

4-UPS-RPS空间5自由度并联机构运动学分析*

陈修龙 孙先洋 邓昱

(山东科技大学机械电子工程学院, 青岛 266590)

摘要: 提出了能实现三维转动和二维移动的4-UPS-RPS空间5自由度并联机构,并对该机构进行了运动学分析。4-UPS-RPS并联机构包含5条分支,其中4条分支为U-P-S(虎克铰-移动副-球副)型结构,1条分支为R-P-S(转动副-移动副-球铰)型结构。建立了该机构的位置反解数学模型,推导出了该机构的速度雅可比矩阵和加速度分析表达式,求解了该机构的位置反解、速度和加速度,并采用ADAMS软件对机构的运动学进行模拟仿真,仿真结果表明理论分析结果完全正确,为该并联机构的实际应用奠定了理论依据。

关键词: 并联机构 运动学分析 5自由度

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)08-0257-05

Kinematics Analysis of 4-UPS-RPS Spatial 5-DOF Parallel Mechanism

Chen Xiulong Sun Xianyang Deng Yu

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: A 4-UPS-RPS spatial 5-DOF parallel mechanism, which could achieve three rotational DOF and two translational DOF, was introduced, and its kinematics analysis was carried out. 4-UPS-RPS parallel mechanism included five limbs, where four limbs were types of universal joint-prismatic joint-spherical joint, and the other was type of revolution-prismatic joint-spherical joint. The reverse solution of position analysis for the parallel mechanism was presented. On this basis, the Jacobian matrix and acceleration equation were derived, and the inverse position, velocity and acceleration of this parallel mechanism were obtained. Then the virtual simulation of mechanism kinematics was implemented by using ADAMS software. The simulation results showed that the numerical calculation results were correct. The research could provide a theoretical basis to promote application of 4-UPS-RPS parallel mechanism.

Key words: Parallel mechanism Kinematics analysis 5-DOF

引言

并联机构具有刚度质量比大、误差不累积、承载能力大等优点,在实际应用上与串联机构形成了互补,成为机器人研究与应用的一个热点^[1~4]。5自由度并联机构是少自由度并联机器人机构中极为重要的一类,与6自由度并联机器人机构相比,它具有机械结构简单,制造和控制成本相对较低等优点;比3、4自由度并联机器人机构又具有较多自由度,5自

由度并联机构可作为并联式5坐标测量机、5轴并联机床或5自由度工业机器人等,因此在工业生产和其他领域有广阔的应用前景。国内外有关学者对其进行了研究^[5~14],但目前对空间5自由度并联机构的研究还相对较少。

本文简述一种4-UPS-RPS空间5自由度并联机构,建立该机构位置反解、速度求解和加速度求解的运动学模型,采用理论数值分析与ADAMS虚拟仿真相结合的方法验证所建模型的正确性。

收稿日期: 2012-07-29 修回日期: 2012-09-03
* 国家自然科学基金资助项目(51005138)、山东省优秀中青年科学家科研奖励基金资助项目(BS2012ZZ008)和山东科技大学杰出青年基金资助项目(2011KYJQ102)
作者简介: 陈修龙,副教授,博士后,主要从事并联机构及其动力学研究,E-mail: cxldy99@163.com

1 5 自由度并联机构

4-UPS-RPS 空间 5 自由度并联机构,如图 1 所示。4-UPS-RPS 空间并联机构是基于螺旋理论的方法综合出的一种并联机构构型,该机构由动平台、定平台、连接动平台和定平台的 5 个分支组成,定平台通过 4 个结构完全相同的驱动分支 UPS (虎克铰-移动副-球副) 以及另 1 个驱动分支 RPS (转动副-移动副-球铰) 与动平台相连接。通过改变 5 个驱动杆的长度,机构的动平台可在一定范围内实现三维转动和两维移动。4-UPS-RPS 空间并联机构除具有并联机构的主要优点外,还具有以下主要特点:①与 6 自由度并联机构相比减少了一个多余的驱动支链;与带有约束支链的 5 自由度并联机构(如 5-UPS-PRPU 机构)相比减少了一个约束支链。②与混联机构相比其运动惯量要小很多。③动平台位姿灵活。④位置正反解简单。4-UPS-RPS 空间 5 自由度并联机构可应用于并联坐标测量机、虚拟轴机床和工业机器人等装备,应用领域较广泛。

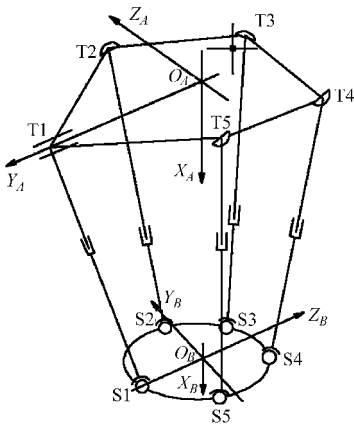


图 1 4-UPS-RPS 并联机构

Fig. 1 Mechanism diagram of 4-UPS-RPS

2 机构的运动学分析

2.1 机构的位置反解

如图 2 所示,在并联机构上、下平台上分别建立坐标系,定坐标系 $O_A X_A Y_A Z_A$ 固定于定平台上,坐标系的中心定在经过 4 个虎克铰的圆的圆心上,其中 X_A 轴竖直向下, Y_A 轴指向转动副 T1, Z_A 轴按右手定则确定。动坐标系 $O_B X_B Y_B Z_B$ 建立在动平台上,初始位置时 X_B 轴与 X_A 方向相同, Y_B 轴与 Z_A 方向相同, Z_B 轴与 Y_A 方向相反。

机构的位置反解是已知动平台的位姿 (${}^A X_{B0}, {}^A Y_{B0}, \alpha, \beta, \gamma$), 求 5 个驱动杆的长度。 ${}^A P_{B0} = [{}^A X_{B0}, {}^A Y_{B0}, {}^A Z_{B0}]^T$ 为动坐标系 $O_B X_B Y_B Z_B$ 原点在参考

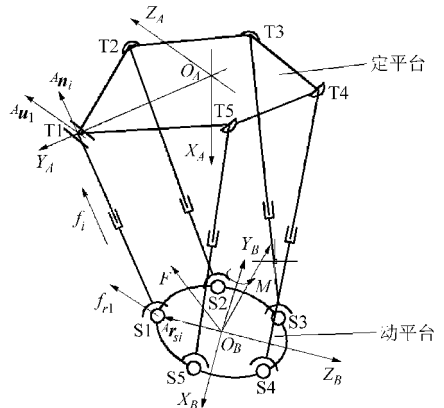


图 2 速度分析示意图

Fig. 2 Velocity diagram of mechanism

坐标系 $O_A X_A Y_A Z_A$ 中的位置矢量。根据机构给定的结构尺寸,利用机构几何关系,可求出动、定平台 5 个驱动分支上铰链点在各自坐标系中的坐标值。定平台上 5 个铰链点不是均匀布置,第 1 个铰链点为转动副 T1 沿坐标系 $O_A X_A Y_A Z_A$ 的 Y_A 坐标轴正方向,距离设为 R_1 ,其余 4 个虎克铰铰链点 T_i ($i=2, 3, 4, 5$) 为均匀布置,分布半径为 R ,间隔角度为 θ ,可得到定平台上铰链点 T_i ($i=1, 2, \dots, 5$) 在定坐标系 $O_A X_A Y_A Z_A$ 的坐标表示为 ${}^A P_{Ai} = [{}^A X_{Ai}, {}^A Y_{Ai}, {}^A Z_{Ai}]^T$ 。动平台上 5 个球副铰链点为均匀布置,第 1 个铰链点 S_1 沿坐标系 $O_B X_B Y_B Z_B$ 的 Z_B 坐标轴反方向,半径为 r ,铰链点间隔角度为 φ ,动平台上铰链点 S_i ($i=1, 2, \dots, 5$) 在动坐标系 $O_B X_B Y_B Z_B$ 的坐标表示为 ${}^B P_{Bi} = [{}^B X_{Bi}, {}^B Y_{Bi}, {}^B Z_{Bi}]^T$ 。则动平台上球副铰链点 S_i ($i=1, 2, \dots, 5$) 在坐标系 $O_A X_A Y_A Z_A$ 中的位置矢量为

$${}^A P_{Bi} = [{}^A X_{Bi}, {}^A Y_{Bi}, {}^A Z_{Bi}]^T = {}^A_B R {}^B P_{Bi} + {}^A P_{B0} \quad (1)$$

其中

$${}^A_B R = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma \\ -\sin\beta & \cos\beta\sin\gamma & \cos\beta\cos\gamma \end{bmatrix}$$

式中 ${}^A_B R$ ——以 $Z-Y-X$ 欧拉角 (α, β, γ) 表示的姿态变换矩阵

由 4-UPS-RPS 机构可知,其动平台上的球铰点 S_1 在定坐标系 $O_A X_A Y_A Z_A$ 的 Z_A 轴上坐标为 0,利用这一条件可以反推出 ${}^A Z_{B0}$ 与转角之间的关系。

球铰点 S_1 动系下坐标转换到定坐标系 O_A 为

$$\begin{bmatrix} {}^A X_{B1} \\ {}^A Y_{B1} \\ {}^A Z_{B1} \end{bmatrix} = {}^A_B R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^A X_{B0} \\ {}^A Y_{B0} \\ {}^A Z_{B0} \end{bmatrix} \quad (2)$$

由式(2)可得

$${}^A Z_{B1} = -r\cos\beta\cos\gamma + {}^A Z_{B0} \quad (3)$$

由于 ${}^A Z_{B1} = 0$,可得

$${}^AZ_{BO} = r \cos \beta \cos \gamma \quad (4)$$

从而得到 5 个驱动杆的杆长在固定坐标系 $O_A X_A Y_A Z_A$ 中的位置矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_i &= {}^A\mathbf{P}_{Bi} - {}^A\mathbf{P}_{Ai} = {}^A\mathbf{R}^B \mathbf{P}_{Bi} + {}^A\mathbf{P}_{BO} - {}^A\mathbf{P}_{Ai} \\ (i &= 1, 2, \dots, 5) \end{aligned} \quad (5)$$

由式(5)可知,根据 5 个驱动杆两端点在定坐标系下的坐标,可以求出各驱动杆的杆长为

$$l_i = |\mathbf{L}_i| = |{}^A\mathbf{P}_{Bi} - {}^A\mathbf{P}_{Ai}| = \sqrt{({}^AX_{Bi} - {}^AX_{Ai})^2 + ({}^AY_{Bi} - {}^AY_{Ai})^2 + ({}^AZ_{Bi} - {}^AZ_{Ai})^2} \quad (6)$$

利用式(6)对动平台的位姿进行反解运算,可以得到 5 个驱动杆的杆长,实现对机构位姿的运动控制。

2.2 机构的速度求解

如图 2 所示, ${}^A\mathbf{v}_{bo}$ 为动平台中心点 O_B 的速度, ${}^A\boldsymbol{\omega}_b$ 为动平台的角速度, ${}^A\mathbf{v}_{si}$ 为铰点 S_i 的速度, $\dot{L}_i$ 为杆 L_i 的杆长变化速度, ${}^A\mathbf{r}_{si}$ 为铰点 S_i 相对于动平台中心点 O_B 的矢径, ${}^A\mathbf{n}_i$ 为杆 L_i 的单位方向矢量, ${}^A\mathbf{u}_1$ 为转动副 T1 的单位向量。则铰链点 S_i 的速度 ${}^A\mathbf{v}_{si}$ 可表示为

$${}^A\mathbf{v}_{si} = {}^A\mathbf{v}_{bo} + {}^A\boldsymbol{\omega}_b \times {}^A\mathbf{r}_{si} \quad (7)$$

故驱动速度 $\dot{L}_i$ 可表示为 ${}^A\mathbf{v}_{si}$ 在 L_i 上的投影

$$\dot{L}_i = {}^A\mathbf{v}_{si} \cdot {}^A\mathbf{n}_i \quad (8)$$

把式(7)代入式(8)中,可得

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{1A} \\ \mathbf{J}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{n}_1 & {}^A\mathbf{n}_2 & {}^A\mathbf{n}_3 & {}^A\mathbf{n}_4 & {}^A\mathbf{n}_5 & {}^A\mathbf{u}_1 \\ {}^A\mathbf{r}_{s1} \times {}^A\mathbf{n}_1 & {}^A\mathbf{r}_{s2} \times {}^A\mathbf{n}_2 & {}^A\mathbf{r}_{s3} \times {}^A\mathbf{n}_3 & {}^A\mathbf{r}_{s4} \times {}^A\mathbf{n}_4 & {}^A\mathbf{r}_{s5} \times {}^A\mathbf{n}_5 & {}^A\mathbf{r}_{s1} \times {}^A\mathbf{u}_1 \end{bmatrix}_{6 \times 6}^T$$

式中 $\mathbf{J}$ ——完全映射矩阵

由式(12)可得

$$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{v}_{bo} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{L}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中 $\mathbf{J}^{-1}$ ——从关节空间到操作空间映射的速度雅可比矩阵

当用 $Z-Y-X$ 欧拉角 (α, β, γ) 表示动平台的姿态时,欧拉角 (α, β, γ) 对时间的导数为 $\dot{\alpha}$ 在 Z 轴上, $\dot{\beta}$ 在 Y' 轴上, $\dot{\gamma}$ 在 X'' 轴上, $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$ 非正交。将 $\dot{\alpha}, \dot{\beta}$ 和 $\dot{\gamma}$ 转换到定坐标系 $\{A\}$ 上,则动平台的转动角速度可以用欧拉角的导数表示为

$$\begin{aligned} {}^A\boldsymbol{\omega}_b &= \mathbf{R}(Z, \alpha) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\alpha} + \mathbf{R}(Z, \alpha) \mathbf{R}(Y, \beta) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\beta} + \\ &\mathbf{R}(Z, \alpha) \mathbf{R}(Y, \beta) \mathbf{R}(X, \gamma) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\gamma} = \end{aligned}$$

$$\dot{\mathbf{L}}_i = [{}^A\mathbf{n}_i^T \quad ({}^A\mathbf{r}_{si} \times {}^A\mathbf{n}_i)^T]^T \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{v}_{bo} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix} \quad (9)$$

对于全部 5 个驱动杆,有

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}_{1A} \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{v}_{bo} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{L}} &= [\dot{L}_1 \quad \dot{L}_2 \quad \dot{L}_3 \quad \dot{L}_4 \quad \dot{L}_5]^T \\ \mathbf{J}_{1A} &= \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{n}_1^T & ({}^A\mathbf{r}_{s1} \times {}^A\mathbf{n}_1)^T \\ {}^A\mathbf{n}_2^T & ({}^A\mathbf{r}_{s2} \times {}^A\mathbf{n}_2)^T \\ {}^A\mathbf{n}_3^T & ({}^A\mathbf{r}_{s3} \times {}^A\mathbf{n}_3)^T \\ {}^A\mathbf{n}_4^T & ({}^A\mathbf{r}_{s4} \times {}^A\mathbf{n}_4)^T \\ {}^A\mathbf{n}_5^T & ({}^A\mathbf{r}_{s5} \times {}^A\mathbf{n}_5)^T \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中 $\mathbf{J}_{1A}$ ——驱动映射矩阵

RPS 分支中球铰 S_1 在 ${}^A\mathbf{u}_1$ 上的投影 ${}^A\mathbf{v}_{u1} = 0$, 即

$$0 = {}^A\mathbf{v}_{s1} \cdot {}^A\mathbf{u}_1 =$$

$$[{}^A\mathbf{u}_1^T \quad ({}^A\mathbf{r}_{s1} \times {}^A\mathbf{u}_1)^T]^T \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{v}_{bo} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix} = \mathbf{J}_u \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{v}_{bo} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{J}_u = [{}^A\mathbf{u}_1^T \quad ({}^A\mathbf{r}_{s1} \times {}^A\mathbf{u}_1)^T]$$

式中 $\mathbf{J}_u$ ——约束映射矩阵

由式(10)和式(11)可得

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{L}} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{v}_{bo} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\alpha} + \begin{bmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\beta} + \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \cos \beta \\ -\sin \beta \end{bmatrix} \dot{\gamma} &= \\ \begin{bmatrix} 0 - \dot{\beta} \sin \alpha + \dot{\gamma} \cos \alpha \cos \beta \\ 0 + \dot{\beta} \cos \alpha + \dot{\gamma} \sin \alpha \cos \beta \\ \dot{\alpha} + 0 - \dot{\gamma} \sin \beta \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \cos \beta \\ 1 & 0 & -\sin \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} & \quad (14) \end{aligned}$$

在本机构中, RPS 分支球铰点 S_1 沿 Z 坐标方向没有移动位移, 对 ${}^AZ_{BO} = r \cos \beta \cos \gamma$ 两边求导, 可得

$${}^Av_{zbo} = -r \dot{\beta} \cos \gamma \sin \beta - r \dot{\gamma} \cos \beta \sin \gamma \quad (15)$$

可以将动平台的六维速度表示为

$$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{v}_{bo} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{2A} [{}^Av_{xbo} \quad {}^Av_{ybo} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma}]^T \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{J}_{24} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -202\cos\gamma\sin\beta & -202\cos\beta\sin\gamma \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha\cos\beta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\sin\beta \end{bmatrix}$$

将式(16)代入式(10)中,可得到

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \\ \dot{L}_4 \\ \dot{L}_5 \end{bmatrix} = \mathbf{J}'_{A5 \times 5} \begin{bmatrix} {}^A v_{xbo} \\ {}^A v_{ybo} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中 $\mathbf{J}'_{A5 \times 5} = \mathbf{J}_{1A} \mathbf{J}_{24} \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$
式中 $\mathbf{J}'_{A5 \times 5}$ ——欧拉角转速形式的速度传递矩阵

2.3 机构的加速度求解

设 $\boldsymbol{\eta} = [\eta_x \ \eta_y \ \eta_z]^T, \boldsymbol{\delta} = [\delta_x \ \delta_y \ \delta_z]^T, \hat{\boldsymbol{\eta}} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\eta_z & \eta_y \\ \eta_z & 0 & -\eta_x \\ -\eta_y & \eta_x & 0 \end{bmatrix}, \text{则可得到}^{[15]}$$
$$\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\delta} = \hat{\boldsymbol{\eta}} \boldsymbol{\delta} \quad (18)$$
$$\hat{\boldsymbol{\eta}}^T = -\hat{\boldsymbol{\eta}} \quad (19)$$

令动平台对应的线加速度和角加速度分别为 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}$, a_{Li} 为沿着 L_i 的加速度, $i = 1, 2, \dots, 5$, 则 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 可表示为

$$\boldsymbol{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T \quad \boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$$

式(10)对时间求导,可得

$$a_{Li} = ({}^A \boldsymbol{n}_i^T \quad ({}^A \boldsymbol{r}_{si} \times {}^A \boldsymbol{n}_i)^T) \begin{bmatrix} \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{\varepsilon} \end{bmatrix} +$$
$$({}^A \boldsymbol{v}_{bo}^T \quad {}^A \boldsymbol{\omega}_b^T) \boldsymbol{h}_i \begin{bmatrix} {}^A \boldsymbol{v}_{bo} \\ {}^A \boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中 $\boldsymbol{h}_i = \frac{1}{L_i} \begin{bmatrix} -{}^A \hat{\boldsymbol{n}}_i^2 & {}^A \hat{\boldsymbol{n}}_i^2 {}^A \hat{\boldsymbol{r}}_{si} \\ -{}^A \hat{\boldsymbol{r}}_{si}^T {}^A \hat{\boldsymbol{n}}_i^2 & L_i {}^A \hat{\boldsymbol{r}}_{si}^T {}^A \hat{\boldsymbol{n}}_i + {}^A \hat{\boldsymbol{r}}_{si}^T {}^A \hat{\boldsymbol{n}}_i^2 {}^A \hat{\boldsymbol{r}}_{si} \end{bmatrix}_{6 \times 6}$

对式(16)求导可得

$$\boldsymbol{A} = \mathbf{J}_{24} \boldsymbol{a}_s + \boldsymbol{v}_s^T \mathbf{H} \boldsymbol{v}_s \quad (21)$$

其中 $\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a} \ \boldsymbol{\varepsilon}]^T$

$$\boldsymbol{a}_s = [{}^A \ddot{v}_{xbo} \quad {}^A \ddot{v}_{ybo} \quad \ddot{\alpha} \quad \ddot{\beta} \quad \ddot{\gamma}]^T$$
$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1 \ \mathbf{H}_2 \ \mathbf{H}_3 \ \mathbf{H}_4 \ \mathbf{H}_5 \ \mathbf{H}_6]^T$$

$\mathbf{H}_i$ 为 5×5 形式的 Hessian 矩阵

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -202\cos\gamma\cos\beta & 202\sin\beta\sin\gamma \\ 0 & 0 & 0 & 202\sin\beta\sin\gamma & -202\cos\gamma\cos\beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\cos\alpha & -\sin\alpha\cos\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos\alpha\sin\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\beta\cos\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha\sin\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

当已知 ${}^A v_{xbo}, {}^A v_{ybo}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}, {}^A \dot{v}_{xbo}, {}^A \dot{v}_{ybo}, \ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\gamma}$ 时, 由式(21)、(16)、(20)可以求得各驱动杆的加速度。

3 机构运动学分析实例

3.1 机构的运动参数

4-UPS-RPS 并联机构定平台上转动副中心到定平台中心点的距离为 717 mm, 转动副与相邻虎克铰的间隔角度是 45°; 定平台上 4 个虎克铰的分布半径为 645 mm, 虎克铰的间隔角度为 90°; 动平台上球铰的分布半径为 202 mm, 间隔角度为 72°。定义机构在运动过程中动平台姿态角 $\alpha = -\pi/36 + (\pi/36)t, \beta = -\pi/36 + (\pi/36)t, \gamma = 0^\circ$ 。定义动平台的运动轨迹为

$$\begin{cases} X = 900 + 50\cos(2t) \\ Y = 50\sin(2t) \\ Z = 980 \end{cases} \quad (21)$$

根据上述推导的 4-UPS-RPS 并联机构的位置反解、速度求解和加速度求解数学模型, 即式(6)、式(17)和式(19), 利用 Matlab 数值计算分别得到机构驱动杆杆长、驱动杆速度和驱动杆加速度随时间变化的曲线(图 3a)。利用 ADAMS 虚拟样机仿真得到的 4-UPS-RPS 并联机构的驱动杆杆长、驱动杆速度和驱动杆加速度随时间变化的曲线(图 3b)。由图 3 可以得出, 数值计算的结果与虚拟仿真分析结果基本上一致, 说明了本文推导的位置反解、速度求解和加速度求解表达式都是正确的。

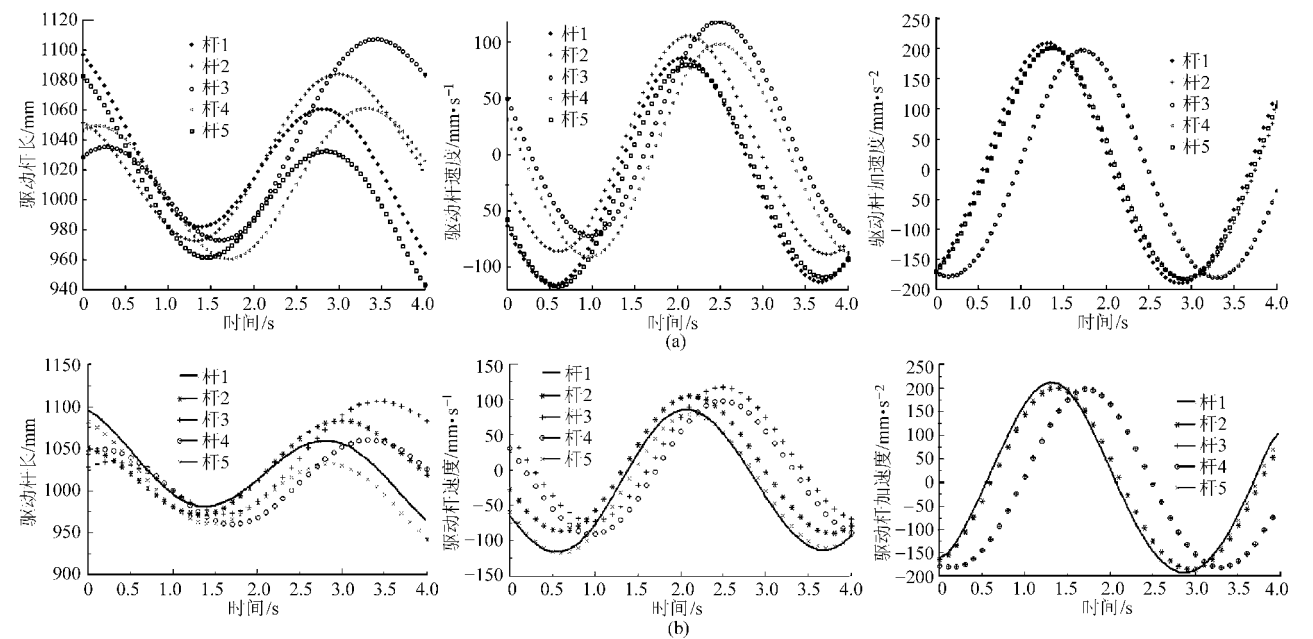


图 3 并联机构的运动分析曲线

Fig. 3 Kinematics analysis of parallel mechanism

(a) 数值计算 (b) 虚拟仿真

4 结束语

建立了 4-UPS-RPS 5 自由度并联机构的位置反解数学模型;建立了动平台六维速度和关节驱动速度矢量之间的 6×6 完全映射矩阵,推导出了适用

于欧拉角转速形式的 5×5 雅可比矩阵,实现了机构关节空间和工作空间速度的一一映射;建立了机构的加速度分析表达式;并分别利用数值计算和虚拟仿真方法对机构的位置反解、速度求解和加速度求解进行了验证。

参 考 文 献

1 Piccin O, Bayle B, Maurin B, et al. Kinematic modeling of a 5-DOF parallel mechanism for semi-spherical workspace[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(8): 1 485 ~ 1 496.

2 Innocenti C, Castelli V P. Direct position analysis of the Stewart platform mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory, 1990, 25(6): 611 ~ 621.

3 Wang J, Gosselin C M. Static balancing of spatial four-degree-of-freedom parallel mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(4): 563 ~ 592.

4 Chen Xiulong, Sun Xianyang. Dexterity analysis of 4-UPS-RPS parallel mechanism[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2012, 9: 1 ~ 8.

5 黄真,李秦川. 两种新型对称五自由度并联机器人机构[J]. 燕山大学学报, 2001, 25(4): 283 ~ 286.

Huang Zhen, Li Qinchuan. Two novel symmetrical 5-DOF parallel manipulators[J]. Journal of Yanshan University, 2001, 25(4): 283 ~ 286. (in Chinese)

6 Fang Y F, Tsai L W. Structure synthesis of a class of 4-DOF and 5-DOF parallel manipulators with identical limb structures[J]. Journal of Robotics Research, 2002, 21(9): 799 ~ 810.

7 Gao F, Peng Binbin, Zhao Hui, et al. A novel 5-DOF fully parallel kinematic machine tool[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2006, 31(1~2): 201 ~ 207.

8 赵永生,郑魁敬,李秦川,等. 5-UPS/PRPU 五自由度并联机床运动学分析[J]. 机械工程学报, 2004, 40(2): 12 ~ 16.

Zhao Yongsheng, Zheng Kuijing, Li Qinchuan, et al. Kinematic analysis of 5-UPS/PRPU 5-DOF parallel machine tool[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(2): 12 ~ 16. (in Chinese)

9 唐卫星,马履中,石奇端,等. 3T-2R 五自由度并联机构的型综合[J]. 中国机械工程, 2007, 18(20): 2 460 ~ 2 463.

Tang Weixing, Ma Lüzhong, Shi Qiduan, et al. Type synthesis of 3T-2R parallel mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(20): 2 460 ~ 2 463. (in Chinese)

10 李秦川,陈巧红,胡旭东,等. 对称五自由度 3R2T 并联机构的雅可比分析[J]. 中国机械工程, 2008, 19(14): 1 731 ~ 1 735.

Li Qinchuan, Chen Qiaohong, Hu Xudong, et al. Jacobian analysis of symmetrical 5-DOF 3R2T parallel mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(14): 1 731 ~ 1 735. (in Chinese)

- 3 Gosselin C M, Caron F. Two degree of freedom spherical orienting device; US,596691[P]. 1999-10-19.
- 4 Robert Y Dien, Ethan C Luce. Spherical robotic wrist joint; US,4628765[P]. 1986-12-16.
- 5 JoeBen Bevirt. Method and apparatus for providing an interface mechanism for a computer simulation; US,6705871[P]. 2004-03-16.
- 6 Hernandez S, Bai S P, Angeles J. The design of a chain of spherical Stephenson mechanisms for a gearless robotic pitch-roll wrist [J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128(2): 422 ~ 429.
- 7 Charles W Wampler. Displacement analysis of spherical mechanisms having three or fewer loops [J]. Journal of Mechanical Design, 2004, 126(1): 93 ~ 100.
- 8 Javad Enferadi, Alireza Akbarzadeh Tootoonchi. A novel approach for forward position analysis of a double-triangle spherical parallel manipulator [J]. European Journal of Mechanics A: Solids, 2010, 29(3): 348 ~ 355.
- 9 黄真. 空间机构学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1991.
- 10 Murray A P, Larochelle P M. A classification scheme for planar 4R, spherical 4R, and spatial RCCC linkages to facilitate computer animation [C] // Proceedings of 1998 ASME Design Engineering Technical Conferences, DETC98/MECH-5887, 1998.
- 11 Ruth D A, McCarthy J M. The design of spherical 4R linkages for four specified orientations [J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(7): 677 ~ 692.
- 12 Rasim I Alizade, Ozgur Kilit. Analytical synthesis of function generating spherical four-bar mechanism for the five precision points [J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(7): 863 ~ 878.
- 13 Wen-Tzong Lee, Kevin Russell, Qiong Shen, et al. On adjustable spherical four-bar motion generation for expanded prescribed positions [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(1): 247 ~ 254.
- 14 Shaoping Bai, Michael R Hansen, Jorge Angeles. A robust forward-displacement analysis of spherical parallel robots [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(12): 2 204 ~ 2 216.
- 15 张启先. 空间机构的分析与综合: 上册 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1984.

~~~~~  
(上接第 261 页)

- 11 陈修龙, 冯伟明, 赵永生. 五自由度并联机器人机构动力学 [J]. 农业机械学报, 2013, 44(1): 236 ~ 243.  
Chen Xiulong, Feng Weiming, Zhao Yongsheng. Dynamics model of 5-DOF parallel robot mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(1): 236 ~ 243. (in Chinese)
- 12 Kong Xianwen, Clément M Gosselin. Type synthesis of 5-DOF parallel manipulators based on screw theory [J]. Journal of Robotic Systems, 2005, 22(10): 535 ~ 547.
- 13 Piccin O, Bayle B, Maurin B, et al. Kinematic modeling of a 5-DOF parallel mechanism for semi-spherical workspace [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(8): 1 485 ~ 1 496.
- 14 陈修龙, 贾帅帅, 邓昱. 高速空间并联式坐标测量机动力学优化设计 [J]. 农业机械学报, 2012, 43(3): 213 ~ 218.  
Chen Xiulong, Jia Shuaishuai, Deng Yu. Dynamics optimization design of high-speed spatial parallel coordinate measuring machine [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(3): 213 ~ 218. (in Chinese)
- 15 Lu Yi, Hu Bo. Unification and simplification of velocity/acceleration of limited-DOF parallel manipulators with linear active legs [J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(9): 1 112 ~ 1 128.