

# 基于经验模态分解和 Duffing 振子的轴承故障诊断\*

关贞珍 郑海起 杨云涛 王彦刚

(军械工程学院, 石家庄 050003)

**【摘要】** 针对齿轮箱轴承振动信号故障信息容易被噪声淹没,且具有非线性、非平稳特性的问题,提出了基于经验模态分解(EMD)和 Duffing 振子的轴承故障诊断方法。首先对原始振动信号进行经验模态分解,找到包含轴承故障信息的固有模态函数(IMF),然后利用 Duffing 振子的分岔图找到混沌振子相轨迹发生变化的内部激励力分界值,并将 Duffing 振子的内部激励力频率设定为轴承故障特征频率,最后从混沌振子输出相轨迹的变化来检测齿轮箱轴承故障信息。实验结果表明,基于 EMD 和 Duffing 振子的故障诊断方法能够检测轴承故障信息。

**关键词:** 轴承 故障诊断 混沌振子 经验模态分解

**中图分类号:** TH133.3; TP806+.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2010)09-0214-04

## Fault Diagnosis of Bearing Based on EMD and Duffing Oscillator

Guan Zhenzhen Zheng Haiqi Yang Yuntao Wang Yan'gang

(Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

### Abstract

Aiming at detecting bearing fault information, which is easily to be submerged in heavy noise and whose characteristics is nonlinear and non-stationary, a method of fault diagnosis based on empirical mode decomposition (EMD) and Duffing oscillator was put forward. This method decomposed the original signals using EMD to find intrinsic mode function (IMF) of containing the fault information, then the dividing value of force making the Duffing oscillator phase orbit changed was got, the inner motivation force frequency was set to the same frequency as the bearing fault, at last the fault was determined according to the change of Duffing oscillator's phase orbit. The results of experiments show that this method can detect the fault of bearing successfully.

**Key words** Bearing, Fault diagnosis, Chaotic oscillator, EMD

### 引言

传统的轴承故障诊断方法主要有时域特征值方法和频谱分析方法,但齿轮箱中轴承的早期故障特征信号常常被齿轮及周围噪声信号所淹没,且轴承振动信号由于轴承游隙、刚度的变化等原因常常表现为非线性、非平稳特征<sup>[1]</sup>,此时,传统的信号处理方法往往不能很好地进行故障诊断,因此需要寻找一种强噪声背景下微弱信号的识别方法。近年来,随着混沌理论应用研究的发展,人们已将混沌振子应用于强噪声背景下微弱周期信号的检测。但很多

研究表明,Duffing 振子对噪声具有一定的免疫力,只能满足一定的信噪比要求<sup>[2-4]</sup>,而工程信号往往含有多个周期成分,噪声较大,因此噪声的存在限制了 Duffing 振子在工程中的应用。本文针对轴承振动信号的非线性、非平稳特征,首先对信号进行 EMD 分解,选取最能反应轴承故障特征的固有模态函数作为 Duffing 振子的外部输入,从 Duffing 振子相图的变化来判断是否含有轴承故障信息。

### 1 基于混沌振子的微弱周期信号检测原理

对于一个 Holmes 型 Duffing 方程所描述的非线

性系统,其参数的微小变化有时会引起其状态发生本质的变化,所以可以利用其状态对参数的敏感性对非线性系统的微弱周期信号进行检测。适合于检测任意频率微弱周期信号的 Holmes 型 Duffing 方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = w_0 y \\ \dot{y} = w_0 (-cy + x - x^3 + f_0 \cos(w_0 t) + f_1 \cos(w_1 t + \varphi) + N(t)) \end{cases}$$

式中  $c$ ——阻尼比  $N(t)$ ——噪声  
 $x - x^3$ ——非线性恢复力

$f_0 \cos(w_0 t)$ ——Duffing 系统内部周期驱动力

$f_1 \cos(w_1 t + \varphi)$ ——外部待测周期信号

在没有外部被测信号和噪声干扰的情况下 ( $f_1 \cos(w_1 t + \varphi) + N(t) = 0$ ), 如果将  $c$  固定, 令  $f_0$  从零逐渐增大, 其系统的状态将逐渐发生变化。当  $f_0$  较小时, 相轨迹表现为 Poincare 映射下的吸引子, 相点在两焦点附近作周期振动。当  $f_0$  超过一定域值时, 将出现同宿轨道, 并随着  $f_0$  的增大, 出现倍周期分岔, 紧接着进入混沌状态, 这一过程随着  $f_0$  的变化非常迅速。 $f_0$  在很大的范围内, 系统都处于混沌状态, 当  $f_0$  继续增大到某一临界值  $f_d$  时, 系统处于由混沌转为周期运动的临界状态, 当  $f_0$  大于  $f_d$  时, 系统进入大尺寸周期运动, 此时  $f_d$  为 Duffing 振子由混沌转变为周期状态的临界值。 $f_d$  的确定一般采用 Melnikov 方法并结合实验来确定<sup>[5]</sup>, 此方法需经复杂的计算并要多次实验来确定。本文将 Duffing 振子内部驱动力的幅值  $f_0$  作为分岔参数通过其分岔图来确定  $f_d$  的阈值。本研究将内部驱动力的频率  $w_0$  定为 101.625 Hz (轴承内圈故障频率), 对 Duffing 方程进行离散化并采用 4 阶 Rung-Kutta 法进行求解, 积分步长取为 0.001, 计算得到系统位移随力  $f_0$  的分岔图如图 1 所示。由图中可以看出在其他参数不变的情况下, 随着力  $f_0$  的变化, 系统经历了小尺度周期状态-分叉-混沌-大尺度周期状态, 并且从混沌运动到大尺寸周期状态的分

界点为  $f_d = 0.827$ , 为了更清楚地观察其状态变化, 画出 Duffing 振子在分界点前后的相轨迹变化情况, 如图 2 所示。

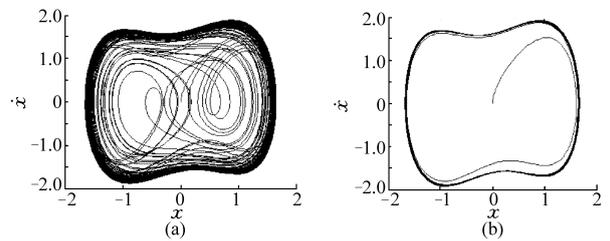


图 2 混沌振子在  $f_d$  附近的相轨迹变化

Fig. 2 Phase track change of chaotic oscillator near  $f_d$

(a)  $f_0 = 0.826$  (b)  $f_0 = 0.827$

从图 2 中可以明显看到系统状态从混沌过渡到了大尺寸周期状态, 验证了  $f_d = 0.827$  的正确性。研究表明, 在 Duffing 振子检测微弱周期信号时, 对噪声和频率相近的周期信号具有一定的免疫力, 所以可以利用 Duffing 方程相轨迹随  $f_0$  变化这一特性, 对轴承故障信号进行检测。具体方法为: 根据 Duffing 方程式, 将内部驱动力频率设为轴承故障特征信号的频率, 即  $w_0 = w_1$ , 再将  $f_0$  设为略小于  $f_d$ , 这样系统原始动力学行为为混沌状态, 当幅值为  $f_1$ 、频率为  $w_1$  的待测故障信号加入系统时, 只要  $f_1 + f_0 > f_d$ , 系统就会发生从混沌到大尺寸周期状态的改变, 根据系统这一状态的改变就可以判断被测信号中是否存在频率为  $w_1$  的轴承故障信号。

## 2 经验模态分解 (EMD) 方法

很多研究表明虽然 Duffing 振子对噪声具有一定的免疫力, 但只能满足一定的信噪比要求, 而工程信号往往含有多个周期成分, 因此噪声的存在限制了 Duffing 振子在工程中的应用, 本文在将待测故障信号输入到 Duffing 振子前, 先对待测信号进行降噪处理。虽然近年来出现了很多降噪方法, 但轴承振动信号为非线性、非平稳信号, 传统的降噪方法将失去作用。EMD 方法是近年来新的信号处理方法<sup>[6-7]</sup>, 该方法在基于信号局部特征时间尺度基础上可以把信号分解为若干个固有模态 (IMF) 之和, 每个 IMF 是单分量的幅值或频率调制信号, 突出了数据的局部特征, 对其进行分析可以更好地把握原数据的特征信息, 且每个 IMF 所包含的频率成分不仅与采样频率有关, 而且还随着信号本身的变化而变化, 因此 EMD 方法是一种自适应的信号处理方法, 从根本上摆脱了傅里叶变换的局限性, 具有很高的信噪比。EMD 分解的每个 IMF 必须满足以下两个条件: 整个信号中零点数和极点数相等或至多相差 1; 信号上任意一点, 由局部极大值点确定的包络

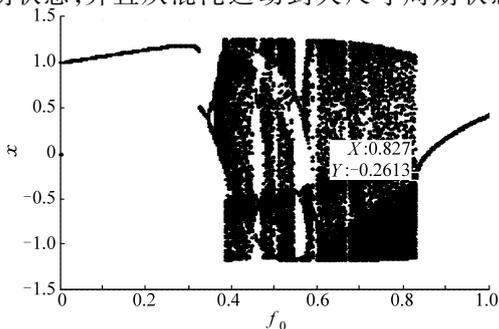


图 1 混沌振子随内部驱动力  $f_0$  变化的分岔图

Fig. 1 Bifurcation of Duffing oscillator with changing  $f_0$

线和由局部极小值点确定的包络线的均值为零,即信号的上下包络线关于时间轴局部对称。对任意实信号  $x(t)$  进行 EMD 分解的具体步骤为:

(1) 确定出  $x(t)$  上所有极大值点和所有极小值点;然后,将所有极大值点和所有极小值点分别用三次样条曲线连接起来,使两条曲线间包含所有信号,将这两条曲线分别作为  $x(t)$  的上下包络线,计算他们的平均值  $m_1(t)$ ,令  $h_1(t) = x(t) - m_1(t)$ ;如果  $h_1(t)$  不满足 IMF 的条件,需要把  $h_1(t)$  作为原信号重复上面的步骤得到  $h_{11}(t)$ ,即  $h_{11}(t) = h_1(t) - m_{11}(t)$ ;这样筛选  $k$  次直到  $h_{1k}(t)$  变为一个 IMF,即  $h_{1k}(t) = h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t)$ ,这样就从原信号中分解出了第一个 IMF,称为第一阶 IMF,并记作  $c_1(t) = h_{1k}(t)$ 。

(2) 从原信号中减去  $c_1(t)$  得第一阶剩余信号  $r_1(t)$ ,即  $r_1(t) = x(t) - c_1(t)$ 。把  $r_1(t)$  作为新的原信号,重复步骤(1),对后面的  $r_i(t)$  也进行同样的筛选,这样依次得到第 2 阶 IMF, ..., 第  $n$  阶 IMF 和第  $n$  阶剩余信号,即

$$\begin{cases} r_1(t) - c_2(t) = r_2(t) \\ \vdots \\ r_{n-1}(t) - c_n(t) = r_n(t) \end{cases}$$

当  $r_n(t)$  成为一个单调函数时,筛选结束。综合以上等式可得到

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t)$$

即原始数据可表示为多个固有模态函数分量和一个残余项的和。

### 3 诊断实例

滚动轴承的故障一般表现为滚动副局部缺陷,当其出现缺陷时,匀速回转的滚动体在经过这些缺陷时会产生一个具有周期性的冲击信号,当轴承的不同部件发生缺陷时,冲击信号具有不同的频率,这个频率通常称为特征频率。对于内圈剥落和外圈剥落故障进行检测,其对应的特征频率为

$$f_i = \frac{n}{2} \left( 1 + \frac{d}{D} \cos \vartheta \right) f_r$$

$$f_o = \frac{n}{2} \left( 1 - \frac{d}{D} \cos \vartheta \right) f_r$$

式中  $f_r$ ——轴旋转频率

$f_i$ ——内圈故障特征频率

$f_o$ ——外圈故障特征频率

$D$ ——轴承节径  $d$ ——滚动体直径

$\vartheta$ ——接触角  $n$ ——滚动体个数

实验在齿轮箱实验台上进行,实验过程中拾取

单级齿轮箱上的 4 个振动加速度传感器的振动信号,这些信号经 B&K3560 信号分析仪采集到计算机中。采样频率为 12 800 Hz,采样点数为 4 096,轴频  $f_r$  为 18.75 Hz,选用的两个轴承型号均为 6 206,并且分别在两个轴承上的内圈和外圈加工宽 0.5 mm,深 1.5 mm 的小槽来模拟轴承内圈故障和外圈故障,由轴承参数可计算轴承故障特征频率为: $f_i = 3.58f_r, f_o = 5.42f_r$ 。为防止幅值过大的信号加入 Duffing 振子后直接破坏振子的状态,在振动信号通过混沌振子前,先对数据进行去均值和等比例缩小预处理。图 3 为内圈故障信号与外圈故障信号的实测振动信号图,对振动信号进行 EMD 分解,分解后内圈故障信号共有 13 个 IMF,外圈故障信号共有 12 个 IMF,由于篇幅有限,本文仅给出了两种故障信号的前 4 个 IMF,如图 4 所示。依据 Duffing 方程设计两个混沌振子,并将 Duffing 振子的激励频率设为 101.625 Hz(轴承内圈故障特征频率)和 68.75 Hz(轴承外圈故障特征频率理论计算值为 67.125 Hz),将图 4 中内圈故障经 EMD 分解得到的第一个 IMF 分量  $c_1$  和外圈故障经 EMD 分解得到的第一个 IMF 分量  $c_1$  替代 Duffing 方程式的  $(f_1 \cos(w_1 t + \varphi) + N(t))$  部分,作为外部激励分别输入到两个混沌振子中,得到 Duffing 振子的输出相图,如图 5 所示。从图中可以清楚看到,两个混沌振子都呈现大尺度周期状态,与图 2a(无外部激励)混沌状态形成鲜明对比,由此证明了原振动信号中分别存在内圈故障特征频率和外圈故障特征频率。

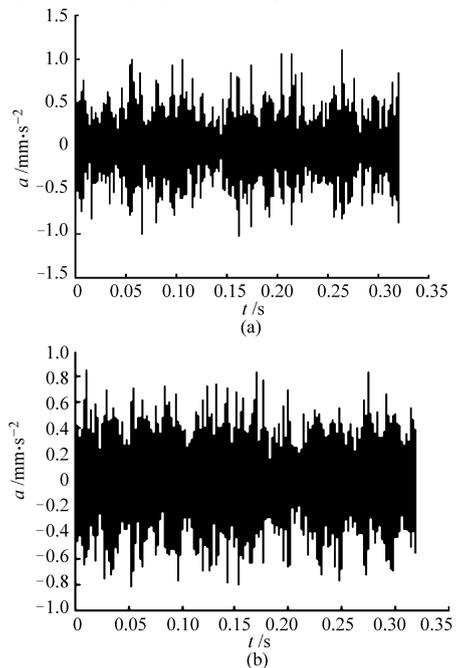


图 3 原始振动信号的时间历程

Fig. 3 Original time signal

(a) 内圈故障 (b) 外圈故障

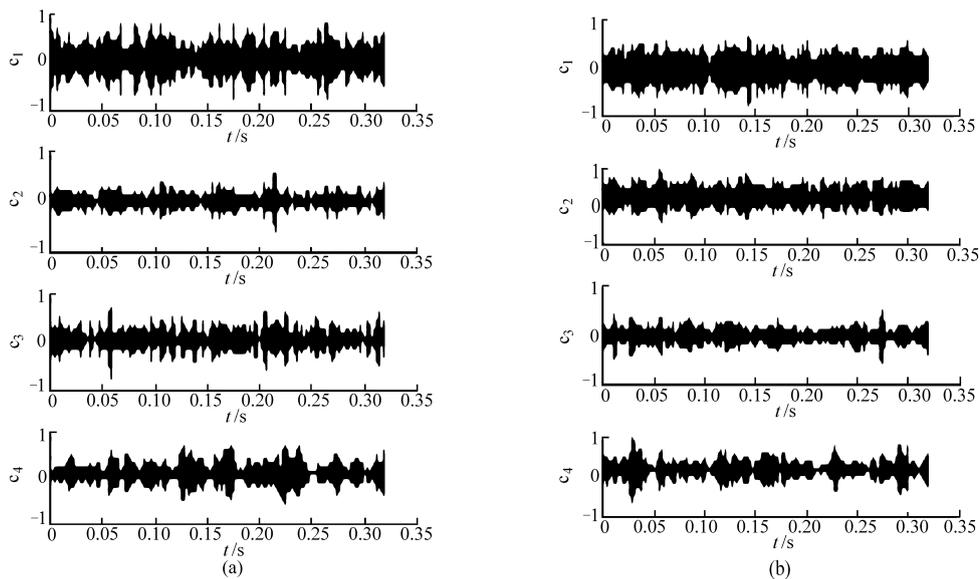
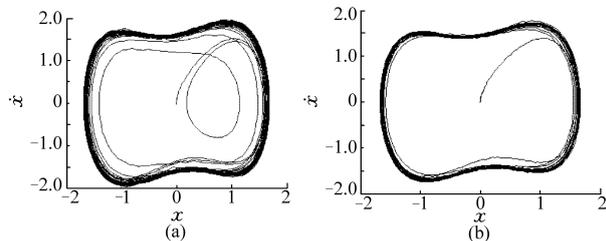


图 4 EMD 分解后的信号

Fig. 4 Signals after decomposed with EMD

(a) 内圈故障 (b) 外圈故障

图 5  $c_1$  分量输入后 Duffing 振子的输出相图Fig. 5 Output phase figure of Duffing oscillator after adding  $c_1$ 

(a) 内圈故障 (b) 外圈故障

## 4 结束语

综合考虑齿轮箱轴承振动信号中故障信息的隐蔽性与非线性、非平稳特征,将 EMD 和 Duffing 振子检测方法结合起来用于齿轮箱轴承振动信号故障信息的检测。首先利用 EMD 对原始振动信号进行自适应分解,即提取故障特征信息,然后利用 Duffing 振子的分岔图找到混沌振子相轨迹发生变化的内部激励力分界值,并将 Duffing 振子的内部激励力频率设为轴承故障特征频率,从混沌振子输出相图的变化成功检测出了齿轮箱轴承内圈和外圈故障。

## 参 考 文 献

- 张耀强,陈建军,唐六丁,等. 滚动轴承-JEFFCOTT 转子系统非线性动力响应分析[J]. 振动与冲击, 2008, 27(5): 57~59.  
Zhang Yaoqiang, Chen Jianjun, Tang Liuding, et al. Analysis of nonlinear dynamic response of a rolling bearing-JEFFCOTT rotor system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(5): 57~59. (in Chinese)
- 王永生,姜文志,刘立佳,等. 考虑噪声影响的 Duffing 振子弱周期信号检测[J]. 数据采集与处理, 2008, 23(9): 127~130.  
Wang Yongsheng, Jiang Wenzhi, Liu Lijia, et al. Weak period signal detection through Duffing oscillator by considering noise effect[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2008, 23(9): 127~130. (in Chinese)
- Wang Guanyu, He Sailing. A quantitative study on detection and estimation of weak signals by using chaotic Duffing oscillators [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I—Fundamental Theory and Applications, 2003, 50(7): 945~953.
- Wang Guanyu, Chen Dajun, Lin Jianya, et al. The application of chaotic oscillators to weak signal detection [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1999, 46(2): 440~444.
- 郭阳明,翟正军,姜红梅,等. 基于互相关和混沌振子阵列的转子早期碰擦故障检测[J]. 航空动力学报, 2008, 23(12): 2 219~2 223.  
Guo Yangming, Zhai Zhengjun, Jiang Hongmei, et al. Fault detection of early rotor rub-impact based on cross-correlation and chaos oscillator array[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(12): 2 219~2 223. (in Chinese)
- Hung N E, Shen Z, Long S R. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear nonstationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1998, 454(12): 903~995.
- 焦卫东,朱有剑. 基于 EMD 的轴承故障包络谱分析[J]. 轴承, 2009(1): 47~49.  
Jiao Weidong, Zhu Youjian. Envelope spectrum analysis of bearing fault based on EMD [J]. Bearing, 2009(1): 47~49. (in Chinese)