

犁耕土壤表面的三维分形插值重构*

刘奕贯^{1,2} 鲁植雄¹ Hoogmoed W B³ 李晓勤¹

(1. 南京农业大学工学院, 南京 210031;

2. 南京交通职业技术学院, 南京 211188;

3. 瓦赫宁根大学及研究中心农场技术组, 瓦赫宁根 6700)

摘要: 利用非接触式激光地面不平度仪测量三维犁耕地面不平度, 采用不同的剔除率, 对剔除后的犁耕地面不平度数据进行了三维分形插值重构, 使用统计特性参数及分形特性参数对原始测量的犁耕地面不平度与插值重构后的犁耕地面不平度进行对比分析。研究表明: 在剔除率小于 80% 的前提下, 使用三维分形插值方法可重构出三维犁耕土壤表面, 真实表达了原始的三维犁耕表面; 并可得出犁耕土壤不平度的纵向无标度区间为 459 mm, 横向无标度区间为 23 mm。这对三维犁耕地面不平度的最小测量间距提供了理论依据, 为三维犁耕地面不平度重构提供了实用方法。

关键词: 土壤不平度 分形 迭代函数系统 三维分形插值

中图分类号: S152.9; S11 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2014)03-0152-06

引言

分形理论^[1-10]自 1975 年创立以来就为许多不规则、在某种尺度范围内局部与整体存在自相似性的集合或无序系统提供了强大的研究工具。农田土壤地表是具有趋向性的随机表面, 且具有一定程度的自仿射和标度不变性, 许多学者将分形方法应用到土壤表面的定量表征中来^[11-12]。农业车辆在现代农业中的使用越来越广, 研究车辆与土壤的相互作用对于提高车辆在耕作时的通过性和平顺性具有十分重要的意义。车辆的性能可通过建立车辆与土壤模型来分析, 目前土壤模型的获取多依赖于仿真分析软件中的现成模型, 如张志峰^[13]及任茂文^[14]等均利用 Drucker - Prager 弹塑性模型对车轮与土壤的相互作用进行了有限元分析。这类模型虽然能较好模拟土壤的弹塑性, 但不能很好反映土壤的细微结构, 而分形插值方法在构建土壤模型时可生成细微的具有自相似性的土壤结构, 更有利于准确分析车辆与土壤的耦合过程。本文通过测量土壤的不平度, 再利用三维分形插值的方法来重构土壤表面, 建立相对逼真的土壤表面模型, 以期为进一步研究“土壤-车辆-人”系统间的耦合作用奠定基础。

1 材料与研究方法

如图 1 所示, 研究方法主要包括: 利用不平度测试仪获取 3D 犁耕土壤高程数据, 根据不同的剔除率对原土壤高程数据进行部分剔除, 保存剔除后的数据, 再利用分形插值方法对采样数据进行重构, 以及对比重构效果。



图 1 犁耕土壤表面重构的流程图

Fig. 1 Flow chart for ploughed soil surface reconstruction

1.1 数据测量方法

土壤高程数据采用激光式不平度测试仪进行测试, 在测量时, 本着保证测量精度与工作量适中的原则, 首先选取一块犁耕后的田块, 然后在田块间随机选取一块沿机具作业方向(纵向)长 17 m, 垂直于作业方向(横向)宽 1 m 的地面, 最后使用不平度测试仪, 对选取的土壤表面进行扫描式测量。扫描式测量的方法是: 先初始选定一个纵向位置后, 在横向以一定的间距测量土壤的竖直高程数据, 然后沿纵向移动一个距离后继续再横向扫描, 以此获得矩形网格高程数据。激光不平度测试仪如图 2 所示。

收稿日期: 2013-03-29 修回日期: 2013-05-01

* 国家自然科学基金资助项目(51175269)、高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20100097110027)和江苏省高校优秀中青年教师和校长境外研修计划资助项目

作者简介: 刘奕贯, 博士生, 南京交通职业技术学院讲师, 主要从事车辆-地面系统力学研究, E-mail: lygren_0@163.com

通讯作者: 鲁植雄, 教授, 博士生导师, 主要从事车辆-地面系统力学研究, E-mail: luzx@njau.edu.cn



图2 激光不平度测试仪

Fig.2 Laser profiler for roughness measurement

1.2 三维数据剔除规则

由于三维分形插值方法中的压缩变换原理只适合对网格数据进行变换,因此对本身就属于网格数据的原始数据进行剔除时,可随机选取其中的行和列数据作为采样点,并将其用于三维分形插值重构。另外,可对插值重构前、后的数据分别进行统计特性分析,以比较它们的统计特征。

土壤高程数据是形如 (x, y, z) 的顺序数据,其中 x 为横轴坐标值(水平纵向方向), y 为纵轴坐标值(水平横向方向), z 为 (x, y) 坐标对应的高度值(垂直方向)。在对随机选取的横坐标值、纵坐标值以及由它们确定的高度值进行组合后,这些数据将作为3D分形插值重构的基本数据,即为插值点。经上述方法确定的数据可以组成许多矩形网格,这些网格数据有助于系统计算出最优的迭代函数。

1.3 三维分形插值方法

1.3.1 迭代函数系统

令 $I = [a, b]$, $J = [c, d]$, 设区域 $D = I \times J = \{(x, y) | a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$, 以 $\Delta x, \Delta y$ 为步长,将 D 剖分为网络^[2,15]

$$\begin{cases} a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b \\ c = y_0 < y_1 < \dots < y_M = d \end{cases}$$

给定一组网络点上的数据 $(x_i, y_j, z_{i,j})$ ($i = 0, 1, \dots, N; j = 0, 1, \dots, M$), 欲构造二元分形插值函数 $f: D \rightarrow R$, 并且满足 $f(x_i, y_j) = z_{i,j}$ ($i = 0, 1, \dots, N; j = 0, 1, \dots, M$)。

记 $I_n = (x_{n-1}, x_n)$, $J_m = (y_{m-1}, y_m)$, $D_{n,m} = I_n \times J_m$, $n \in \{1, 2, \dots, N\}$, $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ 。令 $\phi_n: I \rightarrow I_n$, $\phi_m: J \rightarrow J_m$ 为连续压缩变换,则满足

$$\begin{cases} \phi_n(x_0) = x_{n-1} \\ \phi_n(x_N) = x_n \\ \phi_m(y_0) = y_{m-1} \\ \phi_m(y_M) = y_m \end{cases} \quad (1)$$

假定 $L_{n,m}: D \rightarrow R^2$ 是压缩变换, $L_{n,m}(x, y) =$

$(\phi_n(x), \phi_m(y))$, $F_{n,m}: D \rightarrow [h_1, h_2]$ ($-\infty < h_1 < h_2 < \infty$)是连续的,则满足

$$\begin{cases} F_{n,m}(x_0, y_0, z_{0,0}) = z_{n-1, m-1} \\ F_{n,m}(x_N, y_0, z_{N,0}) = z_{n, m-1} \\ F_{n,m}(x_0, y_M, z_{0,M}) = z_{n-1, m} \\ F_{n,m}(x_N, y_M, z_{N,M}) = z_{n, m} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $z_{n,m}$ ——对应于 (x_n, y_m) 在垂直方向的高度

令 $\phi_n(x) = a_n x + b_n$,由式(1)有

$$\begin{cases} a_n x_0 + b_n = x_{n-1} \\ a_n x_N + b_n = x_n \end{cases}$$

于是可得

$$\begin{cases} a_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_N - x_0} \\ b_n = \frac{x_{n-1}x_N - x_n x_0}{x_N - x_0} \end{cases} \quad (3)$$

令 $\phi_m(y) = c_m y + d_m$,同理,根据式(1)有

$$\begin{cases} c_m y_0 + d_m = y_{m-1} \\ c_m y_M + d_m = y_m \end{cases}$$

于是可得

$$\begin{cases} c_m = \frac{y_m - y_{m-1}}{y_M - y_0} \\ d_m = \frac{y_{m-1}y_M - y_m y_0}{y_M - y_0} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{令} \quad F_{n,m}(x, y, z) &= e_{n,m}x + f_{n,m}y + \\ &g_{n,m}xy + s_{n,m}z + k_{n,m} \end{aligned} \quad (5)$$

由式(2)得

$$\begin{cases} z_{n-1, m-1} = e_{n,m}x_0 + f_{n,m}y_0 + g_{n,m}x_0y_0 + s_{n,m}z_{0,0} + k_{n,m} \\ z_{n, m-1} = e_{n,m}x_N + f_{n,m}y_0 + g_{n,m}x_Ny_0 + s_{n,m}z_{N,0} + k_{n,m} \\ z_{n-1, m} = e_{n,m}x_0 + f_{n,m}y_M + g_{n,m}x_0y_M + s_{n,m}z_{0,M} + k_{n,m} \\ z_{n, m} = e_{n,m}x_N + f_{n,m}y_M + g_{n,m}x_Ny_M + s_{n,m}z_{N,M} + k_{n,m} \end{cases} \quad (6)$$

令 $s_{n,m}$ 为自由参数,并且满足 $0 \leq s_{n,m} \leq 1$,称其为垂直比例因子,解式(6)得

$$\begin{cases} g_{n,m} = \frac{z_{n-1, m-1} - z_{n-1, m} - z_{n, m-1} + z_{n, m} - s_{n,m}(z_{0,0} - z_{N,0} - z_{0,M} + z_{N,M})}{x_0y_0 - x_Ny_0 - x_0y_M + x_Ny_M} \\ e_{n,m} = \frac{z_{n-1, m-1} - z_{n, m-1} - s_{n,m}(z_{0,0} - z_{N,0}) - g_{n,m}(x_0y_0 - x_Ny_0)}{x_0 - x_N} \\ f_{n,m} = \frac{z_{n-1, m-1} - z_{n-1, m} - s_{n,m}(z_{0,0} - z_{0,M}) - g_{n,m}(x_0y_0 - x_0y_M)}{y_0 - y_M} \\ k_{n,m} = z_{n, m} - e_{n,m}x_N - f_{n,m}y_M - s_{n,m}z_{N, M} - g_{n,m}x_Ny_M \end{cases} \quad (7)$$

将式(7)中计算出的各系数代入式(6),即可计算出垂直方向的 z 值。

1.3.2 分形插值

本文采用随机三维分形插值的方法对原始测量

数据进行插值。令插值起始点 $p_0 = p_i, p_i \in \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$, 式中的起始点可以随机选取, 数据顺序为 $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ 。选取了起始点后, 迭代的第一点取决于起始点及任意一组仿射函数, 迭代的第二点依赖于第一点及任意一组仿射函数, 以此类推, 直到产生的迭代点满足后续有限元及仿真分析的要求为止。例如, 选取 $p_0 = p_1 = (x_1, y_1)$ 作为起始点, 则后续的迭代过程为^[16]

$$\begin{aligned} \hat{p}_1 &\in \{F_{2,2}(p_0), F_{2,3}(p_0), F_{3,2}(p_0), \\ &F_{3,3}(p_0), \dots, F_{N,M}(p_0)\} \\ \hat{p}_2 &\in \{F_{2,2}(p_1), F_{2,3}(p_1), F_{3,2}(p_1), \\ &F_{3,3}(p_1), \dots, F_{N,M}(p_1)\} \\ &\vdots \\ \hat{p}_n &\in \{F_{2,2}(p_{n-1}), F_{2,3}(p_{n-1}), F_{3,2}(p_{n-1}), \\ &F_{3,3}(p_{n-1}), \dots, F_{N,M}(p_{n-1})\} \end{aligned}$$

式中 $\hat{p}_n (n=1, 2, 3, \dots)$ ——基本的插值数据点

令 N' 为总的迭代次数, 则点集 $\{(x_n, y_n) | n=1, 2, \dots, N'\}$ 为所有重构数据点。

2 结果与分析

2.1 数据选择及计算方法

本文的土壤表面高程数据取自荷兰的一块犁耕地, 随机抽取其中宽 1 m、长 17 m 的地块进行不平等测量。测量时, 横向测量间距取 10 mm, 纵向测量间距取 200 mm, 得到 $101 \times 86 = 8\ 686$ 个数据点。

对数据进行随机剔除时, 涉及到剔除率的概念。设原始网络数据为 $N \times M$ (横坐标为 N , 纵坐标为 M), 剔除后的网络数据变为 $n \times m$ (横坐标为 n , $n \leq N$; 纵坐标为 m , $m \leq M$), 则剔除率 R 可表示为^[17]

$$R = \frac{NM - nm}{NM} \times 100\% \quad (8)$$

由式(8)易知, 剔除率越大, 剔除后余下的数据将会越少, 这也意味着在重构后的数据与原始数据相比, 出现偏差的风险也会越大^[18]。对数据进行剔除时, 若结果为非整数, 则进行取整处理。现原始数据为 (101, 86, 8 686), 对原始数据分别以 90%、80%、70%、50%、40% 及 20% 的剔除率进行随机剔除。如以 80% 的剔除率进行剔除后, 剔除数据变为 (45, 38, 1 710)。

2.2 实验结果与讨论

图 3a 所示为土壤原始表面三维图, 图 3b 和图 3d 分别为从原始数据中随机剔除 90% 和 50% 后的三维图, 图 3c 和图 3e 则分别为对应于 90% 和 50% 剔除率的三维分形重构图。

从图 3 可以看出: 相比于原图, 当剔除率不大

时, 如土壤表面数据以 50% 的剔除率剔除后, 土壤的基本表面结构仍可以依靠较少的数据点来保持, 但略显粗犷; 当剔除率过大时, 如此土壤数据以 90% 的剔除率剔除后, 图形看起来明显失真, 这是因为此时的数据点过少, 难以表现出数据的主要特征, 此时即使通过分形插值的方法也不能全部恢复数据的主要特征; 对剔除数据进行三维分形插值后, 不但原表面的基本结构可以保持, 细微的结构还变得非常细腻、丰满。

2.3 分形插值结果的统计特性分析

为验证三维分形插值重构的效果, 需要对土壤原始的、剔除后插值前的以及经剔除和三维分形插值重构后的各组数据进行统计特性分析, 并根据这些参数比较它们的总体差异。本文使用的 4 个统计特性参数是平均值、标准差、偏差系数及峰度系数。

图 4 所示为土壤的剔除数据与剔除后插值数据的统计特性比较。从图上可看出, 当随机剔除部分数据后, 数据的统计特性还能基本保持, 但随着剔除率的变化, 数据在分形插值前、后的 4 个统计特性参数所表现出的变化趋势却并不一样。假设以 $\pm 5\%$ 的变化范围来衡量数据的变化量, 从图 4 可看出: ①剔除数据的剔除率越大, 剔除数据的统计特征偏离原始数据就会越明显, 即使采用分形插值的方法重构数据, 但也无法恢复原始数据的主要特征, 这说明原始的主要数据特征丧失的风险会随着剔除率增大而变大, 主要数据特征一旦丧失, 将很难恢复。②本犁耕表面数据中, 当剔除率超过 80% 时, 无论是插值前数据的统计特性, 还是插值后的统计特性, 都偏离原始测量数据过大 (变化范围在 $\pm 5\%$ 以外), 说明要保持数据的基本特征, 剔除率必须小于 80%。剔除率的大小实际上就对应了测量间距的大小。80% 的剔除率对应的数据点是 (45, 38, 1 710), 数据间的平均间距可计算得出横向大约为 $L_1 = 1\ 000 / (45 - 1) \approx 23\ \text{mm}$, 纵向大约为 $L_2 = 17\ 000 / (38 - 1) \approx 459\ \text{mm}$ 。这也就是说若测量时取横向间距为 23 mm, 纵向间距为 459 mm, 将会在保证不失真的前提下最大限度减少测量工作量。其实在分形领域, 在不失真前提下的最大测量间距即为数据的无标度区间, 若超过无标度区间测量数据, 物体表面的分形特征将不能为测量数据所反映。③除偏差系数这个参数特征以外, 分形插值数据的统计特征变化基本保持在插值前的 $\pm 5\%$ 以内, 说明插值方法能以较高的精度保持数据的基本统计特征。

偏差系数用于反映随机系列各变量对称于均值位置出现可能性的大小, 当其为 0 时, 数据为正态分

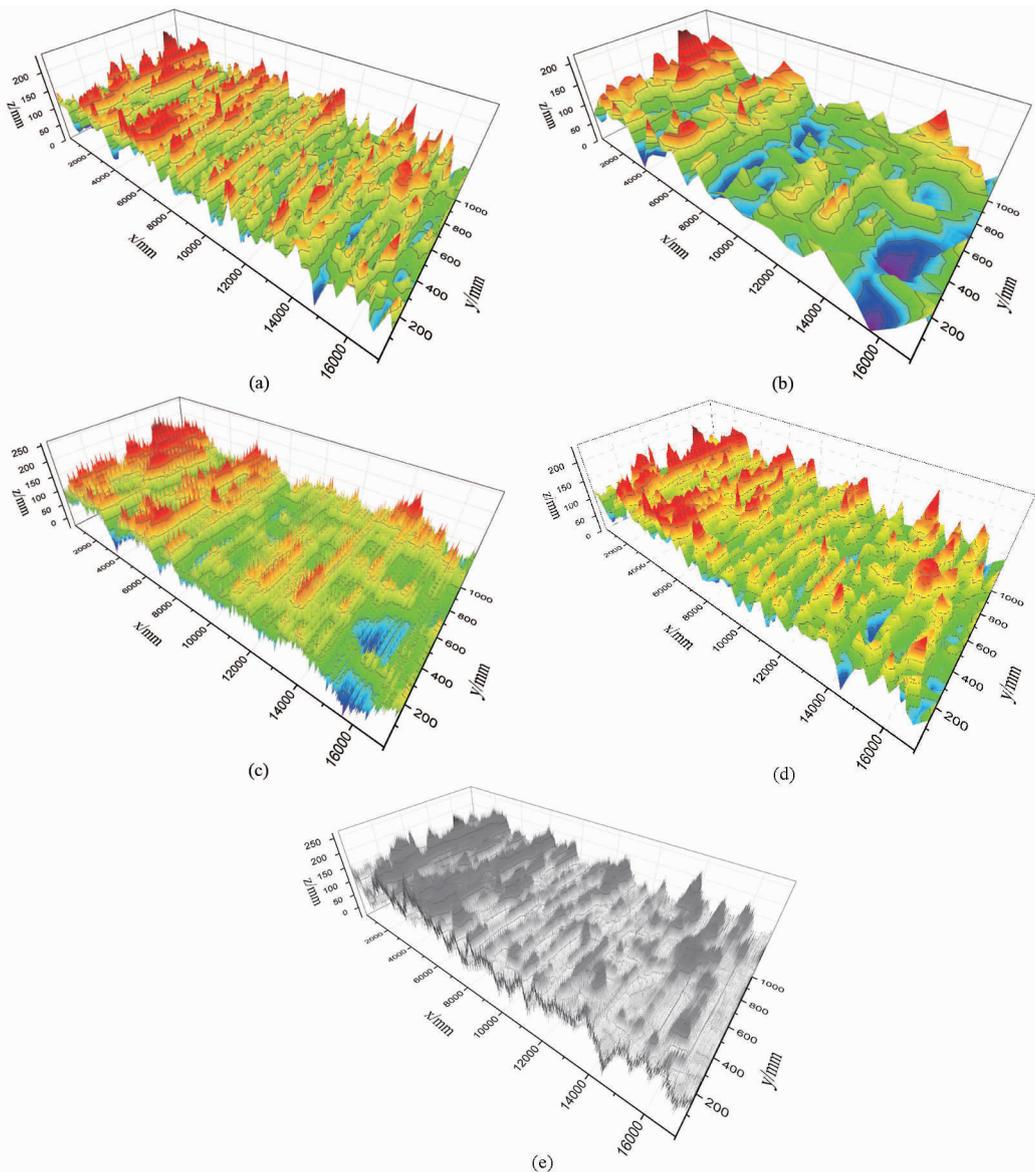


图 3 土壤原始表面与数据剔除并重构后的表面比较

Fig. 3 Comparison of original surface and reconstruction surface after reduction

- (a) 土壤表面原始不平度数据 (b) 剔除率为 90% 的剔后数据图 (c) 剔除率为 90% 的分形重构图
(d) 剔除率为 50% 的剔后数据图 (e) 剔除率为 50% 的分形重构图

布。对于差值后偏差系数偏离较大的现象,是因为分形插值的方法通常只能保持较容易的二阶矩,而对于高阶矩的保持则较困难^[3]。

2.4 分形插值的分形维数分析

分形维数能定量地表征土壤表面的复杂程度,本文利用计盒法^[2]计算土壤原始表面、原始表面经剔除操作后及对剔除数据进行插值后数据的分形维数,同时以 $\pm 5\%$ 的变化范围来衡量数据经剔除、插值操作前、后的变化量。

从图 5 可看出,使用分形插值方法可以较好保持数据的分形计盒维数,说明此插值方法能较好保持犁耕土壤表面的细微复杂结构。另外,从剔后数据的变化趋势中也能看出,当剔除率大于 80% 时,剔后数据的 3D 分形维数与原始数据的偏差超过

5%,再次说明剔除率大于 80% 时会导致土壤表面细微复杂结构丧失。

3 结论

(1) 依赖于迭代函数系统的三维分形插值方法可精确重构土壤表面。分形插值重构的表面细节丰富、真实、自然,同时还能较好地保持表面数据的统计特征及表面细微结构,这对于进一步研究土壤与耕作机具的相互作用将有较大的实用价值。

(2) 原始表面主要特征丧失的风险随着数据剔除率的增大而变大。剔除数据的剔除率越大,剔后数据的统计特征偏离原始数据就越明显。据对剔除且经插值重构后的数据进行比较分析,本犁耕土壤数据在低于 80% 的剔除率条件下能较好保持土壤

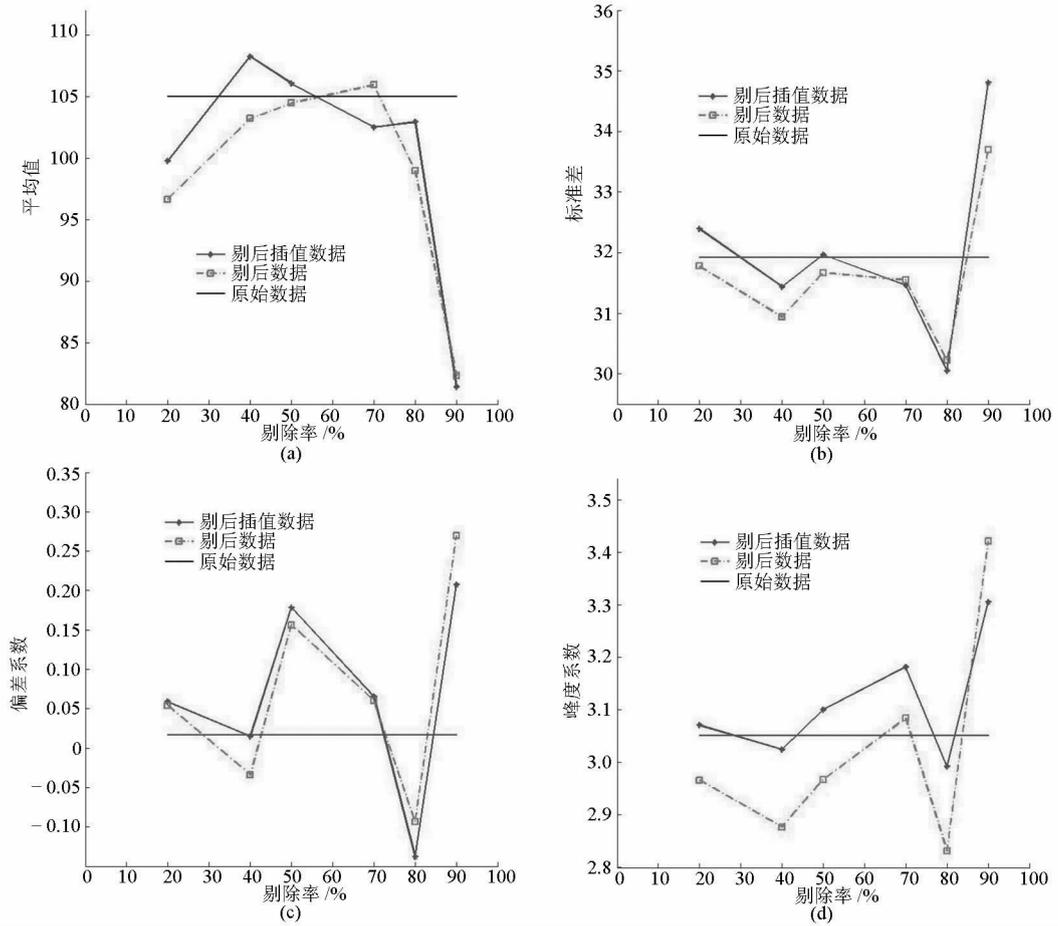


图4 土壤数据的统计特性比较

Fig. 4 Comparison of statistical indexes

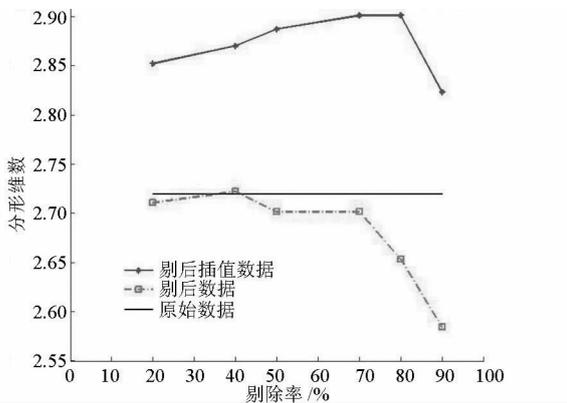


图5 土壤数据的分形维数比较

Fig. 5 Comparison of fractal dimension

表面细微复杂结构。当剔除率大于80%时,会使数据发生大于5%的失真,数据一旦失真,其原有的主要特征将很难恢复。

(3)对插值前后数据进行分析的方法,可应用于数据测量领域。在进行数据测量时,为了减小测量的工作量,应在保证数据不失真的前提下尽量取较大的测量间距。如对于本犁耕土壤表面不平度数据,利用分形插值的方法,通过对插值前、后的数据图及统计特性参数进行比较分析后估计确定了测量的最大间距,为横向23 mm,纵向459 mm。

参 考 文 献

- 1 Michael F Barnsley. Fractals everywhere[M]. 2nd ed. Singapore: Elsevier (Singapore) Pte Ltd., 2009: 330 - 409.
- 2 孙洪泉. 分形几何与分形插值[M]. 北京:科学出版社,2011.
- 3 Huang Y M, Chen Chingju. 3D fractal reconstruction of terrain profile data based on digital elevation model[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009,40(4): 1741 - 1749.
- 4 谢和平,薛秀谦. 分形应用中的数学基础与方法[M]. 北京:科学出版社,1997.
- 5 鲁植雄,赵兰英,侯占峰. 路面不平度的分形特征[J]. 江苏大学学报:自然科学版,2008,29(2): 111 - 114.
Lu Zhixiong, Zhao Lanying, Hou Zhanfeng. Study on fractal behavior of road profile roughness[J]. Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition,2008,29(2):111 - 114. (in Chinese)
- 6 赵兰英. 基于分形理论的路面不平度分级与模拟研究[D]. 南京:南京农业大学,2009.
- 7 张济忠. 分形[M]. 北京:清华大学出版社,1997:111 - 219.

- 8 侯占峰,李林,陈智,等.土壤表面分形表征效果对比[J].农业机械学报,2011,42(4):39-42.
Hou Zhanfeng, Li Lin, Chen Zhi, et al. Effects comparison on fractal characterization for soil surface roughness[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4): 39-42. (in Chinese)
- 9 Lu Zhixiong, Chen Nan. Characterization of soil profile roughness[J]. Biosystems Engineering, 2005, 91(3): 369-377.
- 10 李晓勤,鲁植雄,席鑫鑫,等.基于分形特征的交通运输车辆行走路面的三维重构[J].农业工程学报,2012,28(2):61-65.
Li Xiaoqin, Lu Zhixiong, Xi Xinxin, et al. 3D reconstruction of transportation vehicles traveling pavement based on fractal characteristics[J]. Transactions of the CSAE, 2012, 28(2): 61-65. (in Chinese)
- 11 Taconet O, Ciarletti V. Estimating soil roughness indices on a ridge-and-furrow surface using stereo photogrammetry [J]. Soil & Tillage Research, 2007, 93(1): 64-76.
- 12 杨培岭,罗远培,石元春.用粒径的重量分布表征土壤的分形特征[J].科学通报,1993,38(20):1896-1899.
Yang Peiling, Luo Yuanpei, Shi Yuanchun. Fractal characteristic of the soil represented by the weight of the grain[J]. Chinese Science Bulletin, 1993, 38(20): 1896-1899. (in Chinese)
- 13 张志峰,郝飞,冯忠绪.振动轮下土壤的竖向应力分布[J].武汉理工大学学报:交通科学与工程版,2009,33(6):1084-1087.
Zhang Zhifeng, Hao Fei, Feng Zhongxu. Study on the vertical stress distribution of soil under vibration drum[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Transportation Science & Engineering, 2009, 33(6): 1084-1087. (in Chinese)
- 14 任茂文,韩卿,张晓阳.采用ABAQUS/Explicit分析滚动轮胎与变形地面相互作用[J].现代制造工程,2012,387(12):40-43,70.
- 15 Xie Heping, Sun Hongquan, Yu Yang, et al. Study on generation of rock fracture surfaces by using fractal interpolation[J]. International Journal of Soils and Structures, 2001, 38(32-33): 5765-5787.
- 16 Barnsley M F. Fractal functions and interpolation[J]. Constructive Approximation, 1986; 32-303.
- 17 Lee T Y, Chen C J, Tseng C L. Application of automated linear simplification method for fractal reality of geomorphic data[J]. Survey Eng., 2006, 48(1-2): 41-62.
- 18 Chen J C, Lee T Y. Fractal reality of random data compression for equal-interval series[J]. Fractals, 2000, 8(2): 205-218.

Reconstruction of Ploughed Soil Surface with 3D Fractal Interpolation

Liu Yiguan^{1,2} Lu Zhixiong¹ Hoogmoed W B³ Li Xiaoqin¹

(1. College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031, China

2. Nanjing Communications Institute of Technology, Nanjing 211188, China

3. Farm Technology Group, Wageningen University and Research Centre, Wageningen 6700, The Netherlands)

Abstract: By using a laser profiler, the roughness of ploughed soil surface was obtained. 3D fractal interpolation method was used to interpolate several kinds of reduced measured surface data which were reduced from the original measured ploughed soil surface elevation data in different reduction rates. Also fractal and statistical characteristic parameters were used to compare the original data and the interpolated data. The results show that 3D ploughed soil surface model can be obtained efficiently by the 3D fractal interpolation method with the reduction rate below 80% and the fractal non-scale spacing of the dimensions was deduced: the transverse and longitudinal spacing were 23 mm and 459 mm, respectively. The result provided a theory for choosing the minimum measurement spacing of the ploughed soil and a method for reconstruction of ploughed soil surface.

Key words: Soil roughness Fractal Iterated function system 3D fractal interpolation