

生物介质传质系数 $Bi-G$ 模型可靠性实验测定*

刘显茜¹ 侯宏英² 陈君若¹ 刘美红¹ 李自良¹

(1. 昆明理工大学机电工程学院, 昆明 650500; 2. 昆明理工大学材料科学与工程学院, 昆明 650093)

摘要: 为验证分析 Biot 数-迟滞因子 ($Bi-G$) 关系式估算生物介质热风干燥的对流传质系数与水分扩散系数可靠性, 首先采用指数函数对胡萝卜切片干燥实验数据进行拟合, 利用 $Bi-G$ 关系式估算其对流传质系数与水分扩散系数; 然后采用该估算值, 通过生物介质内部水分扩散遵循 Fick 第二扩散定律、生物介质-热空气间遵循对流传质的干燥模型, 对热风对流干燥胡萝卜切片水分变化进行了数值模拟计算, 并对数值模拟计算值与干燥实验数据进行了比较。结果表明: 指数函数对干燥实验数据拟合曲线与干燥实验数据吻合不是 $Bi-G$ 关系式精确估算对流传质系数与水分扩散系数的充分条件, $Bi-G$ 关系式不能用来精确估算对流传质系数与水分扩散系数。

关键词: 生物介质 对流传质系数 水分扩散系数 $Bi-G$ 关系式 可靠性

中图分类号: TQ021.4; TQ028.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2014)06-0249-05

引言

生物介质传热、传质系数在干燥器等传热、传质过程新设备开发设计、已有设备性能改进、操作工艺参数优化以及加工产品质量提高中起着关键作用。实践中, 对流传质系数与水分扩散系数分别由无因次经验公式^[1-5]与 Fick 第二扩散定律理论解 Crank 公式估算^[6-8]。最近, Dincer 等提出 $Bi-G$ 关系式, 并利用该关系式对物料-热风对流传质系数与物料内部水分扩散系数进行估算^[9]。 $Bi-G$ 关系式还被其他学者应用于估算热风对流干燥糖粉等物料的对流传质系数与水分扩散系数^[10]。在这些估算模型中, 传热传质系数都是通过经验公式拟合实验数据得到的。尽管经验公式拟合曲线与实验数据非常吻合, 但是对流传质系数与水分扩散系数估算值精确性的进一步验证, 以及其在以 Fick 第二扩散定律为理论基础的对流干燥数值模拟中的应用还相当缺乏^[11]。

为验证 $Bi-G$ 关系式估算对流传质系数与水分扩散系数可靠性, 本文对胡萝卜切片在不同干燥条件下的对流传质系数与水分扩散系数进行估算, 并以物料内部水分扩散 Fick 第二扩散定律、物料-热空气间对流传质的干燥模型对估算结果进行验证。

1 传质系数估算过程

根据 Biot-迟滞因子 ($Bi-G$) 关系式^[9]估算对

流传质系数与水分扩散系数, 首先对干燥实验数据进行归一化处理, 计算干燥物料水分质量比

$$M_R = \frac{\overline{M} - M_e}{M_i - M_e} \tag{1}$$

式中 M_R ——物料水分质量比
 $\overline{M}$ ——物料干基平均含水率
 M_e ——物料干基平衡含水率
 M_i ——物料干基初始含水率

采用最小二乘法, 通过指数函数拟合物料水分质量比, 计算物料干燥系数 S 与迟滞因子 G

$$M_R = G \exp(-St) \tag{2}$$

式中 t ——干燥时间

特征根

$$\mu_1 = -419.24G^4 + 2013.8G^3 - 3615.8G^2 + 2880.3G - 858.8 \tag{3}$$

生物介质水分扩散系数

$$D = \frac{SY^2}{\mu_1^2} \tag{4}$$

式中 Y ——生物介质厚度

Biot 数

$$Bi = 0.0576G^{26.7} \tag{5}$$

式中 Bi ——Biot 数

对流传质系数

$$k = \frac{DBi}{Y} \tag{6}$$

收稿日期: 2013-08-19 修回日期: 2013-09-17

* 云南省自然科学基金资助项目(2011FZ064)和云南省教育厅科学研究重大专项资助项目(ED2010002)

作者简介: 刘显茜, 副教授, 博士, 主要从事多孔材料传热传质耦合机理及数值计算模拟研究, E-mail: xxiliu@tom.com

2 验证模型

根据干燥实验数据计算生物介质对流传质系数与水分扩散系数,是为了在干燥器开发设计、性能改进,操作工艺参数优化、加工产品质量提高以及干燥过程模拟计算中应用。为验证 $Bi - G$ 关系式计算对流传质系数与水分扩散系数的可靠性,本文采用 Fick 第二扩散定律计算模拟生物介质在干燥条件下的水分变化,并与干燥实验结果进行比较。

生物介质内部水分扩散控制方程

$$\frac{\partial M}{\partial t} = D \frac{\partial^2 M}{\partial x^2}$$

式中 M ——生物介质局部含水率
 x ——生物介质某点到底部的距离
干燥初始条件

$$\begin{cases} M(x, t) = M_0 \\ t = 0 \\ 0 \leq x \leq Y \end{cases}$$

表 1 胡萝卜切片在 $Y = 4 \text{ mm}$, $v = 0.2 \text{ m/s}$, $\phi = 40\%$ 时不同干燥温度条件下估算得到的水分扩散系数、对流传质系数、迟滞因子和干燥系数

Tab.1 Water diffusivity, convective mass transfer coefficient, lag factor and drying coefficient of carrot under different temperature with $Y = 4 \text{ mm}$, $v = 0.2 \text{ mm/s}$, $\phi = 40\%$						
$T/^\circ\text{C}$	$D/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$k/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	G	S/s^{-1}	R^2	RMSE
35	$8.703\,0 \times 10^{-10}$	9.782×10^{-8}	1.080	3.072×10^{-5}	0.983	0.046
45	$1.404\,6 \times 10^{-9}$	$1.086\,8 \times 10^{-7}$	1.065	4.054×10^{-5}	0.982	0.047
55	$2.069\,8 \times 10^{-9}$	$1.309\,5 \times 10^{-7}$	1.057	5.217×10^{-5}	0.975	0.059

表 2 胡萝卜切片在 $Y = 4 \text{ mm}$, $v = 0.2 \text{ m/s}$, $T = 35^\circ\text{C}$ 时不同空气相对湿度条件下估算得到的水分扩散系数、对流传质系数、迟滞因子与干燥系数

Tab.2 Water diffusivity, convective mass transfer coefficient, lag factor and drying coefficient of carrot under different air relative humidity with $Y = 4 \text{ mm}$, $v = 0.2 \text{ mm/s}$, $T = 35^\circ\text{C}$						
$\phi/\%$	$D/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$k/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	G	S/s^{-1}	R^2	RMSE
70	$5.216\,4 \times 10^{-10}$	$1.189\,6 \times 10^{-7}$	1.113	2.477×10^{-5}	0.981	0.049
55	$7.033\,5 \times 10^{-10}$	$1.011\,6 \times 10^{-7}$	1.093	2.83×10^{-5}	0.983	0.045
40	$9.318\,5 \times 10^{-10}$	8.583×10^{-8}	1.075	1.075×10^{-5}	0.984	0.042

表 3 胡萝卜切片在 $\phi = 40\%$, $v = 0.2 \text{ m/s}$, $T = 35^\circ\text{C}$ 时不同厚度条件下估算得到的水分扩散系数、对流传质系数、迟滞因子与干燥系数

Tab.3 Water diffusivity, convective mass transfer coefficient, lag factor and drying coefficient of carrot under different thickness with $\phi = 40\%$, $v = 0.2 \text{ mm/s}$, $T = 35^\circ\text{C}$						
Y/mm	$D/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$k/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	G	S/s^{-1}	R^2	RMSE
9	$2.846\,7 \times 10^{-9}$	$2.436\,5 \times 10^{-7}$	1.102	2.466×10^{-5}	0.985	0.042
7	$2.124\,4 \times 10^{-9}$	$1.673\,3 \times 10^{-7}$	1.087	2.729×10^{-5}	0.987	0.039
4	8.658×10^{-10}	9.731×10^{-8}	1.08	3.056×10^{-5}	0.983	0.045

表 1 为厚度 4 mm 胡萝卜切片在风速 0.2 m/s、空气相对湿度 40% 时不同温度下的水分扩散系数和对流传质系数估算值。从表 1 估算结果不难看出

式中 M_0 ——生物介质初始含水率
干燥边界条件

$$\begin{cases} \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \\ t > 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D \frac{\partial M}{\partial x} = k(M_s - M_e) \\ t > 0 \\ x = Y \end{cases}$$

式中 M_s ——生物介质表面局部含水率

3 计算结果分析

3.1 传质系数估算

利用 Dincer 等^[9]提出的 $Bi - G$ 关系式对不同温度、不同空气相对湿度与不同厚度条件下,胡萝卜切片^[12]的对流传质系数、水分扩散系数、迟滞因子、干燥系数以及决定系数(R^2)与均方差(RMSE)进行了计算。计算结果如表 1~3 所示。

出,胡萝卜切片水分扩散系数和对流传质系数皆随温度升高而增大,这与文献中其他估算模型的估算结果变化趋势一致^[13-14]。表 2 为厚度 4 mm 胡萝卜

切片在风速 0.2 m/s、温度 35℃ 时不同空气相对湿度条件下水分扩散系数和对流传质系数的估算值。表 2 结果显示,胡萝卜水分扩散系数和对流传质系数随着空气相对湿度的增大而减小,这与物料干燥随空气相对湿度增大,干燥速率减小的实践也是一致的。表 3 为不同厚度胡萝卜切片在空气相对湿度 40%、风速 0.2 m/s、温度 35℃ 条件下估算得到的水分扩散系数和对流传质系数。尽管还不能合理解释水分扩散系数与对流传质系数随胡萝卜切片厚度变化趋势,但是估算值与文献中 $Bi-G$ 关系式对其他物料^[9]的估算值变化趋势一致,并且估算值都在食品水分扩散系数变化区间。

图 1~3 分别是根据指数函数(式(2))对不同干燥条件下胡萝卜切片实验数据拟合曲线与实验值比较。从图中不难看出,除了式(2)固有原因引起的胡萝卜切片水分质量比初始拟合值与实验值相差较大外,在所有实验条件下,拟合值与实验值吻合得都很好,这与表 1~3 中 R^2 与 RMSE 的计算值是相符的。所有的 R^2 值都大于 0.97, RMSE 都小于 0.059。文献[9-10]认为拟合值与实验值吻合度高是 $Bi-G$ 关系式可以用来估算热风对流干燥生物介质的对流传质系数与水分扩散系数的依据。 R^2 值趋于 1, RMSE 值趋于零,拟合值与实验值吻合度高^[15-16]。

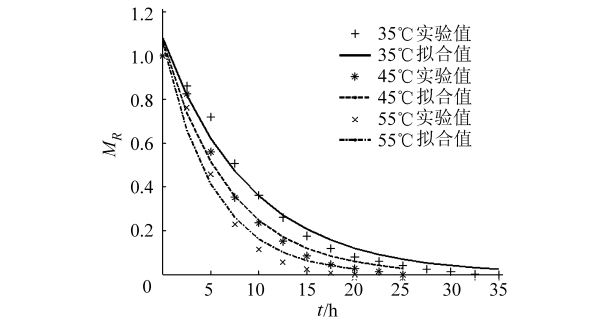


图 1 胡萝卜切片在 $Y=4\text{ mm}$, $v=0.2\text{ m/s}$, $\phi=40\%$ 时不同温度下水分质量比实验值与拟合值比较

Fig. 1 Comparison between measured and fitted moisture content ratio of carrot slices for different temperatures at $Y=4\text{ mm}$, $v=0.2\text{ m/s}$, $\phi=40\%$

3.2 估算系数验证分析

图 4~6 是利用 $Bi-G$ 关系式估算得到的对流传质系数和水分扩散系数应用于生物介质干燥模型(式(7)~(10)),通过数值计算得到的胡萝卜切片水分质量比预测值与实验值的比较。从图中可以看出,计算预测值与实验值偏差较大,预测值均高于实验值,这说明对流传质系数和水分扩散系数估算值精度较低。

从图 5 胡萝卜切片水分质量比在不同空气相对

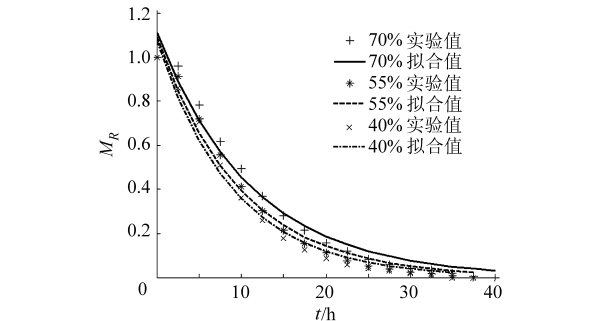


图 2 胡萝卜切片在 $Y=4\text{ mm}$, $v=0.2\text{ m/s}$, $T=35^\circ\text{C}$ 时不同空气相对湿度下水分质量比实验值与拟合值比较

Fig. 2 Comparison between measured and fitted moisture content ratio of carrot slices for different relative humidity of air at $Y=4\text{ mm}$, $v=0.2\text{ m/s}$, $T=35^\circ\text{C}$

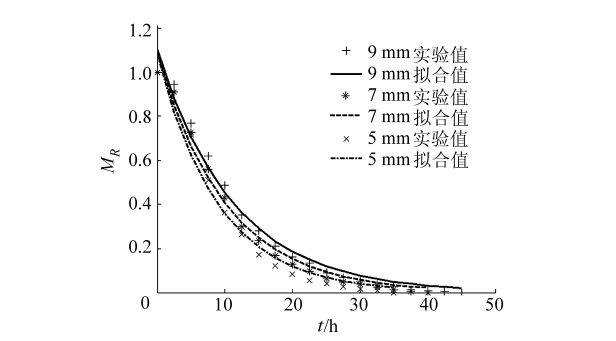


图 3 胡萝卜切片在 $\phi=40\%$, $v=0.2\text{ m/s}$, $T=35^\circ\text{C}$ 对不同厚度下水分质量比实验值与拟合值比较

Fig. 3 Comparison between measured and fitted moisture content ratio of carrot slices for different thickness with air at $\phi=40\%$, $v=0.2\text{ m/s}$, $T=35^\circ\text{C}$

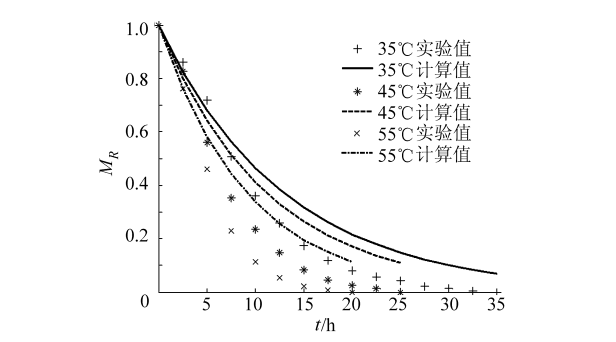


图 4 胡萝卜切片在 $Y=4\text{ mm}$, $v=0.2\text{ m/s}$, $\phi=40\%$ 时不同温度下实验与计算水分质量比比较

Fig. 4 Comparison between measured and calculated moisture content ratio of carrot slices for different temperatures at $Y=4\text{ mm}$, $v=0.2\text{ m/s}$, $\phi=40\%$

湿度下,热风对流干燥实验与计算值的比较不难发现,利用 $Bi-G$ 关系式估算得到的对流传质系数和水分扩散系数值计算胡萝卜切片水分质量比不但偏离实验值,而且在计算中表现出的热空气相对湿度对胡萝卜切片干燥影响与干燥实验结果不符。比较图 6 不同厚度胡萝卜切片实验与计算水分质量比亦可发现,利用 $Bi-G$ 关系式估算得到水分扩散系数和对流传质系数值计算胡萝卜切片水分质量比与实

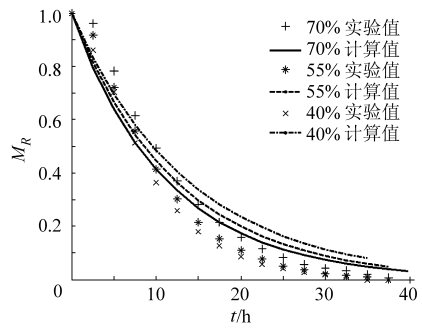


图 5 胡萝卜切片在 $Y = 4\text{ mm}$, $v = 0.2\text{ m/s}$, $T = 35\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时不同空气相对度下实验与计算水分质量比比较

Fig. 5 Comparison between measured and calculated moisture content ratio of carrot slices for different relative humidity of air at $Y = 4\text{ mm}$, $v = 0.2\text{ m/s}$, $T = 35\text{ }^{\circ}\text{C}$

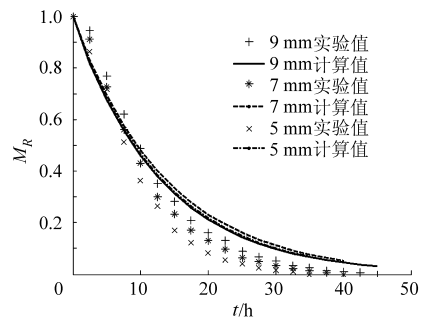


图 6 胡萝卜切片在 $\phi = 40\%$, $v = 0.2\text{ m/s}$, $T = 35\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时不同厚度下实验与计算水分质量比比较

Fig. 6 Comparison between measured and calculated moisture content ratio of carrot slices for different thickness with air at $\phi = 40\%$, $v = 0.2\text{ m/s}$, $T = 35\text{ }^{\circ}\text{C}$

验值偏离较大,计算值随试样厚度变化趋势与实验值变化趋势亦不同。这进一步表明 $Bi - G$ 关系式不能估算胡萝卜热风干燥对流传质系数和水分扩散系数。

利用 $Bi - G$ 关系式估算得到水分扩散系数和对流传质系数计算胡萝卜切片水分质量比与实测值偏离,并且计算水分质量比变化趋势与实际不符。其缘由是:Dincer 等^[17]在指数函数(式(2))的理论推导中,根据 $Bi \leq 0.1$, $0.1 < Bi \leq 100$, $Bi > 100$ 把物料

热风对流干燥划分为 3 种不同情况:忽略物料内部水分扩散阻力,物料内、外部水分扩散阻力同时起作用 and 忽略外部水分扩散阻力。并根据常见的两种物料干燥情况 ($0.1 < Bi \leq 100$ 物料内、外部水分扩散阻力同时作用和 $Bi > 100$ 忽略外部水分扩散阻力),以 Fick 第二扩散定律理论解(无穷级数)进行推导,并在 $\mu_1^2 Fo > 1.2$ (式中, μ_1 为特征根, Fo 为 Fourier 数)时,忽略无穷级数理论解第 2 项及其以后各项,以其第 1 项代替无穷级数理论解得到指数函数(式(2))。然而,忽略无穷级数理论解第 2 项及其以后各项得到的指数函数(式(2))已不再遵循 Fick 第二扩散定律无穷级数理论解的推导条件: $0.1 < Bi \leq 100$ 和 $Bi > 100$ 。这是因为指数函数(式(2))是 Lewis^[18]在描述薄层物料干燥,亦即 $Bi \leq 0.1$ 忽略物料内部水分扩散阻力时,由干燥模型(式(11))积分得到的。以忽略物料内部水分扩散阻力的干燥模型去估算考虑物料内部水分扩散阻力的水分扩散系数正是 Fick 第二扩散定律利用 $Bi - G$ 关系式估算得到的水分扩散系数与对流传质系数值计算胡萝卜切片水分质量比与实验值出现较大偏差根本原因。因而,源于指数函数的迟滞因子(G)与干燥系数(S)的 $Bi - G$ 关系式,估算得到的水分扩散系数(D)及对流传质系数(k)并不可靠。

$$\frac{d\bar{M}}{dt} = -S(\bar{M} - M_e)$$

(11)

3 结论

- (1) 指数函数可以对生物介质干燥实验数据进行拟合,但是指数函数中迟滞因子和干燥系数不是反映生物介质干燥的特征参数。
- (2) 指数函数拟合曲线与干燥实验数据吻合度高不是 $Bi - G$ 关系式可以估算生物介质干燥对流传质系数与水分扩散系数的充分条件。
- (3) $Bi - G$ 关系式不能用来精确估算生物介质干燥对流传质系数与水分扩散系数。

参 考 文 献

1 Tatemoto Y, Tsunekawa M, Yano S, et al. Drying characteristics of porous material immersed in a bed of hygroscopic porous particles fluidized under reduced pressure [J]. Chemical Engineering Science, 2007, 62(8): 2187 - 2197.

2 Bilel H, Nabil K. Mathematical modeling and simulation of shrunk cylindrical material's drying kinetics—approximation and application to banana [J]. Food and Bioproducts Processing, 2009, 87(2): 96 - 101.

3 Assari M, Tabrizi H, Saffar-Avval M. Numerical simulation of fluid bed drying based on two-fluid model and experimental validation [J]. Applied Thermal Engineering, 2007, 27(2 - 3): 422 - 429.

4 Yip Y, McHugh A. Modeling and simulation of nonsolvent vapor-induced phase separation [J]. Journal of Membrane Science, 2006, 271(1 - 2): 163 - 176.

5 Jin D. Determination of convective heat and mass transfer coefficients for solar drying of fish [J]. Biosystems Engineering, 2006, 94(3): 429 - 435.

6 Derossi A, Pilli T, Severini C, et al. Mass transfer during osmotic dehydration of apples [J]. Journal of Food Engineering, 2008,

- 86(4): 519 – 528.
- 7 Mayor L, Moreira R, Chenlo F, et al. Kinetics of osmotic dehydration of pumpkin with sodium chloride solutions [J]. Journal of Food Engineering, 2006, 74(2): 253 – 262.
- 8 Sfredo M, Finzer J, Limaverde J. Heat and mass transfer in coffee fruits drying [J]. Journal of Food Engineering, 2005, 70(1): 15 – 25.
- 9 Dincer I, Hussain M. Development of a new Biot number and lag factor correlation for drying applications [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2004, 47(4): 653 – 658.
- 10 McMinn W. Prediction of moisture transfer parameters for microwave drying of lactose powder using $Bi-G$ drying correlation [J]. Food Research International, 2004, 37(10): 1041 – 1047.
- 11 Liu X, Chen J, Hou H. Theoretical analysis of water diffusivity estimated by Crank's equation [J]. Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, 2012, 55(5): 24 – 28.
- 12 Kaya A, Aydın O, Demirtaş C. Experimental and theoretical analysis of drying carrots [J]. Desalination, 2009, 237(1 – 3): 285 – 295.
- 13 Kumar A, Tiwari G. Effect of mass on convective mass transfer coefficient during open sun and greenhouse drying of onion [J]. Journal of Food Engineering, 2007, 79(4): 1337 – 1350.
- 14 Pavlík Z, Černý R. Determination of moisture diffusivity as a function of both moisture and temperature [J]. International Journal of Thermophysics, 2012, 33(8 – 9): 1704 – 1714.
- 15 Doyma İ. Thin-layer drying characteristics of sweet potato slices and mathematical modelling [J]. Heat and Mass Transfer, 2011, 47(3): 277 – 285.
- 16 Demiray E, Tulek Y. Thin-layer drying of tomato (*Lycopersicum esculentum* Mill. cv. Rio Grande) slices in a convective hot air dryer [J]. Heat and Mass Transfer, 2012, 48(5): 841 – 847.
- 17 Dincer İ, Dost S. A modelling study for moisture diffusivities and moisture transfer coefficients in drying of solid objects [J]. International Journal of Energy Research, 1996, 20(6): 531 – 539.
- 18 Lewis W. The rate of drying of solid materials [J]. The Journal of Industrial and Engineering Chemistry, 1921, 13(5): 427 – 432.

Reliability of $Bi-G$ Model for Experimental Determination of Mass Transfer Coefficient of Biological Materials

Liu Xianxi¹ Hou Hongying² Chen Junruo¹ Liu Meihong¹ Li Ziliang¹

(1. Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China

2. Faculty of Material Science and Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract: In order to validate and analyze the reliability of Biot number-lag factor ($Bi-G$) correlation to estimate convective mass transfer coefficient and moisture diffusion coefficient of biological material under hot air drying, the drying experiment data of carrot slice is fitted by the exponential function, and the convective mass transfer coefficient and the moisture diffusion coefficient are estimated by $Bi-G$ correlation. Then, the estimated values are used to simulate moisture change of carrot slice in the drying model, in which the internal moisture diffusion follows the Fick's second law of diffusion, and the mass transfer between the biological medium and hot air follows the convective boundary condition. The calculated values are compared to the drying experiment data. The results show that the exponential function fitting drying experimental data well is not the sufficient condition for the $Bi-G$ correlation to accurately estimate the convective mass transfer coefficient and the moisture diffusion coefficient. $Bi-G$ correlation can not be used to accurately estimate the convective mass transfer coefficient and the moisture diffusion coefficient.

Key words: Biological material Convective mass transfer coefficient Moisture diffusion coefficient
 $Bi-G$ correlation Reliability