

5-5型并联机器人位置正解的简单算法*

石志新¹ 叶梅燕² 毛志伟¹ 罗玉峰¹ 杨廷力³

(1. 南昌大学机电工程学院, 南昌 330031;

2. 南昌大学理学院, 南昌 330031;

3. 中国金陵石化公司, 南京 210037)

摘要: 对一类5-5台体型并联机器人机构的结构特征进行了深入分析,提出了其位置正解分析与求解的简单方法。首先利用序单开链的思想对该机构进行拓扑特征分析和结构分解,将其运动学方程维数降至最小,然后利用一维搜索法得到全部实数解,最后将该方法应用于具体实例,结果不仅表明了该方法的有效性,而且首次给出了具有20组实数解的机构实例。

关键词: 空间机构学 5-5型并联机器人 位置正解 一维搜索法

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2014)03-0314-06

引言

并联机器人运动学正解是一个既重要又难以解决的问题,其核心是建立运动学方程并求解,现有方法主要包括解析法^[1-6]和数值法^[7-12]两大类。文福安、梁崇高得到了一般6-6平台型并联机构的位置正解^[2],但这并不意味着并联机器人运动学正解问题得到彻底解决,尚有如下问题值得深入研究:如何降低机器人运动分析难度,提高其运动学方程求解效率,从而满足实时控制要求;更一般情况的台体型并联机构(动静平台上的铰链不在同一平面上)位置正解问题尚未完全解决;各类并联机构实数解数目的上限,并给出相应实例,现有方法仅给出复数解数目的上限,而且超过16组实数解的实例也鲜有文献报道,但在实际应用中更关心实数解。

本文对一类5-5台体型并联机器人机构的结构特征进行深入分析,提出其位置正解分析与求解的一种简单方法,而且给出具有20组实数解的机构实例。

1 基础知识

对于同一机构,学者可能会将其分解为不同的单元,而不同的结构分解会导致所建立的运动学方程复杂程度截然不同。序单开链的机构结构理论认为,任何复杂运动链(KC)均可视为由 f 个主动副和1组有序单开链(SOC)单元组成。该理论在结构分

解过程中考虑了各回路之间的耦合程度,将运动学方程维数降到最低(等于耦合度 κ)^[13-16],从而使得求解过程更明确、简洁。

1.1 机构的结构分解

单开链对机构的约束度 Δ_j 为

$$\Delta_j = m_j - I_j - \xi_j \tag{1}$$

式中 m_j ——第 j 个SOC的运动副自由度之和

I_j ——主动副数目

ξ_j ——独立位移方程数

耦合度 κ 表示基本运动链回路之间的耦合程度,其表达式为

$$\kappa = \frac{1}{2} \min \left(\left[\sum_{j=1}^v |\Delta_j| \right]_t \right) \quad (t=1,2,\cdots) \tag{2}$$

式中 t ——KC分解为 v 个SOC的所有可能方案序号

根据耦合度定义不难发现,所有可能分解方案中,使得全部单开链约束度绝对值之和最小的分解方案即为最佳分解路线。文献[13]已给出机构分解的详细算法,这里不再赘述。

1.2 耦合度的物理意义及相应求解方法

耦合度可以反映机构运动学、动力学问题的复杂程度,其值越大,机构越复杂。

$\kappa=0$ 的多回路机构,其各个基本回路的运动学分析可依次单独求解; $\kappa=1$ 的多回路机构,其运动学方程仅含1个未知数,因此可采用一维遍历搜索法求解; $\kappa \geq 2$ 的多回路机构,其运动学模型为一非线性方程组,可采用预估-校准算法^[8]、超混沌数学

收稿日期: 2013-03-24 修回日期: 2013-04-20

* 国家自然科学基金资助项目(51365036,51265036)

作者简介: 石志新,副教授,博士,主要从事机器人机构学研究, E-mail: shizhixin@ncu.edu.cn

规划法^[10]、网格搜索法^[14]等方法求解。

2 机构描述及结构分析

2.1 机构简图与坐标系

本文所研究的 5-5 台体型并联机器人机构由 6 条 SPS 支链(S 表示球副,P 表示移动副)联接动台体和基座。基座上的 5 个球副 $B_i(i=1,2,\cdots,5)$ 在空间任意分布;动台体上的 5 个球副 $M_i(i=1,2,\cdots,5)$ 不在同一平面上;6 条支链呈 $\wedge \vee |^2$ 型分布。由于本文研究位置正解问题,各支链长度 $L_i(i=1,2,\cdots,6)$ 均为已知,因此图 1 中并未画出各支链上的移动副。

为分析方便,在基座和动台体上分别建立静坐标系 $\{O\}$ 和动坐标系 $\{Q\}$ 。其中: x 轴与 B_1B_2 重合,原点 O 为 M_1 向 B_1B_2 作垂线的垂足, z 轴为 $\triangle B_1B_2B_3$ 的法线, y 轴由右手法则确定; u 轴与 M_2M_3 重合,原点 Q 为 M_1 向 M_2M_3 作垂线的垂足, w 轴与 QM_1 重合, v 轴由右手法则确定。

2.2 结构分解与特性分析

利用序单开链法,图 1 所示的并联机构可分解为如图 2 所示的 3 个有序的单开链单元。由于共线

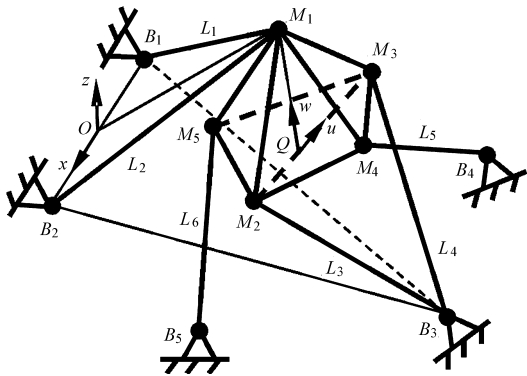


图 1 机构简图及坐标系

Fig. 1 Schematic diagram of mechanism and coordinate systems

的两球副可产生绕其轴线的额外转动,因此图 2 所示的单开链单元可分别描述为: $\{O(R)-M_1(S)-Q(R)-B_3(S)\}$ 、 $\{D(R)-M_4(S)-B_4(S)\}$ 、 $\{M_5(S)-B_5(S)\}$,其中 S 表示球副,R 表示转动副, D 为 $\triangle M_4M_1B_3$ 底边 M_1B_3 上的高所对应的垂足。依耦合度公式,该机构的耦合度 κ 为

$$\kappa = (|\Delta_1| + |\Delta_2| + |\Delta_3|)/2 = (1 + 1 + |0| + |-1|)/2 = 1 \tag{3}$$

式中 $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ ——3 个单开链单元的约束度

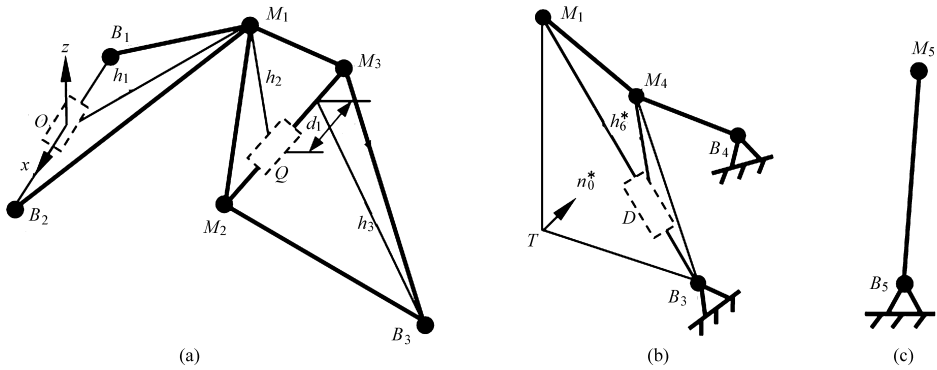


图 2 机构的分解结果

Fig. 2 Results of structural decomposition of mechanism

(a) 第 1 个单开链 (b) 第 2 个单开链 (c) 第 3 个单开链

3 建模与求解方法

3.1 位置正解方程

对上述 3 个单开链单元依次建模,便可得到该机构的位置正解方程,其主要步骤为:

(1) 对于第 1 个单开链(如图 2a 所示),给转动副 $O(R)$ 转过的角度虚拟赋值 θ^* (* 表示关于 θ 的函数,下同),易求得 M_1 在静坐标系上的坐标。又由于 B_3 在静坐标系上的坐标为已知量 $(x_3, y_3, 0)$,故易求得 B_3 指向 M_1 的矢量为

$$\mathbf{B_3M_1^*} = (-x_3, h_1 \cos \theta^* - y_3, h_1 \sin \theta^*) \tag{4}$$

式中 h_1 是 $\triangle B_1B_2M_1$ 边 B_1B_2 上的高,为已知常数。进

而可求出 $\triangle M_1M_2M_3$ 与 $\triangle B_3M_1M_2$ 的二面角 α^* (本文规定的二面角存在方向性,下同),计算公式为

$$h_2^2 + h_3^2 - 2h_2h_3 \cos \alpha^* + d_1^2 = \|\mathbf{B_3M_1^*}\|^2 \tag{5}$$

式中 h_2 和 h_3 分别为 $\triangle M_1M_2M_3$ 与 $\triangle B_3M_2M_3$ 底边 M_2M_3 上的高, d_1 为相应两垂足之间的距离(如图 2a 所示),它们均为已知常数。

(2) 相关结构几何关系的计算。完成步骤(1)后,立体 $(M_1M_2M_3M_4M_5B_3)$ 的结构形状(如图 3 所示)可以确定,具体计算方法如下:

确定 $\triangle M_4M_1B_3$ 与 $\triangle M_5M_1B_3$ 的形状。由于边 M_4M_1 和 M_5M_1 长度已知,并且边 $B_3M_1^*$ 的长度由步骤(1)已确定,因此仅需计算边 $B_3M_4^*$ 和 $B_3M_5^*$ 的长

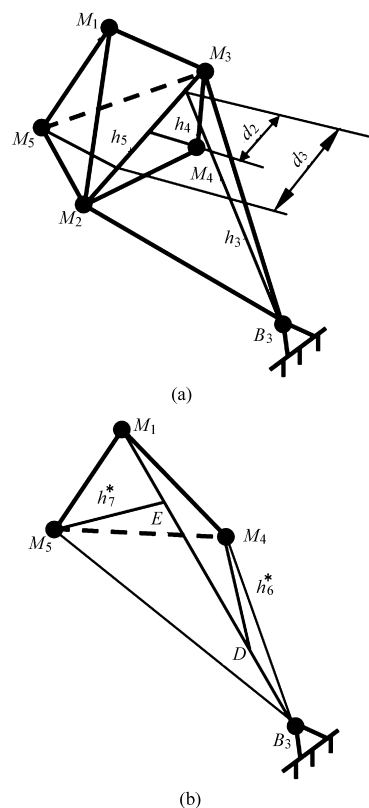


图 3 几何参数计算分析示意图

Fig. 3 Illustration of geometric parameters

(a) 立体的结构形状 (b) 二面角

度,计算公式为

$$\begin{cases} l_{B_3M_4^*} = \sqrt{h_4^2 + h_3^2 - 2h_4h_3\cos(\alpha^* - \gamma_1) + d_2^2} \\ l_{B_3M_5^*} = \sqrt{h_5^2 + h_3^2 - 2h_5h_3\cos(\alpha^* - \gamma_2) + d_3^2} \end{cases} \quad (6)$$

式中 h_4 和 h_5 分别为 $\triangle M_4M_2M_3$ 与 $\triangle M_5M_2M_3$ 底边 M_2M_3 上的高; d_2 和 d_3 分别为相应两垂足之间的距离(如图 3a 所示); γ_1 为 $\triangle M_4M_2M_3$ 与 $\triangle M_1M_2M_3$ 之间的二面角; γ_2 为 $\triangle M_5M_2M_3$ 与 $\triangle M_1M_2M_3$ 之间的二面角; 它们均为已知常数。

计算 $\triangle M_4M_1B_3$ 与 $\triangle M_5M_1B_3$ 之间的二面角 β^* 。如图 3b 所示, 分别作 $\triangle M_4M_1B_3$ 与 $\triangle M_5M_1B_3$ 底边 M_1B_3 上的高, 相应两垂足分别记为 D 和 E 。为便于描述, 记线段 B_3D 和 B_3E 的长度分别为 a_1^* 和 a_2^* 。由于边 M_4M_5 长度已知, 因此二面角 β^* 计算公式为

$$h_6^{*2} + h_7^{*2} - 2h_6^*h_7^*\cos\beta^* + d_4^{*2} = l_{M_4M_5}^2 \quad (7)$$

式中 $d_4^* = a_2^* - a_1^*$, h_6^* 和 h_7^* 分别为 $\triangle M_4M_1B_3$ 与 $\triangle M_5M_1B_3$ 底边 M_1B_3 上的高。

(3) 对于第 2 个单开链(如图 2b 所示), 记 M_1 在 xOy 平面上的投影为 T , $\triangle M_4M_1B_3$ 与 $\triangle TM_1B_3$ 之间的二面角为 φ , $\triangle TM_1B_3$ 法线的单位矢量为 $\mathbf{n}_0^*$, 则可求得矢量 $\mathbf{OM}_4^*$ (即 M_4 在静坐标系上的坐标)

$$\mathbf{OM}_4^* = \mathbf{OB}_3 + h_6^*(\mathbf{m}^*\cos\varphi + \mathbf{n}_0^*\sin\varphi) + a_1^*\mathbf{s}^* \quad (8)$$

其中 $\mathbf{s}^* = \mathbf{B}_3\mathbf{M}_1^* / \|\mathbf{B}_3\mathbf{M}_1^*\|$ $\mathbf{n}_0^* = \mathbf{n}^* / \|\mathbf{n}^*\|$
 $\mathbf{n}^* = (h_1\cos\theta^* - y_3, x_3, 0)$ $\mathbf{m}^* = \mathbf{s}^* \times \mathbf{n}_0^*$

由于矢量 $\mathbf{OB}_4$ (即 B_4 在静坐标系上的坐标)为已知量, 因此约束条件 $|\mathbf{M}_4B_4| = L_5$ 可以表达为

$$c_1^*\cos\varphi + c_2^*\sin\varphi + c_3^* = 0 \quad (9)$$

其中 $c_1^* = 2h_6^*\mathbf{m}^*(\mathbf{OB}_3 - \mathbf{OB}_4)$
 $c_2^* = 2h_6^*\mathbf{n}_0^*(\mathbf{OB}_3 - \mathbf{OB}_4)$
 $c_3^* = (\mathbf{OB}_3 - \mathbf{OB}_4 + a_1^*\mathbf{s}^*)^2 + h_6^{*2} - L_5^2$

(4) 对于第 3 个单开链, 矢量 $\mathbf{OM}_5^*$ (即 M_5 在静坐标系上的坐标)为

$$\mathbf{OM}_5^* = \mathbf{OB}_3 + h_7^*(\mathbf{m}^*\cos\delta + \mathbf{n}_0^*\sin\delta) + a_2^*\mathbf{s}^* \quad (10)$$

式中 $\delta = \varphi - \beta^*$, 它为 $\triangle M_5M_1B_3$ 与 $\triangle TM_1B_3$ 之间的二面角。

由于矢量 $\mathbf{OB}_5$ (即 B_5 在静坐标系上的坐标)为已知量, 因此约束方程 $|\mathbf{M}_5B_5| = L_6$ 可表达为

$$c_4^*\cos\varphi + c_5^*\sin\varphi + c_6^* = 0 \quad (11)$$

其中 $c_4^* = 2h_7^*(\mathbf{OB}_3 - \mathbf{OB}_5)(\mathbf{m}^*\cos\gamma^* - \mathbf{n}_0^*\sin\gamma^*)$
 $c_5^* = 2h_7^*(\mathbf{OB}_3 - \mathbf{OB}_5)(\mathbf{n}_0^*\cos\gamma^* - \mathbf{m}^*\sin\gamma^*)$
 $c_6^* = (\mathbf{OB}_3 - \mathbf{OB}_5 + a_2^*\mathbf{s}^*)^2 + h_7^{*2} - L_6^2$

联立式(9)和(11), 消去变量 φ , 则可得到该机构的位置方程

$$f(\theta^*) = A_1^{*2} + A_2^{*2} - A_3^{*2} = 0 \quad (12)$$

其中 $A_1^* = c_1^*c_6^* - c_3^*c_4^*$
 $A_2^* = c_2^*c_6^* - c_3^*c_5^*$
 $A_3^* = c_1^*c_5^* - c_2^*c_4^*$

3.2 方程求解算法

对于 5 次以上的一元高次方程, 数学家已证实无法进行根式求解, 只能得到近似解, 主要方法有: 牛顿割线法、二分法、劈因子法等。本文采用工程上常用的二分法, 具体步骤如下:

(1) 将搜索区间 $[0^\circ, 360^\circ]$ 等分为 N 个子区间(本文 N 取 720)。对每一子区间 $[\theta_i, \theta_{i+1}]$, 根据上述位置模型, 计算求得 $f(\theta_i)$ 和 $f(\theta_{i+1})$, 并判断它们是否异号, 即计算检查 $\lambda = f(\theta_i)f(\theta_{i+1})$ 的正负号。若 $\lambda < 0$, 则在 $[\theta_i, \theta_{i+1}]$ 之间必然存在某实数值 θ^* 可满足式(12), 用更加微小的角度增量进行搜索可得到 θ^* 较精确的值。

(2) 检查全部 N 个子区间, 便得到满足位置方程的所有 θ^* , 从而确定出该并联机器人机构位置正解的全部实数解。

4 数值实例

如图 1 所示, 已知该并联机器人机构的结构参数为: $L_1 = L_2 = 4.616\,546\text{ m}$, $L_3 = L_4 = 3.082\,207\text{ m}$,

$L_5 = L_6 = 2.061\,553\text{ m}$ 。基座上的球副在静坐标系 $\{O\}$ 内的坐标为： $B_1(-1,0,0)$ ， $B_2(1,0,0)$ ， $B_3(0,6.25,0)$ ， $B_4(-1,3.75,0)$ ， $B_5(1,3.75,0)$ ；动台体上的球副在动坐标系 $\{Q\}$ 内的坐标为： $M_1(0,0,1)$ ， $M_2(-1,0,0)$ ， $M_3(1,0,0)$ ， $M_4(0,-1,0)$ ， $M_5(0,1,0)$ 。

应用上述方法,通过 Matlab 7.0.4 编程计算可以得到所有 θ 的值,最后可得该机器人机构位置正解的所有实数解共有 20 组(如表 1 所示),其对应装配构型如图 4 所示(限于篇幅,图中仅画出动台体位于静平台上方的 10 个构型)。

表 1 5-5 并联机器人机构位置正解的实数解

Tab.1 Real solutions to forward displacement of the 5-5 parallel robot

序号	$\theta/(^{\circ})$	坐标	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
1	33.690 068	x/m	0	1.000 000	-1.000 000	0	0
		y/m	3.750 000	3.750 000	3.750 000	4.750 000	2.750 000
		z/m	2.500 000	1.500 000	1.500 000	1.500 000	1.500 000
2	33.690 068	x/m	0	1.121 212	0.090 909	0	1.212 121
		y/m	3.750 000	4.598 485	3.386 364	4.750 000	3.234 848
		z/m	2.500 000	2.348 485	1.136 364	1.500 000	1.984 848
3	33.690 068	x/m	0	-1.000 000	1.000 000	0	0
		y/m	3.750 000	3.750 000	3.750 000	2.750 000	4.750 000
		z/m	2.500 000	1.500 000	1.500 000	1.500 000	1.500 000
4	33.690 068	x/m	0	-1.121 212	-0.090 909	-1.212 121	0
		y/m	3.750 000	4.598 485	3.386 364	3.234 848	4.750 000
		z/m	2.500 000	2.348 485	1.136 364	1.984 848	1.500 000
5	20.258 629	x/m	0	1.394 661	0.109 510	0.898 591	0.605 580
		y/m	4.228 136	4.159 568	3.223 228	4.393 345	2.989 451
		z/m	1.560 565	1.784 660	0.571 542	0.481 102	1.875 099
6	20.258 629	x/m	0	-1.394 661	-0.109 510	-0.605 580	-0.898 591
		y/m	4.228 136	4.159 568	3.223 228	2.989 451	4.393 345
		z/m	1.560 565	1.784 660	0.571 542	1.875 099	0.481 102
7	13.080 375	x/m	0	-1.196 234	0.151 046	0	-1.045 188
		y/m	4.390 000	3.896 326	3.185 598	3.150 000	3.931 925
		z/m	1.020 000	1.590 360	0.294 327	1.700 000	0.184 686
8	13.080 375	x/m	0	1.167 604	-0.040 617	0	1.126 988
		y/m	4.390 000	3.592 222	4.358 573	3.150 000	4.800 795
		z/m	1.020 000	1.035 816	2.433 281	1.700 000	1.769 097
9	13.080375	x/m	0	1.196 234	-0.151 046	1.045 188	0
		y/m	4.390 000	3.896 326	3.185 598	3.931 925	3.150 000
		z/m	1.020 000	1.590 360	0.294 327	0.184 686	1.700 000
10	13.080 375	x/m	0	-1.167 604	0.040 617	-1.126 988	0
		y/m	4.390 000	3.592 222	4.358 573	4.800 795	3.150 000
		z/m	1.020 000	1.035 816	2.433 281	1.769 097	1.700 000
11	-33.690 068	x/m	0	-1.000 000	1.000 000	0	0
		y/m	3.750 000	3.750 000	3.750 000	4.750 000	2.750 000
		z/m	-2.500 000	-1.500 000	-1.500 000	-1.500 000	-1.500 000
12	-33.690 068	x/m	0	0.090 909	1.121 212	0	1.212 121
		y/m	3.750 000	3.386 364	4.598 485	4.750 000	3.234 848
		z/m	-2.500 000	-1.136 364	-2.348 485	-1.500 000	-1.984 848
13	-33.690 068	x/m	0	1.000 000	-1.000 000	0	0
		y/m	3.750 000	3.750 000	3.750 000	2.750 000	4.750 000
		z/m	-2.500 000	-1.500 000	-1.500 000	-1.500 000	-1.500 000
14	-33.690 068	x/m	0	-0.090 909	-1.121 212	-1.212 121	0
		y/m	3.750 000	3.386 364	4.598 485	3.234 848	4.750 000
		z/m	-2.500 000	-1.136 364	$z-2.348\,485$	-1.984 848	-1.500 000

续表 1

序号	$\theta/(^{\circ})$	坐标	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
15	-20.258 629	x/m	0	0.109 510	1.394 661	0.898 591	0.605 580
		y/m	4.228 136	3.223 228	4.159 568	4.393 345	2.989 451
		z/m	-1.560 565	-0.571 542	-1.784 660	-0.481 102	-1.875 099
16	-20.258 629	x/m	0	-0.109 510	-1.394 661	-0.605 580	-0.898 591
		y/m	4.228 136	3.223 228	4.159 568	2.989 451	4.393 345
		z/m	-1.560 565	-0.571 542	-1.784 660	-1.875 099	-0.481 102
17	-13.080 375	x/m	0	0.151 046	-1.196 234	0	-1.045 188
		y/m	4.390 000	3.185 598	3.896 326	3.150 000	3.931 925
		z/m	-1.020 000	-0.294 327	-1.590 360	-1.700 000	-0.184 686
18	-13.080 375	x/m	0	-0.040 617	1.167 604	0	1.126 988
		y/m	4.390 000	4.358 573	3.592 222	3.150 000	4.800 795
		z/m	-1.020 000	-2.433 281	-1.035 816	-1.700 000	-1.769 097
19	-13.080 375	x/m	0	-0.151 046	1.196 234	1.045 188	0
		y/m	4.390 000	3.185 598	3.896 326	3.931 925	3.150 000
		z/m	-1.020 000	-0.294 327	-1.590 360	-0.184 686	-1.700 000
20	-13.080 375	x/m	0	0.040 617	-1.167 604	-1.126 988	0
		y/m	4.390 000	4.358 573	3.592 222	4.800 795	3.150 000
		z/m	-1.020 000	-2.433 281	-1.035 816	-1.769 097	-1.700 000

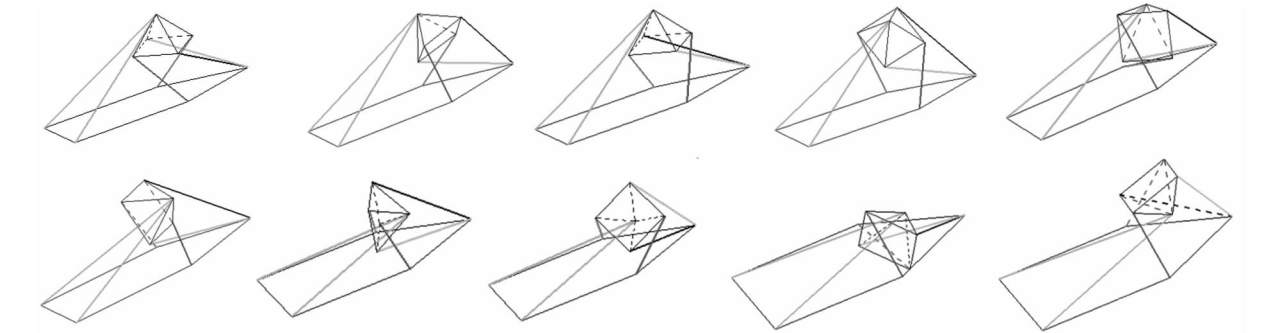


图 4 与前 10 组解对应的装配构型图
Fig. 4 Corresponding configurations of the first 10 solutions

根据逆解计算(验证各支链长度 $L_i(i=1,2,\cdots,6)$ 是否等于给定值,而且动台体形状未曾改变),这 20 组解均为该机器人机构位置正解。

并联机器人位置正解问题一般会有多解,这意味着根据给定的支链长度机器人存在多种不同装配位姿(位置和姿态)。不同初始装配位姿时,机器人工作区域不尽相同。因此,求出机器人全部装配构型,有利于工程人员根据期望工作区域(目标的位置)从中优选出最合理的初始装配位姿。

5 结论

(1) 在结构分解过程中引入序单开链法,可以

使得建模过程更明确、简洁,从而无需构造很多的基本方程,极大地减轻了公式导出的繁琐与困难。

(2) 通过对该机构的拓扑特征深入分析和研究,证明出该机构的耦合度为 1,因此无需技巧性降维(消元)便可得到维数最少的运动学方程,从而利用一维搜索法即可迅速得到其位置正解的所有实数解,有利于提高计算效率。

(3) 文献[6]已证明,这类 5-5 并联机器人机构在复数域最多存在 24 组解。本文首次给出了一个具有 20 组实数解的机构实例,为今后确定这类机构实数解数目的上限提供了有力证据。

参 考 文 献

1 Sreenivasan S V, Waldron K J. Closed-form direct displacement analysis of a 6-6 Stewart platform[J]. Mechanism and Machine Theory, 1994, 29(6): 855-864.

2 Wen F A, Liang C G. Displacement analysis of the 6-6 Stewart platform mechanisms [J]. Mechanism and Machine, Theory, 1994, 29(4): 547-557.

3 Lin W, Crane C D, Duffy J. Closed-form direct displacement analysis of the 4-5 in-parallel platforms [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1994, 116(1): 47-53.

4 Innocenti C, Parenti-Castelli V. Closed-form direct position analysis of a 5-5 parallel mechanism [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1993, 115(3): 515-521.

5 Han L, Liao Q Z, Liang C G. Forward displacement analysis of one kind of general 5-5 parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(2): 271-289.

6 Zhang Y, Liao Q Z, Su H J, et al. A new closed-form solution to the forward displacement analysis of a 5-5 in-parallel platform [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 52(1): 47-58.

7 Raghavan M. The Stewart platform of general geometry has 40 configurations[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1993, 115(2): 277-282.

8 Bhaskar D, Mruthyunjaya T S. A constructive predictor-corrector algorithm for the direct position kinematics problem for a general 6-6 Stewart platform [J]. Mechanism and Machine Theory, 1996, 31(6): 799-811.

9 范守文,徐礼钜. 基于数值—符号法的空间 4 自由度并联机构位置正解[J]. 机械工程学报,2002,38(9):57-60.
Fan Shouwen, Xu Lijiu. Numeric-symbolic approach for direct displacement solution of a 4-DOF spatial parallel mechanism [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(9): 57-60. (in Chinese)

10 罗佑新. 并联机器人机构综合的超混沌数学规划法[J]. 农业机械学报,2008,39(5):132-136.
Luo Youxin. Hyper-chaotic mathematical programming method and its application to mechanism synthesis of parallel robot [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(5): 132-136. (in Chinese)

11 Shen Huiping, Ting Kwun-Lon, Yang Tingli. Configuration analysis of complex multi-loop linkages and manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(3): 353-362.

12 冯志友,张策,杨廷力. 基于单开链单元的并联气液动连杆机构运动分析[J]. 农业机械学报,2006,37(3):105-108.
Feng Zhiyou, Zhang Ce, Yang Tingli. Kinematics analysis of a parallel pneumatic and hydraulic linkage based on single-opened-chain[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(3): 105-108. (in Chinese)

13 杨廷力. 机械系统基本理论——机构学、运动学、动力学[M]. 北京:机械工业出版社,1996.

14 石志新. 基于序单开链单元的并联机器人运动分析模式方法研究[D]. 南昌:南昌大学,2008.

15 冯志友,王志国,张策,等. Tricept 机器人机构位置正解的序单开链法[J]. 农业机械学报,2008,39(12):174-177.
Feng Zhiyou, Wang Zhiguo, Zhang Ce, et al. Direct displacement solution of the Tricept robot based on ordered single-opened-chain [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(12): 174-177. (in Chinese)

16 Shi Zhixin, Ye Meiyan, Luo Yufeng, et al. The SOC's modular method for kinematic analysis of complicated parallel manipulators [J]. Applied Mechanics and Materials, 2011, 52-54: 834-841.

Simple Method for Forward Displacement Analysis of a 5-5 in-parallel Robot

Shi Zhixin¹ Ye Meiyan² Mao Zhiwei¹ Luo Yufeng¹ Yang Tingli³
(1. Department of Mechanical and Electronic Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China
2. Department of Science, Nanchang University, Nanchang 330031, China
3. Jinling Petrochemical Corporation, Nanjing 210037, China)

Abstract: A simple method for forward displacement analysis of a kind of 5-5 in-parallel robot is presented, after its structural characteristic has been disclosed. First of all, the parallel robot was decomposed into three single-opened chains (SOCs). Secondly, the dimension of its kinematic equations was reduced to the minimum by considering kinematic model of the three single-opened chains. Then, all the real solutions to the kinematic equations were obtained using one-dimension searching algorithm. At last, a numerical example with 20 real solutions was given for the first time and provided to confirm the efficiency of the solution procedure.

Key words: Spatial mechanisms 5-5 parallel robot Forward displacement One-dimension searching