复合四位置刚体导引机构综合的研究*

杨 通 韩建友

(北京科技大学机械工程学院, 北京 100083)

【摘要】 对于有限分离四位置及复合四位置刚体导引机构综合,用位移矩阵法给出布氏曲线的方程式,并通过坐标变换将方程式化为标准形式,再依据射影几何中二射影低阶曲线束构成高阶曲线的原理,以圆束和直线束中二对应线交点的轨迹得到布氏曲线,实现布氏曲线的单值有序绘制。最后根据映射理论建立机构解域,使设计者可以直观准确地知道机构的特性。

关键词: 机构综合 复合四位置 布氏曲线 机构解域

中图分类号: TH112 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000-1298(2011)03-0203-05

Rigid-body Guidance Mechanism Synthesis through Four Mixed Positions

Yang Tong Han Jianyou

(*School of Mechanical Engineering*, *University of Science and Technology Beijing*, *Beijing* 100083, *China*)

Abstract

For rigid-body guidance mechanism synthesis through four finitely separated positions and four mixed positions, a displacement matrix method was presented for calculating the Burmester curves. After the equations of Burmester curves have been deduced, they were turned into the standard forms through coordinate transformations. Then according to the projective geometry theory that two pencils-of-low-order curves constituted a high-order curve, the Burmester curves could be single-valuably and orderly expressed by intersections of a pencil-of-circles and a pencil-of-lines. Finally, solution regions were set up so that the designers could have an intuitional and exact knowledge of mechanism properties.

Key words Mechanism synthesis, Four mixed positions, Burmester curve, Solution region

引言

四位置刚体导引机构综合包括有限分离四位置及复合四位置两个问题。复合位置问题又称“点-阶”位置问题,即给定一点的位置,再给定该点的速度和加速度等[1]。以 $P_j(j=1,2,3,4)$ 表示第 j 个给定点,可以把有限分离四位置问题表示为 $P_1-P_2-P_3-P_4$。复合四位置问题具体组合形式为:$P_1P_2-P_3-P_4$,即1、2位置无限接近;$P_1-P_2P_3-P_4$,即2、3位置无限接近;$P_1-P_2-P_3P_4$,即3、4位置无限接近;$P_1P_2-P_3P_4$,即两两位置无限接近;$P_1P_2P_3-P_4$,即1、2、3位置无限接近;$P_1-P_2P_3P_4$,即2、3、4位置无限接近;$P_1P_2P_3P_4$,即4个位置无限接近。

文献[1~2]用位移矩阵法给出了各种组合情况下布氏曲线的方程式;文献[3]用几何解析法对各种情况也给出了布氏曲线的表达式。文献[4]中用几何法推导出了四位置中有限分离位置个数不小于无限接近位置个数情况下布氏曲线的表达式。但是文献[1~4]都没能实现布氏曲线的单值有序绘制。文献[5]以文献[4]推导的布氏曲线方程式为基础,提出了映射和解域的思想,实现了有限分离四位置情况下布氏曲线的单值有序绘制。但文献[5]中采用的布氏曲线的表达式不适用于复合四位置的情况,因此未对复合四位置情况下机构综合进行研究。

本文采用位移矩阵法建立四位置刚体导引机构综合所有情况下布氏曲线的方程式,通过坐标变换将其转换为标准形式。然后依据射影几何中二射影

收稿日期: 2010-03-31 修回日期: 2010-05-20

* 国家自然科学基金资助项目(50975024)和北京市自然科学基金资助项目(3102021)

作者简介: 杨通,博士生,主要从事机构综合及稳健设计、机构CAD研究,E-mail: yangtong_ustb@foxmail.com

低阶曲线束构成高阶曲线的原理,以圆束和直线束中二对应线交点的轨迹得到布氏曲线,实现所有情况下布氏曲线的单值有序表示。

1 布氏曲线的方程式

设连杆的第 j 个位置由连杆平面上的点 $P_j(x_j, y_j)(j=1,2,3,4)$ 以及连杆相对于第一位置的转角 $\theta_{1j}(j=1,2,3,4)$ 给定,有限分离四位置及复合四位置的布尔梅斯特圆点曲线方程式为[1~2]

$$H_1x^3+H_2y^3+H_1xy^2+H_2x^2y+H_3x^2+H_4y^2+H_5xy+H_6x+H_7y+H_8=0 \quad (1)$$

其中 $H_1=|A_{21}A_{32}A_{45}|$ $H_2=|A_{21}A_{32}A_{46}|$

$$H_3=|A_{21}A_{32}A_{47}|+|A_{21}A_{34}A_{45}|+|A_{23}A_{32}A_{45}|$$
$$H_4=|A_{21}A_{32}A_{47}|+|A_{24}A_{32}A_{46}|+|A_{23}A_{31}A_{46}|$$
$$H_5=|A_{21}A_{34}A_{46}|+|A_{24}A_{32}A_{45}|+|A_{23}A_{31}A_{45}|+|A_{23}A_{32}A_{46}|$$
$$H_6=|A_{21}A_{34}A_{47}|+|A_{23}A_{32}A_{47}|+|A_{23}A_{34}A_{45}|$$
$$H_7=|A_{24}A_{32}A_{47}|+|A_{23}A_{31}A_{47}|+|A_{23}A_{34}A_{46}|$$
$$H_8=|A_{23}A_{34}A_{47}|$$

上式中用行列式对角线上的元素来表示行列式,如用 $|A_{21}A_{32}A_{45}|$ 表示行列式 $\begin{vmatrix} A_{21} & A_{22} & A_{25} \\ A_{31} & A_{32} & A_{35} \\ A_{41} & A_{42} & A_{45} \end{vmatrix}$,以简化方程式的书写。$A_{ji}(j=2,3,4;i=1,2,\cdots,7)$ 取值如下:

(1) $P_1-P_2-P_3-P_4$ 情况

$$A_{j1}=1-\cos\theta_{1j} \quad A_{j2}=-\sin\theta_{1j}$$
$$A_{j3}=-(x_j-x_1\cos\theta_{1j}+y_1\sin\theta_{1j})$$
$$A_{j4}=-(y_j-x_1\sin\theta_{1j}-y_1\cos\theta_{1j})$$
$$A_{j5}=\cos\theta_{1j}(x_j-x_1\cos\theta_{1j}+y_1\sin\theta_{1j})+\sin\theta_{1j}(y_j-x_1\sin\theta_{1j}-y_1\cos\theta_{1j})$$
$$A_{j6}=-\sin\theta_{1j}(x_j-x_1\cos\theta_{1j}+y_1\sin\theta_{1j})+\cos\theta_{1j}(y_j-x_1\sin\theta_{1j}-y_1\cos\theta_{1j})$$
$$A_{j7}=(x_j^2+y_j^2+x_1^2+y_1^2+2x_jy_1\sin\theta_{1j}-2x_1x_j\cos\theta_{1j}-2y_1y_j\cos\theta_{1j}-2x_1y_j\sin\theta_{1j})/2$$

(2) $P_1P_2-P_3-P_4$ 情况

在此情况下 A_{3i}、A_{4i} 与情况(1)相同,A_{2i} 的值为

$$A_{21}=0 \quad A_{22}=\dot\theta_{11} \quad A_{23}=\dot x_1+\dot y_1\dot\theta_{11} \quad A_{24}=\dot y_1-\dot x_1\dot\theta_{11}$$
$$A_{25}=-\dot x_1-\dot y_1\dot\theta_{11} \quad A_{26}=-\dot y_1+\dot x_1\dot\theta_{11} \quad A_{27}=0$$

(3) $P_1-P_2P_3-P_4$ 情况

在此情况下 A_{2i}、A_{4i} 与情况(1)相同,A_{3i} 的值为

$$A_{31}=\dot\theta_{12}\sin\theta_{12} \quad A_{32}=-\dot\theta_{12}\cos\theta_{12}$$
$$A_{33}=\dot\theta_{12}(y_2-x_1\sin\theta_{12}-y_1\cos\theta_{12})-(\dot x_2+y_2\dot\theta_{12})$$
$$A_{34}=-\dot\theta_{12}(x_2-x_1\cos\theta_{12}+y_1\sin\theta_{12})-(\dot y_2-x_2\dot\theta_{12})$$
$$A_{35}=\cos\theta_{12}(\dot x_2+y_2\dot\theta_{12})+\sin\theta_{12}(\dot y_2-x_2\dot\theta_{12})$$
$$A_{36}=\cos\theta_{12}(\dot y_2-x_2\dot\theta_{12})-\sin\theta_{12}(\dot x_2+y_2\dot\theta_{12})$$
$$A_{37}=(\dot x_2+y_2\dot\theta_{12})(x_2-x_1\cos\theta_{12}+y_1\sin\theta_{12})+(\dot y_2-x_2\dot\theta_{12})(y_2-x_1\sin\theta_{12}-y_1\cos\theta_{12})$$

(4) $P_1-P_2-P_3P_4$ 情况

在此情况下 A_{2i}、A_{3i} 与情况(1)相同,A_{4i} 的值为

$$A_{41}=\dot\theta_{13}\sin\theta_{13} \quad A_{42}=-\dot\theta_{13}\cos\theta_{13}$$
$$A_{43}=\dot\theta_{13}(y_3-x_1\sin\theta_{13}-y_1\cos\theta_{13})-(\dot x_3+y_3\dot\theta_{13})$$
$$A_{44}=-\dot\theta_{13}(x_3-x_1\cos\theta_{13}+y_1\sin\theta_{13})-(\dot y_3-x_3\dot\theta_{13})$$
$$A_{45}=\cos\theta_{13}(\dot x_3+y_3\dot\theta_{13})+\sin\theta_{13}(\dot y_3-x_3\dot\theta_{13})$$
$$A_{46}=\cos\theta_{13}(\dot y_3-x_3\dot\theta_{13})-\sin\theta_{13}(\dot x_3+y_3\dot\theta_{13})$$
$$A_{47}=(\dot x_3+y_3\dot\theta_{13})(x_3-x_1\cos\theta_3+y_1\sin\theta_{13})+(\dot y_3-x_3\dot\theta_{13})(y_3-x_1\sin\theta_{13}-y_1\cos\theta_{13})$$

(5) $P_1P_2-P_3P_4$ 情况

在此情况下 A_{2i}、A_{3i} 与情况(2)相同,A_{4i} 与情况(4)相同。

(6) $P_1P_2P_3-P_4$ 情况

在此情况下 A_{2i}、A_{4i} 与情况(2)相同,A_{3i} 的值为

$$A_{31}=\dot\theta_{11}^2 \quad A_{32}=-\ddot\theta_{11} \quad A_{33}=-\ddot x_1-x_1\dot\theta_{11}^2-y_1\ddot\theta_{11}$$
$$A_{34}=-\ddot y_1+x_1\ddot\theta_{11}-y_1\dot\theta_{11}^2$$
$$A_{35}=\ddot x_1+x_1\dot\theta_{11}^2+y_1\ddot\theta_{11}+2\dot y_1\dot\theta_{11}-2x_1\dot\theta_{11}^2$$
$$A_{36}=\ddot y_1-x_1\ddot\theta_{11}+y_1\dot\theta_{11}^2-2\dot x_1\dot\theta_{11}-2y_1\dot\theta_{11}^2$$
$$A_{37}=\dot x_1^2+y_1^2\dot\theta_{11}^2+2\dot x_1y_1\dot\theta_{11}+\dot y_1^2+x_1^2\dot\theta_{11}^2-2x_1\dot y_1\dot\theta_{11}$$

(7) $P_1-P_2P_3P_4$ 情况

在此情况下 A_{2i}、A_{3i} 与情况(3)相同,A_{4i} 的值为

$$A_{41}=\dot\theta_{12}^2\cos\theta_{12}+\ddot\theta_{12}\sin\theta_{12}$$
$$A_{42}=\dot\theta_{12}^2\sin\theta_{12}-\ddot\theta_{12}\cos\theta_{12}$$
$$A_{43}=y_1(\dot\theta_{12}^2\sin\theta_{12}-\ddot\theta_{12}\cos\theta_{12})-x_1(\dot\theta_{12}^2\cos\theta_{12}+\ddot\theta_{12}\sin\theta_{12})-\ddot x_2$$
$$A_{44}=x_1(\ddot\theta_{12}\cos\theta_{12}-\dot\theta_{12}^2\sin\theta_{12})-y_1(\dot\theta_{12}^2\cos\theta_{12}+\ddot\theta_{12}\sin\theta_{12})-\ddot y_2$$
$$A_{45}=\cos\theta_{12}(\ddot x_2+x_2\dot\theta_{12}^2+y_2\ddot\theta_{12}+2\dot y_2\dot\theta_{12}-2x_2\dot\theta_{12}^2)+\sin\theta_{12}(\ddot y_2-x_2\ddot\theta_{12}-2\dot x_2\dot\theta_{12}-y_2\dot\theta_{12}^2)$$
$$A_{46}=\sin\theta_{12}(2\dot\theta_{12}^2x_2-\ddot x_2-x_2\dot\theta_{12}^2-y_2\ddot\theta_{12}-2\dot y_2\dot\theta_{12})+\cos\theta_{12}(\ddot y_2-x_2\ddot\theta_{12}-2\dot x_2\dot\theta_{12}-y_2\dot\theta_{12}^2)$$
$$A_{47}=(\ddot x_2+y_2\ddot\theta_{12}+2\dot y_2\dot\theta_{12}-\dot\theta_{12}^2x_2)(x_2-x_1\cos\theta_{12}+y_1\sin\theta_{12})+(\ddot y_2-x_2\ddot\theta_{12}-2\dot x_2\dot\theta_{12}-\dot\theta_{12}^2y_2)(y_2-x_1\sin\theta_{12}-y_1\cos\theta_{12})+\dot x_2^2+\dot\theta_{12}^2y_2^2+2\dot x_2y_2\dot\theta_{12}+\dot y_2^2+\dot\theta_{12}^2x_2^2-2\dot y_2x_2\dot\theta_{12}$$

(8) $P_1P_2P_3P_4$ 情况

在此情况下 A_{2i}、A_{3i} 与情况(6)相同，A_{4i} 的值为

$$A_{41}=3\dot{\theta}_{11}\ddot{\theta}_{11}\quad A_{41}=-\dddot{\theta}_{11}+\dot{\theta}_{11}^{3}$$

$$A_{43}=-\dddot{x}_1-3x_1\dot{\theta}_{11}\ddot{\theta}_{11}-(\dddot{\theta}_{11}-\dot{\theta}_{11}^{3})y_1$$

$$A_{44}=-\dddot{y}_1-3y_1\dot{\theta}_{11}\ddot{\theta}_{11}+(\dddot{\theta}_{11}-\dot{\theta}_{11}^{3})x_1$$

$$A_{45}=\dddot{x}_1+3x_1\dot{\theta}_{11}\ddot{\theta}_{11}+(\dddot{\theta}_{11}-\dot{\theta}_{11}^{3})y_1-3\dot{\theta}_{11}^{2}(\dot{x}_1+y_1\dot{\theta}_{11})+3\ddot{\theta}_{11}(\dot{y}_1-x_1\dot{\theta}_{11})+3\dot{\theta}_{11}(\ddot{y}_1-x_1\ddot{\theta}_{11}+y_1\dot{\theta}_{11}^{2})$$

$$A_{46}=\dddot{y}_1+3y_1\dot{\theta}_{11}\ddot{\theta}_{11}-(\dddot{\theta}_{11}-\dot{\theta}_{11}^{3})x_1-3\dot{\theta}_{11}^{2}(\dot{y}_1-x_1\dot{\theta}_{11})-3\ddot{\theta}_{11}(\dot{x}_1+y_1\dot{\theta}_{11})-3\dot{\theta}_{11}(\ddot{x}_1+y_1\ddot{\theta}_{11}+x_1\dot{\theta}_{11}^{2})$$

$$A_{47}=3(\ddot{x}_1+x_1\dot{\theta}_{11}^{2}+y_1\ddot{\theta}_{11})(\dot{x}_1+y_1\dot{\theta}_{11})+3(\ddot{y}_1-x_1\ddot{\theta}_{11}+y_1\dot{\theta}_{11}^{2})(\dot{y}_1-x_1\dot{\theta}_{11})$$

2　布氏曲线的标准化及有序表示

对于式(1)给出的布尔梅斯特圆点曲线，分两种情况。

2.1　当 $H_1^2+H_2^2\neq0$ 时

布氏曲线是一条三阶虚圆点曲线，它的焦心坐标 (x_F,y_F) 为[5]

$$\begin{cases}x_F=\dfrac{H_1H_4-H_1H_3-H_2H_5}{2(H_1^2+H_2^2)}\\ y_F=\dfrac{H_2H_3-H_2H_4-H_1H_5}{2(H_1^2+H_2^2)}\end{cases}\tag{2}$$

实渐近线的斜率为[5]

$$k=-H_1/H_2\tag{3}$$

把原坐标系的原点移到焦心，并将 y 轴转到与实渐近线平行，得到三阶虚圆点曲线的标准形式

$$(x'^2+y'^2)(x'+\gamma)+dx'+ey'+f=0\tag{4}$$

其中

$$\gamma=\pm\frac{H_1^2H_3+H_2^2H_4+4H_1H_2H_5-3H_1^2H_4-3H_2^2H_3}{2(H_1^2+H_2^2)^{\frac{3}{2}}}$$

($H_2\geqslant0$，取“+”号；$H_2<0$，取“−”号)

$$d=x_F^2+y_F^2+[H_1H_6+H_2H_7+H_1H_5y_F+H_2H_5y_F+2H_2H_4y_F+2H_1H_3x_F+2(H_1x_F+H_2y_F)^2]/(H_1^2+H_2^2)$$

$$e=[H_1H_7-H_2H_6-H_2H_5y_F+H_1H_5x_F+2H_1H_4y_F-2H_2H_3x_F-2(H_2x_F-H_1y_F)(H_1x_F+H_2y_F)]/(H_1^2+H_2^2)$$

$$f=\pm[H_7y_F+H_6x_F+H_5x_Fy_F+H_4y_F^2+H_3x_F^2+(x_F^2+y_F^2)(H_1x_F+H_2y_F)+H_8]/\sqrt{H_1^2+H_2^2}$$

($H_2<0$，取“+”号；$H_2\geqslant0$，取“−”号)

经验证 $f=0$，从而得到三阶虚圆点曲线不带常数项的标准形式

$$(x'^2+y'^2)(x'+\gamma)+dx'+ey'=0\tag{5}$$

根据射影几何中二射影低阶曲线束构成高阶曲线的原理，射影对应的圆束和直线束中二对应线交点的轨迹构成三阶虚圆点曲线。对于式(5)给出的三阶虚圆点曲线，当 γ、e 不同时为零(曲线不分解)时，圆束中任意圆的方程为[5]

$$(x'+\gamma/2)^2+(y'-h)^2=h^2+2eh/\gamma-d+r^2/4\tag{6}$$

与之对应的直线方程为

$$y'=-2hx'/\gamma\tag{7}$$

$h\in(-\infty,\infty)$ 是圆束中任取圆的圆心纵坐标，圆和直线相交于两点 (x'_{C1},y'_{C1})，(x'_{C2},y'_{C2})。由圆的方程和直线的方程解得

$$\begin{cases}x'_{C1}=-\dfrac{\gamma}{2}+\sqrt{\dfrac{\gamma^2}{4}-\dfrac{\gamma(d\gamma-2eh)}{4h^2+\gamma^2}}\\ y'_{C1}=h-\sqrt{h^2-\dfrac{4h^2(d\gamma-2eh)}{\gamma(4h^2+\gamma^2)}}\end{cases}\tag{8}$$

$$\begin{cases}x'_{C2}=-\dfrac{\gamma}{2}-\sqrt{\dfrac{\gamma^2}{4}-\dfrac{\gamma(d\gamma-2eh)}{4h^2+\gamma^2}}\\ y'_{C2}=h+\sqrt{h^2-\dfrac{4h^2(d\gamma-2eh)}{\gamma(4h^2+\gamma^2)}}\end{cases}\tag{9}$$

当 h 连续取值时，交点 (x'_{C1},y'_{C1})，(x'_{C2},y'_{C2}) 所形成的轨迹即为布氏曲线。当 γ、e 同时为零时，布氏曲线分解为圆和直线方程分别为

$$x'^2+y'^2=-d\ (\text{圆方程})\tag{10}$$

$$x'=0\ (\text{直线方程})\tag{11}$$

在原始坐标系下，圆点坐标 (x,y) 为

$$\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\alpha&-\sin\alpha&x_F\\ \sin\alpha&\cos\alpha&y_F\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x'\\y'\\1\end{bmatrix}\tag{12}$$

其中　$\tan\alpha=H_2/H_1$

2.2　当 $H_1^2+H_2^2=0$ 时

布氏曲线分解为无限远直线和二阶曲线

$$H_3x^2+H_4y^2+H_5xy+H_6x+H_7y+H_8=0\tag{13}$$

把坐标系的原点移到 (x_P,y_P)，并将坐标轴旋转 $\theta(\tan(2\theta))=H_5/(H_3-H_4))$，其中

$$\begin{cases}x_P=\dfrac{H_5H_7-2H_4H_6}{4H_3H_4-H_5^2}\\ y_P=\dfrac{H_5H_6-2H_3H_7}{4H_3H_4-H_5^2}\end{cases}$$

可将二阶曲线化为标准形式

$$G_1x'^2+G_2y'^2+G_3=0\tag{14}$$

其中　$G_1=H_3\cos^2\theta+H_4\sin^2\theta+H_5\sin\theta\cos\theta$

$$G_2=H_3\sin^2\theta+H_4\cos^2\theta-H_5\sin\theta\cos\theta$$

$$G_3=H_3x_P^2+H_4y_P^2+H_5x_Py_P+H_6x_P+H_7y_P+H_8$$

当 $G_3=0$ 时，布氏曲线为两条直线，方程为

$$y'=\pm\sqrt{-\frac{G_1}{G_2}}x'\tag{15}$$

当 $G_3 \neq 0$ 时，分为两种情况：

(1) 若 $G_1G_2>0$，布氏曲线为椭圆，方程为

$$\begin{cases} x' = \sqrt{-\dfrac{G_3}{G_1}}\cos\beta \\ y' = \sqrt{-\dfrac{G_3}{G_2}}\sin\beta \end{cases} \left(-\frac{\pi}{2}<\beta<\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}<\beta<\frac{3\pi}{2}\right) \tag{16}$$

(2) 若 $G_1G_2<0$，布氏曲线为双曲线，又有：
当 $G_1G_3<0$ 时，方程为

$$\begin{cases} x' = \sqrt{-\dfrac{G_3}{G_1}}\sec\beta \\ y' = \sqrt{\dfrac{G_3}{G_2}}\tan\beta \end{cases} \left(-\frac{\pi}{2}<\beta<\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}<\beta<\frac{3\pi}{2}\right) \tag{17}$$

当 $G_1G_3>0$ 时，方程为

$$\begin{cases} x' = \sqrt{\dfrac{G_3}{G_1}}\tan\beta \\ y' = \sqrt{-\dfrac{G_3}{G_2}}\sec\beta \end{cases} \left(-\frac{\pi}{2}<\beta<\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}<\beta<\frac{3\pi}{2}\right) \tag{18}$$

在原始坐标系下，圆点坐标 (x,y) 为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & x_P \\ \sin\theta & \cos\theta & y_P \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

为了在同一有限坐标平面内确定连续机构解域，将各种形状圆点曲线的点坐标统一表示成以 φ ($\varphi \in (0,2\pi)$) 为参数的方程，具体方法参见文献[5]。

3 计算示例

为装配线设计一个输送工件的铰链四杆机构，将工件从传送带 C1 经过一个中间传送装置，输送至传送带 C2，如图 1 所示。

以工件的第一位置为坐标原点，给定工件 3 个

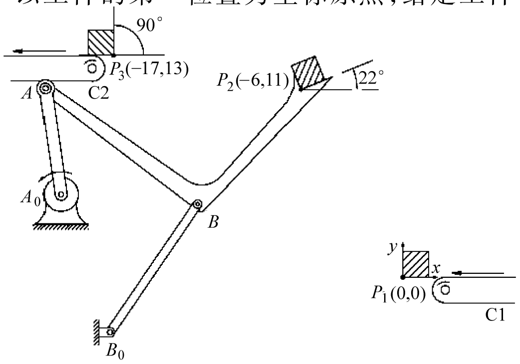

图 1 设计示意图

Fig. 1 Design schematic graph

位置坐标以及工件在第 1 位置的速度，如表 1 所示。

表 1 四位置参数

Tab. 1 Four prescribed rigid-body positions

位置 i	x_i (或 $\dot{x}_i$)	y_i (或 $\dot{y}_i$)	θ_{1i} (或 $\dot{\theta}_{1i}$)
P_1	0	0	0
$\dot{P}_1$	0	30	30
P_2	-6	11	22
P_3	-17	13	90

设计一个无回路缺陷的曲柄摇杆机构。由给定的设计参数可知该问题是四位置刚体导引机构综合中第 1、2 位置无限接近的问题，即 $P_1P_2-P_3-P_4$ 情况。经过计算得到，$H_1^2+H_2^2=11.707\ 7$，不等于零。$\gamma=-22.064\ 3$，$e=-302.367\ 1$，不同时为零，布氏曲线不分解。圆点、圆心曲线各有两个独立分支。把圆点曲线的点坐标表示成以 φ 为参数的方程[5]，当 φ 在 $(0,\pi)$ 区间取值时，φ 值与圆点曲线开放分支上的点相对应；当 φ 在 $(\pi,2\pi)$ 区间取值时，φ 值与圆点曲线闭合分支上的点相对应。计算机绘制的有序布氏曲线如图 2 所示。

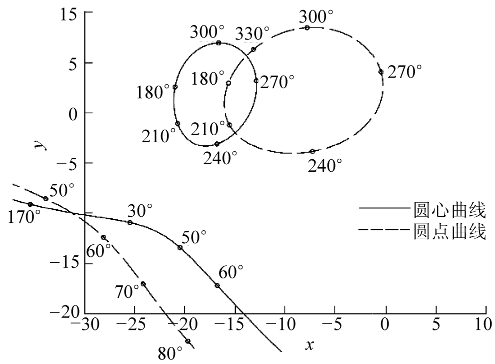

图 2 布氏曲线

Fig. 2 Burmester curves graph

在圆点曲线上任取一个 φ ($\varphi \in (0,2\pi)$) 值，则可得到圆点曲线上的一点，连接该点和与之对应的圆心曲线上的点可产生一个连架杆，且四杆机构可以看做两个连架杆的组合，因此每个机构解可用一对圆点曲线上的点来表示，即可用两个 φ 值来表示。以参数 φ 作为机构解域的横、纵坐标，设横轴代表主动杆，纵轴代表从动杆，则平面上的每一点代表一个机构，整个平面可以表示出全部机构。参数 φ 的采样步长取 $\Delta\varphi=1°$，可在解域上绘制各属性图。在解域上绘出机构类型分布如图 3 所示。

一个回路为不破坏任何运动副联接能够实现的构件所有可能方位，一个分支为在一个回路上机构在两个静止位形间的连续系列位置[1]。存在回路缺陷意味着机构必须拆开重装才能由一个位置运动到另一个位置，对机构运行是致命的；存在分支缺陷

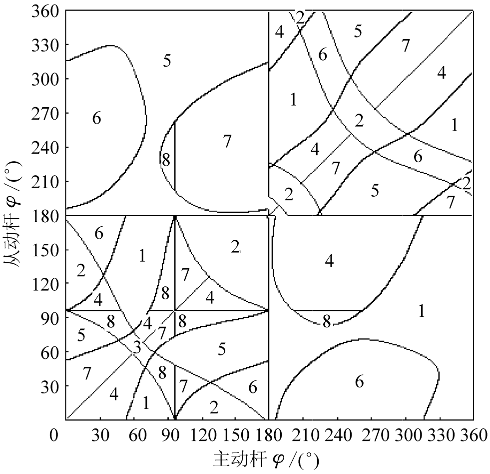

图 3　机构类型分布

Fig. 3　Mechanism type distribution graph

1. 曲柄摇杆　2. 双曲柄　3. 双摇杆　4. 三摇杆（外内摆动）
5. 摇杆曲柄　6. 三摇杆（外外摆动）　7. 三摇杆（内外摆动）
8. 三摇杆（内内摆动）

意味着机构在 4 个位置间的运动可以在一个分支上也可以在两个分支上，因此并非致命缺陷，取舍取决于设计者意图。在解域上绘制机构缺陷分布如图 4 所示。

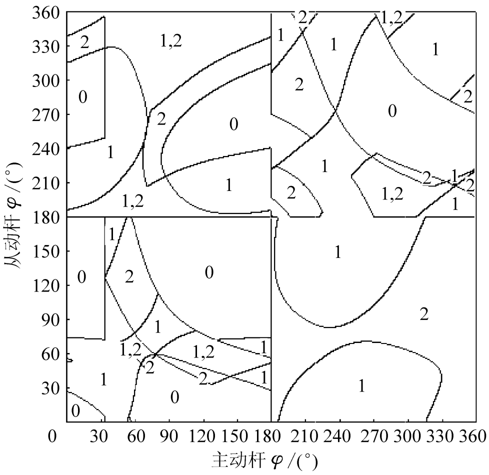

图 4　机构缺陷分布

Fig. 4　Defects distribution graph

0. 无缺陷　1. 分支缺陷　2. 回路缺陷

在曲柄摇杆机构的分布区域中去除存在回路缺陷的部分（曲柄摇杆机构无分支缺陷），即得到可行域，如图 5 所示。

从可行域分布图中可以直观准确地得到无缺陷曲柄摇杆机构主动杆和从动杆的角度参数取值范围。本例中取角度参数为 336°的杆为主动杆，角度参数为 238°的杆为从动杆。对应固定铰链点的坐

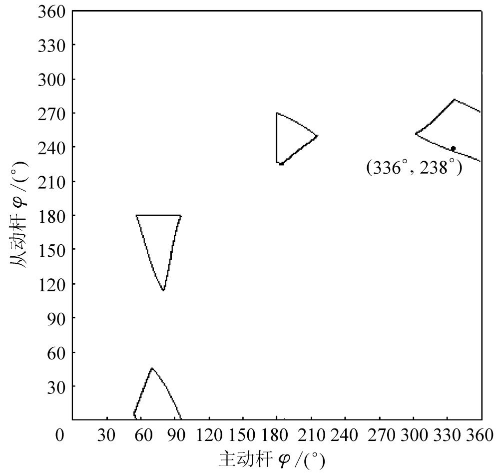

图 5　可行域分布

Fig. 5　Feasible zone distribution graph

标为（－20.07，4.86）和（－17.21，－3.23），动铰链点的坐标为（－13.85，5.67）和（－8.12，－3.96）。在布氏曲线图上绘制该机构，如图 6 所示。

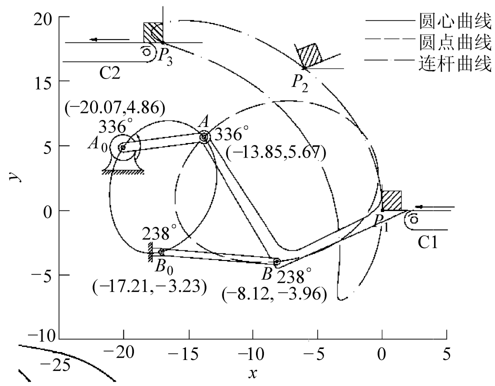

图 6　可行机构

Fig. 6　Feasible mechanism

在实际机构设计中，用户根据加工条件、装配空间等可能提出各种要求，诸如定铰链点和动铰链点的坐标范围要求、机构的杆长要求、最小传动角要求等。其设计思路与上述寻优方法类似，只需将约束条件施加到解域上，去除缺陷区域，得到可行域。

4　结束语

建立了四位置刚体导引机构综合布氏曲线的统一方程式，实现了所有情况下布氏曲线的单值有序绘制。并将文献[5]中映射和解域的思想推广到复合四位置情况，建立机构解域，通过解域分析可以直观地得到机构类型、缺陷等信息，解决了机构选取的盲目性问题。该方法利用现代计算工具的优势，计算结果精确有效，较其他方法更简单。

参　考　文　献

1　韩建友. 高等机构学[M]. 北京：机械工业出版社，2004.
2　韩建友. 布氏点的解析求法[J]. 东北重型机械学院学报，1988，12(1)：54～60.

（下转第 196 页）

况密切相关,植物激素处于诸多调控信号所构成的网络系统的中心,它们在植物株型形成过程中发挥着重要作用。结合本实验方法可以仿真向光性、向重力性等引起植物的弯曲效果,最终帮助实现植物株型的空间整体布局以及局部竞争效果。

4 结束语

本文基于参数 L 系统,对植物轴进行再细粒度的划分,以及提出侧芽因子等概念,简化了参数 L 系统在模拟植物生长过程中描述植物轴属性所需的参数数量;通过设置侧芽因子数,以及其产生的概率性,可以某种程度上实现随机 L 系统的功能;随机的参数仅局限于侧芽因子中,并且都以侧芽 bud 的形式存在,简化了器官生长与植物主体结合的位置参数,使得 L 文法更容易从植物学的角度理解。通过对植物结构模型的更细粒度仿真,对植物的功能模型(如植物的顶端优势、向重力性生长等)研究也有很好的帮助。

参 考 文 献

1 Prusinkiewicz P, Lindenmayer A. The algorithmic beauty of plants[M]. New York: Springer-Verlag, 1996.

2 赵星,de Reffye Philippe,熊范纶,等. 虚拟植物生长的双尺度自动机模型[J]. 计算机学报,2001,24(6):608~615.
Zhao Xing, de Reffye Philippe, Xiong Fanguan, et al. Dual-scale automaton model for virtual plant development[J]. Chinese Journal of Computers, 2001, 24(6): 608~615. (in Chinese)

3 Qu Hongchun, Zhu Qingsheng, Zeng Lingqiu, et al. Automata-based L-grammar extraction from multiple images for virtual plants[C]∥3rd International Conference on Bio-inspired Computing: Theories and Applications (BIC TA2008), 2008: 89~96.

4 Hawkes J G, Lester R N. A review of branching patterns in the solanaceae[M]∥Hawkes J G, Lester R N, Skelding A D. The biology and taxonomy of the solanaceae. London: Academic Press, 1979: 345~356.

5 王忠,李合生,王三根,等. 植物生理学[M]. 北京:中国农业出版社,2000:264~301,331~365.

6 胡宝忠,胡国宣. 植物学[M]. 北京:中国农业出版社, 2002:108~150.

7 Allen M, Prusinkiewicz P, DeJong T. Using L-systems for modeling source-sink interactions, architecture and physiology of growing trees: the L-PEACH model [J]. New Philologist, 2005, 166(3): 869~880.

8 Prusinkiewicz P. Modeling plant growth and development [J]. Current Opinion in Plant Biology, 2004, 7(1): 79~83.

9 唐卫东,李萍萍. 基于状态机的植物生长模型可视化研究[J]. 农业机械学报,2006,37(7):104~108.
Tang Weidong, Li Pingping. Research on visualization of plant development model using state theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(7): 104~108. (in Chinese)

(上接第 207 页)

3 Chiang C H. An algebraic treatment of Burmester points by means of three basic poles[J]. Mechanism and Machine Theory, 1987,22(1):47~53.

4 阿尔托包列夫斯基. 平面机构综合:下册[M]. 孙可宗,译. 北京:高等教育出版社,1965.

5 Han Jianyou, Qian Weixiang. On the solution of region-based planar four-bar motion generation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(2):457~465.

6 格罗尼穆斯. 平面机构综合理论的几何工具[M]. 陈兆雄,译. 北京:机械工业出版社,1966.

7 Chiang C H. Synthesis of four-bar function generators by means of equations of three relative poles—1. finitely separated positions[J]. Mechanism and Machine Theory, 1975, 10(1):81~91.

8 Chiang C H. Synthesis of four-bar function generators by means of equations of three relative poles—2. mixed "point-order" synthesis[J]. Mechanism and Machine Theory, 1975, 10(1): 93~109.

9 钱卫香,韩建友. 实现连架杆给定角位移的机构综合方法[J]. 农业机械学报,2009,40(5):222~226.
Qian Weixiang, Han Jianyou. Synthesis method for planar four-bar linkages given angle displacements of rotating links[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009,40(5):222~226. (in Chinese)

10 熊滨生. 现代连杆机构设计[M]. 北京:化学工业出版社,2006.