入时滞为 $d=50$ ms，图 2、3 为 2 种主动悬架和被动悬架的包块响应曲线。由图 2、3 可见：与被动悬架相比，两种主动悬架的响应幅度明显减小，且调节时间短，因而改善了汽车的行驶平顺性和乘坐舒适性，这意味着 $\boldsymbol{K}_{\text{nom}}$ 主动悬架对比较短的时滞也具有一定的鲁棒性，而且 $\boldsymbol{K}_{\text{nfc}}$ 主动悬架的响应略优于 $\boldsymbol{K}_{\text{nom}}$ 主动悬架，并且由图 3 可知满足主动悬架的时域硬约束。在同样包块输入的条件下，假定输入时滞增加到 $d=90$ ms，图 4 给出 3 种系统的车身加速度响应。由图 4 可以看出 $\boldsymbol{K}_{\text{nom}}$ 主动悬架已经不稳定了，但是 $\boldsymbol{K}_{\text{nfc}}$ 主动悬架仍然保持自身的性能。

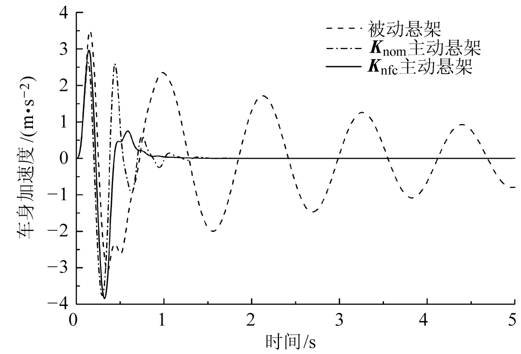

图 2　车身加速度包块响应（$d=50$ ms）

Fig. 2　Bump responses of body acceleration ($d=50$ ms)

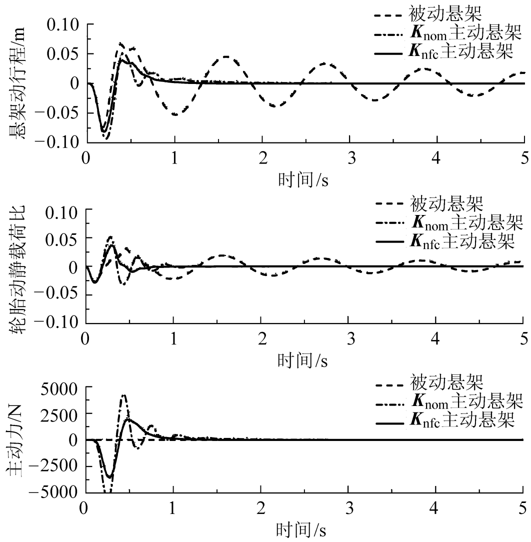

图 3　悬架系统的约束（$d=50$ ms）

Fig. 3　Constraints of suspension system ($d=50$ ms)

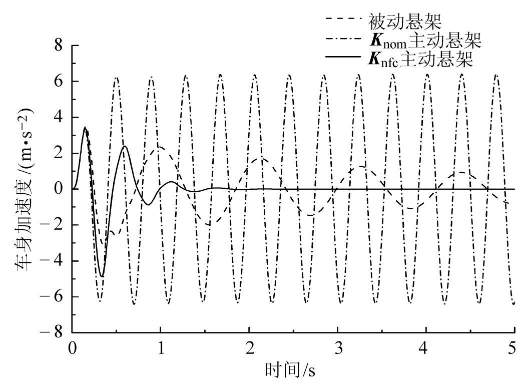

图 4　车身加速度包块响应（$d=90$ ms）

Fig. 4　Bump responses of body acceleration ($d=90$ ms)

为了验证主动悬架的非脆弱性，对 2 种控制器同时存在摄动的情况进行研究。首先，假定式的乘性控制器摄动为 $\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E}=0.2$，图 5 为车身加速度包块响应（时滞 $d=50$ ms）。由图 5 可知，虽然因

存在控制器摄动 $\Delta\boldsymbol{K}$ 而响应峰值和调节时间略微增加，但两种主动悬架均具有一定的非脆弱性。其次，乘性控制器摄动增加到 $\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E} = 0.53$，此时，由图 6 可以看出，$\boldsymbol{K}_{\mathrm{nom}} + \Delta\boldsymbol{K}$ 主动悬架已经不稳定了，可是 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{nfc}} + \Delta\boldsymbol{K}$ 主动悬架仍然保持自身的性能，进一步验证了采用提出方法的主动悬架对控制器摄动具有非脆弱性。

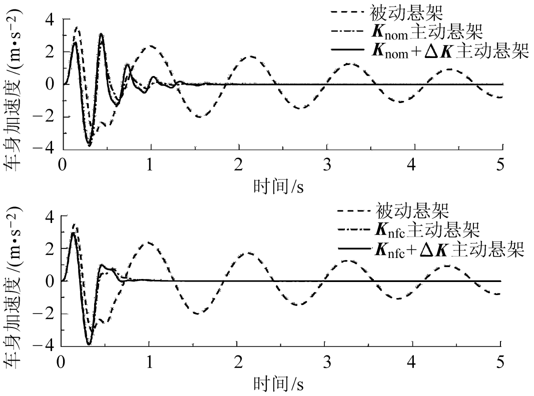

图 5　为验证非脆弱性的车身加速度包块响应（$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E} = 0.2$）

Fig. 5　Bump responses of body acceleration for evaluation of non-fragility（$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E} = 0.2$）

其次，通过 RMS 分析来验证随机路面振动对扰动抑制性和非脆弱性的影响。在一般行驶状态下，作为车辆振动输入的路面不平度利用白噪声表示，其统计特性采用功率谱密度函数描述，其中包含

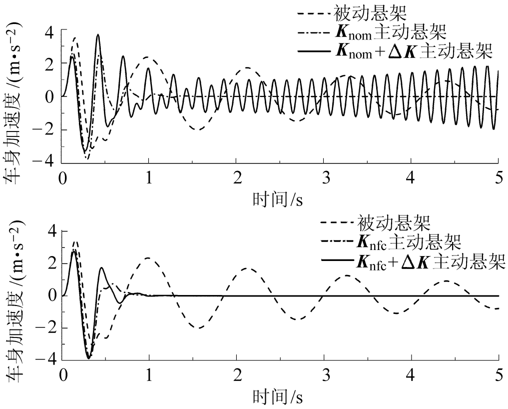

图 6　验证非脆弱性的车身加速度包块响应（$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E} = 0.53$）

Fig. 6　Bump responses of body acceleration for evaluation of non-fragility（$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E} = 0.53$）

一些参数（路面不平度系数和车辆行驶速度等）[2]。表 1 给出被动悬架和 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{nfc}}$ 主动悬架的 RMS 值（此时，车辆行驶速度为 $v = 45$ km/h，时滞为 $d = 20$ ms），其中，最后一行表示主动悬架 RMS 相对于被动悬架减小的比率。由表 1 可见，在不同路面情况（4 种路面不平度系数 G_0）和不同的控制器摄动下，与被动悬架相比，主动悬架加速度，明显减小，因而车辆的乘坐舒适性得到了提高，并满足主动悬架的时域硬约束。因此可知闭环系统具有良好的扰动抑制性与非脆弱性。

表 1　在控制器摄动下的 RMS

Tab. 1　RMS values under controller gain variation

G_0/m^3	车身加速度				悬架动行程				轮胎动静载荷比			
	$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E}=0.2$		$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E}=0.5$		$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E}=0.2$		$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E}=0.5$		$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E}=0.2$		$\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E}=0.5$	
	被动	主动	被动	主动	被动	主动	被动	主动	被动	主动	被动	主动
1.6×10^{-5}	0.027 5	0.010 6	0.029 5	0.009 7	0.000 6	0.000 4	0.000 7	0.000 4	0.002 8	0.001 5	0.003 0	0.001 6
6.4×10^{-5}	0.047 5	0.020 0	0.053 2	0.018 5	0.001 0	0.000 7	0.001 2	0.000 9	0.005 0	0.003 0	0.005 5	0.003 0
2.56×10^{-4}	0.127 1	0.041 7	0.109 0	0.038 3	0.002 8	0.001 6	0.002 4	0.001 7	0.012 9	0.006 4	0.011 3	0.006 3
1.024×10^{-3}	0.237 0	0.082 5	0.234 7	0.076 2	0.005 2	0.003 2	0.005 2	0.003 4	0.024 1	0.012 4	0.024 2	0.012 6
减小比率/%	100	37.1	100	33.9	100	63.9	100	67.1	100	53.7	100	53.9

4　结论

（1）针对传统的主动悬架系统的输入时滞和非脆弱性问题，对主动悬架时滞相关非脆弱 $H_\infty/L_2 - L_\infty$ SOF 最优控制策略进行了研究，并给出了控制器存在的条件和设计方法。

（2）设计得到的时滞相关非脆弱 $H_\infty/L_2 - L_\infty$ SOF 控制器阶次不高，利用的反馈信号少，易于物理实现。

（3）在同时存在系统输入时滞和控制器摄动的条件下，设计得到的主动悬架仍然能够保证自身的性能，体现出良好的非脆弱性。

参　考　文　献

1　宋刚，吴志刚，林家浩. 考虑时域硬约束的车辆主动悬架 H_∞ 控制[J]. 农业机械学报，2009，40(4)：11－17.
Song Gang，Wu Zhigang，Lin Jiahao. H_∞ control of active suspensions with time-domain hard constraints[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2009，40(4)：11－17.（in Chinese）

2　Chen H，Guo K H. Constrained H_∞ control of active suspensions：an LMI approach[J]. IEEE Transactions on Control Systems

Technology, 2005, 13(3): 412 – 421.

3 Wang J, Wilson D A. Mixed $GL_2/H_2/GH_2$ control with pole placement and its application to vehicle suspension systems[J]. International Journal of Control, 2001, 74(13): 1353 – 1369.

4 Sun W C, Zhao Y, Li J F, et al. Active suspension control with frequency band constraints and actuator input delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59 (1): 530 – 537.

5 Xu S Y, Lam J, Wang J L, et al. Non-fragile positive real control for uncertain linear neutral delay systems[J]. Systems & Control Letters, 2004, 52 (1): 59 – 74.

6 Li L, Jia Y. Non-fragile dynamic output feedback control for linear systems with time-varying delay[J]. IET Control Theory and Applications, 2009, 3 (8): 995 – 1005.

7 Cao Y Y, Lam J, Sun Y X. Static output feedback stabilization: an ILMI approach[J]. Automatica, 1998, 34(12): 1641 – 1645.

8 宋刚，许长城．考虑控制时滞的车辆主动悬架随机预瞄控制[J]．农业机械学报，2013, 44(6):1 – 7.
Song Gang, Xu Changcheng. Stochastic optimal preview control of active vehicle suspension with time-delay consideration[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(6):1 – 7. (in Chinese)

9 Guo L X, Zhang L P. Robust H_∞ control of active vehicle suspension under non-stationary running[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331: 5824 – 5837.

10 Li H Y, Jing X J, Karimi H R. Output-feedback-based H_∞ control for vehicle suspension systems with control delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(1): 436 – 446.

11 Zhao Y B, Sun W C, Gao H J. Robust control synthesis for seat suspension systems with actuator saturation and time-varying time-delay[J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(21):4335 – 4353.

12 汪若尘，孟祥鹏，施德华，等．车辆惯容器-弹簧-阻尼器半主动悬架模糊控制[J]．农业机械学报，2013, 44(12):1 – 5.
Wang Ruochen, Meng Xiangpeng, Shi Dehua, et al. Fuzzy control of vehicle ISD semi-active suspension[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(12):1 – 5. (in Chinese)

13 Gu K, Kharitonov V L, Chen J. Stability of time-delay systems[M]. Boston: Birkhäuser, Boston, 2003.

14 俞立．鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]．北京：清华大学出版社，2002:87 – 91.

15 Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory[M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.

16 Scherer C, Gahinet P, Chilali M. Multiobjective output-feedback control via LMI optimization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42(7): 896 – 911.

17 Epitropakis M G, Plagianakos V P, Vrahatis M N. Evolving cognitive and social experience in particle swarm optimization through differential evolution: a hybrid approach[J]. Information Sciences, 2012, 216: 50 – 92.

18 孔英秀，赵丁选，杨彬，等．基于 PSO-DE 和 LMI 的鲁棒静态输出反馈控制[J]．吉林大学学报：工学版，2013,43(5): 1375 – 1380.
Kong Yingxiu, Zhao Dingxuan, Yang Bin, et al. Robust static output feedback control using PSO-DE algorithm and LMI[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2013, 43(5): 1375 – 1380. (in Chinese)

19 Clerc M, Kennedy J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58 – 73.

20 Du H P, Zhang N. H_∞ control of active vehicle suspensions with actuator time delay[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(1 – 2): 236 – 252.

Non-fragile H_∞/L_2-L_∞ Static Output Feedback Control of Active Suspension with Actuator Input Delay

Kong Yingxiu[1,2] Zhao Dingxuan[1] Yang Bin[1] Han Chenghao[1] Han Jingyuan[1]

(1. *College of Mechanical Science and Engineering*, *Jilin University*, *Changchun* 130022, *China*
2. *Department of Electronics and Automation*, *Kim Il Sung University*, *Pyongyang*, *DPRK*)

Abstract: This paper presents an approach to design non-fragile H_∞/L_2-L_∞ static output feedback control applied in design of vehicle active suspension, by considering input time-delay of the system and parameter perturbation of the controller. According to suspension design requirements, the H_∞ and L_2-L_∞ norms are used respectively to reflect ride comfort and time-domain hard constraints. By employing a delay-dependent Lyapunov function, existence conditions of delay-dependent non-fragile static output feedback H_∞ controller and L_2-L_∞ controller are derived respectively in terms of the feasibility of bilinear matrix inequalities (BMIs). Then, a new procedure based on linear matrix inequality (LMI) optimization and a hybrid algorithm of the particle swarm optimization (PSO) and differential evolution (DE) is used to solve an optimization problem with BMI constraints. Simulation results show that the designed active suspension system can guarantee their own performance.

Key words: Vehicle active suspension Static output feedback Input time-delay Non-fragile control