

齿轮结合面切向接触刚度分形计算模型研究^{*}

陈 奇 赵 韩 黄 康

(合肥工业大学机械与汽车工程学院, 合肥 230009)

【摘要】 在机械结合面切向接触刚度分形模型的基础上,结合两圆柱体接触强度分形模型,建立了齿轮结合面的切向接触刚度分形计算模型。该模型综合考虑齿轮接触面的微观特性和宏观特性,其计算结果与测量仪器的分辨率无关,具有尺度独立性。仿真结果显示:齿轮结合面的切向接触刚度与分形维数、材料的特性参数、齿轮的齿数成正比,与粗糙度幅值成反比。

关键词: 齿轮结合面 切向接触刚度 分形理论 接触模型

中图分类号: TH113.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)02-0203-04

Fractal Model of Tangential Contact Stiffness between Gears's Joint Surfaces

Chen Qi Zhao Han Huang Kang

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract

On the basis of fractal model of tangential contact stiffness of joint surfaces, and combining with the fractal model of two cylinders' contact stress, calculating fractal model of tangential contact stiffness of gear joint surfaces was set up. This model synthetically considered the microcosmic characters and macroscopical factors of gear joint surfaces, and the results by the model showed no relationship with the resolving ability of the instruments and dimension independency. Simulation results indicated that the tangential contact stiffness was proportional to fractal dimension, material properties parameters and the number of gear teeth, and inversely proportional to roughness amplitude.

Key words Gear joint surfaces, Tangential contact stiffness, Fractal theory, Contact model

引言

切向接触刚度对接触体动力学性能有重要影响。张学良提出了基于分形理论的结合面切向接触刚度模型的计算方法^[1~3],该方法不同于以前仅考虑接触体的宏观特性计算公式,而从接触体的微观形态上考虑切向刚度的计算,用此方法建立的切向刚度模型与接触表面的分形维数、粗糙度幅值和材料特性等参数有关。该计算模型最大的优点是具有尺度独立性,即计算结果与接触体的取样长度和测量仪器的分辨率无关,因此提高了切向接触刚度的计算准确度和效率。

上述模型主要是用来计算球体和平面接触时的

切向接触刚度计算,而对于两曲面接触形式的接触刚度计算不能直接应用。主要由于其使用了接触体的法向载荷和接触面积的分形模型公式。根据研究发现^[4],不同曲面接触时,接触体的法向载荷与接触面积的关系不同。

本文在现有切向接触刚度模型公式的基础上,结合作者前期研究成果,研究两圆柱体结合面的切向接触刚度分形模型,并应用到齿轮结合面的切向接触刚度计算。

1 齿轮结合面切向接触刚度分形模型的建立

1.1 结合面切向接触刚度模型

结合面切向接触刚度模型公式^[1~3]为

收稿日期: 2010-03-16 修回日期: 2010-04-14

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51075111)、“十一五”国家科技支撑计划资助项目(2009BAG12B03)、安徽省优秀青年人才基金资助项目(2011SQRL010)和合肥工业大学科学研究发展基金资助项目(2010HGJ0137)

作者简介: 陈奇,博士生,讲师,主要从事新型机械传动与控制研究,E-mail: hfut.chen@yahoo.com.cn

$$K_t^* = \frac{8(2-D)^{\frac{D}{2}} D^{\frac{2-D}{2}}}{\sqrt{\pi(2-\nu)(1-D)}} A_r^{*\frac{D}{2}} \left(1 - \frac{T_m}{\mu P}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left[\left(\frac{2}{D} - 1\right)^{\frac{1-D}{2}} A_r^{*\frac{1-D}{2}} - a_c^{*\frac{1-D}{2}}\right] \quad (1)$$

式中 K_t^* ——无量纲切向接触刚度
 D ——结合面的分形维数
 ν ——材料的泊松比 T_m ——总切向载荷, N
 A_r^* ——结合面间的无量纲真实接触面积
 P ——总法向载荷, N
 μ ——接触面的摩擦因数
 a_c^* ——无量纲结合面间的临界接触面积

由该模型可知^[1], 结合面的切向接触刚度与总法向载荷 P 、分形维数 D 成正比, 与参数 h 成反比, 其中, $h = T_m/P$ 。

1.2 齿轮表面接触承载能力的分形模型

因式(1)与结合面间的 A_r^* 有直接关系, 而 P 与 A_r^* 也满足一定公式^[5-8], 但对于不同形状的接触体, P 与 A_r^* 的关系不同, 在前期研究成果基础上^[4], 经推导得到齿轮接触时的 P 与 A_r^* 满足如下关系: 设 a_c 为单个微凸体由弹性变形变化到塑性变形的临界接触面积, a_l 为最大接触点面积。齿轮接触面接触力与接触面积关系分为下述两种情况:

(1) 当 $D \neq 1.5$ 时

$$P_m^* = \frac{(P_{1(A_r^*)}^* A_a E / \lambda_{0G})^{\frac{1}{1+C_2x}}}{A_a E} \quad (2)$$

其中 $P_m^* = P/(A_a E)$ $A_a = \omega_l^{-2}$ $x = 1/R_2 \pm 1/R_1$
式中 P_m^* ——无量纲总法向载荷
 A_a ——名义接触面积, 由谱特性参数 ω_l 确定
 λ_{0G} ——齿轮表面接触系数
 C_2 ——常数, $C_2 = 0.5$
 x ——综合曲率系数 E ——弹性模量, N/mm²
 R_1, R_2 ——两齿轮接触处的曲率半径, mm
(“+”为外接触, “-”为内接触)

当 $D \neq 1.5$ 时, 两齿面轮廓接触时的名义载荷

$$P_{1(A_r^*)}^* = \frac{4\sqrt{\pi} G^{*(D-1)}}{3} g_1(D) A_r^{*\frac{D}{2}} \cdot \left[\left(\frac{(2-D)A_r^*}{D}\right)^{\frac{3-2D}{2}} - a_c^{*\frac{3-2D}{2}}\right] + K\phi g_2(D) A_r^{*\frac{D}{2}} a_c^{*\frac{2-D}{2}} \quad (3)$$

其中 $A_r^* = A_r/A_a$
式中 A_r ——两齿面间的总真实接触面积和^[9]
 G^* ——无量纲粗糙度幅值
 ϕ ——齿轮材料的特性参数
 K ——齿轮硬度 H 与屈服强度 σ_y 的相关系数, $H = K\sigma_y$

$g_1(D)$ 、 $g_2(D)$ 为与分形维数有关的常数

$$g_1(D) = \frac{D}{3-2D} \left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{D}{2}}$$
$$g_2(D) = \left(\frac{D}{2-D}\right)^{1-\frac{D}{2}} \quad (4)$$

(2) 当 $D = 1.5$ 时

$$P_m^* = \frac{\left(\frac{P_{2(A_r^*)}^* A_a E}{\lambda_{0G}}\right)^{\frac{1}{1+C_2x}}}{A_a E} \quad (5)$$

当 $D = 1.5$ 时, 两齿面轮廓接触时的名义载荷

$$P_{2(A_r^*)}^* = \sqrt{\pi} G^{*\frac{1}{2}} \left(\frac{A_r^*}{3}\right)^{\frac{3}{4}} \ln\left(\frac{A_r^*}{3a_c^*}\right) + \frac{3K\phi}{4} \left(\frac{A_r^*}{3}\right)^{\frac{3}{4}} a_c^{*\frac{1}{4}} \quad (6)$$

式(2)~(6)即齿轮表面接触承载能力的分形模型。

1.3 齿轮结合面的切向刚度模型建立

由式(2)~(6)建立了 $P_m^* - A_r^*$ 之间的关系, 再结合式(1)即建立了 $K_t^* - P_m^* - A_r^*$ 之间的关系, 即建立齿轮结合面的切向接触刚度分形模型。

2 分形模型仿真与分析

通过 Matlab 编程, 建立无量纲切向接触刚度 K_t^* 与无量纲总法向载荷 P_m^* 之间的关系, 并研究在不同分形维数 D 、无量纲粗糙度幅值 G^* 、材料的特性参数 ϕ 、齿轮齿数 Z 及啮合形式对切向刚度的影响。

2.1 分形维数 D 对无量纲切向接触刚度 K_t^* 的影响

由图 1 可知, 随着 D 增加, 切向接触刚度增大。磨削表面分形维数与 R_a 的关系近似换算式为

$$D = 1.528/R_a^{0.042} \quad (7)$$

式中 R_a ——粗糙度, μm

因此减小粗糙度, 提高齿轮表面质量可增加分形维数, 从而提高切向接触刚度。

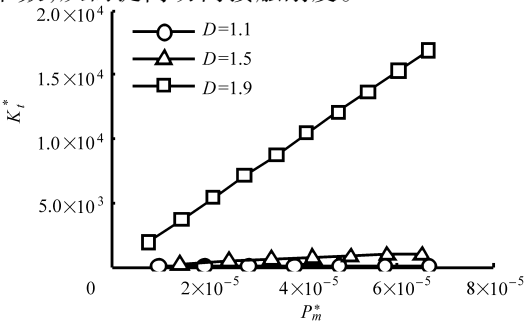


图 1 分形维数对切向接触刚度的影响
Fig. 1 Tangential contact stiffness influenced by D
($R_1 = 100, R_2 = 60, G^* = 10^{-10}, \phi = 2.67 \times 10^{-3}, \nu = 0.3, h = 0.02, \mu = 0.2$)

2.2 无量纲粗糙度幅值 G^* 对无量纲切向接触刚度 K_t^* 的影响

由图 2 可得,随着 G^* 的减小,切向接触刚度增加。 G^* 减小,即减小齿面粗糙度,因此提高齿轮表面质量,可提高切向接触刚度。此结论与 2.1 节所得结论一致。

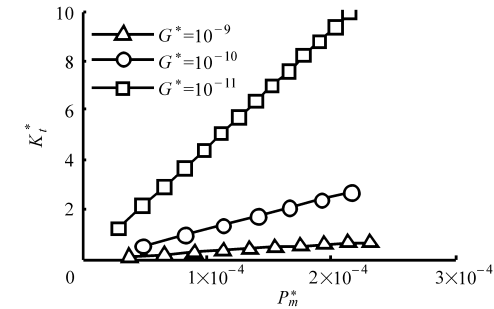


图 2 无量纲粗糙度幅值对切向接触刚度的影响
Fig.2 Tangential contact stiffness influenced by G^*
($R_1=100, R_2=60, D=1.54, \phi=2.67 \times 10^{-3}, \nu=0.3, h=0.02, \mu=0.2$)

2.3 参数 ϕ 对无量纲切向接触刚度 K_t^* 的影响

由图 3 可得:随着材料特性参数 ϕ 增加,切向接触刚度增大。研究表明^[10]:材料的特性参数与接触体的较软材料的屈服强度成正比,因此提高接触齿轮较软一方的屈服强度,可提高齿轮结合面间的切向接触刚度。

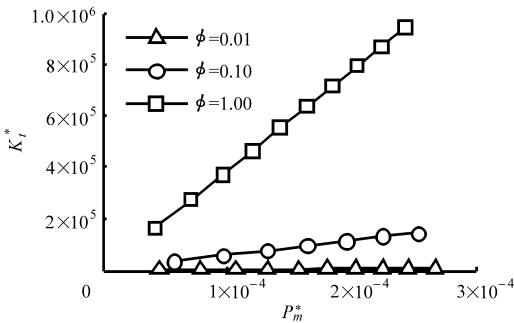


图 3 材料特性参数对切向接触刚度的影响
Fig.3 Tangential contact stiffness influenced by ϕ
($R_1=100, R_2=60, D=1.54, G^*=10^{-10}, \nu=0.3, h=0.02, \mu=0.2$)

2.4 齿数 Z 对无量纲切向接触刚度 K_t^* 的影响

取三对渐开线齿轮啮合对,齿数分别为 25 和 83、40 与 83、83 和 83。各啮合对齿轮其余参数均相同。利用上述模型可得到无量纲切向接触刚度与无量纲总法向载荷之间关系如图 4 所示。

由图 4 可得,不论是外啮合还是内啮合,当大齿轮的齿数 Z_2 不变时,随着小齿轮齿数 Z_1 的增加,即齿轮尺寸的增大,切向接触刚度增大。

2.5 啮合形式对无量纲切向接触刚度 K_t^* 的影响

由图 5 可得,当其余条件都相同时,内啮合时齿轮切向接触刚度大于外啮合时齿轮切向接触刚度。

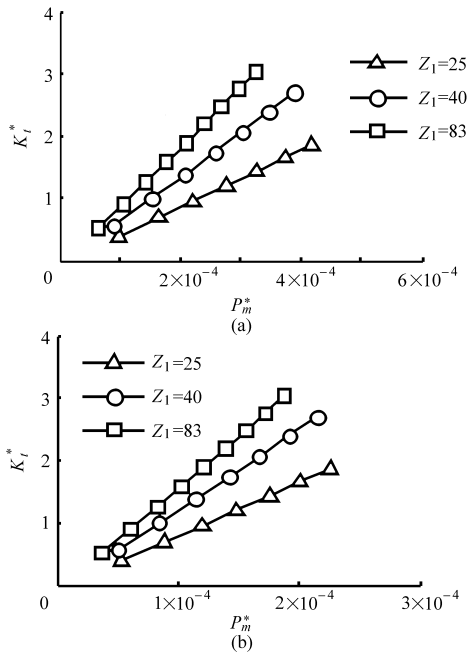


图 4 齿数对切向接触刚度的影响
Fig.4 Tangential contact stiffness influenced by Z
($R_1=100, D=1.54, G^*=10^{-10}, \phi=2.67 \times 10^{-3}, \nu=0.3, h=0.02, \mu=0.2$)
(a) 外啮合 (b) 内啮合

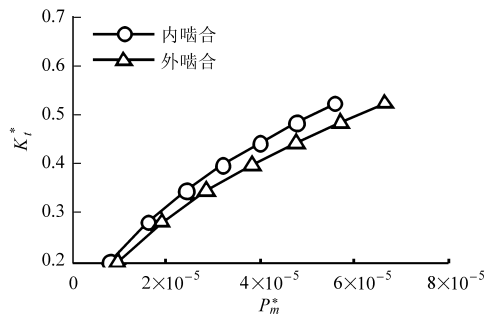


图 5 啮合形式对切向接触刚度的影响
Fig.5 Tangential contact stiffness influenced by contact type
($D=1.1, G^*=10^{-10}, \phi=2.67 \times 10^{-3}, \nu=0.3, h=0.02, \mu=0.2$)

3 结论

(1)在机械结合面切向接触刚度分形模型的基础上,结合前期研究成果,建立了齿轮结合面的切向接触刚度计算分形模型。该模型综合考虑齿轮接触面的微观特性(分形维数 D 、无量纲粗糙度幅值 G^* 、材料的特性参数 ϕ 等参数)和宏观特性(齿轮的尺寸及齿数、啮合形式),且该模型的计算结果与测量仪器的分辨率无关,具有尺度独立性。

(2)齿轮结合面的切向接触刚度与分形维数 D 、材料的特性参数 ϕ 、齿轮的齿数 Z 成正比,而与无量纲粗糙度幅值 G^* 成反比。

(3)内啮合时比外啮合时齿轮切向接触刚度大。

参 考 文 献

- 1 张学良, 温淑花. 基于接触分形理论的结合面切向接触刚度分形模型[J]. 农业机械学报, 2002, 33(3):91~94.
Zhang Xueliang, Wen Shuhua. A fractal model of tangential contact stiffness of joint surfaces based on the contact fractal theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2002, 33(3):91~94. (in Chinese)
 - 2 张学良, 温淑花, 徐格宁, 等. 结合部切向接触刚度分形模型研究[J]. 应用力学学报, 2003, 20(1):70~73.
Zhang Xueliang, Wen Shuhua, Xu Gening, et al. Fractal model of the tangential contact stiffness of machined surfaces in contact[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(1):70~73. (in Chinese)
 - 3 温淑花, 张学良, 文晓光. 结合面切向接触刚度分形模型建立与仿真[J]. 农业机械学报, 2009, 40(12):223~227.
Wen Shuhua, Zhang Xueliang, Wen Xiaoguang. Fractal model of tangential contact stiffness of joint interfaces and its simulation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(12):223~227. (in Chinese)
 - 4 黄康, 赵韩, 陈奇. 两圆柱体表面接触承载能力的分形模型研究[J]. 摩擦学学报, 2008, 11(6):529~533.
Huang Kang, Zhao Han, Chen Qi. Research of fractal contact model on contact carrying capacity of two cylinders' surface [J]. Tribology, 2008, 11(6):529~533. (in Chinese)
 - 5 Majumdar A, Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces[J]. ASME Journal of Tribology, 1991, 113(1):1~11.
 - 6 贺林, 朱均. 粗糙表面接触分形模型的提出与发展[J]. 摩擦学学报, 1996, 16(4):375~384.
He Lin, Zhu Jun. Fractal model for contact of rough surfaces[J]. Tribology, 1996, 16(4):375~384. (in Chinese)
 - 7 Majumdar A, Bhushan B. Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces[J]. ASME Journal of Tribology, 1990, 112(2):205~216.
 - 8 Bhushan B. Introduction to tribology[M]. New York: John Wiley & Sons, 2002.
 - 9 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京:机械工业出版社, 2005.
 - 10 徐顺. 基于分形理论的齿轮接触模型的研究[D]. 合肥:合肥工业大学, 2008.
Xu Shun. Study on the gear face contact model based on the fractal theory [D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2008. (in Chinese)
-

(上接第 215 页)

- 9 阎楚良, 赵海彬, 田兆锋. 基于 J2EE 的农业机械装备信息网 CMS 系统的实现[J]. 农业机械学报, 2006, 37(6):106~109.
Yan Chuliang, Zhao Haibin, Tian Zhaofeng. Research and implementation of CMS system of agriculture mechanization information network based on J2EE Technology[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(6):106~109. (in Chinese)
- 10 田兆锋, 阎楚良. 基于 UML 和 JSP 的农业机械化装备信息网络平台[J]. 吉林大学学报:信息科学版, 2006, 24(6):648~655.
Tian Zhaofeng, Yan Chuliang. Design of China agriculture mechanization information network based on UML and JSP technology[J]. Journal of Jilin University: Information Science Edition, 2006, 24(6):648~655. (in Chinese)
- 11 胡宇轩, 阎楚良. 数据挖掘技术在农业机械质量控制中的应用[J]. 农业机械学报, 2007, 38(5):153~156.
Hu Yuxuan, Yan Chuliang. Design and implementation on data mining technology in quality control of agricultural machinery [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(5):153~156. (in Chinese)
- 12 田兆锋, 阎楚良. 基于资源管理和 Silverlight 的农业装备信息网络平台[J]. 农业机械学报, 2008, 39(11):151~155.
Tian Zhaofeng, Yan Chuliang. Agricultural equipment information network based on resource management and Silverlight[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(11):151~155. (in Chinese)
- 13 孟庆瑞, 田兆锋, 阎楚良. Ajax 技术在农业装备信息网中的应用[J]. 农业机械学报, 2008, 39(12):132~135.
Meng Qingrui, Tian Zhaofeng, Yan Chuliang. Application of Ajax in the agricultural mechanization information network[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(12):132~135. (in Chinese)