

DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.03.036

# 多足仿生移动机器人并联机构运动学研究\*

宋孟军 张明路

(河北工业大学机械工程学院, 天津 300130)

**【摘要】** 以一种具有变形关节的多运动模式仿生移动机器人为研究对象,利用坐标变换法构建了并联机构的运动学模型;利用各分支末端之间的几何关系,求解了并联机构的运动学正解,并进行了仿真验证,仿真结果表明该机器人运动学模型构建正确、运动学正解求解正确;利用几何建模和数值求解方法对并联机构的运动学逆解存在性进行了求解验证与分析证明。

**关键词:** 仿生机器人 移动机器人 并联机构 运动学

**中图分类号:** TP242; TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)03-0200-07

## Kinematic Analysis for Parallel Mechanism of Bionic-mobile Robot

Song Mengjun Zhang Minglu

(School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China)

### Abstract

Kinematics based on parallel mechanism of a new bionic-mobile robot with six legs were studied, and the method of coordinate transformation was used to construct kinematic model for parallel mechanism of the bionic-mobile robot; the geometrical relationship among the ends of different branches was applied to solve forward kinematics for the parallel mechanism, and the results of simulation indicate that construction of the kinematic model is right, solution of the forward kinematics is right; geometric modeling and numerical solution can be used to solve the inverse kinematics for parallel mechanism of the bionic-mobile robot and the existences of inverse kinematics for the parallel mechanism was testified.

**Key words** Bionic robot, Mobile robot, Parallel mechanism, Kinematics

### 引言

动物在移动时,会存在移动部和支撑部,移动部向前迈进的同时,支撑部负责支撑并配合整个躯体向前移动,此时,整个支撑部可以看作一个并联机构,移动部和支撑部在肌肉的作用下协调动作,实现躯体的各种移动。以肢体动物为例,肢体动物在移动时存在摆动腿和支撑腿,摆动腿向前迈进的同时,支撑腿负责支撑并向前移动,此时所有支撑腿可以看作一个并联机构:躯体为动平台,支撑物(如大地)为定平台,并联分支为各支撑腿,在肌肉的作用下,各关节均能够独立运动,所以此并联机构又为超

确定输入机构,且多数为多自由度超确定输入并联机构<sup>[1-4]</sup>。

国内外学者分别利用几何方法、坐标变换、变量耦合<sup>[3,5-7]</sup>等多种方法对仿生移动机器人运动学模型的解析解与数值解进行了求解。但目前仍然缺乏多足仿生移动机器人并联机构整体运动学模型的构建与求解。

本文针对多自由度超确定输入并联机构的特点,以一种新型多运动模式仿生移动机器人为研究对象:该机器人具有变形关节,可以模仿多足哺乳动物、爬行昆虫等多种动物运动方式进行运动,且该移动机器人为轮腿式移动机器人,在腿部末端安装有

收稿日期: 2011-04-10 修回日期: 2011-04-24

\* 国家自然科学基金资助项目(61075097)

作者简介: 宋孟军, 博士生, 主要从事机器人运动学研究, E-mail: hebtyjssmj@163.com

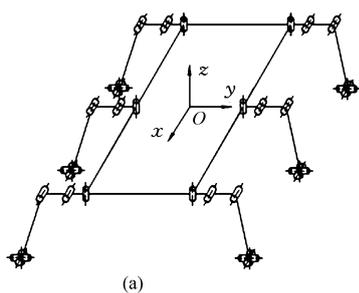
通讯作者: 张明路, 教授, 博士生导师, 主要从事智能机器人研究, E-mail: zhangml@hebut.edu.cn

轮部,可以同时模仿汽车进行移动。本文将建立多运动模式变形移动机器人的运动学模型,并在此基础上对多自由度超确定输入并联机构进行运动学正解求解和仿真验证,最后针对多运动模式仿生移动机器人的机构特点,对此并联机构的逆解进行分析研究。

## 1 多运动模式仿生移动机器人运动学模型

### 1.1 多运动模式仿生移动机器人机构模型

仿生移动机器人即模仿多种动物进行移动的机器人,如四足哺乳动物、六足昆虫、八足爬行动物等。仿生移动机器人机构模型基于多足移动机构而建立,因此具有良好的稳定性条件,不易发生侧翻倾覆等,具有较强的应用性,针对此类移动机器人的研究



也较多,而对此种机构处于支撑状态时,即处于并联状态的运动学模型构建较少,因此本文以一种新型多运动模式仿生移动机器人为研究对象,对其机构的运动学模型进行构建,此种机构模型的构建方法不仅适用于多足移动机器人,而且对双足、单足移动机器人运动学模型的构建均具有一定的借鉴性,可为移动机器人基于稳定性的运动学模型构建提供一定的基础。

多运动模式即该移动机器人腿部具有变形关节,可以模仿多种动物进行运动。图 1a 为六足动物的机构模型,为多数仿生移动机器人类型,图 1b 为多运动模式仿生移动机器人的机构模型,因具有变形关节而比仿生移动机器人有更强的适应性和灵活性。

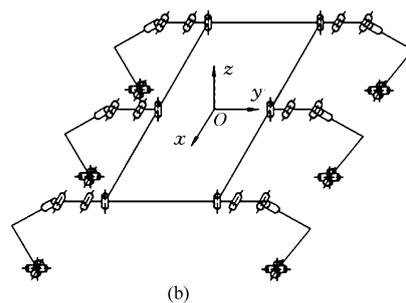


图 1 移动机器人机构模型

Fig. 1 Structural model of bionic-mobile robot

(a) 无变形关节仿生移动机器人 (b) 多运动模式仿生移动机器人

### 1.2 多运动模式仿生移动机器人并联机构位姿分析

多运动模式仿生移动机器人并联机构位置求解分为正运动学求解与逆运动学求解:当已知并联机构各关节输入情况,求解多运动模式变形移动机器人并联机构的位置与姿态,为位置求解的正运动学求解;当已知多运动模式仿生移动机器人并联机构的位置和姿态,求解并联机构各运动副的输入情况,为位置求解的逆运动学求解,也称反解求解。

对于并联机构运动学的求解,逆运动学求解较为简单,正运动学求解较为复杂,这一点与串联机构运动学的求解相反。但是对于超确定输入机器人,各输入变量均确定,即在各输入变量均已知时,输出的位姿正解唯一。因为多模式仿生移动机器人各分支腿均具有超确定输入,所以整个多模式仿生移动机器人的并联机构具有超确定输入,此时并联机器人的正解求解相对较简单<sup>[8]</sup>。

如图 2,该仿生移动机器人处于并联支撑状态时,其变形关节(C 处)将静止不动,BC 和 AB 两杆为固定联接杆,中间没有自由度,所以其独特的构造与变形关节一起可以使仿生移动机器人模仿多种动物进行运动,并快速行走;3 条支撑腿即可维持并支撑身体稳定,图 2 即为多足移动机器人 3 条腿处于

支撑状态时并联机构运动正解坐标系。

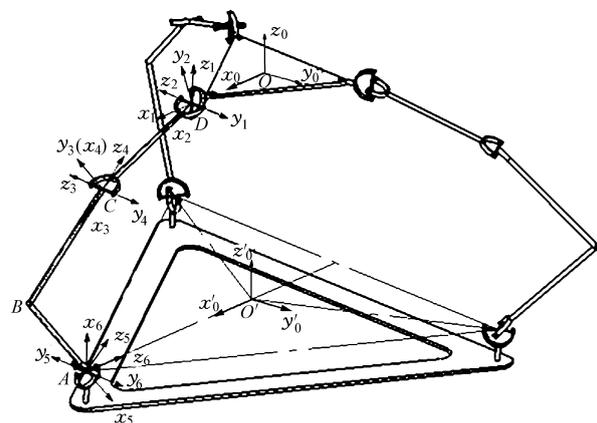


图 2 多运动模式仿生移动机器人并联机构坐标系示意图

Fig. 2 Constructing kinematic model of the new bionic-mobile robot

如图 2 所示,上平台为仿生移动机器人并联机构的机身,下平台为地面,仿生移动机器人并联机构全局坐标系的原始坐标系  $(Ox_0y_0z_0)$  建立在仿生移动机器人机身的几何中心位置,即将定平台设为机身,将动平台设为地面,这主要是依据运动的相对性,依据仿生学原理而建立:生物体以自身的运动性能为中心,进行适应地面的各种运动。

图2只对仿生移动机器人一个分支的运行学坐标系系统进行了建立,其它两分支与此分支具有相同的结构,坐标系系统的建立与此类似。为便于分析,仿生移动机器人并联机构的3个分支采用对称分布,定平台采用正三角形结构将各分支第一关节进行连结,其坐标系原点与各分支第一关节中心点连结,距离相等,夹角为 $120^\circ$ 。图2所示动平台,各支撑点联接为正三角形(实际各支撑点连结可能与此不同,但并不影响运动学分析结果的正确性),动平台坐标系原点位于动平台的外接球球心处,即位于图2动平台的几何中心处。

为便于研究,取 $l_{AB} = l_{BC} = l_{CD} = 90\text{ mm}$ ,定平台外接球的半径为 $70\text{ mm}$ 。

## 2 仿生移动机器人并联机构运动学正解求解

### 2.1 并联机构各分支运动学正解求解

如图2所示,仿生移动机器人并联机构3个分支的初始位姿对称分布,首先对该并联机构的第一分支进行分析。

依据坐标变换法则构建如图3所示并联机构第一分支的运动学坐标系。

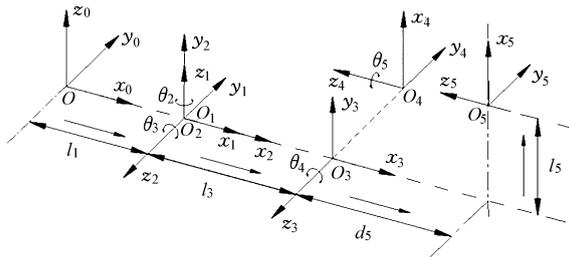


图3 多运动模式仿生移动机器人腿部运动学坐标系示意图

Fig.3 Kinematic coordinate system model of bionic-mobile robot

图3所示各连杆的参数和关节变量如表1所示。

表1 多运动模式仿生移动机器人连杆参数及关节转角变量

Tab.1 Link length and joint angle of the bionic-mobile robot

连杆	转角	连杆间距	杆长	扭角
$i$	$\theta_i / (^\circ)$	$d_i / \text{mm}$	$l_i / \text{mm}$	$\alpha_i / (^\circ)$
1	0	0	$l_1$	0
2	$\theta_2$	0	0	90
3	$\theta_3$	0	$l_3$	0
4	$\theta_4 (90)$	0	0	-90
5	$\theta_5$	$-d_5$	$l_5$	0

注:负号表示与向量轴正方向相反,与图示坐标系正方向相反。

依据表1所列数据,可得各坐标系之间的变换

矩阵

$$A_1^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2^1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & 0 & \sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & 0 & -\cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & l_3 \cos\theta_3 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & l_3 \sin\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4^1 = \begin{bmatrix} -\sin\theta_4 & 0 & -\cos\theta_4 & 0 \\ \cos\theta_4 & 0 & -\sin\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5^1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_5 & -\sin\theta_5 & 0 & l_5 \cos\theta_5 \\ \sin\theta_5 & \cos\theta_5 & 0 & l_5 \sin\theta_5 \\ 0 & 0 & 1 & -d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

则运动学方程为

$$T_5^1 = A_1^1 A_2^1 A_3^1 A_4^1 A_5^1 = \begin{bmatrix} n_{x1} & o_{x1} & a_{x1} & p_{x1} \\ n_{y1} & o_{y1} & a_{y1} & p_{y1} \\ n_{z1} & o_{z1} & a_{z1} & p_{z1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} n_{x1} &= -c_2 s_3 + 4c_5 - s_2 s_5 & n_{y1} &= -s_2 s_3 + 4c_5 + c_2 s_5 \\ n_{z1} &= c_3 + 4c_5 & o_{x1} &= c_2 s_3 + 4s_5 - s_2 c_5 \\ o_{y1} &= s_2 s_3 + 4s_5 + c_2 c & o_{z1} &= -c_3 + 4s_5 \\ a_{x1} &= -c_2 c_3 + 4 & a_{y1} &= -s_2 c_3 + 4 & a_{z1} &= -s_3 + 4 \\ p_{x1} &= -c_2 s_3 + 4c_5 l_5 - s_2 s_5 l_5 + c_2 c_3 + 4d_5 + c_2 c_3 l_3 + l_1 \\ p_{y1} &= -s_2 s_3 + 4c_5 l_5 + c_2 s_5 l_5 + s_2 c_3 + 4d_5 + l_3 s_2 c_3 \\ p_{z1} &= c_3 + 4c_5 l_5 + s_3 + 4d_5 + s_3 l_3 \end{aligned}$$

式中 $c_2$ 表示 $\cos\theta_2$ , $s_{3+4}$ 表示 $\sin(\theta_3 + \theta_4)$ ,下同。

由图2可知,仿生移动机器人并联机构的3个分支对称分布于定平台上,其他两分支(逆时针排列)与第一分支的夹角均为 $120^\circ$ ,所以另两分支的第一次坐标变换分别为

$$A_2^2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2}l_1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A_3^3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2}l_1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

因为3个分支具有相同的结构,所以3个分支具有如图3所示相同的运动学坐标系,所以除第一次坐标变换外,剩余的坐标变换将分别具有相同的变换矩阵,即

$$\begin{cases} \mathbf{A}_2^1 = \mathbf{A}_2^2 = \mathbf{A}_2^3 \\ \mathbf{A}_3^1 = \mathbf{A}_3^2 = \mathbf{A}_3^3 \\ \mathbf{A}_4^1 = \mathbf{A}_4^2 = \mathbf{A}_4^3 \\ \mathbf{A}_5^1 = \mathbf{A}_5^2 = \mathbf{A}_5^3 \end{cases} \quad (4)$$

运动学方程分别为

$$\begin{cases} \mathbf{T}_5^2 = \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2^2 \mathbf{A}_3^2 \mathbf{A}_4^2 \mathbf{A}_5^2 \\ \mathbf{T}_5^3 = \mathbf{A}_1^3 \mathbf{A}_2^3 \mathbf{A}_3^3 \mathbf{A}_4^3 \mathbf{A}_5^3 \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可得第二分支的运动学正解为

$$\begin{aligned} n_{x2} &= -0.5(-c_2s_{3+4}c_5 - s_2s_5) - 0.87(-s_2s_{3+4}c_5 + c_2s_5) \\ n_{y2} &= 0.87(-c_2s_{3+4}c_5 - s_2s_5) - 0.5(-s_2s_{3+4}c_5 + c_2s_5) \\ n_{z2} &= c_{3+4}c_5 \\ o_{x2} &= -0.5(c_2s_{3+4}s_5 - s_2c_5) - 0.87(s_2s_{3+4}s_5 + c_2c_5) \\ o_{y2} &= 0.87(c_2s_{3+4}s_5 - s_2c_5) - 0.5(s_2s_{3+4}s_5 + c_2c_5) \\ o_{z2} &= -c_{3+4}s_5 \\ a_{x2} &= -0.5(-c_2c_{3+4}) - 0.87(-s_2c_{3+4}) \\ a_{y2} &= 0.87(-c_2c_{3+4}) - 0.5(-s_2c_{3+4}) \\ a_{z2} &= -s_{3+4} \\ p_{x2} &= -0.5(-c_2s_{3+4}c_5l_5 - s_2s_5l_5 + c_2c_{3+4}d_5 + c_2c_3l_3) - \\ &\quad 0.87(-s_2s_{3+4}c_5l_5 + c_2s_5l_5 + s_2c_{3+4}d_5 + l_3s_2c_3) - 0.5l_1 \\ p_{y2} &= 0.87(-c_2s_{3+4}c_5l_5 - s_2s_5l_5 + c_2c_{3+4}d_5 + c_2c_3l_3) - \\ &\quad 0.5(-s_2s_{3+4}c_5l_5 + c_2s_5l_5 + s_2c_{3+4}d_5 + l_3s_2c_3) + 0.87l_1 \\ p_{z2} &= c_{3+4}c_5l_5 + s_{3+4}d_5 + s_3l_3 \end{aligned}$$

第三分支的运动学正解为

$$\begin{aligned} n_{x3} &= -0.5(-c_2s_{3+4}c_5 - s_2s_5) + 0.87(-s_2s_{3+4}c_5 + c_2s_5) \\ n_{y3} &= -0.87(-c_2s_{3+4}c_5 - s_2s_5) - 0.5(-s_2s_{3+4}c_5 + c_2s_5) \\ n_{z3} &= c_{3+4}c_5 \\ o_{x3} &= -0.5(c_2s_{3+4}s_5 - s_2c_5) + 0.87(s_2s_{3+4}s_5 + c_2c_5) \\ o_{y3} &= -0.87(c_2s_{3+4}s_5 - s_2c_5) - 0.5(s_2s_{3+4}s_5 + c_2c_5) \\ o_{z3} &= -c_{3+4}s_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{x3} &= -0.5(-c_2c_{3+4}) + 0.87(-s_2c_{3+4}) \\ a_{y3} &= -0.87(-c_2c_{3+4}) - 0.5(-s_2c_{3+4}) \\ a_{z3} &= -s_{3+4} \\ p_{x3} &= -0.5(-c_2s_{3+4}c_5l_5 - s_2s_5l_5 + c_2c_{3+4}d_5 + c_2c_3l_3) + \\ &\quad 0.87(-s_2s_{3+4}c_5l_5 + c_2s_5l_5 + s_2c_{3+4}d_5 + l_3s_2c_3) - 0.5l_1 \\ p_{y3} &= -0.87(-c_2s_{3+4}c_5l_5 - s_2s_5l_5 + c_2c_{3+4}d_5 + c_2c_3l_3) - \\ &\quad 0.5(-s_2s_{3+4}c_5l_5 + c_2s_5l_5 + s_2c_{3+4}d_5 + l_3s_2c_3) - 0.87l_1 \\ p_{z3} &= c_{3+4}c_5l_5 + s_{3+4}d_5 + s_3l_3 \end{aligned}$$

## 2.2 动平台运动学正解求解

动平台的运动学正解主要是指动平台坐标原点的位姿正解,如图2所示,动平台坐标系( $O'x'_0y'_0z'_0$ )原点位于三支撑点外接球球心处,设外接球半径为 $r$ ,设三支撑点的坐标依次为: $(x_1, y_1, z_1)$ 、 $(x_2, y_2, z_2)$ 、 $(x_3, y_3, z_3)$ ,设动平台坐标系( $O'x'_0y'_0z'_0$ )原点为 $(x, y, z)$ ,可以得到等式

$$\begin{cases} \left( x - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) (x_1 - x_2) + \left( y - \frac{y_1 + y_2}{2} \right) (y_1 - y_2) + \\ \left( z - \frac{z_1 + z_2}{2} \right) (z_1 - z_2) = 0 \\ \left( x - \frac{x_2 + x_3}{2} \right) (x_2 - x_3) + \left( y - \frac{y_2 + y_3}{2} \right) (y_2 - y_3) + \\ \left( z - \frac{z_2 + z_3}{2} \right) (z_2 - z_3) = 0 \\ [(y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - y_1)(z_2 - z_1)](x - x_1) - \\ [(x_2 - x_1)(z_3 - z_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1)](y - y_1) + \\ [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)](z - z_1) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中前两个等式为过中点的切面方程,第3个等式为空间平面方程,由仿生移动机器人并联机构各分支运动学正解求解可以得到各分支末端点(支撑点)的位置,即 $(x_1, y_1, z_1)$ 、 $(x_2, y_2, z_2)$ 、 $(x_3, y_3, z_3)$ 为已知点,代入已知点,通过计算式(6)可以求得 $(x, y, z)$ ,即可以求得动平台坐标系原点相对于原始坐标系的位置。

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 & z_2 - z_3 \\ (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - y_1)(z_2 - z_1) & (x_2 - x_1)(z_3 - z_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1) & (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{(x_1 - x_2)(x_1 - x_2)}{2} + \frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{2} + \frac{(z_1 - z_2)(z_1 - z_2)}{2} \\ \frac{(x_2 - x_3)(x_2 - x_3)}{2} + \frac{(y_2 + y_3)(y_2 - y_3)}{2} + \frac{(z_2 - z_3)(z_2 - z_3)}{2} \\ [(y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - y_1)(z_2 - z_1)]x_1 - [(x_2 - x_1)(z_3 - z_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1)]y_1 + [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)]z_1 \end{vmatrix} \quad (7)$$

对式(6)进行整理后可得式(7),因为左侧系数矩阵若符合移动机器人的稳定移动条件必须为满秩矩阵,所以可利用克拉默法则<sup>[9]</sup>或矩阵求逆等方法求解此线性方程组,且两种方法可以相互验证。

由三支撑点所组成的空间平面内任何不共线两点连接叉乘均可以得到该空间平面的法向向量,如图4所示。

图4中,A点为仿生移动机器人并联机构第一分支与地面之间的接触点(支撑点),E、F分别为第二、第三分支与地面之间的接触点,O'为动平台坐标系( $O'x'_0y'_0z'_0$ )原点,因三支撑点和点O'已分别求出,所以向量 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 均为已知向量,结合向量叉乘的知识,由图2和图4可知

$$\begin{cases} \frac{\beta \times \alpha}{|\beta \times \alpha|} = \varepsilon \\ \frac{\gamma}{|\gamma|} = \nu \end{cases} \quad (8)$$

进而可以求得

$$\varepsilon \times \nu = \eta \quad (9)$$

$\nu$ 、 $\eta$ 、 $\varepsilon$ 分别为坐标系( $O'x'_0y'_0z'_0$ ) $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴方向向量。

至此,动平台的位置与姿态均已求出。

### 3 运动学正解仿真

首先采用单点输入的方法进行验证,直到建立比较完整的仿真验证体系。

对仿生移动机器人并联机构各关节分别进行表2所示的输入。

将表2所列输入角度分别代入式(1)、(5)可得该并联机构三支末端位元姿解分别为

$$\begin{cases} T_1^1 = \begin{bmatrix} -0.5000 & 0 & -0.8660 & 209.8756 \\ 0 & -1.0000 & 0 & 0 \\ -0.8660 & 0 & 0.5000 & -146.2360 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \\ T_2^2 = \begin{bmatrix} 0.2500 & 0.8660 & 0.4330 & -104.9378 \\ -0.4330 & 0.5000 & -0.7500 & 181.7576 \\ -0.8660 & 0 & 0.5000 & -146.2360 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \\ T_3^3 = \begin{bmatrix} 0.2500 & -0.8660 & 0.4330 & -104.9378 \\ 0.4330 & 0.5000 & 0.7500 & -181.7576 \\ -0.8660 & 0 & 0.5000 & -146.2360 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (10)$$

表2 仿生移动机器人并联机构驱动关节输入

Tab.2 Input-driven joints of parallel mechanism

(°)

分支	关节转角				
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$
分支一	0	0	-15	-15	180
分支二	120	0	-15	-15	180
分支三	-120	0	-15	-15	180

式(10)初步表明运动学方程建立正确。

由式(7)和式(10)可以求得动平台坐标系原点为(0,0,-146.236)。

由图4和式(10)可知 $\beta = (-314.8134, 181.7576, 0)$ 、 $\alpha = (-314.8134, -181.7576, 0)$ 、 $\gamma = (209.8756, 0, 0)$ ,由式(8)可以分别求出 $\varepsilon = (0, 0, 1)$ 、 $\nu = (1, 0, 0)$ ,由式(9)可求得 $\eta = (0, 1, 0)$ 。

上述结果均证明该并联机构运动学正解建立正确。

机构运动学正解仿真验证结果如图5所示。

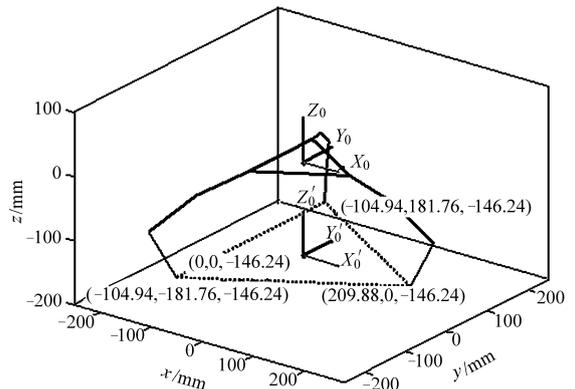


图5 仿生移动机器人并联机构运动学正解仿真结果

Fig.5 Simulating forward kinematics for the parallel mechanism

图5中, $X_0Y_0$ 所在平面为上平台, $X'_0Y'_0$ 所在平面为下平台,坐标系 $X_0Y_0Z_0$ 的原点为上平台的几何中心,坐标系 $X'_0Y'_0Z'_0$ 的原点为下平台外接球球心(本图中同时为下平台几何中心)。因为图5所示各点坐标值与式(10)所得结果相同,所以由图5所示各分支并联机构的姿态,以及各坐标值的分布情况可知,仿生移动机器人并联机构的运动学正解建立正确。

对仿生移动机器人并联机构各分支各转角分别进行同时输入,同时结束,对整个仿生移动机器人并联机构的运动学正解求解情况进行模拟(也可认为是对动物腿部运动的模拟),进一步对该并联机构运动学正解模型的存在情况进行验证,仿真验证过程如图6所示。

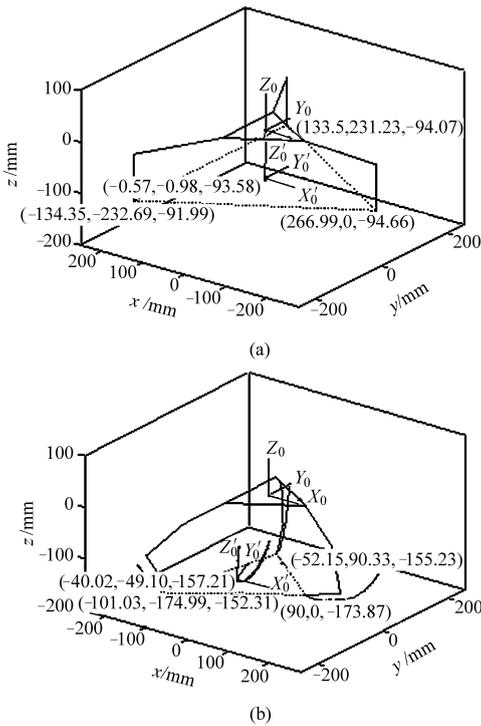


图 6 运动学正解仿真过程

Fig. 6 Simulation process of the forward kinematics

(a) 仿真起始姿态 (b) 仿真终止姿态

由图 6 可知仿生移动机器人并联机构动平台各顶点和坐标系原点轨迹的生成情况,以及动平台位姿坐标系在仿生移动机器人并联机构运动时的变化情况。图 6 所示结果证明了该并联机构运动学正解建立的正确性。

### 4 仿生移动机器人并联机构运动学逆解

利用几何构图法对仿生移动机器人并联机构的运动学逆解进行研究,可将仿生移动机器人并联机构的单分支进行几何构图。

图 7 为仿生移动机器人并联机构单一分支的空间机构图,将起始坐标系  $OXYZ$  建立在空间机构第一关节处,支撑点坐标系  $Pxyz$  建立在空间机构末端,图 7 中两坐标系姿态一致,且固定。由图 7 可知,第一、二关节共同组成虎克铰(T)十字副,第三、四关节组成十字副(RR),空间机构的支撑点为球面副(S)。

该机构不存在公共约束,所以由 Kutzbach Gruber 公式可知该空间机构的自由度为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i = 6 \times (4 - 4 - 1) + 7 = 1 \quad (11)$$

由文献[10]可知该空间机构:  $\ddot{T}(U)\ddot{R}\ddot{R}\ddot{S}$  的自由度为

$$M = P_z - \lambda - 3N = 7 - 3 - 3 \times 1 = 1 \quad (12)$$

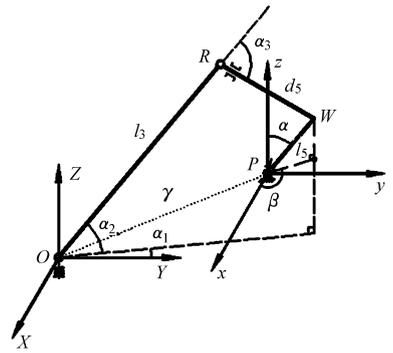


图 7 仿生移动机器人并联机构单分支空间机构

Fig. 7 One branch of the parallel mechanism

由式(11)和式(12)可知,该空间机构具有 1 个空间自由度,由此可知,当支撑点位置给定时,在一般位姿下,该空间机构将具有无数种位姿逆解。

对仿生移动机器人并联机构单分支空间机构进行数值计算:设点  $W$  的坐标为  $(x, y, z)$ ,杆  $OR$  与  $XOY$  平面的夹角为  $\alpha_2$ ,依空间机构几何关系可列出该空间机构在点  $W$  处杆长  $l_3$ 、 $d_5$  关于转角变量  $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$  的方程组,并解得

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{2l_3}\right) \pm \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \quad (13)$$

因正余弦反三角函数的取值范围固定为  $(0, \pi/2)$ ,所以式(13)中  $\alpha_2$  具有两种不同的求解情况,对式(13)进行仿真, $\alpha_2$  不同使随机点  $W$  具有两种不同的遍历结果。图 8 中  $W$  点所遍历轨迹为两条封闭曲线。

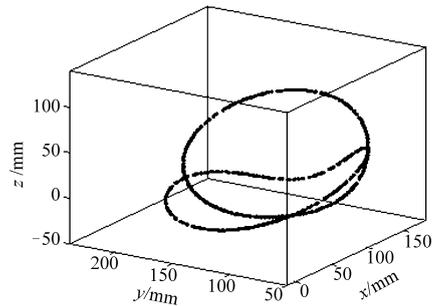


图 8 仿生移动机器人并联机构单分支空间机构遍历轨迹

Fig. 8 Space mechanism tracking for one branch of the parallel mechanism

仿真结果表明,仿生移动机器人并联机构单分支空间机构自由度为 1、灵活度为 0。因其机构自由度为 1,该空间机构仍具有灵活性,给定支撑点位置时,仿生移动机器人并联机构的单分支仍可在服务球<sup>[11]</sup>内连续遍历轨迹。即如图 7 所示,固定起始坐标系原点( $O$ )、支撑点( $P$ )位置,对仿生移动机器人并联机构单分支灵活性依据式(13)进行计算验证,由图 8 所得遍历轨迹可知,图 7 所示空间四杆机构

$W$ 点可在以杆 $l_5$ 为半径、以 $P$ 点为圆心的球面上遍历出两条封闭曲线,封闭曲线上每一点对应图7所示空间四杆机构一种姿态解,2条不同的封闭曲线分别对应数种不同的姿态解;由于图7所示 $P$ 点位置已知,该空间四杆机构存在无数种运动学姿态与 $P$ 点位置对应,由三支点位置解可知,若已知 $P$ 点位置 $(p_x, p_y, p_z)$ ,因方程数(3)少于变量数(4)而不能对该机构的运动学逆解进行求解,即仅已知末端位置时并不能对仿生移动机器人并联机构单分支的运动学逆解进行求解;若 $P$ 点位置 $(p_x, p_y, p_z)$ 及 $l_5$ 姿态已知,则可对图7所示空间四杆机构的运动学逆解进行求解;由于图8所示2条封闭曲线位于以 $P$ 点为圆心、以杆长 $l_5$ 为半径的球面上,因此曲线上每一点所对应杆长 $l_5$ 的姿态均不同,所以仿生移动机器人并联机构单分支末端位置及姿态已知时,图7所示空间四杆机构的运动学逆解可解,且逆解唯一。如图2所示并联机构每一分支均为图7所示

空间四杆机构,若每一分支末端的位置及姿态已知,则并联机构的运动学逆解可解,且逆解结果唯一;若仅已知三支点末端的位置,则因每一分支的运动学逆解不可解,可知整个并联机构的运动学逆解不可解。

## 5 结束语

构建了一种新型多运动模式仿生移动机器人的机构构型,并利用解析几何的坐标变换方法构建了此种仿生移动机器人并联机构的运动学模型;通过构建并联机构各分支末端点之间的几何关系求解下平台坐标系原点和坐标系姿态矩阵,对该机构模型的运动学正解进行计算分析与仿真验证,仿真结果表明,该并联机构运动学模型构建正确,运动学正解求解正确;利用几何建模和数值求解方法对多运动模式仿生移动机器人单分支空间机构的运动学逆解进行分析与求解验证,对仿生移动机器人并联机构运动学逆解的存在性进行了分析证明。

## 参 考 文 献

- 1 黄真,孔令富,方跃法. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京:机械工业出版社,1997:283~284.
- 2 黄真,李秦川. 少自由度并联机器人机构的型综合原理[J]. 中国科学: E辑,2003,33(9):813~819.  
Huang Zhen, Li Qinchuan. Type synthesis principle of minor-mobility parallel manipulators[J]. Science in China: Series E, 2003,33(9): 813~819. (in Chinese)
- 3 Michele Lacagnina, Giovanni Muscato, Rosario Sinatra. Kinematics, dynamics and control of a hybrid robot wheelegg [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2003,45(3~4): 161~180.
- 4 Li Chen, Shugen Ma, Yuechao Wang, et al. Design and modeling of a snake robot in traveling wave locomotion [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(12): 1632~1642.
- 5 王新杰. 多足步行机器人运动及力规划研究[D]. 武汉:华中科技大学,2005.  
Wang Xinjie. A study of locomotion and force planning for multilegged walking robots[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2005. (in Chinese)
- 6 王沫楠,王立权,孟庆鑫,等. 两栖仿生机器蟹行走过程运动学研究[J]. 哈尔滨工程大学学报,2003, 24(2):179~183.  
Wang Monan, Wang Liqun, Meng Qingxin, et al. Kinematics of bionics crab walking process [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2003, 24(2):179~183. (in Chinese)
- 7 Christophe Grand, Faiz Benamar, Frédéric Plumet. Motion kinematics analysis of wheeled-legged rover over 3D surface with posture adaptation[J]. Mechanism and Machine Theory,2010,45(3): 477~495.
- 8 Al-Gallaf E A. Multi-fingered robot hand optimal task force distribution neural inverse kinematics approach [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2006, 54(1): 34~51.
- 9 谢国瑞. 线性代数及应用[M]. 2版. 北京:高等教育出版社,1999:75~77.
- 10 欧阳富,刘彦华,孙东民. 关于重新建立空间机构自由度计算公式的探索[J]. 机械工程学报,2003,39(1):60~64.  
Ouyang Fu, Liu Yanhua, Sun Dongmin. Exploration on rebuilding the calculating formula of degree of freedom of space mechanism[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003,39(1): 60~64. (in Chinese)
- 11 宋孟军,张明路. 一种新型变形移动机器人腿部机构灵活性分析[J]. 机械设计与研究,2010,26(6):37~40.  
Song Mengjun, Zhang Minglu. Flexibility analysis of a new type of deformable mobile robot's leg [J]. Machine Design & Research, 2010, 26(6): 37~40. (in Chinese)