

混合弹流润滑下弧齿锥齿轮传动啮合效率计算方法*

谷建功 方宗德 苏进展 沈云波

(西北工业大学机电学院,西安 710072)

【摘要】 齿轮的实际润滑状态为兼具完全弹流润滑和边界润滑的混合弹流润滑。通过推导混合弹流润滑下齿轮的平均滑动摩擦因数,结合弧齿锥齿轮的几何接触特性与承载接触特性,计算其瞬时接触椭圆长轴上各点的滑动摩擦功率损失,拟合了啮合周期内的滑动摩擦功率损失函数,经过积分运算得到了混合弹流润滑下弧齿锥齿轮传动的啮合效率。通过与格利森公司计算锥齿轮传动啮合效率的方法对比分析,表明该方法计算正确且精度高。

关键词: 弧齿锥齿轮 混合弹流润滑 啮合效率

中图分类号: TH132.421 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2010)05-0188-05

Calculation of Meshing Efficiency for Spiral Bevel Gears under the Condition of Mixed Elastohydrodynamic Lubrication

Gu Jianguo Fang Zongde Su Jinzhan Shen Yunbo

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract

The average sliding friction coefficient was derived in the mixed elastohydrodynamic lubrication state, with complete elastohydrodynamic and boundary lubrication. Based on the geometry and load contact characteristics of spiral bevel gears, the sliding friction power loss of each point on the long axis of the instantaneous contact ellipse was calculated. Meanwhile, the function of sliding friction power loss in a meshing period was established. The meshing efficiency of spiral bevel gears was calculated by integrating the function under the condition of mixed elastohydrodynamic lubrication. This algorithm was demonstrated to be correct and precise compared with Gleason corporation's method of calculating the meshing efficiency of bevel gears.

Key words Spiral bevel gear, Mixed elastohydrodynamic lubrication, Meshing efficiency

引言

目前国内外主要有两种方法计算弧齿锥齿轮传动的啮合效率,一种是由威尔斯·柯勒曼提出的锥齿轮传动啮合效率计算公式^[1],该公式进行了一定的简化,不包含弧齿锥齿轮齿面的几何特性对于效率的影响;另一种是根据格利森尺寸卡给出的齿轮效率值通过转换得到不同载荷下弧齿锥齿轮传动的啮合效率^[1],此方法以滑动摩擦因数为某一定值的假

设为基础,没有给出合理的计算滑动摩擦因数的公式。从功率损失的角度来说,齿轮传动啮合效率计算的关键是获得其啮合功率损失(包括滑动摩擦功率损失和滚动摩擦功率损失),其中滑动摩擦功率损失是影响啮合效率最主要的因素,滚动摩擦功率损失的影响很小,计算时可忽略不计^[2-3]。本文考虑到齿轮的实际润滑状态为包括完全弹流润滑和边界润滑的混合弹流润滑^[4],齿面滑动摩擦因数受到完全弹流润滑和边界润滑的综合影响,推导混合弹流

润滑下齿面的平均滑动摩擦因数。同时结合弧齿锥齿轮的几何接触特性与承载接触特性,计算弧齿锥齿轮传动在啮合周期内的平均滑动摩擦功率损失,从而获得混合弹流润滑下弧齿锥齿轮传动的啮合效率。

1 瞬时滑动摩擦功率损失

滑动摩擦功率损失是由于齿面间相对滑动所造成的能量损失,从动力学角度,瞬时滑动摩擦功率损失的计算为

$$P_s = \frac{fF_n v_s}{1\ 000} \quad (1)$$

式中 f ——平均滑动摩擦因数

F_n ——啮合点处齿面法向载荷, N

v_s ——啮合点处相对滑动速度, m/s

弧齿锥齿轮的赫兹接触区为椭圆形,接触椭圆的短轴长相对于长轴长很小,认为弧齿锥齿轮传动为沿接触椭圆长轴的线接触,其瞬时滑动摩擦功率损失为沿接触椭圆长轴上各点的瞬时滑动摩擦功率损失之和。

1.1 混合弹流润滑下的平均滑动摩擦因数

Castro 建立的齿轮传动的混合弹流润滑模型^[5]认为,齿面法向载荷 F_n 由完全弹流润滑下的齿面法向载荷 F_{ne} 和边界润滑下的齿面法向载荷 F_{nb} 合成,齿面摩擦力(切向力) F_t 由完全弹流润滑下的齿面摩擦力 F_{te} 和边界润滑下的齿面摩擦力 F_{tb} 合成,则有

$$F_n = F_{ne} + F_{nb} \quad (2)$$

$$F_t = F_{te} + F_{tb} \quad (3)$$

根据 Zhu 和 Hu^[6] 的研究,在混合弹流润滑中,完全弹流润滑下的齿面法向载荷 F_{ne} 与总的齿面法向载荷 F_n 的关系为

$$F_{ne} = \varepsilon F_n = \frac{1.21\delta^{0.64}}{1 + 0.37\delta^{1.26}} F_n \quad (4)$$

其中 $\delta = l_{ch}/\mu$ $l_{ch} = \chi l_h$ $\mu = (\mu_1^2 + \mu_2^2)^{0.5}$

$$\chi = \{1 + 0.1[(1 + 14.8v_{es}^{0.83})I^{0.64}]\}^{-1}$$

$$l_h = 1.950R_{eq}V^{0.727}M^{0.727}L_c^{-0.091}$$

式中 δ ——膜厚比

l_{ch} ——齿轮啮合点处的修正润滑膜厚度

μ ——当量齿面平均粗糙度

μ_1, μ_2 ——两轮齿面粗糙度

χ ——考虑齿轮啮入端润滑油温度变化对厚度影响的热修正系数^[7]

l_h ——润滑膜平均厚度^[8]

v_{es} ——等效滑动速度 V ——速度参数

R_{eq} ——当量曲率半径 I ——热参数

M ——材料参数 L_c ——载荷参数

则边界润滑下的齿面法向载荷 F_{nb} 与总的齿面法向载荷 F_n 的关系为

$$F_{nb} = (1 - \varepsilon)F_n \quad (5)$$

根据库伦摩擦第一定律有

$$F_{te} = f_e F_{ne} \quad (6)$$

$$F_{tb} = f_b F_{nb} \quad (7)$$

式中 f_e, f_b ——在混合弹流润滑中,完全弹流润滑和边界润滑对应平均滑动摩擦因数
根据式(3)~(7)获得混合弹流润滑下的平均滑动摩擦因数为

$$f = \varepsilon f_e + (1 - \varepsilon)f_b \quad (8)$$

Winter 和 Michaelis^[9] 推导了完全弹流润滑下的平均滑动摩擦因数

$$f_m = 0.171 \left(\frac{W_L}{V_R R_{eq}} \right)^{0.2} \eta_o^{-0.05} \left(\frac{R_a}{d_1} \right)^{0.25} \quad (9)$$

式中 W_L ——齿宽单位载荷, N/mm

V_R ——齿面平均滑动速度, m/s

R_{eq} ——当量曲率半径, mm

η_o ——润滑油动力粘度, Pa·s

R_a ——平均齿面粗糙度, μm

d_1 ——小轮分度圆直径, mm

对于相同的齿轮副,在不同的润滑状态中包含的完全弹流润滑对应的平均滑动摩擦系数之比只与齿宽单位载荷 W_L 有关,其他参数均相同,而 W_L 由齿面法向载荷和齿宽等几何参数决定,则有

$$\frac{f_m}{f_e} = \frac{F_n^{0.2}}{F_{ne}^{0.2}} = \frac{F_n^{0.2}}{(\varepsilon F_n)^{0.2}} = \frac{1}{\varepsilon^{0.2}} \quad (10)$$

在混合弹流润滑中,完全弹流润滑下的平均滑动摩擦因数为

$$f_e = \varepsilon^{0.2} f_m \quad (11)$$

研究^[6, 10-15] 表明,边界润滑下的滑动摩擦因数在小范围(0.07~0.15)内变化。忽略载荷、滚动速度和滑动速度对其的影响,在润滑油特性和齿面粗糙度相同时,认为混合弹流润滑中边界润滑下的平均滑动摩擦因数 f_b 为常数(一般取平均值 0.11)。

由式(8)和(11)得到混合弹流润滑下的平均滑动摩擦因数为

$$f = \varepsilon^{1.2} f_m + (1 - \varepsilon)f_b \quad (12)$$

1.2 接触椭圆长轴上各点的相对滑动速度

为了计算沿接触椭圆长轴的瞬时滑动摩擦功率损失,将弧齿锥齿轮沿接触椭圆长轴的接触等效为沿接触椭圆长轴上多个离散点的接触,各离散点处的相对滑动速度为两轮齿面在该离散点处的切向速度之差。

1.2.1 接触椭圆长轴上的离散点

图1为接触椭圆长轴上离散点的示意图,在固

定于机床的坐标系 $S_h^{[16]}$ 中, Σ_1 和 Σ_2 分别为小轮齿面和大轮齿面, M_0 为齿面接触轨迹上的瞬时啮合点(接触椭圆中心), $\mathbf{n}_h^{(M_0)}$ 为该点处小轮齿面 Σ_1 和大轮齿面 Σ_2 的单位公法矢, M_j 是接触椭圆长轴上的任一离散点, 点 M_j 对应的位矢 $\mathbf{r}_h^{(M_j)}$ 为点 M_0 对应的位矢 $\mathbf{r}_h^{(M_0)}$ 与向量 $\mathbf{M}_0\mathbf{M}_j$ 之和。

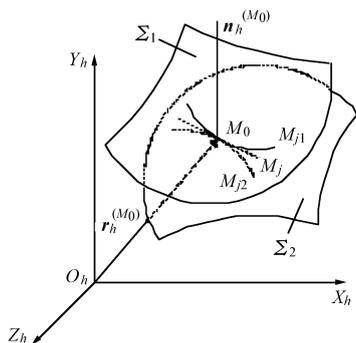


图1 接触椭圆长轴离散点示意图

Fig.1 Discrete point on the long axis of instantaneous contact ellipse

过点 M_j 作两轮齿面在点 M_0 处公共法矢 $\mathbf{n}_h^{(M_0)}$ 的平行线, 该直线与小轮齿面 Σ_1 的交点 $M_{j1}(x_{j1}, y_{j1}, z_{j1})$ 满足方程组

$$\begin{cases} [y_{j1}(\theta_p, \phi_p) - y_j]n_z - [z_{j1}(\theta_p, \phi_p) - z_j]n_y = 0 \\ [x_{j1}(\theta_p, \phi_p) - x_j]n_z - [z_{j1}(\theta_p, \phi_p) - z_j]n_x = 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中 x_j, y_j, z_j —— $\mathbf{r}_h^{(M_0)}$ 在各坐标轴投影

n_x, n_y, n_z —— $\mathbf{n}_h^{(M_0)}$ 在各坐标轴投影

θ_p, ϕ_p ——固连于小轮坐标系 $S_1^{[16]}$ 中点 M_{j1} 的坐标参数

矢量 $\mathbf{r}_h^{(M_0)}$ 、 $\mathbf{n}_h^{(M_0)}$ 和向量 $\mathbf{M}_0\mathbf{M}_j$ 可由弧齿锥齿轮 TCA^[17] (tooth contact analysis) 求出。用离散牛顿法解该方程组得到 (θ_p, ϕ_p) , 经坐标变换获得坐标系 S_1 中点 M_{j1} 的位矢 $\mathbf{r}_1^{(M_{j1})}$, 求导后获得该点处单位法矢 $\mathbf{n}_1^{(M_{j1})}$ 。

同理可解得接触椭圆长轴上离散点 M_j 在大轮齿面 Σ_2 上的对应点 M_{j2} 在固连于大轮的坐标系 $S_2^{[16]}$ 中的坐标参数 (θ_g, ϕ_g) , 位矢 $\mathbf{r}_2^{(M_{j2})}$ 和单位法矢 $\mathbf{n}_2^{(M_{j2})}$ 。

1.2.2 离散点处的相对滑动速度

坐标系 S_1 中, 小轮的角速度矢量为 $\boldsymbol{\omega}_1$, 坐标系 S_2 中, 大轮的角速度矢量为 $\boldsymbol{\omega}_2$, S_1 中小轮齿面在 M_{j1} 处的绝对速度 $\mathbf{v}_1^{(M_{j1})}$ 与 S_2 中大轮齿面在 M_{j2} 处的绝对速度 $\mathbf{v}_2^{(M_{j2})}$ 为

$$\mathbf{v}_1^{(M_{j1})} = \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_1^{(M_{j1})} \quad (14)$$

$$\mathbf{v}_2^{(M_{j2})} = \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{r}_2^{(M_{j2})} \quad (15)$$

坐标系 S_1 中小轮齿面在点 M_{j1} 处的切向速度

$\mathbf{v}_{1t}^{(M_{j1})}$ 与坐标系 S_2 中大轮齿面在点 M_{j2} 处的切向速度 $\mathbf{v}_{2t}^{(M_{j2})}$ 为对应的绝对速度矢量与其沿单位法矢投影的速度矢量之差。通过坐标变换, 得到固定于机床的坐标系 S_h 中小轮齿面在点 M_{j1} 处和大轮齿面在点 M_{j2} 处的切向速度 $\mathbf{v}_{1h}^{(M_{j1})}$ 、 $\mathbf{v}_{2h}^{(M_{j2})}$, 两轮齿面在接触椭圆长轴上离散点 M_j 处的相对滑动速度大小 v_{sj} 为二者之差的模。

根据弧齿锥齿轮 LTCA^[18] (load tooth contact analysis) 求得点 M_j 处的齿面法向载荷为 F_{nj} , 得到该点处的瞬时滑动摩擦功率损失为

$$P_{sj} = fF_{nj}v_{sj}/1\,000 = fF_{nj}|\mathbf{v}_{1h}^{(M_{j1})} - \mathbf{v}_{2h}^{(M_{j2})}|/1\,000 \quad (16)$$

按一定步长改变 $\mathbf{M}_0\mathbf{M}_j$ 的长度, 获得接触椭圆长轴上的多个离散点。同理求得各离散点处的瞬时滑动摩擦功率损失, 则沿接触椭圆长轴的瞬时滑动摩擦功率损失为各离散点处的瞬时滑动摩擦功率损失之和

$$P_s = \sum_{j=1}^n fF_{nj}v_{sj}/1\,000 \quad (17)$$

式中 n ——接触椭圆长轴上离散点的个数

2 平均滑动摩擦功率损失

根据上述计算获得弧齿锥齿轮的齿面从进入啮合到退出啮合的整个过程中沿接触轨迹各啮合点处的滑动摩擦功率损失, 即沿各接触椭圆长轴的瞬时滑动摩擦功率损失。考虑弧齿锥齿轮在一个啮合周期内的重合度变化^[16], 当单对齿啮合时, 瞬时滑动摩擦功率损失为该啮合齿对相应的沿接触轨迹的啮合点处的滑动摩擦功率损失, 当多对齿同时啮合时, 瞬时滑动摩擦功率损失为各啮合齿对相应的沿接触轨迹的啮合点处的滑动摩擦功率损失之和, 由此得到啮合周期内小轮各瞬时转角 $\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^m$ 对应的滑动摩擦功率损失 $P_{sc}^1, P_{sc}^2, \dots, P_{sc}^m$, m 为一个啮合周期内包含的沿接触轨迹的啮合点数量。由最小二乘法拟合得到啮合周期内的小轮转角 φ_a 与瞬时滑动摩擦功率损失的函数关系式

$$P_{sc}(\varphi_a) = a_1 + a_2\varphi_a' + a_3\varphi_a'^2 + a_4\varphi_a'^3 \quad (18)$$

式中 a_1, a_2, a_3, a_4 为多项式系数, 在实际计算过程中, 为了防止运算溢出, 使

$$\varphi_a' = \varphi_a - \sum_{i=1}^m \varphi_a^i / m$$

沿啮合周期内的小轮转角积分求平均值得到平均滑动摩擦功率损失

$$\bar{P}_{sc} = \frac{1}{\varphi_a^m - \varphi_a^1} \int_{\varphi_a^1}^{\varphi_a^m} P_{sc}(\varphi_a) d\varphi_a \quad (19)$$

3 啮合效率的计算及算例验证

弧齿锥齿轮传动的啮合效率为其输出功率与输入功率之比,其中输出功率等于输入功率减去平均滑动摩擦功率损失,由此获得混合弹流润滑下弧齿锥齿轮传动的啮合效率为

$$\eta = 1 - \frac{\bar{P}_{sc}}{P_{in}} \quad (20)$$

式中 P_{in} ——输入功率, kW

以一对弧齿锥齿轮为例,其参数见表 1,计算混合弹流润滑下弧齿锥齿轮传动在转速相同,承受扭矩不同和承受扭矩相同,转速不同两种情况下的啮合效率。

表 1 齿轮参数

Tab.1 Dimension of the gears

参数	小轮数值	大轮数值
齿数 Z	23	65
大端模数 m/mm	3.9	3.9
齿宽 B/mm	37	37
法向压力角 $\alpha/(^\circ)$	22.5	22.5
中点螺旋角 $\beta/(^\circ)$	35	35
轴交角 $\kappa/(^\circ)$	90	90
螺旋方向	右旋	左旋
工作齿高 h_w/mm	6.63	6.63
全齿高 h_a/mm	7.36	7.36
外锥距 A_w/mm	134.45	134.45
节锥角 $\gamma/(^\circ)$	19.48	70.52
面锥角 $\gamma_f/(^\circ)$	21.12	71.22
根锥角 $\gamma_r/(^\circ)$	18.78	68.88
齿顶高 h_t/mm	4.65	1.98
齿根高 h_r/mm	2.72	5.38
顶隙 h_c/mm	0.73	0.73

大轮承受 2 500 N·m 扭矩,小轮转速 4 500 r/min 时,弧齿锥齿轮传动的摩擦功率损失随小轮转角的变化曲线如图 2 所示。由于在一个啮合周期内,齿轮副在不同的啮合位置其沿瞬时接触椭圆长轴上各点的相对滑动速度以及法向载荷不同,图中摩擦功率损失曲线随小轮的转动呈周期性的波动。

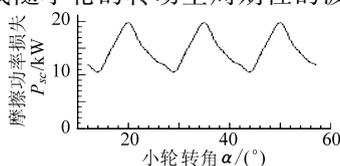


图 2 摩擦功率损失曲线

Fig. 2 Power loss curve of sliding friction

如图 3 表示大轮承受 1 500 N·m 扭矩,小轮不同转速下弧齿锥齿轮传动的啮合效率曲线,图 4 表示小轮转速为 6 000 r/min,大轮承受不同扭矩下弧齿锥齿轮传动的啮合效率曲线,图中曲线 1 由本文方法计算获得,准确计算了齿轮实际润滑状态下的平均滑动摩擦因数,且考虑了弧齿锥齿轮的几何参数与齿面载荷分布对啮合效率的影响,曲线 2 由文献[1]中由威尔斯·柯勒曼提出的计算方法获得。随着转速的升高或者扭矩的增大,弧齿锥齿轮传动的啮合效率逐渐提高,各图中曲线 1 与曲线 2 的变化趋势相同,啮合效率相对误差很小。

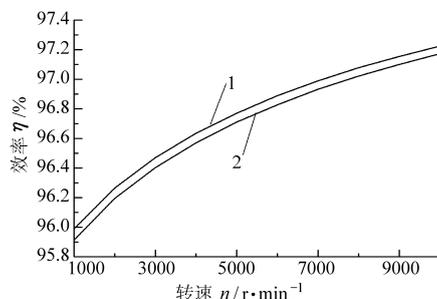


图 3 不同转速下的啮合效率曲线

Fig. 3 Meshing efficiency curves under the different rotating speeds

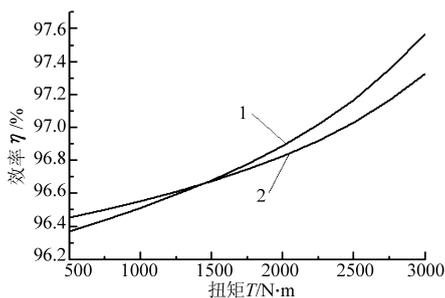


图 4 不同扭矩下的啮合效率曲线

Fig. 4 Meshing efficiency curves under different torques

4 结束语

推导了混合弹流润滑下齿轮传动的平均滑动摩擦因数,结合弧齿锥齿轮 TCA 和 LTCA,通过计算其沿接触椭圆长轴的瞬时滑动摩擦功率损失,拟合啮合周期内小轮转角对应的瞬时滑动摩擦功率损失函数,对其积分求平均值得到平均滑动摩擦功率损失,求出了混合弹流润滑下弧齿锥齿轮传动的啮合效率。经算例分析可知,混合弹流润滑下弧齿锥齿轮传动的啮合效率随转速的升高或扭矩的增大而提高。该方法准确计算了齿轮在实际润滑状态下的平均滑动摩擦因数,避免了文献中的假设或者估算,同时综合考虑了弧齿锥齿轮齿面的几何特性与载荷分布特性,从功率损失的角度计算了混合弹流润滑下弧齿锥齿轮的啮合效率。

参 考 文 献

- 1 北京齿轮厂. 格利森技术资料译文集:第二分册[M]. 北京:机械工业出版社, 1983: 137 ~ 139.
- 2 周哲波. 弹流润滑状态下齿轮啮合效率的研究[J]. 机械设计, 2004, 21(12): 40 ~ 43.
Zhou Zhebo. Study on gear meshing efficiency under condition of elastohydrodynamic lubrication[J]. Journal of Machine Design, 2004, 21(12): 40 ~ 43. (in Chinese)
- 3 李玉龙, 刘焜. 齿轮传动基于摩擦学性能的效率最佳化研究[J]. 润滑与密封, 2006(11): 71 ~ 74.
Li Yulong, Liu Kun. The research of optimum efficiency into gear transmissions based on best tribology performance[J]. Lubrication Engineering, 2006(11): 71 ~ 74. (in Chinese)
- 4 Martin K F. A review of friction predictions in gear teeth[J]. Wear, 1978, 49(2): 201 ~ 238.
- 5 Castro J, Campos A, Sottomayor A, et al. Friction coefficient between gear teeth in mixed lubrication[M]//Dowson D, Priest M, Dalmaz G, et al. Tribology and interface engineering series. Leeds, UK: Elsevier, 2004, 48: 525 ~ 536.
- 6 Zhu D, Hu Y. A computer program package for the prediction of EHL and mixed lubrication characteristics, friction, subsurface stresses and flash temperatures based on measured 3-D surface roughness[J]. STLE Tribol. Trans., 2001, 44(3): 383 ~ 390.
- 7 Gohar R. Elastohydrodynamics, Ellis Horwood series in mechanical engineering[M]. New York: John Wiley & Sons, 1988.
- 8 Dowson D, Higginson G R. Elastohydrodynamic lubrication[M]. Oxford: Pergamon Press Ltd., 1997.
- 9 Winter H, Michaelis K. Scoring load capacity of gears lubricated with ep-oils[C]//AGMA. Fall Technical Meeting, Montreal, Canada: AGMA, 1983.
- 10 Hamrock B. Fundamentals of fluid film lubrications, mechanical engineering series[M]. New York: McGraw-Hill International, 1994.
- 11 Horng J. Contact analysis of rough surfaces under transaction conditions in sliding line lubrication[J]. Wear, 1998, 219(2): 205 ~ 212.
- 12 Gelinck E, Shipper D. Calculation of Stribeck curves for line contacts[J]. Tribology International, 2000, 33(3 ~ 4): 175 ~ 181.
- 13 Williams J. Advanced in the modeling of boundary lubrication[M]//Dowson D. Boundary and mixed lubrication: science and applications. Amsterdam: Elsevier Science, 2002: 37 ~ 48.
- 14 Robbe-Valoire F. Theoretical prediction and experimental results for mixed lubrication between parallel surfaces[M]//Dowson D. Boundary and mixed lubrication: science and applications. Amsterdam: Elsevier Science, 2002: 129 ~ 137.
- 15 ISO 281/2. Life ratings for modern rolling bearings——a design guide for the application of international standard[S]. New York: ASME International, 2003.
- 16 田行斌. 弧齿锥齿轮啮合质量的计算仿真和控制[D]. 西安:西北工业大学, 2000.
Tian Xingbin. Numerical simulation and control for meshing quality of spiral bevel gears[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2000. (in Chinese)
- 17 方宗德, 刘涛, 邓效忠. 基于传动误差设计的弧齿锥齿轮啮合分析[J]. 航空学报, 2002, 23(3): 226 ~ 230.
Fang Zongde, Liu Tao, Deng Xiaozong. Tooth contact analysis of spiral bevel gears based on the design of transmission error[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(3): 226 ~ 230. (in Chinese)
- 18 方宗德, 邓效忠, 任东锋. 考虑边缘接触的弧齿锥齿轮承载接触分析[J]. 机械工程学报, 2002, 38(9): 69 ~ 72.
Fang Zongde, Deng Xiaozong, Ren Dongfeng. Loaded tooth contact analysis of spiral bevel gears considering edge contact[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(9): 69 ~ 72. (in Chinese)