

钢球滚子弧面分度凸轮载荷分布*

付振山^{1,2} 冯显英¹ 李 蕾¹ 张成梁¹

(1. 山东大学机械工程学院, 济南 250061; 2. 威海职业学院机电工程系, 威海 264210)

【摘要】 运用空间啮合原理和回转张量法,推导出凸轮滚道截形采用双圆弧结构时,钢球滚子弧面分度凸轮的廓面方程和啮合方程。应用赫兹接触理论和变形协调条件,推导出载荷在每个参与啮合钢球中的分配关系。通过实例计算,发现每个钢球上的载荷大小分配不同,在钢球的啮入、啮出点,钢球受力发生突变,参与啮合的钢球数目越多,每个钢球的受力越小。

关键词: 弧面分度凸轮 钢球滚子 点啮合 载荷分布
中图分类号: TH112.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2011)05-0231-04

Load Distribution of Globoidal Indexing Cam Mechanism with Steel Ball

Fu Zhenshan^{1,2} Feng Xianying¹ Li Lei¹ Zhang Chengliang¹

(1. School of Mechanical Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China
2. Mechanical and Electronic Engineering Department, Weihai Vocational College, Weihai 264210, China)

Abstract

The profile surface equation and the meshing equation of a steel ball globoidal indexing cam with double-arc structure were deduced by using rotation tensor method and spatial engagement theory. The load distribution and connection expression of input torque and output torque were deduced applying hertz contact theory and deformation compatibility condition. It was acquired by example that the load distributed on each steel ball engaging in was different and the force on steel ball changed abruptly when steel ball was engaged in and out, the more steel balls were engaged in, the smaller force of each ball would be.

Key words Globoidal indexing cam, Steel ball, Point engaging, Load distribution

引言

钢球滚子弧面分度凸轮为了保证机构能够连续传动,在机构设计时有一定的重合度,在传动过程中,参与啮合的钢球数目周期性地变化,随着啮合钢球数目的变化,钢球受力也在周期性变化。由于凸轮滚道在不同的接触点法线的变化、主曲率的变化以及凸轮滚道螺旋升角的变化,载荷不会平均分配给每个参与啮合的钢球。现有钢球的受力分析都是仅以一个钢球参与啮合为基础进行计算的,这样钢球的受力较大,设计的机构能够满足要求,但是不能

充分发挥机构的作用。同时由于不了解载荷在参与啮合的钢球中的分配情况,设计时虽然取了较大的安全系数,却难以估计机构失效的概率。

钢球和滚道的接触为点接触,在啮合过程中受到较大的接触应力,一般以赫兹应力作为强度计算准则。当凸轮与从动滚子之间传递载荷时,接触负载直接影响应力变形,过大的交变接触应力会引起凸轮与滚子的剧烈磨损和振动,缩短疲劳寿命,破坏机构的工作性能。本文利用接触点的赫兹应变及分度盘的变形协调条件,计算载荷在参与啮合钢球中的分布,进行接触应力计算校核。

收稿日期: 2010-06-15 修回日期: 2010-09-02
* 国家自然科学基金资助项目(50875153)
作者简介: 付振山,博士生,威海职业学院讲师,主要从事弧面分度凸轮研究,E-mail: fzsfile@sohu.com
通讯作者: 冯显英,教授,博士生导师,主要从事数字制造技术、智能检测与数控技术研究,E-mail: fxying@sdu.edu.cn

1 钢球滚子弧面分度凸轮双圆弧滚道廓面方程

图1所示为弧面空间凸轮机构的坐标系, $S_0: \{O_0, x_0, y_0, z_0\}$ 为与机架固连的定坐标系; $S_1: \{O_1, x_1, y_1, z_1\}$ 为与从动盘固连的动坐标系; $S_2: \{O_2, x_2, y_2, z_2\}$ 为与凸轮固连的动坐标系; c 为凸轮与分度盘的中心距; R_p 为分度盘的节圆半径; r 为滚道半径; ϕ 为从动盘转角; θ 为凸轮转角; ψ 为接触角; e 为偏心距。结合图1、2可以求得从动盘上滚子工作曲面在固定坐标系 S_0 中的方程为

$$\mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_p + r \cos \gamma \\ (r \sin \gamma - e) \cos \psi \\ (r \sin \gamma - e) \sin \psi \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)分别对 ψ 和 γ 求偏导, 又乘后求得滚珠球面的单位法矢为

$$\mathbf{n} = [\cos \gamma_z \quad \sin \gamma \cos \psi_z \quad \sin \gamma \sin \psi]^T \quad (2)$$

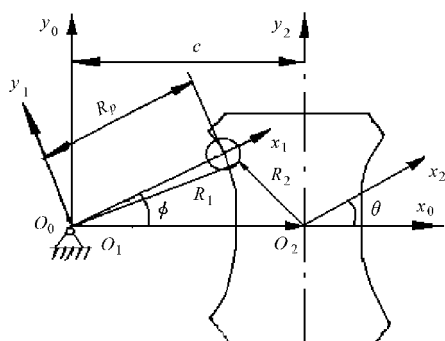


图1 弧面凸轮坐标系

Fig.1 Globoidal cam coordination

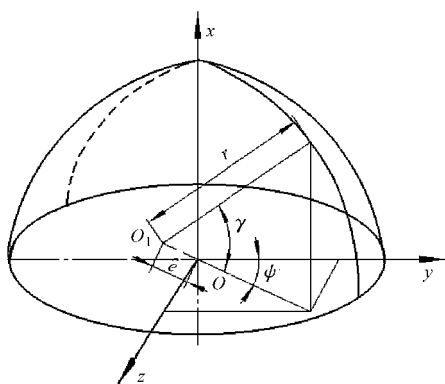


图2 双圆弧滚子坐标系

Fig.2 Double-circle roller coordination

凸轮工作曲面上一点绕 y_2 轴旋转 θ 角, 同时在钢球上与之啮合的点在从动转盘带动下绕分度盘中心旋转 ϕ 角, 这两个点在某瞬时接触, 其瞬时位置重合, 利用空间啮合原理和旋转变换矩阵法^[1~5] 推导出弧面凸轮的理论轮廓方程为

$$\mathbf{R}_a = \mathbf{E}^{J_k - \theta} (\mathbf{E}^{J_k \phi} \mathbf{R}_f - \mathbf{R}_c) \quad (3)$$

展开化简可得凸轮工作曲面方程为

$$\begin{cases} x_1 = \cos \theta (x_2 \cos \phi - y_2 \sin \phi - c) - z_1 \sin \theta \\ y_1 = x_2 \sin \phi - y_2 \cos \phi \\ z_1 = \sin \theta (x_2 \cos \phi - y_2 \sin \phi - c) + z_2 \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

凸轮廓面的法线: $\mathbf{N} = \mathbf{E}^{J_k \phi} \mathbf{n}$ 代入得

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \gamma - \sin \phi \cos \psi \sin \gamma \\ \sin \phi \cos \gamma - \cos \phi \cos \psi \sin \gamma \\ \sin \gamma \sin \psi \end{bmatrix} \quad (5)$$

根据空间啮合条件 $\mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{N} = 0$, 代入并整理得

$$\tan \psi = \frac{R_p \tan \gamma + c}{e \sin \phi + R_p \tan \gamma \cos \phi - c \tan \gamma} \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (6)$$

2 赫兹接触理论

根据赫兹理论, 接触区域为一椭圆, 接触椭圆区内各点的接触压力按椭圆规律分布^[6~7], 接触椭圆尺寸、接触变形和接触压力为

$$a = \sqrt[3]{\frac{k^2 \Sigma}{\pi} \frac{3Q}{\sum \rho} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)} \quad (7)$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{\Sigma}{\pi k} \frac{3Q}{\sum \rho} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)} \quad (8)$$

$$\delta = \frac{\Gamma}{\pi} \sqrt[3]{\frac{\pi}{k^2 \Sigma} \left[\frac{3Q}{\sum \rho} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]^2 \frac{\sum \rho}{2}} \quad (9)$$

$$p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{b} \right)^2} \quad (10)$$

其中 $\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} \quad (11)$

$$k = 1.0339 \left(\frac{\sum \rho_1}{\sum \rho_2} \right)^{0.636} \quad (12)$$

$$\Gamma = 1.5277 + 0.6023 \ln \left(\frac{\sum \rho_1}{\sum \rho_2} \right) \quad (13)$$

$$\Sigma = 1.0003 + 0.5968 \frac{\sum \rho_2}{\sum \rho_1} \quad (14)$$

$$\sum \rho_1 = \rho_{11} + \rho_{22} \quad (15)$$

$$\sum \rho_2 = \rho_{12} + \rho_{21} \quad (16)$$

式中 a ——接触椭圆长半轴

b ——接触椭圆短半轴

$p(x, y)$ ——接触压力 Q ——接触载荷

δ ——二物体的趋近量

E_1, E_2 ——材料弹性模量

ν_1, ν_2 ——材料泊松比

$\sum \rho$ ——曲率和

k, Γ 和 Σ ——第1类和第2类全椭圆积分,

可由主曲率函数 $F(\rho)$ 查表确定

$$F(\rho) = \frac{\sqrt{(\rho_{11} - \rho_{12})^2 + 2(\rho_{11} - \rho_{12})(\rho_{21} - \rho_{22})\cos(2\psi) + (\rho_{21} - \rho_{22})^2}}{\sum \rho} \tag{17}$$

3 机构的载荷分布

为了保证机构能够连续传动,机构有一定的重合度,在传动过程中,啮合的钢球数周期性变化,因此钢球的受力也随之变化。如图3所示,凸轮宽度为 B ,凸轮对分度盘包角 $\theta = 2\arcsin(B/(2R_p))$,机构分度数为 N ,分度角 $\alpha = 360/N$,最多同时啮合的钢球数为 $n = \theta/\alpha$, n 越大,运动越平稳,如果 $n < 2$,运动不连续。在一个分度周期中,同时参与啮合的钢球数为

$$\begin{cases} n & \left(\frac{\alpha n - \theta}{2} \leq \phi \leq \frac{\theta}{n} - \frac{\alpha(n-1)}{2} \right) \\ n-1 & \left(\theta > 0 \text{ 且 } \theta > \frac{\alpha n - \theta}{2} \right) \end{cases}$$

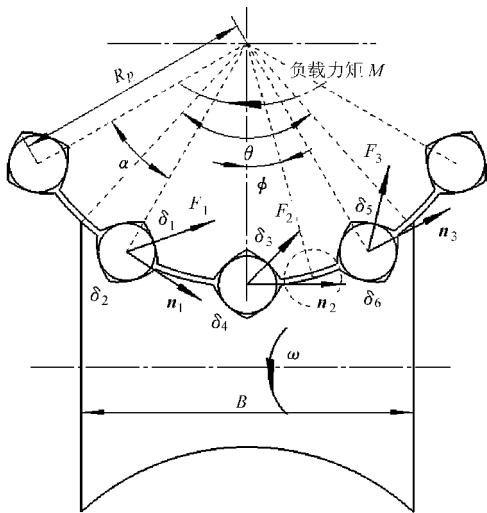


图3 钢球的受力
Fig.3 Force of steel ball

凸轮以转速 ω 转动,推动分度盘转动,分度盘受负载力矩 M 作用。假定钢球和凸轮没有制造和安装误差,分度盘、钢球以及凸轮的变形只发生在接触点上,产生接触应变。如图3所示,钢球的受力分别为 F_1 、 F_2 和 F_3 ,钢球和凸轮以及钢球和分度盘在接触力的作用下,产生的应变分别为 δ_1 、 δ_2 、 δ_3 、 δ_4 、 δ_5 和 δ_6 ,方向在各接触点的法线上。钢球和凸轮为空间点接触,分度盘上接触点的切向矢量分别为 i_1 、 i_2 和 i_3 ,接触点的法向矢量分别为 n_1 、 n_2 和 n_3 。分度盘上各点的转角相同,即每个钢球与分度盘以及钢球与凸轮滚道产生的接触变形之和在分度盘切线方

向的分量相同,用公式表示为

$$(\delta_1 + \delta_2)i_1 \cdot n_1 = (\delta_3 + \delta_4)i_2 \cdot n_2 = (\delta_5 + \delta_6)i_3 \cdot n_3 \tag{18}$$

式(16)、(17)中凸轮滚道的主曲率可根据参考文献[1~2]求得,并确定 k 、 Γ 和 Σ ,分度盘上球座的主曲率可以计算求得,钢球、凸轮和分度盘选用的材料已知,材料的弹性模量和泊松比也是已知的,式中只有 F_1 、 F_2 和 F_3 为未知量外,将应变、法矢和接触点的切矢代入式(18),可以求得接触力 F_1 、 F_2 和 F_3 之间的关系为

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{\left(0.655n_{\delta 3} \left(\sum \rho_3 \right)^{1/3} + 0.826 \left(\sum \rho_2 \right)^{1/3} \right) i_2 \cdot n_2}{\left(0.655n_{\delta 1} \left(\sum \rho_1 \right)^{1/3} + 0.826 \left(\sum \rho_2 \right)^{1/3} \right) i_1 \cdot n_1} \right)^{3/2} \tag{19}$$

$$\frac{F_3}{F_2} = \left(\frac{\left(0.655n_{\delta 3} \left(\sum \rho_3 \right)^{1/3} + 0.826 \left(\sum \rho_2 \right)^{1/3} \right) i_2 \cdot n_2}{\left(0.655n_{\delta 4} \left(\sum \rho_4 \right)^{1/3} + 0.826 \left(\sum \rho_2 \right)^{1/3} \right) i_3 \cdot n_3} \right)^{3/2} \tag{20}$$

式中 $\sum \rho_1$ 、 $\sum \rho_3$ 、 $\sum \rho_4$ ——钢球和凸轮滚道接触点主曲率和
 $\sum \rho_2$ ——钢球和分度盘上球座的曲率和
 $n_{\delta 1}$ 、 $n_{\delta 3}$ 、 $n_{\delta 4}$ ——由接触点主曲率函数 $F(\rho_i)$ 决定的系数

式中的参数与凸轮的结构参数及接触点相关,因此在不同结构参数的凸轮中,每个钢球承受的分力不同。

利用钢球的受力对分度盘产生的转矩关系式,求得分度盘的力矩平衡关系式为

$$M_{out} = \sum F_i R_p (n_i \cdot i_i) \tag{21}$$

将式(19)和(20)的关系代入式(21)可以求得在不同的接触点上每个钢球的分力,代入式(7)、(8)和(9)计算出各接触点产生的应力和应变。

每个钢球的受力在凸轮上产生的旋转力矩为

$$M_{in} = \sum F_i R (n_{Ti} \cdot i_{Ti}) \tag{22}$$

式中 n_{Ti} ——第 i 个接触点的法矢
 i_{Ti} ——凸轮上第 i 个接触点的切矢
 R ——接触点的凸轮半径

4 载荷的分布计算

钢球滚子弧面分度凸轮设计参数如下:中心距

$c = 180\text{ mm}$; 分度盘节圆半径 $R_p = 84\text{ mm}$; 钢球直径 $D_w = 20\text{ mm}$; 分度数 $N = 12$; 凸轮宽度 $B = 108\text{ mm}$; 运动规律采用修正正弦加速度曲线; 凸轮滚道截形采用双圆弧, $r/D_w = 0.52$; 分度盘负载力矩为 $600\text{ N}\cdot\text{m}$ 。

计算可知凸轮对分度盘的包角 $\theta = 80^\circ$, 同时参与啮合的钢球数为 2~3 个, 参与啮合的钢球受力如图 4 所示, 曲线 1、2 和 3 所示分别为参与啮合的钢球 1、2 和 3 的受力曲线。可以看到: 每个钢球承受的载荷不同, 凸轮转角在 $0^\circ \sim 30^\circ$ 时, 钢球 1 和 2 参与啮合, 每个钢球受力较大, 当凸轮转角为 30° 时, 钢球 3 开始参与啮合, 载荷由 3 个钢球同时承受, 钢球受力减小, 当凸轮转角为 65° 时, 钢球 1 退出啮合, 此时由钢球 2 和 3 同时承受载荷, 钢球的受力增大。

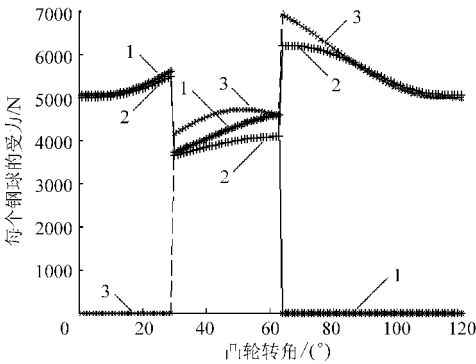


图 4 各钢球受力 ($R_p = 84\text{ mm}$, $D_w = 20\text{ mm}$)
Fig. 4 Force of every steel ball

其他参数不变, 分度盘节圆半径 $R_p = 100\text{ mm}$, 钢球直径 $D_w = 24\text{ mm}$ 时, 凸轮对分度盘的包角 $\theta = 65^\circ$, 参与啮合的钢球受力如图 5 所示。

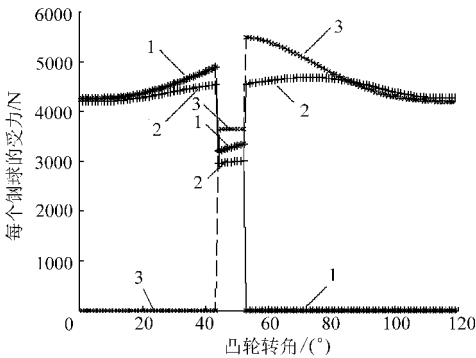


图 5 各钢球受力 ($R_p = 100\text{ mm}$, $D_w = 24\text{ mm}$)
Fig. 5 Force of every steel ball

比较图 4 和图 5, 由于分度盘半径变大, 钢球受力减小, 并因为包角变小, 3 个钢球同时参与啮合的时间减小, 载荷在每个钢球中的分配也发生变化。

5 结束语

钢球滚子弧面分度凸轮, 当同时参与啮合的钢球数多于 2 个时, 由于不同接触点的法向、主曲率的不同以及赫兹接触的非线性, 载荷在每个钢球上的分配不同, 并随凸轮的结构参数和载荷的变化而变化。在钢球的啮入、啮出点, 钢球受力会发生突变, 同时参与啮合的钢球数越多, 每个钢球的受力越小。

参 考 文 献

1 王其超, 肖正扬, 马丽敏, 等. 弧面分度凸轮机构啮合特性的研究[J]. 农业机械学报, 1994, 25(增刊 1): 1~7.
2 曹巨江, 张文林, 赵雪妮. 点啮合球锥滚子弧面分度凸轮机构的曲率及接触域分析[J]. 机械科学与技术, 2002, 21(4): 38~40.
Cao Jujiang, Zhang Wenlin, Zhao Xueni. Analysis of normal curvature and contact areas for point contact sphere-conical roller globoidal indexing cam mechanism [J]. Mechanical Science and Technology, 2002, 21(4): 38~40. (in Chinese)
3 彭国勋, 肖正扬. 自动机械的凸轮机构设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1990: 115~125.
4 于云满. 精密间歇机构[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999.
5 葛荣雨, 冯显英, 宋现春, 等. 弧面凸轮非等径侧铣刀位计算与遗传算法优化[J]. 农业机械学报, 2007, 38(10): 132~135.
Ge Rongyu, Feng Xianying, Song Xianchun, et al. Calculation of cutter position for unequal diameter milling of globoidal cam and optimization based on genetic algorithm [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(10): 132~135. (in Chinese)
6 徐芝纶. 弹性力学: 上册 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.
7 赵雪妮, 曹巨江, 卢军. 点啮合球锥滚子弧面分度凸轮机构的接触应力分析[J]. 机械传动, 2003, 27(4): 38~40.
Zhao Xueni, Cao Jujiang, Lu Jun. Contact stress analysis for point contact sphere-conical roller globoidal indexing cam mechanism [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2003, 27(4): 38~40. (in Chinese)