不同耦合算法的曲轴应力分布及其影响因素分析*

何振鹏 张俊红 张桂昌 杨 硕 吕 峰

(天津大学内燃机燃烧学国家重点实验室,天津 300072)

【摘要】 以某发动机轴系为研究对象,运用有限元建模,结合动力学、润滑理论对轴系动态应力分布进行分析,采用非线性弹簧(NONL)、动态液压润滑(HD)、弹性动态液压润滑(EHD)对轴系应力进行对比分析,并针对曲轴振动过程中影响曲轴应力分布的因素进行分析。结果表明,不同算法下曲轴的应力分布差别主要是由于曲轴的 扭转和弯曲计算结果有差别,同时曲轴在不同时刻不同截面由扭振和弯振引起的应力大小的贡献度不同。以 EHD 为基本模型进行分析表明,润滑参数油槽对主轴颈应力分布影响较小,只有 -2.5~2.5 MPa。

关键词:曲轴 应力分布 耦合算法 油槽

中图分类号: TK422; TK421*.9 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2011)08-0207-07

Crankshaft Stress Distribution Based on Different Dynamic Algorithms and Lubrication Parameters

He Zhenpeng Zhang Junhong Zhang Guichang Yang Shuo Lü Feng (State Key Laboratory of Engines, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract

An engine crankshaft was investigated. The finite element method, dynamics method and lubrication theory were used to analyze the dynamic stress distribution of the crankshaft. At the same time, the nonlinear spring (NONL), dynamic hydraulic lubrication (HD) and elastic dynamic hydraulic lubrication (EHD) were used to analyze the crankshaft stress. Some parameters that influence on the stress distribution of the crankshaft were analyzed. The results showed that the stress distribution of crankshaft was different under different calculation models, because the torsional vibration and bending were different. At the same time, the stress caused by the contribution of torsional vibration and bending vibration in different sections at different times was different. Oil groove were also studied to investigate the influence that these parameters on the stress distribution based on the EHD model. It had little influence on the stress distribution. The value range was only $-2.5 \sim 2.5$ MPa.

Key words Crankshaft, Stress distribution, Dynamic algorithms, Oil groove

引言

发动机曲轴作为发动机关键零部件之一,有效 准确地研究其应力分布是分析曲轴可靠性的关键。 目前主要是通过 ADAMS 建立各个构建的约束关系 对曲轴应力分布进行动力学分析,得到曲轴的动力 响应,获得曲轴的应力分布,对于轴系润滑因素对应 力分布的影响研究较少^[1-3]。本文从轴系动力学几 种耦合模型角度出发,分析影响曲轴应力分布因素 以及非线性弹簧(NONL)、动态液压润滑(HD)、弹 性动态液压(EHD)模型下曲轴的应力分布,对3种 模型计算的曲轴某些部位的应力进行对比,对主轴 颈在一个周期的应力变化情况进行研究,并以EHD 为基本模型分析油槽对应力分布的影响。

收稿日期:2010-09-18 修回日期:2010-10-25

^{*} 国家自然科学基金资助项目(50975192)和高等学校博士点专项科研基金资助项目(20090032110001)

作者简介:何振鹏,博士生,主要从事现代发动机设计研究,E-mail: hezhenpeng@ tju. edu. cn

通讯作者:张俊红,教授,博士生导师,主要从事动力机械振动噪声、结构设计及可靠性研究, E-mail: zhangjh@ tju. edu. cn

1 求解和分析模型

本文运用有限元方法建立轴系动力学模型,分 析轴系不同算法和相关参数对曲轴应力分布的影 响。在建立发动机曲轴有限元模型前,考虑了减振 器和飞轮的影响,轴承根据实际位置建立模型,对与 机体连接的部位进行约束,采用简化轴承。曲轴和 轴承有限元模型如图1所示。



(a)曲轴有限元模型 (b)简化轴承有限元模型

计算量是动力学求解过程中的一个瓶颈,在求 解中采用 Craig - Bampton 模态压缩的方法^[4-5],该 方法通过分析频率范围内有限个阶数的模态结果来 减少内部自由度以达到减少计算量的目的。一般动 力学方程可表示为

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F \tag{1}$$

式中 u——曲轴、轴承广义坐标

M——有限元模型质量矩阵

C-----有限元模型阻尼矩阵

K——有限元模型刚度矩阵

即

节点自由度可分为内部自由度和保留自由度,

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ir} \\ M_{ri} & M_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{i} \\ \ddot{u}_{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{ir} \\ C_{ri} & C_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{i} \\ \dot{u}_{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ir} \\ K_{ri} & K_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i} \\ u_{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{i} \\ F_{r} \end{bmatrix}$$
(2)

式中 u_r ——保留自由度 u_i ——内部自由度

部分模态的计算结果可获得整个模型的刚度矩 阵、质量矩阵等,模态阶数少于自由度个数,可用分 析频率范围内相应阶数的模态和保留自由度来代替 内部自由度,即

$$\boldsymbol{u}_{i} = \sum_{j=1}^{J} \alpha_{j} \boldsymbol{u}_{j} + \boldsymbol{T} \boldsymbol{u}_{r}$$

$$\boldsymbol{T} = -\boldsymbol{K}_{ii}^{-1} \boldsymbol{K}_{ir}$$
(3)

其中

$$\sum_{j=1}^{J} \alpha_{j} \boldsymbol{u}_{j} = \boldsymbol{U} \alpha_{j}$$
式中 α_{j} — 第 *j* 阶模态参与因子

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_i \\ \boldsymbol{u}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} & \boldsymbol{T} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{u}_r \end{bmatrix} = \boldsymbol{\varphi} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{u}_r \end{bmatrix}$$
(4)

其中
$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} & \boldsymbol{T} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_j \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

武中 $\boldsymbol{\varphi}$ —— 法用 Craig – Bampton 方法获得的模

式中 φ ——运用 Craig – Bampton 方法获得的模态 缩减矩阵

$$U_T_I$$
——矩阵 φ 的各个分块矩阵

将式(4)代入式(2)可得最终的动力学缩减方程,即

$$\overline{M}\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\\dot{u}_r\end{bmatrix} + \overline{C}\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\\dot{u}_r\end{bmatrix} + \overline{K}\begin{bmatrix}\alpha\\u_r\end{bmatrix} = \overline{F}$$
(5)

模型建立的关键是模态结果准确度。具体过程 为计算曲轴和轴承分析频率范围内的有限个阶数的 模态,并验证模态结果。曲轴为自由模态,简化轴承 其3个侧面被固定,为约束模态。曲轴根据实际情 况压缩的节点需采用多节点约束(MPC)的方法与 周围节点绑定,运用 DAMP 语言编写文件,文件中 的内容需包含压缩节点编号、自由度以及其他信息, 然后提交至 NASTRAN 计算得到曲轴和轴承的动力 学计算所需的矩阵文件^[6]。解非线性动力学时采 用的是 Newton - Raphson 迭代,获得节点的位移信 息并结合模态结果和用 DAMP 语言再次编写文件, 通过应力恢复的方法获得曲轴的瞬态应力分布,将 节点的应力输出与 Matlab 实现接口,从而获得相应 图形。具体流程图如图 2 所示。

2 不同算法模型理论

2.1 非线性弹簧简化模型

动力学分析中,主轴颈和轴承间采用非线性简 化弹簧,主轴颈轴向为5层,刚度分布1:2:4:2:1, 轴承径向每层模态压缩为40个节点,如图3所示。 非线性简化弹簧模型算法中轴承表面所承受的压力 是预先设定的,一般为抛物线型。Mourelatos^[6]将非 线性弹簧简化为3层,其刚度分布为1:2:1,三截面 层的刚度分别为总刚度的1/4、1/2、1/4。

采用非线性简化弹簧时要考虑刚度分布和有效 弹簧的个数。刚度分析和设定分为两部分,零位置 (轴颈截面中心位置和轴承截面中心间距为零)的 刚度为





为 5~50 N·s/mm^[7]。

2.2 动态液压润滑模型

动态液压润滑模型未将曲轴和轴承考虑为柔性体,HD润滑求解为动力学方程式(1)耦合 Reynolds 方程,此时 Reynolds 方程表达式为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \left(\frac{u_1 + u_2}{2} \right) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t}$$
(7)

$$\vec{x} \oplus \eta \longrightarrow [n] \vec{n}] \text{ in } h] \vec{p} , Pa \cdot s$$

$$p \longrightarrow [n] \vec{p}] \vec{m}] \vec{n}] \vec{n} \vec{n} \vec{p} = 0$$

$$u_1 \longrightarrow [n] \vec{m} \vec{n} \vec{n} \vec{p} \vec{p} , m u_2 = 0$$

$$x \longrightarrow [n] \vec{n} \vec{p} [\vec{p}, mm]$$

$$(n) = 0$$

z——沿轴向的坐标 t——时间,s

有限差分方法是目前解决轴系润滑问题常用方法,有限差分法是将轴承周向区域展开为平面,针对轴承端面、油槽区域设定边界条件,结合差分网格剖分、差分格式求解。有限差分网格剖分和差分格式如图4所示。



lubrication equation

2.3 弹性动态液压润滑模型

弹性动态液压润滑模型是在动态液压润滑基础 上考虑了粗糙度、剪切因子、流量因子和机油填充 率,并且曲轴和轴承是柔性体,轴系动力学分析中考 虑了主轴颈的倾斜问题,此时 Reynolds 方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\overline{\theta} \phi_x \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{\theta} \phi_z \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \left(\frac{u_1 + u_2}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\theta} h + \overline{\theta} \sigma \phi_s) + \frac{\partial (\overline{\theta} h)}{\partial t}$$
(8)

式中 θ ——机油填充率,若 $\theta = 1$ 为普通的 Reynolds方程 $\phi_x \ \phi_z$ ——压力流量因子

φ,——剪切流量因子

3 凸峰理论和发动机相关参数

3.1 凸峰接触分析

轴系间隙很小时,曲轴和轴承之间发生干接触, 对主轴颈处的应力分布有很大的影响,本文考虑干 接触影响,运用 Greenwood 和 Tripp 接触力的计算模型^[8].即

$$p(h) = \frac{16\sqrt{2}}{15}\pi \left(\eta_{s}\beta\delta\right)^{2}E'\sqrt{\frac{\delta}{\beta}}F_{5/2}(H) \qquad (9)$$

式中 H---膜厚比

η。——微凸体密度

β-----凸峰曲率半径

δ----综合表面粗糙度

E'——曲轴和轴承的综合弹性模量

研究过程中微凸体密度 η_s、凸峰曲率半径 β 是 一个概率学的问题,较难确定,故将式(9)进行简 化,即

$$p(h) = KE'F_{5/2}(H)$$
(10)

其中

$$F_{5/2}(H) = \begin{cases} 4.486 \times 10^{-5} (4 - h/\sigma)^{6.804} & (h/\sigma < 4) \\ 0 & (h/\sigma \ge 4) \end{cases}$$

$$H = h/\delta \quad \delta = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

式中 σ_1 ——曲轴表面粗糙度

 σ_2 ——轴承表面粗糙度

K——弹性接触因子

3.2 发动机相关参数

图 5 为发动机在 1 500 r/min 转速下的缸内压力,表 1 为在各算法下相关的润滑参数。





表1 发动机润滑参数

 Tab. 1
 Parameters of crankshaft lubrication

参数	数值	
转速/r·min ⁻¹	1 500	
轴承宽度/mm	51	
轴承直径/mm	150	
机油型号	SAE20W - 30	
机油温度/℃	80	
发动机缸径/mm	170	
行程/mm	200	
轴颈表面粗糙度/mm	1. 2 × 10 ⁻³	
轴瓦表面粗糙度/mm	8×10^{-4}	
摩擦因数	0.03	
油槽宽度/mm	8	

4 结果分析

4.1 模态结果分析

表 2 为未带飞轮和皮带轮的实验模态和计算模态对比结果,结果表明,模态计算结果和实验结果误差很小。

表2 模态实验结果与计算结果对

Tab. 2 Comparison of experiment and calculation model results

模态阶数	实验值	计算值	误差/%
1	92.7	93.1	0.4
2	102.6	105.7	3.0
3	232. 4	229.4	- 1. 3
4	262.6	259.7	- 1. 1
5	303.4	299.2	- 1.4
6	540.5	518.0	- 4.1
7	633.8	620.8	- 2. 0
8	813.7	796.6	- 2. 1
9	859.7	836.2	- 2. 7
10	926.5	906.6	- 2. 1

4.2 影响曲轴应力分布因素分析

影响曲轴应力分布的因素较多,扭转、弯曲、轴 承油膜压力分布等因素都会对曲轴的应力分布产生 影响。这些因素一般耦合在一起对曲轴应力产生影 响。本文针对曲轴一个周期内不同时刻应力分布进 行研究,发动机气缸发火顺序为1-5-3-6-2-4, 图 6 为发动机曲轴在某个转角下的应力分布、曲轴 的弯曲、扭转变形形式和原模型位置。图 6a、6b 分 别为发动机曲轴转角 10°CA 和 370°CA 时曲轴应力 分布,由于爆发压力的作用,在第 1 曲柄销附近(位 置 A)和第 6 曲柄销附近(位置 B)应力较大,结合 图 6a、6b 变形可知,引起曲轴应力的主要是弯曲作 用。图 6c 为曲轴转角为 45°CA 时曲轴应力,虽然 爆发压力还起一定作用,但结合图中的变形可知,此 时引起曲轴应力的主要是扭转变形。

图 7 为不同算法下曲轴一个周期的扭转振动, 曲线趋势基本一致,峰值有一定的区别,其中 HD 和 EHD 算法的扭转角更为一致。以 NONL 算法为例, 曲轴在 45°CA、90°CA、124°CA、158°CA、294°CA、 360°CA、400°CA、532°CA、588°CA、602°CA 为扭转 角较大的峰值点,峰值分别为 0.53°、-0.22°、 0.32°、-0.19°、0.33°、0.26°、-0.26°、0.47°、 -0.21°、0.24°。

4.3 不同算法下曲轴应力分布分析

不同模型计算除扭转角有差别外,油膜压力分 布也有差异。油膜压力对曲轴的局部进行挤压,是 导致不同算法下曲轴应力分布差别的原因之一。





图 8 为不同算法曲轴应力分布情况。结果表 明,NONL 计算得到的曲轴最大应力出现在第 7 主 轴颈倒角位置,节点号为 5255,最大应力 133 MPa。 HD 计算得到最大曲轴应力为 135 MPa,但最大应力 位置发生改变,最大应力在第 5 主轴颈位置,节点号 为 14592。EHD 计算得到最大曲轴应力为143 MPa, 最大应力在第 7 主轴颈倒角位置,节点号为 4742。

图 9 为 3 种算法下第 7 主轴颈位置处节点号为 4742 的应力一个周期内变化情况。结果表明,应力 随曲轴转角变化的趋势基本一致,NONL 算法与 EHD 算法最大应力相差 29 MPa,误差可达 20.3%。



HD 算法与 EHD 算法最大应力相差 26 MPa,误差可达 18.2%。图 7 扭转角变化和图 9 应力的趋势基本一致,扭转是导致曲轴应力的主要原因之一。

6缸直列发动机激励较大的主谐次为3、6、9、 12,强谐次为1.5、4.5、7.5。对图7进行谐次分析, 可知在该转速下,4.5、6谐次会引起曲轴的扭转共 振,其共振频率分别为112.5Hz和150Hz。

考虑到文章篇幅,本文针对第6曲柄销的不同 截面在不同算法下随曲轴转角变化的应力分布情况,通过编程将有限元结果与 Matlab 建立接口,实 现节点的应力信息在 Matlab 按照一定需求输出,输 出过程考虑到节点的疏密问题,运用插值算法,并考虑到倒角大小,将倒角展开并放大,其中-22.5~ 22.5 mm为曲柄销不含倒角曲柄销宽度,余下为倒 角展开部分(主轴颈也是将倒角位置展开)。 图 10a、10b、10c为不同算法下第6曲柄销某个横向 截面的应力变化图,图 10d为第6曲柄销另一截面 的应力变化图。NONL算法最大应力为76.8 MPa, HD算法最大值为70.5 MPa,EHD算法最大值为 73.5 MPa。结合图 10d,在曲轴转角 370°CA 时应力 出现较大峰值,此时正是爆发压力通过连杆作用在 曲轴上,结合图6曲轴的变形,弯曲是导致应力的主 要原因,不同耦合模型导致曲轴弯曲稍有不同,是导 致应力差别的原因。

分析此截面应力随转角变化的情况,第1个峰 值发生在 45°CA,根据含皮带轮和飞轮的曲轴的模 态结果分析和此时曲轴的变形形式,整个曲轴发生 了一阶扭转,扭转节点在第7主轴颈靠近飞轮端侧, 其中皮带轮端扭转幅度最大,向飞轮端依次递减,结 合图 6c 分析,整个曲轴在 45°CA 都出现一个应力 峰值,峰值是曲轴发生一阶扭振的结果。

在 290°CA、530°CA 截面应力也出现一个峰值, 该时刻为第 3 缸和第 5 缸作功,但此时曲轴弯曲很 小,在 294°CA、532°CA 的扭转角峰值分别为 0.33°、 0.47°,此时应力也是扭转作用的结果。在 370°CA 曲轴在爆发压力作用发生弯曲,扭转较弱,弯曲导致 曲轴应力较大,结合图 10d 分析,该图为第 6 曲柄销 另一截面应力,在 370°CA 时应力要高于其他时刻, 所以不同截面上应力的扭振和弯振的贡献度不同。

图 11a~11c 为不同算法下第6 主轴颈上某个 横向截面应力变化图,其中一侧倒角的应力要高于 另一侧倒角位置的应力,这主要和曲轴主轴颈的位





截面

置和曲轴的振动形式有关,因此针对应力大小偏向 方向进行具体分析对于改善曲轴应力是非常有意义 的。

4.4 润滑参数对主轴颈应力分布影响

轴承油槽位置承受很小压力并能使油膜压力的 分布形式发生改变,在计算中是否考虑油槽对油膜 压力分布有一定的影响。图 12 为不同油槽位置对 油膜厚度的影响,几种油槽形式的油膜厚度基本相 同,本文以 EHD 模型为基本模型,油槽位置范围在 周向 90°~270°,以第4 主轴颈位置为例,分析在某 个曲轴转角下轴颈的应力分布情况。不同油槽对主 轴颈应力影响如图 13 所示。对比分析图 13a 和 13b 表明,油槽会改变主轴颈的应力分布,范围在 -2.5~2.5 MPa内,油槽对主轴颈应力分布的影响 相对较小。对比分析图 13a 和图 13c,整个循环过 程,大应力主要集中在倒角处,随着曲轴转角的变 化,大应力的分布位置未沿整个圆周变化,而是在原 有区域位置上进行扩大或者缩小。



5 结论

(1)针对 NONL、HD、EHD 3 种算法进行对比分 析,不同算法下的曲轴应力分布有很大差异,HD 算 法最大应力区域和 NONL、EHD 算法最大应力位置 不一样,EHD 最大应力区域的应力与 HD、NONL 算 法的误差分别达 18.2% 和 20.3%,因此准确采用计 算模型对曲轴应力的改善和疲劳分析是非常重要 的。



(2)分析了曲轴在不同时刻不同位置的应力分 布随时间变化情况,其峰值变化和扭转、弯曲时刻对 应,但不同截面扭转和弯曲对其应力贡献度有区别。

(3)对比分析第6曲柄销和主轴颈截面应力随 转角的变化,不同算法下曲柄销和主轴颈的应力分 布有一定的差别,主轴颈的一侧倒角应力明显高于 另一侧。随曲轴转角变化,主轴颈的大应力分布位 置几乎未发生改变,只是在原有位置上进行区域的 扩大或者缩小,因此对这些区域进行重点处理对于 改善曲轴的应力分布式非常有必要。

(4)对比分析考虑油槽和未考虑油槽曲轴应力的分布,结果表明,油槽对主轴颈应力分布的影响相 对较小,表面的应力变化范围为-2.5~2.5 MPa。

参考文献

何芝仙.内燃机曲轴-轴承系统动力学摩擦学刚度和强度耦合研究[D].合肥:合肥工业大学,2006.
 He Zhixian. Coupling research on dynamics tribology stiffness and strength in the crankshaft-bearing system of internal combustion engines [D]. Hefei:Hefei University of Technology, 2006. (in Chinese)

- 4 Woda A, Dutour A M, Batier O, et al. Development and validation of a mastication simulator [J]. Journal of Biomechanics, 2010,43(9): 1667~1673.
- 5 Pauline P, Gaele A, Joele G P, et al. Use of an artificial mouth to study bread aroma [J]. Food Research International, 2009, 42(5~6): 717~726.
- 6 吴娜. 面向仿生应用的金龟子外型测量及量化分析[D]. 长春:吉林大学,2006.

Wu Na. Measurements and quantitative analysis of geometrical configurations of beetles facing biomimetic applications [D]. Changchun: Jilin University, 2006. (in Chinese)

7 吴艳玲,鲁成林,张东升,等.下颌第一磨牙全瓷冠三维有限元建模及力学分析[J].口腔颌面修复学杂志,2009, 10(2):98~100.

Wu Yanling, Lu Chenglin, Zhang Dongsheng, et al. Three-dimensional finite element modeling and mechanical analysis of all-ceramic crowns for the first mandibular molar [J]. Chinese Journal of Prosthodontics, 2009, 10(2):98 ~ 100. (in Chinese)

- 8 皮昕,李春芳. 口腔解剖生理学[M]. 北京:人民卫生出版社,2007.
- 9 韩建勋,马楚凡,王美青,等.三种咀嚼效率测定方法及其影响因素的比较研究[J].口腔医学纵横杂志,1997,13(2): 94~96.

Han Jianxun, Ma Chufan, Wang Meiqing, et al. Comparative research on three measuring methods and influential of mastlcatory efficiency [J]. Journal of Comprehensive Stomatology, 1997,13(2):94 ~96. (in Chinese)

(上接第 213 页)

2 戴旭东,赵三星,袁小阳,等.内燃机系统动力学与油膜动力学润滑的耦合分析[J].西安交通大学学报,2003,37(1): 56~59.

Dai Xudong, Zhao Sanxing, Yuan Xiaoyang, et al. Study on coupling system dynamical behavior to hydrodynamic lubrication in internal combustion engine [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2003,37(1):56 ~ 59. (in Chinese)

- 3 李震.内燃机曲轴-轴承系统摩擦学动力学耦合研究 [D].合肥:合肥工业大学,2005. Li Zhen. Coupling researches on tribological and dynamical behaviors of the crankshaft-bearing system of internal combustion engines[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2005. (in Chinese)
- 4 Craig R R, Bampton M C C. Coupling of substructures for dynamic analyses [J]. AIAA Journal, 1968, 6(7):1313 ~1319.
- 5 Omidreza Ebrat, Zissimos P Mourelatos, Hu Kexin, et al. An elastohydrodynamic coupling of a rotating crankshaft and a flexible engine block [J]. Journal of Tribology, 2004, 126(2):233 ~ 241.
- 6 Mourelatos Z P. A crankshaft system model for structural dynamic analysis of internal combustion engines [J]. Computers and Structures, 2001, 79(20 ~ 21): 2009 ~ 2027.
- 7 AVL Workspace. Excite-release notes[M]. AVL User Manuals, 2003.
- 8 Greenwood J A, Williamson J B P. Contact of nominally flat surfaces [J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Methematical and Physical Sciences, 1996, 295(1442): 300 ~ 319.