doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.07.046

基于最大熵原理的复杂曲面位姿配准技术*

谭高山[1,2]　张丽艳[1]

(1.南京航空航天大学机电学院，南京 210016；2.安徽工业大学数理科学与工程学院，马鞍山 243002)

摘要：三维测量数据和自由曲面设计模型之间的位姿精确配准是实现复杂曲面加工和检测的关键。为实现快速精确配准，提出一种基于最大熵原理的方法。首先基于加工定位和质量检测配准问题的分析，建立问题的统一模型。然后研究模型的有效求解问题，利用最大熵原理把配准问题转化为一个以熵函数为摄动项的摄动问题，解决极大极小配准模型目标函数的不可微性，为提高配准问题求解效率提供可能。最后通过对两类典型配准问题进行实验，证明了所提方法的有效性和实用性。

关键词：曲面配准　最大熵原理　极大极小原理

中图分类号：TP391　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1000-1298(2014)07-0300-06

引言

随着制造业的发展，复杂曲面在航空航天、汽车、船舶以及模具等领域得到了越来越广泛的应用，高精度复杂曲面的制造、检测也日益受到关注，大规模点云数据的配准成为一个迫切需要解决的问题。因此快速精确的配准方法的研究对促进相关领域的发展具有重要理论意义和工程应用价值。

基于最小二乘原理的ICP算法[1]在曲面配准中应用广泛，但ICP算法的计算效率不高，且应用具有一定局限性。文献[2－6]从不同角度研究并改进了基于最小二乘原理的配准方法。这类方法虽总体均方差最小，但很多情况下并不能保证两配准曲面的距离分布满足要求。在质量检测中为了满足特定的功能要求或者安装条件，考虑公差约束是非常有必要的。陈善勇等[7]提出了考虑特征差异的依次配准算法，在先选取的特征构成的齐次子空间中进行模型配准，后选的特征在补空间中进行配准，这样后面的配准服从前面的配准结果，优先满足局部配准公差。在加工定位中为了避免材料短缺，要求满足规定的最小余量，Sun等[8]给出了余量优化配准中余量约束的必要性。文献[9]开发了统一的定位配准算法，实现了加工余量自适应优化。在加工定位问题的建模与求解方面，Chatelain等[10－11]针对极大极小模型的不可微性，用直接搜索的单纯形法求解分优先级的约束配准迭代问题。文献[8]利用乘子罚函数法求解约束最小二乘加工定位模型。该模型也可利用遗传算法[12]和模拟退火算法[13]求解。Sun等[14]用序列二次规划法求解加工定位和质量评估问题。

单纯形法是一种直接搜索方法，它是利用凸多面体顶点处的函数值比较寻优，没利用导数值，所以下降速度较慢。乘子罚函数法中增广Lagrange函数仅是一次连续可微的，求解迭代优化问题时有可能有数值困难。模拟退火算法和遗传算法等智能算法不能保证收敛，即使收敛通常也是以效率和精度为代价找到全局最优点。序列二次规划法先把最大值函数转化为等价的带约束的可微优化问题，然后每步迭代求解一个二次规划问题。因为需要增加约束来消除目标函数的不可微性，而增加的约束不等式的个数等于测点个数，所以当数据规模较大时，算法复杂性变得相当大[14]，序列二次规划不仅计算量变大，而且需要的内存开支也变大。本文利用极大极小原理建立加工余量优化和质量检测的统一配准模型，该模型在满足配准附加约束的条件下，求测量数据点到自由曲面模型的最大距离最小。为解决最大距离最小优化目标函数的不可微性，利用最大熵法得到连续逼近函数，从而实现复杂曲面的有效配准。

1　配准问题

曲面配准问题实际上是求解测量数据相对于自由曲面模型的一组自由位姿，该位姿位形空间可以

收稿日期：2013－08－28　修回日期：2013－09－23

*国家自然科学基金资助项目(50875126)和民机专项科研项目(MJ－G－2011－24)

作者简介：谭高山，博士生，安徽工业大学讲师，主要从事数字化设计与制造研究，E-mail：tangaoshan2006@ahut.edu.cn

通讯作者：张丽艳，教授，博士生导师，主要从事数字化设计与制造、柔性三维测量、CAD/CAM研究，E-mail：zhangly@nuaa.edu.cn

记为

$$\boldsymbol{SE}(3)=\boldsymbol{R}^3\times\boldsymbol{SO}(3)$$

它是一个三维李氏群，记

$$\boldsymbol{SE}(3)=\left\{\begin{bmatrix}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{P}\\ 0 & 1\end{bmatrix},\boldsymbol{P}\in\boldsymbol{R}^3,\boldsymbol{R}\in\boldsymbol{SO}(3)\right\}$$

其中 $\boldsymbol{R}^3$ 是三维欧氏空间，$\boldsymbol{SO}(3)$ 是三维旋转群。本文采用欧拉角表示旋转矩阵，从而保证旋转矩阵的正交性。设 C_M 是曲面模型的设计坐标系，C_W 是测量坐标系，$\boldsymbol{P}\in\boldsymbol{R}^3$，$\boldsymbol{R}\in\boldsymbol{SO}(3)$ 分别是 C_W 相对于 C_M 的平移位置和旋转方位。$\boldsymbol{g}\in\boldsymbol{SE}(3)$ 表示 C_W 相对于 C_M 的欧氏变换，$\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{R}^3$ 表示 C_W 中的点，$\boldsymbol{gy}=\boldsymbol{Ry}+\boldsymbol{P}$ 是 $\boldsymbol{y}$ 在 C_M 中的表示。

加工定位的目的是找到欧氏变换参数，对齐毛坯测量点云和曲面 CAD 数模，使得整个数模包到毛坯中，并且加工余量要尽可能均匀或者满足工艺要求。质量评估和误差分析要求各处的误差在给定的区域公差范围内。因此本文配准目的就是要找到测量数据关于自由曲面模型的一个相对位姿，在加工或检测约束条件下，使两曲面对应距离满足极大极小原则。

设 $\boldsymbol{Y}=\{\boldsymbol{y}_i\in\boldsymbol{R}^3,i=1,2,\cdots,n\}$ 是曲面测量数据点集，$\boldsymbol{S}=\{\boldsymbol{x}_i\in\boldsymbol{R}^3,i=1,2,\cdots,n\}$ 是自由曲面上对应的最近点集，其中 n 表示测量点的个数。令 $\boldsymbol{X}$ 表示旋转和平移变量，定义

$$\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})=\|\boldsymbol{R}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{y}_i+\boldsymbol{T}(\boldsymbol{X})-\boldsymbol{x}_i\| \tag{1}$$

$$\boldsymbol{d}_i^0(\boldsymbol{X})=\langle\boldsymbol{R}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{y}_i+\boldsymbol{T}(\boldsymbol{X})-\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{n}_i\rangle \tag{2}$$

分别表示对应点间的绝对距离和投影距离。投影距离中 $\boldsymbol{n}_i$ 表示测量点 $\boldsymbol{y}_i$ 的对应点 $\boldsymbol{x}_i$ 处的曲面法矢，$\boldsymbol{d}_i^0(\boldsymbol{X})$ 是距离矢量在法矢方向上的投影。投影符号为正时，测点位于曲面外；投影符号为负时，测点位于曲面内部；投影为零则对应距离为零。投影大小表示对应点到曲面距离。

曲面轮廓度的质量检测通常是以实际曲面与目标曲面之间的最大偏差加以评价，因此配准结果应尽可能使曲面之间的绝对距离最小，并且满足容差范围，因此建立模型

$$\begin{cases}\min\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\max\limits_{X\in\boldsymbol{R}^6}\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})\\ \text{s.t.}\quad -\mu\leqslant\boldsymbol{d}_i^0(\boldsymbol{X})\leqslant\varepsilon\quad(i=1,\cdots,n)\end{cases} \tag{3}$$

投影距离函数上、下偏差 $-\mu$ 和 $\varepsilon(\mu\geqslant0,\varepsilon\geqslant0)$ 表示容差范围。

加工定位则要求余量满足加工要求，故建立模型

$$\begin{cases}\min\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\max\limits_{X\in\boldsymbol{R}^6}\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})\\ \text{s.t.}\quad \boldsymbol{d}_i^0(\boldsymbol{X})\geqslant\delta\quad(i=1,\cdots,n)\end{cases} \tag{4}$$

其中 δ 为规定最小余量要求。

最佳配准状态下投影距离与绝对距离一致或者只有符号差别。因为目标函数是最大绝对距离函数，所以模型(3)的投影距离函数的上界可以不进行约束。因此可以建立加工定位和质量检测配准统一数学模型

$$\begin{cases}\min\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\max\limits_{X\in\boldsymbol{R}^6}\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})\\ \text{s.t.}\quad \boldsymbol{d}_i^0(\boldsymbol{X})\geqslant\sigma\quad(i=1,\cdots,n)\end{cases} \tag{5}$$

其中 σ 可以根据容差下界或者余量要求给出。模型(5)不仅简化了约束条件，统一了质量检测配准和加工余量配准问题模型，而且相比于目前配准问题中普遍采用的最小二乘模型(即以测量点到目标曲面的距离平方和最小为目标函数)，模型(5)对曲面的轮廓度检测可以得到最大轮廓偏差的最小值，从而避免因配准不到位导致轮廓度偏差评价结果高于实际偏差的问题；而对于加工余量配准问题而言，模型(5)通过投影距离函数约束最小余量，保证余量最小处不出现问题，从而整体满足加工余量配准要求。

2　最大熵法

上述配准模型(5)中的目标函数是最大值函数，因为它不可微，所以对目标函数求最小时，基于目标函数梯度的优化方法均无法直接使用。而利用函数值求解的直接法或者智能化方法求解效率又不理想，特别是数据规模较大时，这些方法不适于求解不可微优化模型。

本文利用最大熵原理把不可微的最大值函数转化为可微的最大熵函数，最大熵函数含有参数 p，理论上，p 趋于无穷大时，最大熵函数可精确地逼近最大值函数。

最大熵原理是寻找满足约束条件的“最佳”、“最合理”分布的一个标准，在数学上可表示为优化问题[15]

$$\begin{cases}\max\ S=-k\sum\limits_{i=1}^{n}p_i\ln p_i\\ \text{s.t.}\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{n}p_ig_j(x_i)=E[g_j(x_i)]\quad(j=1,\cdots,m)\\ \sum\limits_{i=1}^{n}p_i=1\\ p_i\geqslant0\quad(i=1,\cdots,n)\end{cases}\end{cases} \tag{6}$$

其中函数 S 称为熵函数，$p_i(i=1,2,\cdots,n)$ 为待求的概率分布，$g_j(j=1,2,\cdots,m)$ 为各阶统计矩函数，$E(g_j)$ 表示实际观测到的各阶矩的期望值。

把配准时两曲面间的最大距离看作一个不确定

性的概率问题，可通过最大熵原理构造最大熵函数来代替最大值函数，从而将不可微的优化问题(5)转化为可微问题求解。

3 熵函数法求解曲面配准问题

3.1 配准问题的熵函数法

模型(5)中极大极小问题为

$$\min_{X\in \boldsymbol{R}^6}\max_{1\leqslant i\leqslant n}\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X}) \tag{7}$$

首先转化为等价的约束非线性规划问题

$$\begin{cases}\min z\\ \text{s.t.}\ \ \boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})\leqslant z\quad (i=1,2,\cdots,n)\end{cases} \tag{8}$$

其 Lagrange 函数为

$$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{X},z,\lambda)=z+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})-z) \tag{9}$$

由问题(8)的 K－T 条件得

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{n}\lambda_i=1\\ \lambda_i\geqslant 0\quad (i=1,\cdots,n)\end{cases} \tag{10}$$

把条件(10)代回式(9)得到

$$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{X},\lambda)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X}) \tag{11}$$

为了找到一个光滑函数一致地逼近最大值函数 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X})=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})$，必须求解对偶问题

$$\max_{\lambda\in\Lambda}\boldsymbol{L}(\boldsymbol{X},\lambda)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X}) \tag{12}$$

$\boldsymbol{\Lambda}$ 表示单纯形

$$\boldsymbol{\Lambda}=\left\{\lambda_i\in\boldsymbol{R}^n\ \middle|\ \sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1,\lambda_i\geqslant 0(i=1,\cdots,n)\right\} \tag{13}$$

这里 Lagrange 乘子 λ_i 可以看作当前位姿下，$\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})$ 最大的概率。因此，构造熵函数

$$S=-\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\ln\lambda_i \tag{14}$$

易知 S 为非负函数。

为了得到使得这个熵函数最大的概率分布，将该熵函数加到原函数上，得到摄动问题

$$\boldsymbol{L}_p(\boldsymbol{X},\lambda)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})-\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\ln\lambda_i \tag{15}$$

$p>0$ 为控制参数，p 增大时，熵函数在 $\boldsymbol{L}_p(\boldsymbol{X},\lambda)$ 中的作用降低，随着解的逼近，熵函数代表的不确定性也在减小。由于距离函数 $\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})$ 是 $\boldsymbol{R}^6$ 中二次连续可微函数，故可直接求解熵扰动的 Lagrange 函数最大化问题，可得

$$\lambda_i=\frac{e^{p\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})}}{\sum\limits_{j=1}^{n}e^{p\boldsymbol{d}_j(\boldsymbol{X})}} \tag{16}$$

代入摄动函数(15)，可以得到一个逼近最大值函数 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X})$ 的光滑函数

$$\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{X})=\frac{1}{p}\ln\left(\sum_{i=1}^{n}e^{p\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})}\right) \tag{17}$$

称为最大熵函数，当 p 充分大时，最大熵函数精确逼近最大距离函数，故约束配准问题(5)可通过最大熵原理转化为常规的可微优化问题，可微优化问题表示为

$$\begin{cases}\min\limits_{X\in\boldsymbol{R}^6}\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{X})\\ \text{s.t.}\quad \boldsymbol{d}_i^0(\boldsymbol{X})\geqslant\delta\quad (i=1,\cdots,n)\end{cases} \tag{18}$$

以上基于最大熵原理推导的曲面配准方法保持了原模型的约束不变性，同时得到了可微的目标函数。优化问题(18)的目标函数和约束函数都是二次连续可微的，且函数值及梯度值均可由精确的解析公式表示，故采用广义乘子法结合拟牛顿法求解。Broyden－Fletcher－Goldfarb－Shanno(BFGS)算法的整个求解过程具有很好的数值稳定性，很高的计算效率和精度[16]，因此本文采用可以节省数据存储空间的有限存储 L－BFGS[17]算法求解问题(18)。

3.2 数值溢出问题的处理

理论上，只要参数 p 充分大，问题(18)与原问题(5)等价，但是从数值计算方面来说，当 p 充分大时，计算最大熵函数的函数值会溢出，其 Hessian 阵也是病态的，因而根本无法求解最大熵函数优化问题。杨庆之等[18]研究了最大熵函数的溢出问题，本文将这一思想应用于配准中的最大熵函数的函数值和梯度值的计算。记

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X})=\{i\,|\,\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})=\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X})(i=1,\cdots,n)\}\\ \boldsymbol{N}(\boldsymbol{X})=\{i\in\overline{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X})}\,|\,p(\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}))>-\ln M\\ \qquad (i=1,\cdots,n)\}\end{cases} \tag{19}$$

这里 M 为所用计算机的数值溢出临界值，于是最大熵函数可表示为

$$\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{X})=\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X})+\frac{1}{p}\ln\left(m+\sum_{i\in\boldsymbol{N}(\boldsymbol{X})}e^{p(\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X})-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}))}\right) \tag{20}$$

其中 $m=\|E(X)\|$。函数表达式(20)与式(17)相比忽略了小于机器精度的项，对计算结果不产生影响，却有效地避免了溢出问题。根据式(20)，可推导出 $\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{X})$ 的梯度表达式为

$$\nabla\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{X})=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{v}_i(\boldsymbol{X})\nabla\boldsymbol{d}_i(\boldsymbol{X}) \tag{21}$$

其中

$$
\boldsymbol{v}_i(\boldsymbol{X}) = \begin{cases} \dfrac{1}{m + \sum\limits_{k \in \boldsymbol{N}(\boldsymbol{X})} \mathrm{e}^{p(d_k(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}))}} & (i \in \boldsymbol{E}(\boldsymbol{X})) \\ 0 & (\text{其它}) \\ \dfrac{\mathrm{e}^{p(d_i(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}))}}{m + \sum\limits_{k \in \boldsymbol{N}(\boldsymbol{X})} \mathrm{e}^{p(d_k(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}))}} & (i \in \boldsymbol{N}(\boldsymbol{X})) \end{cases} \tag{22}
$$

公式(20)、(21)通过忽略小于机器精度的项，有效地避免了熵函数法中的溢出问题。

3.3　算法步骤

为保证最大熵法的收敛和提高配准效率，先用 ICP 算法对曲面进行初始配准，设 ICP 求得的旋转矩阵为 $\boldsymbol{R}_0$，平移向量为 $\boldsymbol{T}_0$，然后进行最大熵函数精确配准。配准过程如下：

（1）给定变量初始值 $\boldsymbol{X}^{(0)} \in \boldsymbol{R}^6$ 和控制参数 p，令旋转矩阵和平移向量分别为：$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_0$ 和 $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_0$，设置迭代次数 $k = 0$，最大迭代次数为 $k_{\max}$。

（2）对于给定测量数据点 $\boldsymbol{y}_i$，利用 K－D 树法寻找自由曲面上的最近点 $\boldsymbol{x}_i(i = 1, 2, \cdots, n)$。

（3）结合广义乘子法和 L－BFGS 法迭代求解问题(18)，得到 $\boldsymbol{X}_k$，计算变换参数对应的旋转矩阵 $\boldsymbol{R}_k$ 和平移向量 $\boldsymbol{T}_k$。

（4）用 $\boldsymbol{R}_k$ 和 $\boldsymbol{T}_k$ 对测量数据点 $y_i(i = 1, 2, \cdots, n)$ 进行坐标变换，并且更新 $\boldsymbol{R}$ 和 $\boldsymbol{T}$，即

$$
\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_k \boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{T} = \boldsymbol{R}_k \boldsymbol{T} + \boldsymbol{T}_k
$$

（5）如果 $\boldsymbol{X}_k(k = 1, 2, \cdots, n)$ 收敛或者 $k = k_{\max}$，则停止迭代，否则令 $k = k + 1$，转步骤(2)继续。

4　配准实验

通过自由曲面加工余量优化和实际工件的质量检测两个典型的曲面配准问题来验证新方法的有效性。实验是在 CPU 2.10 GHz 和 RAM 2.5 GB 的个人计算机上用 VS2008 编程实现的。

4.1　仿真数据的余量优化配准实验

图 1 中点云表示的减速箱毛坯由 CATIA 软件模拟生成，曲面表示的是设计数模。取 9 880 个点模拟毛坯测量数据，在加工余量不小于 0.7 mm 的约束下进行毛坯与设计数模的配准。

旋转和平移的收敛条件分别取 0.001 rad 和 0.01 mm，用 ICP 算法进行无约束初配准，结果如图 1b所示。此时最小余量仅为 0.02 mm，有 325 个点不满足最小余量 0.7 mm 的约束条件，不满足余量的点如图 1c 所示。在余量要求 0.7 mm 约束下，进行最大熵函数法配准，所有点均满足了最小余量要求，结果如图 1d 所示。

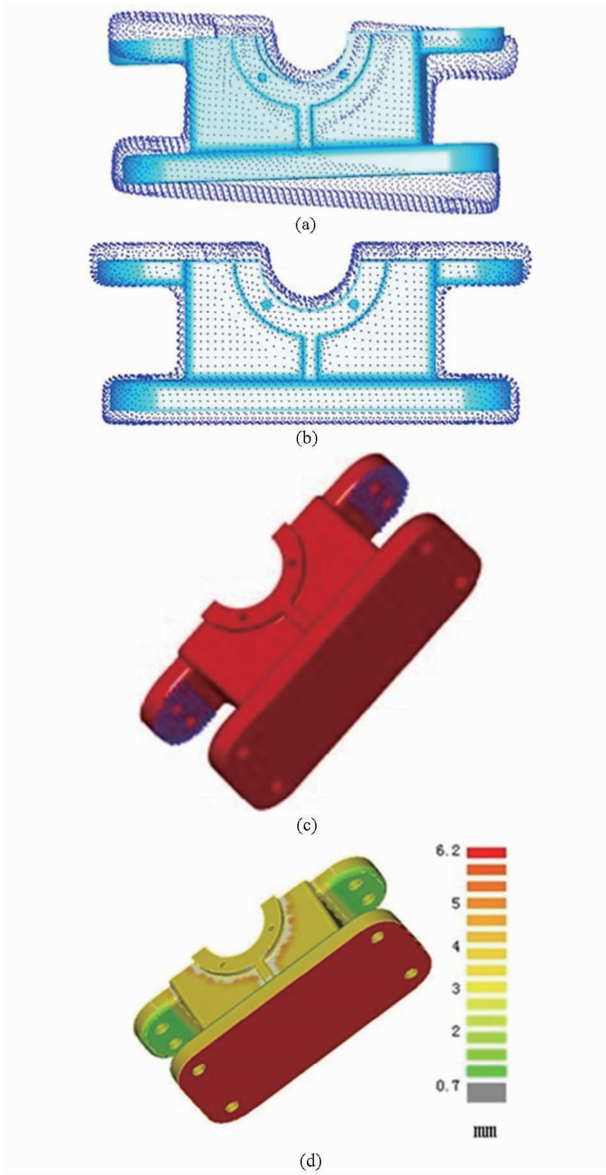

图 1　减速箱余量优化配准

Fig. 1　Registration of blank allowance for gearbox

（a）初始状态　（b）ICP 预配准结果

（c）ICP 配准后不满足 0.7 mm 余量的点　（d）最大熵法配准

为了说明本文算法优势，取余量不小于 0.7 mm 为约束进行 3 种方法的比较，表 1 给出了约束最小二乘模型的广义乘子法、约束极大极小模型的序列二次规划法和本文最大熵法的求解结果。3 种方法均满足最小余量 0.7 mm，约束最小二乘模型的广义乘子法用时最长，本文方法效率最高。与序列二次规划方法相比，本文方法均方差更小，效率略高。当采样数据点达到 118 544 时，序列二次规划算法因内存不足而配准失败，本文方法历时 8.6 min 得到较好配准结果，而约束最小二乘的广义乘子法耗时接近 2 h。

本文给出的配准方法是利用熵函数作为扰动项进行优化的，其中控制参数 p 的选取对配准优化的求解起到了一定的调节作用。由表 2 可见，在最小余量满足 0.7 mm 的条件下，控制参数取10^8 以后，

均方差、最大余量和计算时间收敛到定值,计算精度达到了 10^{-6}。

表 1 算法性能比较(仿真数据)

Tab. 1 Algorithm performance comparison

模型方法	广义乘子法	二次规划法	熵函数法
最大值/mm	6.707 229	6.390 444	6.488 507
均方差/mm	3.964 823	3.983 777	3.976 220
时间/s	253	28	20
迭代次数	3	6	2

表 2 控制参数 p 对配准结果的影响

Tab. 2 Affection of parameter on registration

参数 p	10^3	10^4	10^6	10^8	10^{10}	10^{15}
最大值/mm	6.411	6.424	6.449	6.489	6.489	6.489
均方差/mm	3.987	3.984	3.980	3.976	3.976	3.976
时间/s	53	31	37	20	20	20

4.2 实际工件的误差检测配准实验

图 2 是履带工件的误差检测的配准结果,蓝色表示设计曲面,白色表示顶点数为 41 115 的测量三角网格数据,测量数据与设计曲面数模直接 ICP 配准,获得如图2a所示结果;采用本文方法结果如

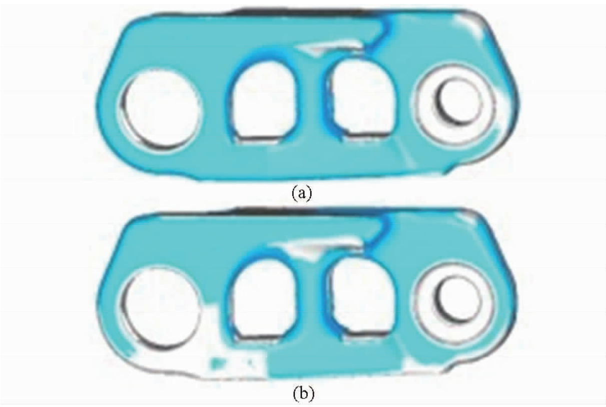

图 2 某工件质量检测配准

Fig. 2 Registration of quality evaluation for a workpiece

(a) ICP 配准 (b) 最大熵法配准

图 2b,其中左下角的误差由图 2a 中的负值变为正值,总体最大误差由 4.07 mm 减小为 3.9 mm,同时最小误差保持不变,因此误差分布更加均衡,是一个更加合理的误差评定结果。

表 3 显示了 3 种配准方法的结果,其中本文方法效率最高,总体均方差最小,误差分布范围最小。本文算法用时不到约束最小二乘法的 10%,约是序列二次规划法的 50%。约束最小二乘法的平均误差比本文结果小 0.012 mm。

表 3 算法性能比较(实际工件)

Tab. 3 Algorithm performance comparison

模型方法	广义乘子法	二次规划法	熵函数法
误差分布/mm	[-4.04,4.0]	[-4.0,4.0]	[-4.0,3.9]
平均误差/mm	0.852	0.878	0.864
均方差/mm	0.922	0.921	0.915
时间/s	129	22	11

该实例中熵函数法配准的控制参数 p 取 10^{10},p 大于 10^8 时,变换参数收敛到相同的优化结果。

5 结束语

首先建立了复杂曲面加工定位和质量检测的约束极大极小统一模型。然后分析该问题的最大熵法求解原理及方法,并且给出了防止溢出的目标函数值、梯度值的解析表达式。将带约束极大极小模型转化为可微问题,用拟牛顿法进行优化求解。实验分析了控制参数对配准结果的影响,理论上参数趋于无穷大时得到问题的精确解,事实上控制参数达到 10^8 时,配准结果趋于稳定。良好的实验结果表明本文方法能够合理表达复杂曲面余量分析和质量评估中的配准问题,并能高效地求解,特别是对日益迫切的大规模点云数据的配准问题具有一定意义。本文算法和其它精确方法一样,对初始位置有一定要求。

参 考 文 献

1 Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3-D shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256.

2 马骊溟, 徐毅, 李泽湘. 基于旋量理论的复杂曲面定位算法[J]. 农业机械学报, 2007, 38(11): 129-132.
Ma Liming, Xu Yi, Li Zexiang. Freeform surface localization algorithm based on screw theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(11): 129-132. (in Chinese)

3 Yau H T, Menq C K. A unified least-squares approach to the evaluation of geometric errors using discrete measurement data[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1996, 36(11): 1269-1290.

4 Li Y D, Gu P H. Inspection of free-form shaped parts[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2005, 21(4-5): 421-430.

5 Li Z X, Gou J B, Chu Y X. Geometric algorithms for workpiece localization[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1998, 14(6): 864-878.

6 徐金亭,孙玉文,刘伟军. 复杂曲面加工检测中的精确定位方法[J]. 机械工程学报,2007, 43(6): 175-179.
Xu Jingting, Sun Yuwen, Liu Weijun. Optimal localization of free-form parts in precision inspection[J]. Chinese Journal of

Mechanical Engineering, 2007, 43(6)：175 – 179. (in Chinese)
7 陈善勇，李圣怡，戴一帆. 考虑特征差异的多特征工件依次定位[J]. 机械工程学报，2003，39(7)：13 – 17.
Chen Shanyong, Li Shengyi, Dai Yifan. Multi-feature workpiece in order localization considering the differences between features [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(7)：13 – 17. (in Chinese)
8 Sun Y W, Xu J T, Guo D M, et al. A unified localization approach for machining allowance optimization of complex curved surfaces [J]. Precision Engineering, 2009, 33(4): 516 – 523.
9 张莹. 叶片类零件自适应数控加工关键技术研究[D]. 西安：西北工业大学，2011.
10 Chatelain J F, Fortin C. A balancing technique for optimal blank part machining[J]. Precision Engineering, 2001, 25(1): 13 – 23.
11 Chatelain J F. A level-based optimization algorithm for complex part localization[J]. Precision Engineering, 2005, 29(2)：197 – 207.
12 Yan S J, Zhou Y F, Peng F Y, et al. Research on the localization of the workpieces with large sculptured surfaces in NC machining[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2004, 23(5 – 6)：429 – 435.
13 马骊溟，姜虹，王小椿. 基于图形制导复杂曲面最佳适配的梯度-模拟退火算法[J]. 西北工业大学学报，2004，22(3)：338 – 341.
Ma Liming, Jiang Hong, Wang Xiaochun. A gradient-simuluted annealing algorithms of graph-guided best fitting of complex surfaces[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2004, 22(3): 338 – 341. (in Chinese)
14 Sun Y W, Wang X M, Guo D M, et al. Machining localization and quality evaluation of parts with sculptured surfaces using SQP method [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2009, 42(11 – 12)：1131 – 1139.
15 李建东，王永茂，胡林敏. 最大熵原理及其应用[J]. 硅谷，2009(4)：42 – 43.
16 谢政，李建平，汤泽滢. 非线性最优化[M]. 长沙：国防科技大学出版社，2006.
17 Jorge N. Updating quasi-newton matrices with limited storage [J]. Mathematics of Computation, 1980, 35(151): 773 – 782.
18 杨庆之，于红. 熵函数法与几种优化方法的比较[J]. 数值计算与计算机应用，2002，23(3)：209 – 215.
Yang Qingzhi, Yu Hong. The comparison between entropy function method and several other optimization methods[J]. Journal on Numerical Methods and Computer Applications, 2002, 23(3)：209 – 215. (in Chinese)

Pose Registration Technology of Complex Surfaces Based on the Maximum-entropy Principle

Tan Gaoshan[1,2] Zhang Liyan[1]

(1. *College of Mechanical Engineering*, *Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, *Nanjing* 210016, *China*
2. *School of Mathematics and Physics*, *Anhui University of Technology*, *Ma'anshan* 243002, *China*)

Abstract: The pose registration between 3D measured data and freeform surface design model is the key to complex surface machining and inspection. In order to realize fast and accurate surface registration, a method based on the maximum-entropy principle was proposed. A unified mathematics model was developed based on the analyses of machining localization and the registration problem of quality evaluation of parts. The efficient numerical algorithm for the unified model was researched. Based on the maximum entropy principle, the registration problem established on the min-max criterion was converted to a perturbed problem with the entropy function as the perturbation. As a result, the non-differentiable object function is perfectly substituted with the maximum entropy function. This provides a possibility to improve the efficiency of solving registration problems. Experimental results about the allowance distribution and the error inspection show the validity and practicability of the method.

Key words: Surface registration Maximum-entropy principle Min-max theory