doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.01.045

# 冗余驱动并联机器人动力学建模与驱动力协调分配\*

窦玉超 姚建涛1,2 高思慧 韩 兴 刘晓飞 赵永生1,2

(1. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室,秦皇岛 066004;

2. 燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室,秦皇岛 066004)

摘要: 冗余驱动可有效降低并联机构的最大瞬时驱动力,提高其承载能力,然而驱动力协调分配不当或冗余驱动力控制误差过大不仅使上述功能无法实现,甚至产生过大内力而对机构造成破坏。为此,以冗余驱动 6PUS - UPU 并联机器人为例,对驱动分支、约束分支和动平台的速度、加速度进行分析,引入偏速度和偏角速度,使用 Kane 方法建立系统的动力学方程。提出以最小化最大瞬时驱动力为目标,使用加权最小二乘法对驱动力进行协调分配,通过数值算例获得给定运动轨迹情况下各分支驱动力。采用 DSP 控制器和运动控制器相结合的方式提高驱动力协调分配的实时性,实现对冗余驱动力的控制。实验结果表明:在冗余驱动力作用下,瞬时最大驱动力明显降低,且驱动力分配更加均衡,证明了所提出的驱动力协调分配方法和冗余驱动力控制策略的有效性。

关键词: 冗余驱动 并联机器人 动力学建模 驱动力协调分配

中图分类号: TP242.2; TH134 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2014)01-0293-08

# 引言

冗余驱动不但可以消除并联机器人的奇异位形,还可以对驱动力进行协调分配降低分支瞬时最大负载<sup>[1]</sup>,可广泛应用于运动模拟器或舰载稳定平台等对工作空间和承载能力具有极高要求的场合。然而,驱动力协调分配不当或冗余驱动力控制误差过大不但影响上述功能的实现甚至产生过大内力造成设备的损坏,严重制约着冗余驱动的应用。因此,有必要对并联机器人的动力学建模方法、驱动力协调分配理论以及冗余驱动力控制策略进行相关理论分析和实验研究。

并联机器人常用动力学建模方法有:物理意义明确,可求得系统内部约束反力,但仅适用于简单系统的牛顿欧拉法<sup>[2-3]</sup>;动力学方程形式简单,适用于复杂系统动力学建模但过程复杂、计算量庞大的拉格朗日法<sup>[4-5]</sup>;用矢量运算符叉积、点乘代替求导运算,使运算速度得到极大提升适用于实时运算但偏速度和偏角速度概念较难理解的凯恩法<sup>[6-8]</sup>等。不同动力学建模方法虽然过程不同但结果是一致的。建立系统动力学模型后,针对冗余驱动中存在的驱动力协调分配问题,文献[9~15]分别以如何实现最小化最大瞬时驱动力、最小能耗、各分支均衡受力为优化目标,对驱动力分配策略以及驱动力控制方

法进行了研究。

可以看出,目前多以 2、3 自由度冗余驱动并联机器人为对象,进行动力学建模和驱动力协调分配方面的研究,且多处于理论分析和数值计算模拟阶段,开展的实验研究极少。为揭示多自由度冗余驱动并联机器人冗余驱动力与驱动力协调分配间内在联系,实现冗余驱动力控制,本文搭建 5 自由度冗余驱动并联机器人实验平台,采用 Kane 方法建立该并联机器人的动力学模型,以最小化最大瞬时驱动力为目标,对驱动力进行协调分配,采用 DSP 和运动控制器相结合的方式实现对该并联机器人的控制,并进行冗余驱动实验研究。

# 1 6PUS - UPU 并联机器人运动学分析

#### 1.1 自由度分析

6PUS - UPU 冗余驱动并联机器人如图 1 所示,该机器人由主驱动分支、冗余驱动分支、约束分支、动平台和定平台共同组成。其中主驱动分支和冗余驱动分支均采用 PUS 结构,分支两端通过移动副和球副分别与定平台和动平台相连,中间约束分支则采用 UPU 结构,分别通过虎克铰与动、定平台相连接。

由于 PUS 结构的分支中不含复合铰链、虚约束、局部自由度等特殊情况,故根据 Kutzbach

收稿日期: 2013-07-01 修回日期: 2013-08-02

<sup>\*</sup>国家自然科学基金资助项目(51275439)和国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2013CB733003)

作者简介: 窦玉超,博士生,主要从事并联机构学以及伺服驱动技术研究,E-mail: ycdou@ ysu. edu. cn

通讯作者: 赵永生,教授,博士生导师,主要从事并联机构学、传感器技术以及伺服驱动技术研究,E-mail: yszhao@ ysu. edu. cn

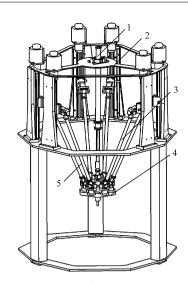


图 1 6PUS - UPU 冗余驱动并联机器人结构简图 Fig. 1 Structure of 6PUS - UPU parallel manipulator with redundant actuation

1. 约束分支 2. 定平台 3. 冗余驱动分支 4. 动平台 5. 主驱 动分支

Grubler 公式可得该结构分支自由度为

$$M = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^{g} f_i = 6 \times (4 - 3 - 1) + 6 = 6$$

式中 M---机构的自由度数

n ——机构的总构件数

g ——机构的运动副数

f.——第 i 个运动副的自由度

同理,对于 UPU 结构的中间约束分支,其自由 度为

$$M = 6(n-g-1) + \sum_{i=1}^{g} f_i = 6 \times (4-3-1) + 5 = 5$$

可见该机器人的自由度由中间约束分支决定, 即具有5个自由度,然而系统具有6个主动输入分 支,所以该机器人为冗余驱动并联机器人。

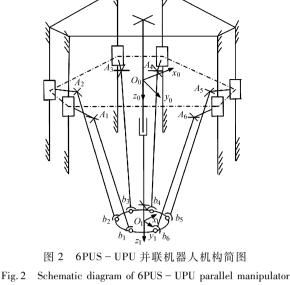
### 1.2 坐标系建立

如图 2 所示,分别在其定平台、动平台上建立直 角坐标系  $O_0x_0y_0z_0$ 、 $O_1x_1y_1z_1$ , 其中固定坐标系  $O_0x_0y_0z_0$  原点位于各移动副行程中心所在圆周的圆 心上, $x_0$  轴与 $\angle A_5O_0A_4$  的角平分线重合, $z_0$  轴与约 束分支轴线重合指向动平台方向。动坐标系  $O_1x_1y_1z_1$  原点与动平台中心固连, $x_1$  轴与 $\angle b_5O_1b_4$ 的角平分线重合, z, 轴与动平台垂直竖直向下。动 坐标系  $O_1x_1y_1z_1$  相对固定坐标系  $O_0x_0y_0z_0$  的位置和 姿态即为动平台在固定坐标下的位姿。

#### 1.3 速度分析

为对该并联机器人进行速度分析,首先选取动 平台的6个位姿参数作为系统广义坐标

$$\mathbf{q} = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$
  
式中  $\alpha, \beta, \gamma$ ——动坐标系的  $Z - Y - X$  欧拉角



(x,y,z) —— 动坐标系原点在固定坐标系下 的位置矢量

则系统广义速度可以表示为

$$\mathbf{q} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}) \tag{1}$$

设固定坐标系下动平台速度为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_d \\ \boldsymbol{\omega}_t \end{bmatrix} = (v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z) \tag{2}$$

则动平台速度从广义坐标系向固定坐标系的映 射为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{d} \\ \boldsymbol{\omega}_{d} \end{bmatrix} = J \cdot \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \boldsymbol{O}_{3 \times 3} \\ \boldsymbol{O}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_{d} \end{bmatrix} (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma})^{\mathrm{T}}$$
(3)

式中  $I_{3\times3}$ 、 $O_{3\times3}$ ——单位矩阵和零矩阵

 $J_a$ ——动平台角速度从广义坐标系向固定坐 标系的映射矩阵

$$\boldsymbol{J}_{d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & s\boldsymbol{\beta} \\ 0 & c\boldsymbol{\alpha} & -s\boldsymbol{\alpha} \\ 0 & s\boldsymbol{\alpha} & c\boldsymbol{\alpha} \cdot c\boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}$$

式中  $s\beta = \sin\beta$ ,  $c\beta = \cos\beta$ ,  $c\alpha = \cos\alpha$ ,  $s\alpha = \sin\alpha$ 

对于 PUS 结构的驱动分支,在固定坐标系下球 铰 b, 相对虎克铰 A, 的位置矢量为

 $L_i = B_i - A_i = Rb_i + P - A_i$  (i = 1,2,...,6) (4) 式中 R——动坐标系相对固定坐标系的欧拉变换 矩阵

 $b_i$ ——球铰在动坐标系下的位置矢量

 $P_{x}A_{z}$  —— 动平台中心和虎克铰中心在固定 坐标系下的位置矢量

由于 PUS 分支杆长度为固定值,设其长度为l, 由式(4)可得

$$l^{2} = \| \boldsymbol{L}_{i} \|^{2} = (\boldsymbol{B}_{ix} - \boldsymbol{A}_{ix})^{2} + (\boldsymbol{B}_{iy} - \boldsymbol{A}_{iy})^{2} + (\boldsymbol{B}_{iz} - \boldsymbol{A}_{iz})^{2}$$
(5)

将式(5)两端对时间求导并整理可得虎克铰  $A_i$ 在  $z_0$  轴方向速度  $v_{Ai}$ 与系统广义速度的映射关系为

$$v_{A_{iz}} = \boldsymbol{A}_{iz} = \left(\frac{B_{ix} - A_{ix}}{B_{iz} - A_{iz}} \frac{\partial B_{ix}}{\partial q} + \frac{B_{iy} - A_{iy}}{B_{iz} - A_{iz}} \frac{\partial B_{iy}}{\partial q} + \frac{B_{iz} - A_{iz}}{B_{iz} - A_{iz}} \frac{\partial B_{iz}}{\partial q}\right) \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{J}_{A:} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}$$

$$(6)$$

根据以上分析, 虎克铰  $A_i$  的线速度、角速度可以表示成广义速度函数的形式,即

$$\mathbf{v}_{A_{i}} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 6} \\ \mathbf{O}_{1 \times 6} \\ \mathbf{J}_{A_{i}} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}$$
 (7)

$$\boldsymbol{\omega}_{A_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}$$
 (8)

球铰  $b_i$  在固定坐标系下的速度  $\mathbf{v}_{b_i}$ 可以用动平台速度表示为

$$\mathbf{v}_{b_i} = \mathbf{v}_d + \boldsymbol{\omega}_d \times \mathbf{r}_{b_i} \tag{9}$$

式中, $\mathbf{r}_{b_i}$ 为球铰  $b_i$  相对动平台中心  $\mathbf{P}$  在固定坐标系下的位置矢量。

同时,球铰  $b_i$  的速度  $\mathbf{v}_{b_i}$ 还可以用驱动分支的速度表示

$$\mathbf{v}_{b_i} = \mathbf{v}_{A_i} + \boldsymbol{\omega}_{l_i} \times \boldsymbol{n}_{l_i} l \tag{10}$$

式中, $\boldsymbol{\omega}_{l_i}$ 、 $\boldsymbol{n}_{l_i}$ 分别是驱动分支的角速度和单位方向向量。

用  $n_l$  差乘式(10)两端并将式(9)代入可得驱动分支角速度为

$$\boldsymbol{\omega}_{l_{i}} = \frac{\boldsymbol{n}_{l_{i}} \times (\boldsymbol{v}_{b_{i}} - \boldsymbol{v}_{A_{i}})}{l} = \frac{\boldsymbol{n}_{l_{i}} \times (\boldsymbol{v}_{d} + \boldsymbol{\omega}_{d} \cdot \boldsymbol{r}_{b_{i}} - \boldsymbol{v}_{A_{i}})}{l}$$
(11)

则驱动分支杆质心线速度为

$$\mathbf{v}_{l_i} = \mathbf{v}_{A_i} + \boldsymbol{\omega}_{l_i} \times \boldsymbol{n}_{l_i} \frac{l}{2} \tag{12}$$

对于 UPU 结构的约束分支,其下端虎克铰中心  $P_u$ 相对动平台中心  $O_1$  的位置矢量为  $r_{p_u} = \mathbf{R} \cdot (\mathbf{P}_u - \mathbf{P})$ ,其线速度可表示为

$$\boldsymbol{v}_{mid} = \boldsymbol{v}_d + \boldsymbol{\omega}_d \times \boldsymbol{r}_{p_u} \tag{13}$$

虎克铰中心  $P_u$  的速度还可以用约束分支的速度表示

$$\mathbf{v}_{mid} = \dot{l}_{mid} \cdot \mathbf{s}_{mid} + \boldsymbol{\omega}_{mid} \times \boldsymbol{L}_{mid}$$
 (14)

式中 $: l_{mid}$ 、 $\omega_{mid}$ 、 $L_{mid}$ 分别为约束分支的线速度、角速度以及中间分支两端虎克铰相对位置矢量,分支单

位方向向量 
$$\mathbf{s}_{mid} = \frac{\mathbf{L}_{mid}}{l_{mid}}$$
。

对式(14)两端差乘  $s_{mid}$ 并将式(13)代入可求得约束分支角速度为

$$\boldsymbol{\omega}_{mid} = \frac{\boldsymbol{s}_{mid} \times (\boldsymbol{v}_d + \boldsymbol{\omega}_d \times \boldsymbol{r}_{p_u})}{l_{mid}}$$
 (15)

则约束分支上段连杆质心速度可表示为

$$\mathbf{v}_{mu} = \boldsymbol{\omega}_{mid} \times \mathbf{s}_{mid} l_{mu} \tag{16}$$

式中 $_{n_u}$ 为上段连杆质心到与固定平台铰接的虎克 铰中心之间的距离。

中间分支下段连杆质心速度为

$$\mathbf{v}_{md} = \hat{l}_{mid} \cdot \mathbf{s}_{mid} + \boldsymbol{\omega}_{mid} \times \mathbf{s}_{mid} (l_{mid} - l_{md})$$
 (17)  
式中, $l_{md}$ 为约束分支下连杆质心到与动平台铰接的  
虎克铰中心之间的距离。

则约束分支上下段连杆相对运动速度为

$$\mathbf{v}_{mud} = \mathbf{v}_{mid} \mathbf{s}_{mid} \tag{18}$$

# 1.4 加速度分析

在1.3节中对该并联机器人速度分析的基础上,对其加速度进行分析。将式(3)两端同时对时间求导,可得动平台线加速度和角加速度为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_d \\ \boldsymbol{\varepsilon}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_d \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_d \end{bmatrix} = \dot{\boldsymbol{J}} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}$$

同理,将式(7)、式(8)两端分别对时间求导,可得驱动分支虎克铰的线加速度和角加速度为

$$\boldsymbol{a}_{A_i} = \dot{\boldsymbol{v}}_{A_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \dot{\boldsymbol{J}}_z \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \boldsymbol{J}_z \end{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{A_i} = \dot{\boldsymbol{\omega}}_{A_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \\ \boldsymbol{O}_{1 \times 6} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}$$

对于球铰  $b_i$ ,其在固定坐标系下的线速度用动平台加速度表示为

$$\mathbf{a}_{b_i} = \mathbf{a}_d + \mathbf{\varepsilon}_d \times \mathbf{r}_{b_i} + \mathbf{\omega}_d \times (\mathbf{\omega}_d \times \mathbf{r}_{b_i})$$
 (19)  
式中,  $\mathbf{\omega}_d \times (\mathbf{\omega}_d \times \mathbf{r}_{b_c})$  为球铰  $b_i$  的向心加速度。

球铰  $b_i$  的线加速度还可用分支加速度表示为

$$\boldsymbol{a}_{b_i} = \boldsymbol{a}_{A_i} + \boldsymbol{\varepsilon}_{l_i} \times \boldsymbol{n}_i l + \boldsymbol{\omega}_{l_i} \times (\boldsymbol{\omega}_{l_i} \times \boldsymbol{n}_i l) \qquad (20)$$

对式(20)两端分别差乘  $n_i$  并将式(19)代入整理可得驱动分支杆角加速度为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{l_i} = \frac{\boldsymbol{n}_i \times (\boldsymbol{a}_{b_i} - \boldsymbol{a}_{A_i})}{l} \tag{21}$$

则驱动分支杆质心加速度为

$$\boldsymbol{a}_{l_i} = \boldsymbol{a}_{A_i} + \boldsymbol{\varepsilon}_{l_i} \times \boldsymbol{n}_i \frac{l}{2} + \boldsymbol{\omega}_{l_i} \times \left( \boldsymbol{\omega}_{l_i} \times \boldsymbol{n}_i \frac{l}{2} \right)$$
 (22)

对于 UPU 约束分支,其末端与动平台铰接点  $P_u$  的加速度可以用动平台加速度表示为

$$\boldsymbol{a}_{mid} = \boldsymbol{a}_d + \boldsymbol{\varepsilon}_d \times \boldsymbol{r}_{p_u} + \boldsymbol{\omega}_d \times (\boldsymbol{\omega}_d \times \boldsymbol{r}_{p_u})$$
 (23)

同时,也可以用约束分支的加速度表示

$$\boldsymbol{a}_{mid} = \boldsymbol{\varepsilon}_{mid} \times \boldsymbol{L}_{mid} + \boldsymbol{\omega}_{mid} \times (\boldsymbol{\omega}_{mid} \times \boldsymbol{L}_{mid}) + \\ \ddot{\boldsymbol{l}}_{mid} \cdot \boldsymbol{s}_{mid} + 2\boldsymbol{\omega}_{mid} \times \dot{\boldsymbol{l}}_{mid} \cdot \boldsymbol{s}_{mid}$$
(24)

式中, $2\omega_{mid} \times \dot{l}_{mid} \cdot s_{mid}$ 为点  $p_u$  的科氏加速度。

将式(24)两端差乘  $s_{mid}$ 并将式(23)代入可得约束分支角速度为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{mid} = \frac{\boldsymbol{s}_{mid} \times \boldsymbol{a}_{mid} - 2\boldsymbol{\omega}_{mid} \dot{\boldsymbol{l}}_{mid}}{\boldsymbol{l}_{mid}}$$
(25)

约束分支上段连杆质心加速度可表示为

$$\boldsymbol{a}_{mu} = \left[ \boldsymbol{\varepsilon}_{mid} \times \boldsymbol{s}_{mid} + \boldsymbol{\omega}_{mid} \times (\boldsymbol{\omega}_{mid} \times \boldsymbol{s}_{mid}) \right] \cdot l_{mu}$$
(26)

式中, $l_{mu}$ 为上段连杆质心到与固定平台铰接的虎克 铰中心之间的距离。

约束分支下段连杆质心加速度可表示为

$$\boldsymbol{a}_{md} = \left[\boldsymbol{\varepsilon}_{mid} \times \boldsymbol{s}_{mid} + \boldsymbol{\omega}_{mid} \times (\boldsymbol{\omega}_{mid} \times \boldsymbol{s}_{mid})\right] \cdot (l_{mid} - l_{md}) + \ddot{l}_{mid} \cdot \boldsymbol{s}_{mid} + 2\boldsymbol{\omega}_{mid} \times \dot{l}_{mid} \cdot \boldsymbol{s}_{mid}$$
(27)

# 2 6PUS - UPU 并联机器人动力学建模

#### 2.1 偏速度与偏角速度分析

在式(3)建立的广义速度与动平台速度映射关系基础上,根据偏速度和偏角速度的定义,可得动平台偏速度和偏角速度分别为

$$\boldsymbol{v}_{d}^{*} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{3\times3} & \boldsymbol{O}_{3\times3} \end{bmatrix} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{\omega}_d^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{O}_{3 \times 3} & \boldsymbol{J}_d \end{bmatrix} \tag{29}$$

同理,由式(7)可知驱动分支虎克铰的偏速度为

$$\boldsymbol{v}_{A_{i}}^{*} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{O}_{1\times6} \\ \boldsymbol{O}_{1\times6} \\ \boldsymbol{J}_{A_{i}} \end{bmatrix} \tag{30}$$

将式(28)、式(29)、式(30)代入式(11)可求得 驱动分支杆偏角速度

$$\boldsymbol{\omega}_{l_i}^* = \frac{\boldsymbol{n}_l \times (\boldsymbol{v}_d^* + \boldsymbol{\omega}^* \cdot \boldsymbol{r}_{b_i} - \boldsymbol{v}_{A_i}^*)}{l}$$
(31)

将式(31)代入式(12)可得驱动分支杆质心偏速度为

$$\mathbf{v}_{l_{i}}^{*} = \mathbf{v}_{A_{i}}^{*} + \omega_{l_{i}}^{*} \times \mathbf{n}_{l_{i}} \frac{l}{2}$$
 (32)

对于约束分支 UPU,将式(28)代人式(15)可得 其偏角速度为

$$\boldsymbol{\omega}_{mid}^* = \frac{\boldsymbol{s}_{mid} \times (\boldsymbol{v}_d^* + \boldsymbol{\omega}_d^* \times \boldsymbol{r}_{p_u})}{l_{mid}}$$
(33)

将式(33)代入式(16)可得约束分支上连杆质 心偏速度为

$$\mathbf{v}_{mu}^* = \boldsymbol{\omega}_{mid}^* \times \mathbf{s}_{mid} \cdot l_{mu} \tag{34}$$

将式(33)代入式(17)可得约束分支下连杆质

心偏速度为

$$\boldsymbol{v}_{md}^* = \dot{\boldsymbol{l}}_{mid} \cdot \boldsymbol{s}_{mid} + \boldsymbol{\omega}_{mid}^* \times \boldsymbol{s}_{mid} \cdot (\boldsymbol{l}_{mid} - \boldsymbol{l}_{md})$$
 (35)

则约束分支上下段连杆相对运动偏速度可表示 为

$$\boldsymbol{v}_{mud}^* = (\boldsymbol{v}_d^* + \boldsymbol{\omega}_d^* \times \boldsymbol{r}_{p_u}) \cdot \boldsymbol{s}_{mid}$$
 (36)

#### 2.2 Kane 动力学方程

6PUS - UPU 冗余驱动并联机器人作为多体系统,将其中每个零件均视作刚体进行研究,则其Kane 动力学方程可以描述为:作用在每个刚体上相对于对应广义速度的广义主动力  $F_i'$  与广义惯性力 $F_i^{*'}$  之和为零,即

$$\boldsymbol{F}_{i}^{r} + \boldsymbol{F}_{i}^{*r} = 0 \tag{37}$$

对于系统中刚体零件i,定义其广义速度的偏线速度和偏角速度分别为 $v_i^*$ 和 $\omega_i^*$ ,作用其质心上的主动力和主动力矩分别为 $F_i$ 和 $M_i$ ,惯性力和惯性力矩分别为 $F_i'$ 和 $M_i'$ ,则式(37)中定义的广义主动力和广义惯性力可分别表示为

$$\mathbf{F}_{i}^{r} = \mathbf{F}_{i} \mathbf{v}_{i}^{*} + \mathbf{M}_{i} \boldsymbol{\omega}_{i}^{*} \qquad \mathbf{F}_{i}^{*r} = \mathbf{F}_{i}^{r} \mathbf{v}_{i}^{*} + \mathbf{M}_{i}^{r} \boldsymbol{\omega}_{i}^{*}$$

已知动平台质量、滑块质量、驱动分支质量分别为 $m_d$ 、 $m_A$ 、 $m_l$ ,中间约束分支上、下连杆质量分别为 $m_{mu}$ 、 $m_{md}$ ,动平台惯量张量矩阵和驱动分支杆惯性张量矩阵分别为 $I_d$  和 $I_{l_i}$ ,中间约束分支上下连杆惯性张量矩阵分别为 $I_{mu}$ 、 $I_{md}$ ,各驱动分支滑块驱动力为 $F_{q_j}$ ,中间约束分支对动平台约束力为 $F_{mid}$ ,动平台所受外力和外力矩分别为F 和M,重力加速度为g,则系统广义主动力为

$$F'_{j} = m_{d}g \cdot v_{d,j}^{*} + F \cdot v_{d,j}^{*} + M \cdot \omega_{d,j}^{*} + \sum_{i=1}^{6} m_{A}g \cdot v_{A_{i,j}}^{*} + \sum_{i=1}^{6} m_{A}g \cdot v_{A_{i,j}}^{*} + \sum_{i=1}^{6} m_{i}g \cdot v_{A_{i,j}}^{*} + F_{mid} \cdot v_{mid,j}^{*} + M_{mid} \cdot \omega_{mid,j}^{*} + \sum_{i=1}^{6} m_{i}g \cdot v_{l_{i,j}}^{*} + m_{mu}g \cdot v_{mu,j}^{*} + m_{md}g \cdot v_{md,j}^{*}$$
 (38)   
式中, $j = 1, 2, 3$ ,表示偏速度和偏角速度中的第 $j$ 列; $i = 1, 2, \cdots, 6$ ,表示系统中第 $i$ 个分支和滑块。

系统广义惯性力为

$$F_{j}^{*r} = -m_{d}\boldsymbol{a}_{d} \cdot \boldsymbol{v}_{d,j}^{*} - \sum_{i=1}^{6} m_{A}\boldsymbol{a}_{A_{i}} \cdot \boldsymbol{v}_{A_{i,j}}^{*} - \sum_{i=1}^{6} m_{l}\boldsymbol{a}_{l_{i}} \cdot \boldsymbol{v}_{A_{i,j}}^{*} - \sum_{i=1}^{6} m_{l}\boldsymbol{a}_{l_{i}} \cdot \boldsymbol{v}_{l_{i,j}}^{*} - m_{mu}\boldsymbol{a}_{mu} \cdot \boldsymbol{v}_{mu,j}^{*} - m_{md}\boldsymbol{a}_{md} \cdot \boldsymbol{v}_{md,j}^{*} - (\boldsymbol{I}_{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{d} + \boldsymbol{\omega}_{d} \times \boldsymbol{I}_{d} \cdot \boldsymbol{\omega}_{d}) \cdot \boldsymbol{\omega}_{d,j}^{*} - \sum_{i=1}^{6} (\boldsymbol{I}_{l_{i}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{l_{i}} + \boldsymbol{\omega}_{l_{i}} \times \boldsymbol{I}_{l_{i}} \cdot \boldsymbol{\omega}_{l_{i}}) \cdot \boldsymbol{\omega}_{l_{i,j}}^{*} - (\boldsymbol{I}_{mu} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{mid} + \boldsymbol{\omega}_{mid} \times \boldsymbol{I}_{mu} \cdot \boldsymbol{\omega}_{mid}) \cdot \boldsymbol{\omega}_{mid,j}^{*} - (\boldsymbol{I}_{md} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{mid} + \boldsymbol{\omega}_{mid} \times \boldsymbol{I}_{md} \cdot \boldsymbol{\omega}_{mid}) \cdot \boldsymbol{\omega}_{mid,j}^{*}$$

$$(39)$$

令式(38)中滑块的广义驱动力以及约束分支的广义约束力之和为

$$\mathbf{F}_{j}^{\mathbf{r}'} = \sum_{i=1}^{6} \mathbf{F}_{q_{j}} \cdot \mathbf{v}_{A_{i,j}}^{*} + \mathbf{F}_{mid} \cdot \mathbf{v}_{mid,j}^{*} + \mathbf{M}_{mid} \cdot \boldsymbol{\omega}_{mid,j}^{*} \quad (40)$$
则剩余广义主动力项之和为

$$F_{j}^{r''} = m_{d} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{d,j}^{*} + \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}_{d,j}^{*} + \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\omega}_{d,j}^{*} + \sum_{i=1}^{6} m_{A} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{A_{i,j}}^{*} + \sum_{i=1}^{6} m_{i} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{A_{i,j}}^{*} + m_{mu} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{mu,j}^{*} + m_{md} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{md,j}^{*}$$
(41)  
将式(39)、式(40)、式(41)代人式(37)可得  
$$F_{j}^{r'} = -F_{j}^{r''} - F_{j}^{*r'}$$
(42)

将式(42)左侧项中各分支驱动力以及中间分 支约束力写成其它广义主动力以及广义惯性力函数 的形式

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{q1} & \boldsymbol{F}_{q2} & \boldsymbol{F}_{q3} & \boldsymbol{F}_{q4} & \boldsymbol{F}_{q5} & \boldsymbol{F}_{q6} & \boldsymbol{F}_{mid} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \\ \boldsymbol{G}_{6\times7}^{-1} (-\boldsymbol{F}_{j}^{r''} - \boldsymbol{F}_{j}^{*r}) \qquad (43)$$
  
式中  $\boldsymbol{G}_{6\times7} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_{A_{1}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{J}_{A_{2}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{J}_{A_{3}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{J}_{A_{5}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{J}_{A_{6}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{J}_{mid}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$   
为系统的力雅可比矩阵。

通过式(43)中力雅可比矩阵  $G_{6x7}$ 建立了系统从工作空间向关节空间的动力学映射关系,通过该式即可求出给定运动参数下各驱动分支驱动力和中间分支约束力。然而由于力传递矩阵  $G_{6x7}$ 为非方矩阵,驱动力和约束力的解具有无穷多种组合,因此需要按照优化目标对驱动力进行协调分配,以求得唯一解,为冗余驱动力控制提供理论支撑。

# 3 驱动力协调分配理论与数值仿真

#### 3.1 驱动力加权最小二乘法

已知系统驱动力为

$$au = [F_{q1} \quad F_{q2} \quad F_{q3} \quad F_{q4} \quad F_{q5} \quad F_{q6} \quad F_{d}]^{\mathrm{T}}$$
 则驱动力加权最小二乘法可表示为在约束方程  $G au = F_{j}^{r'}$  作用下求使得优化目标函数  $\mathbf{Z} = au^{\mathrm{T}} W au$  取得

 $G\tau = F_j^r$  作用下求使得优化目标函数  $Z = \tau^T W \tau$  取得最小值的  $\tau$ ,其中 W 为对角加权矩阵,引入拉格朗日乘子  $\lambda$ ,构造优化函数对象

$$\mathbf{Z}' = \boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}} (\mathbf{F}_{j}^{r'} - \mathbf{G} \boldsymbol{\tau})$$
 (44)

式(44)两端分别对 $\tau$ 、 $\lambda$ 求偏导可得

$$\frac{\partial \mathbf{Z}'}{\partial \boldsymbol{\tau}} = 2\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}} \mathbf{W} - \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}} \mathbf{G} = 0 \tag{45}$$

$$\frac{\partial \mathbf{Z}'}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{F}_{j}^{r'} - G\boldsymbol{\tau} = 0 \tag{46}$$

由式(45)可得

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{2} (\boldsymbol{W}^{-1})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\lambda}$$
 (47)

将式(47)代入式(46)可得

$$\boldsymbol{\lambda} = 2 \left( \boldsymbol{G} (\boldsymbol{W}^{-1})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}} \right)^{-1} \boldsymbol{F}_{i}^{r'} \tag{48}$$

将式(48)代入式(47)可得

$$\boldsymbol{\tau} = (\boldsymbol{W}^{-1})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{G} (\boldsymbol{W}^{-1})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}})^{-1} \boldsymbol{F}_{i}^{r'}$$

取 W 为单位矩阵,即优化目标为各分支受力均

衡且其平方和最小。

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{G} \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}})^{-1} \boldsymbol{F}_{i}^{r'} \tag{49}$$

通过式(49)即可求得经过协调分配后的各驱动分支驱动力和中间分支的约束力。

# 3.2 数值计算分析

已知  $m_d$  = 32. 65 kg、 $m_A$  = 6. 4 kg、 $m_l$  = 5. 8 kg、 $m_{mu}$  = 4. 18 kg、 $m_{md}$  = 6. 15 kg、F = 0 N、M = 0 N·m。动平台运动轨迹为 XY 平面内直径为 200 mm 的圆,起步与停止过程中加速度为 250 mm/s²,平均速度为 125 mm/s。分别计算非冗余驱动情况下各分支驱动力和冗余驱动情况下采用加权最小二乘法对驱动力进行分配优化后的各分支驱动力,结果分别如图 3、图 4 所示。

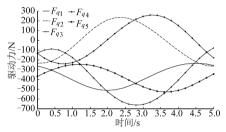


图 3 非冗余驱动情况下驱动力曲线

Fig. 3 Driving force curve under the condition of non-redundant actuation

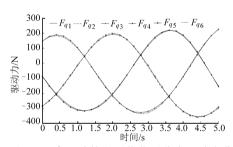


图 4 冗余驱动情况下优化后分支驱动力曲线

Fig. 4 Optimized driving force curve under the condition of redundant actuation

通过图 3、图 4 对比可以发现,非冗余驱动情况下各分支受力极不均衡,驱动力瞬时最大值为660 N。引入冗余驱动并采用加权最小二乘法对驱动力分配进行优化后,分支最大瞬时驱动力下降至350 N,且各分支驱动力均衡。

# 4 驱动力协调分配实验

6PUS-UPU型冗余驱动并联机器人如图 5 所示,它由机械本体、实现位姿控制的运动控制器PMAC以及对冗余驱动力进行独立控制的 DSP 控制器共同组成。

为实现对该冗余驱动并联机器人位姿和冗余驱动力的控制,进而实现驱动力的协调分配,设计了该并联机器人的控制系统,如图 6 所示。



图 5 冗余驱动 6PUS - UPU 并联机器人

Fig. 5 6PUS - UPU parallel robot with redundant actuation

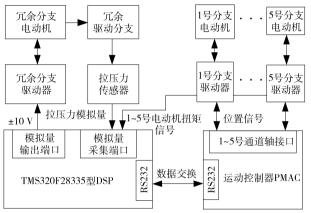


图 6 冗余驱动并联机器人控制系统

Fig. 6 Control system of the parallel robot with redundant actuation

运动控制器 PMAC 对该并联机器人的 1~5 号分支进行位置控制,实现动平台的精确位姿调整。DSP 控制器向冗余分支驱动器发送驱动力指令信号,并通过拉压力传感器对分支受力进行测量以实现冗余驱动力闭环控制。为保证冗余驱动力与动平台位姿的同步性,DSP 通过串口与 PMAC 进行时间基准的确定。同时,DSP 控制器的模拟量输入端口还对 1~5 号分支驱动器的扭矩输出信号进行采集,以检测各主驱动分支扭矩输出状态。

为了检验冗余驱动对于改善 6PUS – UPU 并联机器人动力学性能的效果,规划与 3.2 节中相同的运动轨迹与参数,分别对非冗余驱动和冗余驱动情况下 1~5 号分支驱动力进行检测,其中冗余驱动分支驱动力控制目标为图 4 中  $F_{90}$ 所示驱动力,实验结果分别如图 7.8 所示。

将图7和图3、图8与图4所示各分支驱动力分

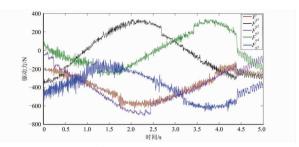


图 7 非冗余驱动情况下实际驱动力曲线
Fig. 7 Actual driving force curve under the condition
of non-redundant actuation

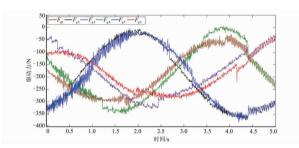


图 8 冗余驱动情况下实际驱动力曲线

Fig. 8 Actual driving force curve under the condition of redundant actuation

别进行对比可以看出,无论系统处于非冗余驱动还是冗余驱动,各分支实际驱动力与数值计算获得的驱动力之间存在由机构间隙、动力学建模精度以及电磁干扰综合作用产生的误差和噪声,但驱动力数值大小以及变化趋势均较为接近,所以实验采用的动力学建模和驱动力分配方法以及冗余驱动力控制策略对于实现并联机器人的冗余驱动是可行的。

对比图 7 和图 8 可以发现,引入冗余驱动后,分支最大瞬时驱动力约由 700 N 下降至 380 N,各分支驱动力更加均衡,可见冗余驱动可以明显提高并联机器人的承载能力。

# 5 结论

(1)采用 Kane 方法建立了多自由度冗余驱动并联机器人动力学模型,以最小化最大瞬时驱动力为目标采用加权最小二乘法实现了驱动力的协调分配,揭示了冗余驱动力与驱动力协调分配间的相互作用机理。

(2)提出以 DSP 控制器和运动控制器相结合的方式对该并联机器人的冗余驱动力和位姿进行控制,实验结果表明:在冗余驱动力作用下,分支瞬时最大驱动力由 700 N 下降至 380 N,且各分支受力更加均衡,建立了一套冗余驱动并联机器人的有效控制策略。

#### 参考文献

- 1 Liu G F, Wu Y L, Wu X Z, et al. Analysis and control of redundant parallel manipulators [C]. Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation, 2001, 4:3 748 ~ 3 754.
- Wu Jun, Li Tiemin, Xu Boqiang. Force optimization of planar 2-DOF parallel manipulators with actuation redundancy considering deformation [J]. Proc. IMechE Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2013,227(6):1371~1377.
- 3 冯志友,张燕,杨廷力,等. 基于牛顿欧拉法的 2UPS-2RPS 并联机构逆动力学分析[J]. 农业机械学报,2009, 40(4):193~197. Feng Zhiyou, Zhang Yan, Yang Tingli, et al. Inverse dynamics of a 2UPS-2RPS parallel mechanism by Newton Euler formulation [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(4): 193~197. (in Chinese)
- 4 孙小勇,谢志江,蹇开林,等. 6-PSS 柔性并联机器人动力学分析与仿真[J]. 农业机械学报,2012,43(7):194~205. Sun Xiaoyong, Xie Zhijiang, Jian Kailin, et al. Dynamics analysis and simulation of 6-PSS flexible parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012,43(7):194~205. (in Chinese)
- 5 刘玮,常思勤. 基于遗传算法的冗余任务并联机器人驱动优化[J]. 农业机械学报,2012, 43(4):221~220. Liu Wei, Chang Siqin. Drive optimization of parallel robot under redundant tasks based on genetic algorithm [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(4): 221~220. (in Chinese)
- 6 赵海峰,蹇开林. 基于 KANE 方法的并联六自由度机构的动力学计算[J]. 计算力学学报,2011, 28(4):165~170. Zhao Haifeng, Jian Kailin. Dynamic computation of the 6-DOF parallel mechanism based on KANE method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2011, 28(4): 165~170. (in Chinese)
- 7 于影,孟庆鑫,王立权,等. 用 6-RUS 并联机构实现海上补给自动对接的关键技术[J]. 机器人,2011,33(1):28~34. Yu Ying, Meng Qingxin, Wang Liquan, et al. Key technologies of automatic docking for replenishment at sea with the 6-RUS parallel mechanism[J]. Robot, 2011,33(1):28~34. (in Chinese)
- 8 YunYuan, Li Yangmin. Design and analysis of a novel 6-DOF redundant actuated parallel robot with compliant hinges for high precision positioning [J]. Nonlinear Dynamics, 2010,61(4): 829 ~ 845.
- 9 卿建喜,李剑锋,方斌. 冗余驱动 Tricept 并联机构的驱动优化[J]. 机械工程学报,2010,46(5):8~14.
  Qing Jianxi, Li Jianfeng, Fang Bin. Drive optimization of tricept parallel mechanical with redundant actuation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010,46(5):8~14. (in Chinese)
- 10 Wu Jun, Wang Jingsong, Wang Liping, et al. Dynamic formulation of redundant and nonredundant parallel manipulators for dynamic parameter identification [J]. Mechatronics, 2009, 19(4): 586 ~ 590.
- 11 邵华,关立文,王立平,等. 冗余并联机床驱动力优化解析[J]. 清华大学学报,2007,47(8):1325~1329.

  Shao Hua, Guan Liwen, Wang Liping, et al. Drive force optimization for a redundant parallel machine [J]. Journal of Tsinghua University, 2007,47(8):1325~1329. (in Chinese)
- 12 闫彩霞,闫楚良,陆震. 基于加权矩阵的过驱动并联机构驱动力矩调节法[J]. 吉林大学学报,2008, 38(5):1215~1219. Yan Caixia, Yan Chuliang, Lu Zhen. Approach to coordinate driving torque of redundant actuated parallel manipulator based on weighted matrix[J]. Journal of Jilin University, 2008, 38(5):1215~1219. (in Chinese)
- He Guangping, Lu Zhen. The research on the redundant actuated parallel robot with full compliant [C] // Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems, 2006: 7 ~9.
- 14 罗中宝,杨志东,丛大成,等. 2 自由度驱动冗余摇摆台的设计[J]. 机器人,2012,34(5):574~580. Luo Zhongbao, Yang Zhidong, Cong Dacheng, et al. Design of 2 DOF motion simulator with actuation redundancy[J]. Robot, 2012,34(5):574~580. (in Chinese)
- 15 Takashi Harada, Motoya Nagase. Impedance control of a redundantly actuated 3-DOF planar parallel link mechanism using direct drive linear motors [C] // Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2010:14 ~ 18.

# Dynamic Modeling and Driving Force Coordinate Distribution of the Parallel Robot with Redundant Actuation

Dou Yuchao<sup>1</sup> Yao Jiantao<sup>1,2</sup> Gao Sihui<sup>1</sup> Han Xing<sup>1</sup> Liu Xiaofei<sup>1</sup> Zhao Yongsheng<sup>1,2</sup>
(1. Hebei Provincial Key Laboratory of Parallel Robot and Mechatronic System, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** The redundant actuation can reduce the instantaneous maximum driving force of the parallel mechanism and improve the carrying capacity effectively. However, the driving force coordination misallocation or the redundant driving force control error is over, not only can the above-mentioned functions not be realized, but even cause overlarge internal force leading to mechanism damage.

Therefore, the 6UPS – UPU parallel robot with redundant actuation is taken as an example, and the velocity and acceleration of the driving links, constraint link and moving platform were analyzed. Partial velocity and partial angular velocity were introduced to establish the system dynamic equation using Kane equation. The target of minimizing the instantaneous maximum driving force was proposed and the weighted least square method was used to distribute the driving force; driving force of each leg was obtained by numerical calculation under the condition of given trace. The mode that combination of DSP controller and motion controller was used to improve the real-time of driving force coordinate distribution, and then control of the redudant driving force was realized. The experimental results show that the instantaneous maximum driving force is obviously decreased, and the driving force distribution becomes more balanced under the influence of the redudant driving force. Consequently, the method and the strategy proposed are effective.

**Key words:** Redundant actuation Parallel robot Dynamic modeling Driving force coordinate distribution

(上接第320页)

# CPP Hub Electro-hydraulic Servo Loading Test Bench

Gui Zhongdong<sup>1,2</sup> Ding Fan<sup>1</sup> Yuan Ye<sup>1</sup> Li Youce<sup>2</sup> Liu Shuo<sup>1</sup> Man Zaipeng<sup>1</sup>
(1. State Key Lab of Fluid Power and Mechatronic Systems, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China 2.704th Research Institute, China Shipbuilding Industry Corporation, Shanghai 200031, China)

Abstract: A novel electro-hydraulic servo hub machine loading test bench for controllable pitch propeller (CPP) was presented. Thrust, rotational resistance, centrifugal force and rotary vane torque generated by CPP in water at different pitch, rotational speed and speed can be imitated through a multi-channel electric hydraulic force (torque) servo control system. The servo control system could apply static, dynamic, pulsating load or variable load according to a loading spectrum to the hub. A vertical structure was utilized for the loading system, with a massive disk as the foundation bed. The loaded hub was installed upside-down in the center of the disc. Finite element analysis for the key parts of test bench was conducted, as well as the frequency response analysis of electro-hydraulic servo loading system. The experiments demonstrated that the loading test bench could meet the variety of load requirements.

Key words: Controllable pitch propeller Hub Electro-hydraulic servo loading Test bench