doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2026.18.036

前视预瞄点增量 PI 控制的最速转弯路径规划

林桂娟[1,2]　王　洋[1,2]　李子涵[1,2]　刘燕德[1]　吴佳怡[3]

(1.厦门理工学院机械与汽车工程学院,厦门 361024;
2.厦门理工学院精密驱动与传动福建省高等学校重点实验室,厦门 361024;
3.南昌大学生命科学学院,南昌 330031)

摘要:针对单舵轮 AGV 转弯慢及跟踪精度低问题,提出一种单舵轮 AGV 最速转弯路径规划方法,设计前视预瞄点增量 PI 控制(Incremental PI control ,IPI)算法实现最速转弯路径跟踪。建立单舵轮 AGV 运动学模型,分析驱动轮与转弯路径曲率之间关系,设置前向预瞄距离,获得不同舵轮线速度下最小转弯半径和运行轨迹;探寻运行参数对累计误差的影响规律,提出前视预瞄点 IPI 控制方式;最后揭示等曲率圆弧在直线衔接处曲率跳变规律,遍历三阶 Bézier 曲线簇对比获取最贴合极限转弯轨迹的控制点,建立最优控制点,相比于其他 Bézier 曲线簇路径跟踪时间,用时最短。经实车验证,IPI 算法相比于纯跟踪算法(PP),车头与叉齿朝前精度分别提高约 23.98% 与 23.48%;相比于模型预测控制(MPC),车头与叉齿朝前精度略有降低;但在最优控制点下相比于控制点重合时路径跟踪时间,PP 运行效率最高可提升 14.1%,MPC 最高仅提升 17%,而 IPI 最高提升 25.8%。IPI 算法在保证较高跟踪精度的同时,实现最速转弯路径规划,展示良好的综合性能。

关键词:单舵轮 AGV;前视预瞄点;最速转弯路径;Bézier 曲线;路径跟踪

中图分类号:TP273　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2026)18-0416-11　　**OSID**:

Incremental PI Control of Single Rudder Wheel AGV's Most Rapid Turning Path Based on Forward Looking Pre-sighting Points

Lin Guijuan[1,2]　Wang Yang[1,2]　Li Zihan[1,2]　Liu Yande[1]　Wu Jiayi[3]

(1. *School of Mechanical and Automotive Engineering*, *Xiamen University of Technology*, *Xiamen* 361024, *China*
2. *Key Laboratory of Precision Drive and Transmission Fujian Province*, *Xiamen University of Technology*, *Xiamen* 361024, *China*
3. *School of Life Sciences*, *Nanchang University*, *Nanchang* 330031, *China*)

Abstract: Aiming at the problem of slow turning and low tracking accuracy of single steering wheel AGV, a path planning method for the fastest turning of single steering wheel AGV was proposed, the incremental PI control (IPI) algorithm of forward-looking preview point was designed to realize the tracking of the fastest turning path. Firstly, the kinematics model of single steering wheel AGV was established, the relationship between the driving wheel and the curvature of the turning path was analyzed, and the forward preview distance was set to obtain the minimum turning radius and running trajectory at different steering wheel linear speeds. The influence of operating parameters on the cumulative error was explored, and the IPI control method of forward-looking preview point was proposed. Finally, the curvature jump law of the equal curvature arc at the straight line connection was revealed. The control points that best fit the limit turning trajectory were obtained by traversing the third-order Bézier curve cluster, and the optimal control point was established. Compared with other Bézier curve clusters, the path tracking time was the shortest. Compared with the pure tracking algorithm (PP), the forward accuracy of the front and fork teeth of the IPI algorithm was improved by about 23.98% and 23.48%, respectively. Compared with the model predictive control (MPC), the accuracy of the front and fork teeth was slightly lower. However, under the optimal control point, compared with the path tracking time when the control points coincided, the PP operation efficiency can be increased by up to 14.1%, the MPC can be increased by up to only 17%, and the IPI can be increased by up to 25.8%.

收稿日期:2026-01-26　修回日期:2026-04-15

基金项目:福建省自然科学基金项目(2025J011285)

作者简介:林桂娟(1978—),女,副教授,主要从事智能制造及机电工程研究,E-mail:forestlgj@126.com

The IPI algorithm achieved the fastest turning path planning and showed good comprehensive performance while ensuring high tracking accuracy.

Key words: single rudder wheel AGV; forward looking pre-sight points; maximum speed turn path; Bézier curve; path tracking

0　引言

单舵轮自动引导车(Automated guided vehicle, AGV)因良好的机动性能和灵活性,在物流运输和生产线等场合得到广泛应用[1-3]。因此,在实际应用中,单舵轮 AGV 路径规划仍是一个重要研究领域[4-7]。

单舵轮 AGV 运行路径从路线属性上分为直线路径与转弯路径。然而受车体结构影响,能以较简易的控制实现对直线路径的跟踪,但在转弯路径上会受舵轮转角、舵轮角速度和线速度等因素影响,导致转弯速度慢,跟踪精度低等问题。因此迫切需要对单舵轮 AGV 转弯路径规划着重研究,实现 AGV 最速转弯。

目前主流的单舵轮路径规划研究大多与路径跟踪研究一并展开。李航等[8]采用二阶贝塞尔(Bézier)曲线着重对障碍物位置生成可通行路线,但没有进一步研究最速过弯路线所对应的控制点位置,控制点位置选取较为单一。迟瑞娟等[9]提出了结合 Hybrid A* 与最优控制跟踪方法以解决狭窄空间路径平滑性差的问题,但因采用计算过程复杂的 Radau 伪谱法,导致算法实时性不足。夏英凯等[10]在模型预测控制中通过融合神经网络,对时变关键参数进行在线预测与动态补偿,从而提升控制精度,但未对跟踪路径进行控制点的分析。来飞等[11]针对自动泊车中 Hybrid A* 算法实时性差、路径存在冗余倒车,以及 MPC 跟踪控制忽略倒向行驶的问题,提出一种分层控制方法,但对于复杂环境存在鲁棒性问题。许万等[12]考虑参考路径在直线与圆弧交界处会产生曲率跳变,设计具有连续曲率过弯曲线,但没有获取最速过弯曲线。Yu 等[13]分析单舵轮 AGV 运动状态和结构特点,建立 AGV 运动学模型,着重利用卡尔曼滤波改进路径跟踪算法,但对转弯部分并未提及优化措施。姚铭等[14]针对路径跟踪问题设计了三阶贝塞尔曲线并对参数进行优化,保证了转弯路径的曲率二阶可导,使 AGV 可以平滑转弯,提高运行稳定性,但研究只设定圆弧运动为速度恒定的低速运动,没有根据速度调节舵轮控制量,在求稳中适当放弃了提高过弯速度。

可见大部分研究在力求稳定的路线跟踪控制中选择降低过弯速度,且较少地根据车体性能和结构参数获取最快过弯路径,而对仓储物流在稳定运行的前提下要求高效快速地进行货物搬运作业。针对此问题,本文提出一种前视预瞄点增量比例积分控制(Incremental PI control, IPI)算法,实现单舵轮 AGV 最速转弯路径规划。建立单舵轮 AGV 运动学模型,根据约束方程获取某个最大舵轮线速度下最小转弯圆弧半径与轨迹路线,得出舵轮线速度与对应最小转弯圆弧半径关系曲线,设置前向预瞄距离选取未来路径上预瞄点,结合三阶 Bézier 曲线簇获取最贴合最速转弯路线的贝塞尔曲线控制点,建立最优控制点,实现轨迹高精度跟踪。在稳定运行的前提下规划 1 条最速转弯路径,以期缩短转弯时间并提高轨迹跟踪精度。

1　单舵轮 AGV 叉车运动学模型

1.1　运动学方程

单舵轮 AGV 叉车主要运动模型结构如图 1 所示,包括 1 个前驱主动轮(A 轮(称舵轮))和 2 个从动轮(B 轮和 C 轮)。舵轮负责车体驱动和转向,从动轮负责整体结构支撑,3 个轮子中心与车体中心结构呈等腰三角形分布,提高运动稳定性。

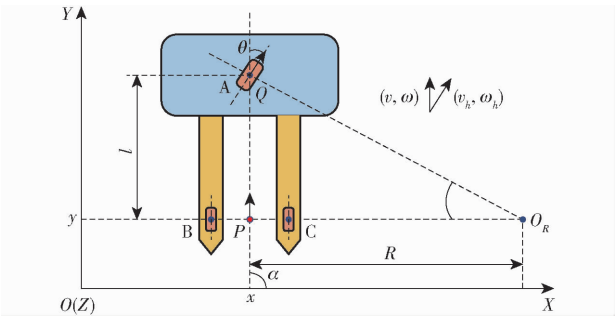


图 1　单舵轮 AGV 运动学模型

Fig. 1　Single rudder wheel AGV kinematics model

AGV 在空间笛卡尔坐标系 XOY 平面运动,Z 轴正方向向上垂直于 XOY 平面(图 1)。点 P 为车体运动中心,即路径跟踪点,位于车体中轴线与 2 个从动轮轴线交点处,α 为 AGV 偏航角,即车体中轴线与 X 轴正方向夹角,并经过归一化后 $\alpha\in[-\pi,\pi]$,此时点 P 位姿为(x,y,α)。点 Q 为舵轮摆动中心与车体中轴线的交点,θ 为舵轮与车体中轴线沿车头方向的夹角,定义转角方向逆时针为正,顺时针为负,则 $\theta\in[-\pi/2,\pi/2]$。点 O_R 为 AGV 转动圆心,R 为 AGV 瞬时转弯半径,运动中心与舵轮摆动中心

距离为 l。在 AGV 运动过程,需要保证舵轮转角连续变化而非跳变,即路径曲率二阶可导,曲率计算模型见图 2。

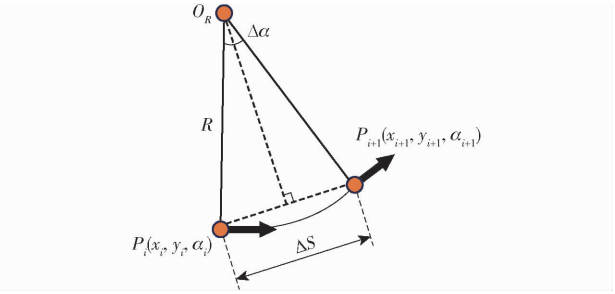


图 2 曲率计算模型

Fig. 2 Curvature calculation model

根据图 1 可得,AGV 瞬时曲率 ρ 与转弯半径关系为

$$\rho = 1/R \tag{1}$$

根据图 2 曲率计算模型,以点 O_R 为旋转中心,曲线上前点 $P_i(x_i, y_i, \alpha_i)$ 和后点 $P_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1}, \alpha_{i+1})$,则位姿偏航角 $\Delta\alpha$ 为

$$\Delta\alpha = |\alpha_{i+1} - \alpha_i| \tag{2}$$

转弯半径 R 计算式为

$$R = 0.5\Delta S(\sin\Delta\alpha/2)^{-1} \tag{3}$$

其中 $$\Delta S = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}$$

式中 ΔS ——点 P_i 到点 P_{i+1} 距离

由式(1)~(3)可得曲率 ρ 计算式为

$$\rho = \frac{2\sin(|\alpha_{i+1} - \alpha_i|/2)}{\sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}} \tag{4}$$

由图 1 可得 θ 与 ρ、l 关系为

$$\begin{cases} \tan\theta = l/R \\ \cos\theta = R/|l_{QO_R}| = R/\sqrt{l^2 + R^2} = 1/\sqrt{l^2\rho^2 + 1} \end{cases} \tag{5}$$

根据刚体结构性质,舵轮线速度 v_h 与运动中心线速度 v 关系为

$$v = v_h/\sqrt{l^2\rho^2 + 1} \tag{6}$$

其中 $$v_h = \pi d v_d/(60i) \tag{7}$$

式中 v_d——驱动电机转速

d——舵轮直径

i——驱动轮转速比

单舵轮 AGV 相关参数如表 1 所示。

1.2 状态约束方程

针对仓储物流实际场景的应用,单舵轮 AGV 叉车运动由多个直线路径和圆弧路径构成,并在圆弧路径前后一般会衔接直线路径。此时如果采用标准圆弧进行路径跟踪,在直线进圆弧与圆弧出直线的位置会产生曲率突变,此时舵轮摆动角会产生跳变,从而降低 AGV 叉车运行时平稳性。因此为了保证路径平滑性,要求曲率二阶可导,对曲率导数进行约束。由式(1)、(5)可得

表 1 单舵轮 AGV 相关参数

Tab. 1 Single rudder wheel AGV related parameters

参数	数值
舵轮线速度 v_h/(m·s^{-1})	0.8~2.0
舵轮摆动角速度最大值 $v_{\theta max}$/(rad·s^{-1})	1.00
预瞄距离 l_c/m	0.085
舵轮摆动中心至运动中心距离 l/m	1.261

$$\rho = \tan\theta/l \tag{8}$$

对式(8)求导可得

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1 + l^2\rho^2}{l}\frac{d\theta}{dt} \tag{9}$$

由式(6)、(9)可得曲率导数计算式为

$$\frac{d\rho}{ds} = \frac{(1 + l^2\rho^2)^{3/2}}{lv_h}v_\theta \tag{10}$$

式中 v_θ——舵轮角速度,rad/s

s——沿路径累积的弧长,rad

给定约束条件为

$$\begin{cases} |\theta(t)| \leqslant \theta_{max} \\ |\dot{\theta}(t)| = |v_\theta(t)| \leqslant v_{\theta max} \\ 0 < v_{hmin} \leqslant v_h \leqslant v_{hmax} \end{cases} \tag{11}$$

由式(10)、(6)、(5)可得曲率变化率理论极限值计算式为

$$\left|\frac{d\rho}{ds}\right|_{max} = \frac{\sec^2\theta_{max}\sqrt{1 + l^2\rho^2}}{lv_{hmin}}v_{\theta max} \tag{12}$$

式(12)表明,在最大舵轮转角、最大舵轮摆动角速度和最小舵轮线速度约束下可得曲率变化率理论极限值。

2 圆弧路径跟踪控制算法

比例-积分-微分(Proportional integral derivative,PID)控制是一种广泛应用于自动控制系统的经典控制策略,为了降低噪声影响,PI 控制被广泛应用路径跟踪中。增量 PI 作为 PID 一种改进形式,对于系统参数变化的适应性更强,相比于其他 PI 控制算法计算量小,能够快速响应[15-18]。预瞄点下 PI 控制通过提前考虑系统未来状态,允许控制系统智能地调整输出,减小系统响应时间滞后,具有更小的累计误差[19-21]。

2.1 预瞄点确定

利用预瞄点可提前计算下个目标点位置,并根据车辆当前状态和运动模型进行预测和调整[22-25]。确定预瞄点方式如图 3 所示,取路径预瞄距离为 l_c,预瞄点为 $P_{l,t}$,AGV 当前位置为点 $P_{0,t}$,AGV 运行方

向由点 M 到点 N。

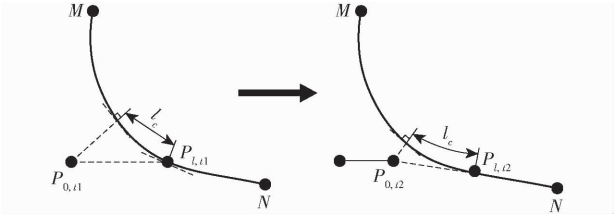


图 3　预瞄点确定方式

Fig. 3　Pre-scanning point determination method

由图 3 可知，AGV 首先在点 $P_{0,t1}$ 位置，获取当前位置的路径垂足点，并选取前方圆弧距离为 l_c 的点作为预瞄点，即点 $P_{l,t1}$；当 AGV 运行至点 $P_{0,t2}$ 时，以同样的计算方式更新预瞄点为点 $P_{l,t2}$。如此递推向前运行并时刻更新预瞄点。

2.2　圆弧路径跟踪误差

单舵轮 AGV 在圆弧路径跟踪时需控制位置和偏航角，因此在跟踪过程会产生位置误差 e_d 和偏航角误差 e_h。圆弧路径运动如图 4 所示，AGV 跟踪圆心为点 O_{MN}、圆心角为 90°圆弧轨迹，方向由点 M 到点 N。AGV 当前位置为点 P_0，偏航角为 α_0，点 O_{MN} 与 AGV 运动中心连接后与圆弧轨迹交于点 Q，以点 Q 的 MN 方向 l_c 距离位置获取预瞄点 P_i，并且期望偏航角为 α_i。

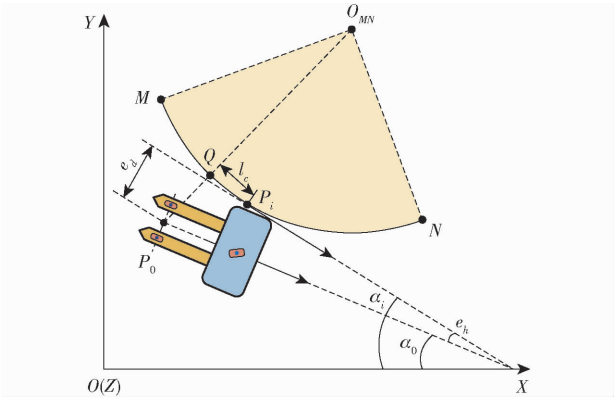


图 4　圆弧路径运动

Fig. 4　Circular path motion

2.2.1　位置误差计算

由图 4 可知，位置误差 e_d 相当于运动中心点 P_0 在以预瞄点 P_i 为原点、α_i 为 x 轴正方向的坐标系下相对位置，因此需要将点 P_0 的全局坐标系 XOY 转换至以 P_i 为原点局部坐标系，如图 5 所示。

图 5 中，期望路径是由多个带有方向蓝色路径点组成的红色曲线。在全局坐标系 XOY 下，点 P_0 坐标为 $(X_0,\ Y_0)$，点 P_i 坐标为 $(X_i,\ Y_i)$；在以 P_i 为原点，α_i 为 x 轴正方向的局部坐标系下，点 P_0 转换为点 p_0，坐标为 $(x_0,\ y_0)$。

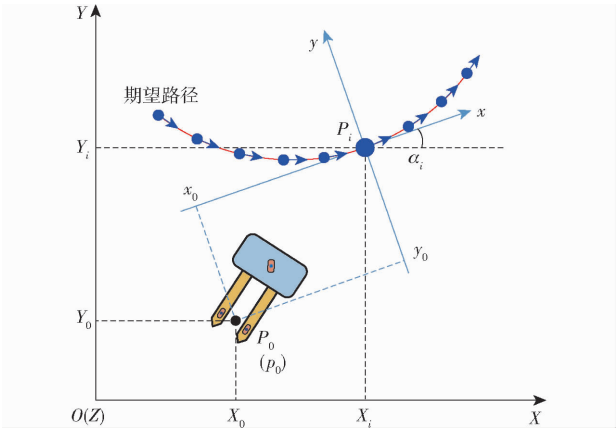


图 5　坐标变换

Fig. 5　Coordinate transformation

点 p_0 坐标转换方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{p}_0 = \boldsymbol{T}^{-1}(\boldsymbol{P}_0 - \boldsymbol{P}_i) \\ \boldsymbol{p}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{P}_0 = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{P}_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i \\ \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \end{bmatrix} \end{cases} \tag{13}$$

式中　$\boldsymbol{T}$——二维旋转矩阵

经坐标变换后 y_0 即为位置误差 e_d。

2.2.2　偏航角误差

偏航角误差为 AGV 偏航角与期望偏航角的差值，偏航角误差计算示意图如图 6 所示。

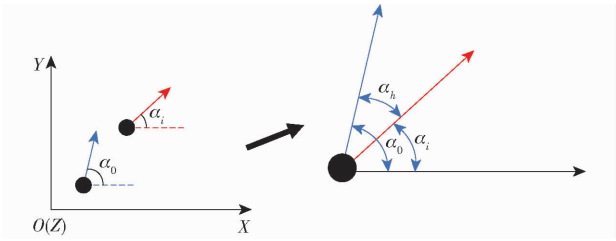


图 6　偏航角误差计算示意图

Fig. 6　Calculation diagram of yaw angle error

由图 6 可知，将 AGV 当前位姿偏航角 α_0 与期望偏航角 α_i 平移至同一原点后，偏航角误差 e_h 计算式为

$$e_h = \alpha_0 - \alpha_i \tag{14}$$

2.3　增量比例积分控制

增量 PI 控制将当前时刻控制量和上时刻控制量做差，以差值为新的控制量，是一种由位置式 PI 控制衍生的递推式算法。根据位置式 PI 控制，$n-1$ 时刻控制量 $u(n-1)$ 计算式为

$$u(n-1)=K_p\left[e(n-1)+(T/T_i)\sum_{i=0}^{n-1}e(i)\right] \tag{15}$$

式中 K_p——比例系数

T_i——积分时间常数

T——采样周期

当前时刻与上时刻控制量差值 $\Delta u(n)$ 计算式为

$$\Delta u(n)=u(n)-u(n-1)=K_p(e(n)-e(n-1))+K_ie(n) \tag{16}$$

其中 $$K_i=K_pT/T_i$$

式中 K_i——积分系数

令位置误差比例系数为 K_{dp}，位置误差积分系数为 K_{di}，偏航角误差比例系数为 K_{hp}，由位置误差 e_d 及偏航角误差 e_h 可知，AGV 舵轮在 n 时刻控制量 $\Delta\theta(n)$ 计算式为

$$\Delta\theta(n)=K_{dp}[e_d(n)-e_d(n-1)]+K_{hp}[e_h(n)-e_h(n-1)]+K_{di}e_d(n) \tag{17}$$

由式(8)、(17)可得舵轮在 n 时刻转角为

$$\theta_n=\arctan(l\rho_{i,n})+\Delta\theta(n) \tag{18}$$

式中 $\rho_{i,n}$——n 时刻预瞄点曲率

3 圆弧路径规划算法

在仓储环境中，单舵轮 AGV 不可原地旋转，因此在转弯时需要跟踪圆弧路径。如果转弯路径采用等曲率标准圆弧，在圆弧两端分别衔接直线路径则会产生曲率跳变，使舵轮转角产生阶跃响应，严重影响 AGV 运行平稳性。因此在规划 AGV 圆弧路径时，需要满足与直线衔接处曲率连续。

3.1 极限过弯曲线

极限过弯曲线是指在满足式(11)约束条件的前提下，曲率变化率尽可能接近曲率弧长变化率理论极限的路径。

为实现最速过弯，需探究单舵轮 AGV 车体结构与单舵轮驱动性能极限，极限过弯曲线如图 7 所示。

设 AGV 从转弯起点 P_0 行驶到转弯终点 P，转弯时间 τ 为

$$\tau=\int_0^{\tau}\mathrm{d}t=\int_{P_0}^{P}\frac{1}{v(s)}\mathrm{d}s \tag{19}$$

式中 $v(s)$——沿路径行驶时瞬时线速度

根据实际 AGV 物理限制，约束条件为 $\theta_{max}=\pi/2$，$v_{\theta max}=1$ rad/s，$v_{hmin}=0.8$ m/s，$v_{hmax}=2.0$ m/s。

在此约束下，式(19)最小为

$$\min_{v_h,v_\theta(t)}\tau=\min\int_{P_0}^{P}\frac{1}{v(s)}\mathrm{d}s \tag{20}$$

以 90°圆弧路径为例，图 7 中 AGV 起始位置为

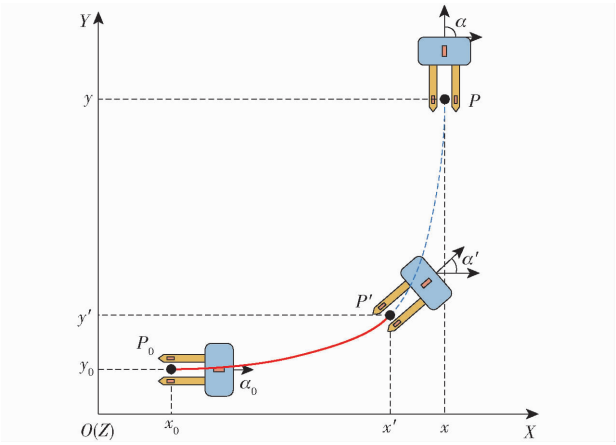


图 7 极限过弯曲线

Fig. 7 Limit over curved line

点 $P_0(x_0, y_0)$，偏航角 α_0 为 0°，AGV 运行到终点 $P(x, y)$，偏航角 α 为 90°。为探求车体极限转弯路径，将 AGV 舵轮的线速度维持固定值 v_h，并以 AGV 最大舵轮角速度 v_θ 进行舵轮转向；当 AGV 运行至偏航角 45°位置(点 P')时，此时 AGV 走过的路径为 P_0P' 实曲线，此路经即为点 P_0 至点 P' 在 v_h 下极限过弯曲线；点 P' 至点 P 路可由 P_0P' 实曲线旋转对称获得，即按照前半程相反运行状态即可，此时可获得在 v_h 下最小转弯半径 R_{min}，计算式为

$$R_{min}=|x-x_0|=|y-y_0| \tag{21}$$

极限过弯曲线是理论上最优路径，仅从单舵轮运动学约束出发，推导曲率变化率理论上极限值，但由于极限过弯曲线入弯和出弯处曲率存在突变，导致路径不光滑，不利于实际 AGV 路径跟踪。因三阶 Bézier 曲线曲率连续且能通过控制点调整曲率分布，所以采用三阶 Bézier 曲线近似极限过弯曲线。

3.2 Bézier 曲线

Bézier 曲线，也称 Bézier 多项式，是由一系列控制点所定义的 1 条平滑曲线，1960 年由法国工程师 Pierre Bézier 在设计雷诺车身线条时提出，也称贝塞尔曲线。贝塞尔曲线可以通过更改控制点位置，生成与控制多边形首尾两边相切于起点和终点的曲线，因此可以保证 AGV 在直线进圆弧与圆弧进直线时实现曲率连续变化。包括起点与终点，1 个 n_1 阶贝塞尔曲线需要 n_1+1 个点 C_i 确定，计算式为

$$B_{n_1}(t)=\sum_{i=0}^{n_1}\binom{n_1}{i}(1-t)^{n_1-i}t^iC_i\quad(0\leqslant t\leqslant 1) \tag{22}$$

为保证曲率变化连续，要求路径二阶可导，因此采用三阶贝塞尔生成转弯路径，三阶贝塞尔控制点位如图 8 所示，三阶贝塞尔曲线有 4 个控制点，分别为起点 C_0、中间控制点 C_1、C_2 和终点 C_3。三阶贝塞尔曲线表达式为

$$\begin{cases} B_3(t) = (1-t)^3 C_0 + 3t(1-t)^2 C_1 + \\ \quad 3t^2(1-t)C_2 + t^3 C_3 \\ B_3'(t) = 3(1-t)^2(C_1 - C_0) + \\ \quad 6t(1-t)(C_2 - C_1) + 3t^2(C_3 - C_2) \\ B_3''(t) = 6(1-t)(C_0 - C_1) + \\ \quad 6(1-2t)(C_2 - C_1) + 6t(C_3 - C_2) \end{cases} \tag{23}$$

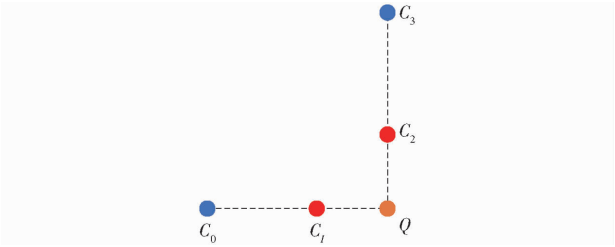


图 8　三阶贝塞尔控制点位

Fig. 8　Third-order Bessel control points

结合式(22)，贝塞尔曲线曲率计算式为

$$\rho = |y''|(1+(y')^2)^{-3/2} \tag{24}$$

可得参数方程下贝塞尔曲线曲率计算式为

$$\rho = (x'y'' - y'x'')((x')^2 + (y')^2)^{-3/2} \tag{25}$$

为保证 AGV 以平稳状态过弯，需将贝塞尔曲线起点和终点处曲率保持对称一致，即点 C_1、点 C_2 与点 Q 距离相等。此外，由于直线上曲率为 0，在直线进圆弧与圆弧进直线的位置曲率也需尽可能接近 0，使整条路径曲率连续，降低曲率阶跃的影响。

不同控制点位置，会生成不同贝塞尔曲线，以转弯半径 R 为 2.0 m、起点 C_0(0,0)、终点 C_3(2.0 m, 2.0 m)为例，控制点百分比 $\varepsilon = |C_0C_1|/|C_0Q| \times 100\%$，$\varepsilon \in (0,100\%)$。以步长为 1% 增加 ε，得到转弯半径贝塞尔曲线集合如图 9 所示，曲线曲率如图 10 所示。

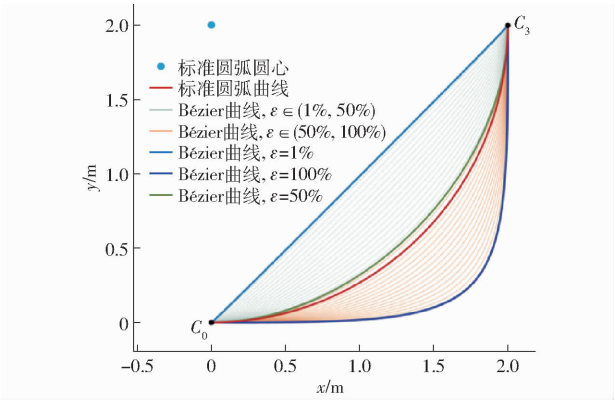


图 9　贝塞尔曲线集合

Fig. 9　Collection of Bessel curves

3.3　最优控制点建立

本文描述预瞄点下增量 PI 控制的轨迹跟踪方式，在进圆弧弯道前预瞄到圆弧轨迹起点，提前作出响应。因此，将 3.1 节获取的极限曲线向运行方向

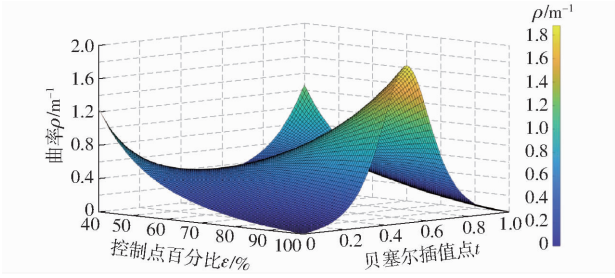


图 10　贝塞尔曲线曲率

Fig. 10　Bessel curve curvature

的反方向进行偏移操作，此时对于原先的圆弧起点位置，起始曲率将不为 0。由此，需要找到在 R_{min} 下，最贴合极限曲线且满足各采样点曲率均小于极限过弯曲线对应采样点的曲率最优控制点百分比 ε_{best}，再通过转换计算即可得到在当前舵轮线速度 v_h 和 R_{min} 下所对应的贝塞尔曲线最优控制点 C_1 和点 C_2。

2 种舵轮线速度下最优控制点百分比如图 11 所示，舵轮线速度、最小转弯半径与最优控制点关系如图 12 所示，在不同舵轮线速度下过弯时间与控制点位置如图 13 所示。

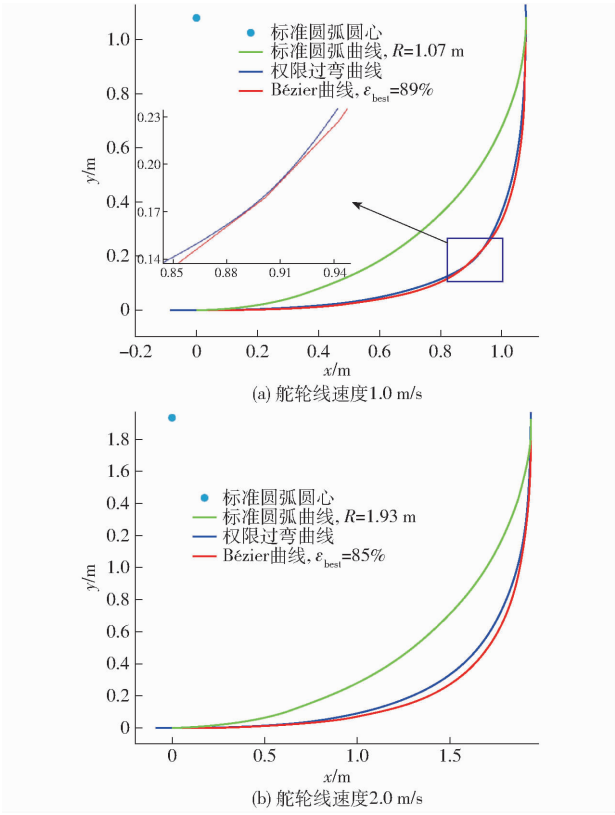


图 11　2 种舵轮线速度下最优控制点百分比

Fig. 11　Percentage of optimal control point at two kinds of steering wheel linear speeds

由图 12 可知，在最优控制点百分比维持不变的前提下，随着舵轮线速度的增加，最小转弯半径也随之增加，且基本呈线性。在单舵轮 AGV 叉车需要进行转弯动作时，可以对当前舵轮线速度和将要通过

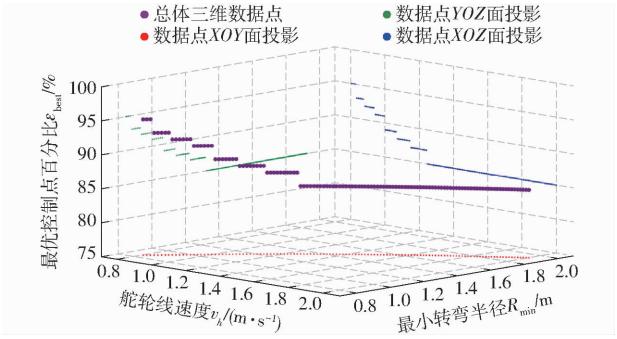


图 12 v_h 和 R_{min} 与最优控制点关系

Fig. 12 Linear velocity, minimum turning radius of rudder in relation to optimal control points

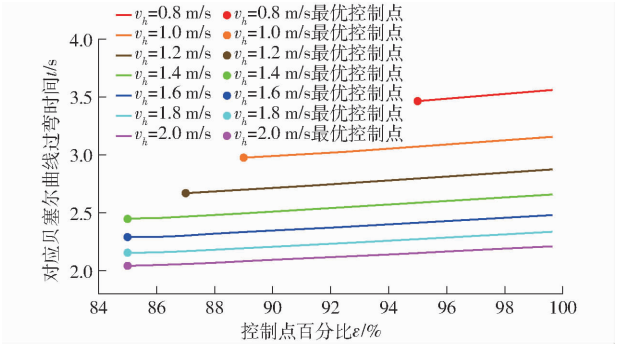


图 13 过弯时间

Fig. 13 Cornering time

的圆弧半径进行分析,如果当前舵轮速度与最小圆弧半径不符合,则必须提前降速才可平稳过弯,否则会出现因舵轮摆动角速度不够而超出路径,降低路径跟踪的鲁棒性。

由图 13 可知,在最优控制点百分比 ε 到 100% 之间所有贝塞尔曲线均符合舵轮约束,在不同舵轮线速度下,所有符合要求曲线的过弯时间, AGV 在跟踪最优控制点的路径均具有最短过弯时间,此时即为在当前最大舵轮线速度与最小转弯半径下最速过弯曲线。

4 试验验证

4.1 试验场景与算法流程

试验使用某公司自主设计研发的单舵轮 AGV 作为对象,如图 14 所示。采用柯蒂斯行走驱动器,并在 AGV 叉车顶部安装 OLEI 系列 LR-1F 型 2D 平面激光雷达,分辨率为 0.06°。采用公司自研定位算法,精度为 ±3 mm。

单舵轮 AGV 搭载源控工控机作为下位机,安装 ubuntu20.04 操作系统和 ROS noetic。基于 QT 应用程序开发实时监控软件,实时监控 AGV 运行状态,并通过 ROS 系统的节点—话题通信控制 AGV 叉车。编写算法功能包加载到单舵轮 AGV 上进行路径规划与跟踪,算法流程见图 15。



图 14 试验平台

Fig. 14 Experimental platforms

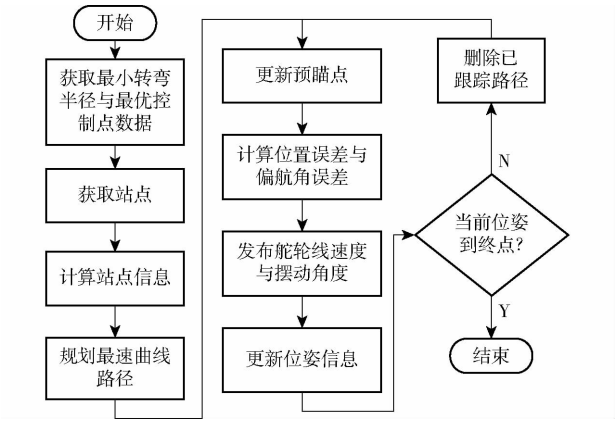


图 15 最速过弯曲线规划与跟踪算法流程图

Fig. 15 Flowchart of algorithm for planning and tracking of the fastest over-curved line

4.2 试验结果

4.2.1 极限转弯曲线

为探究实际车体极限转弯曲线,发布舵轮行走速度与转向速度,即舵轮线速度和角速度。AGV 从停车状态起步加速到最大舵轮线速度前,舵轮摆动角速度为 0,达到最大舵轮线速度时,维持最大舵轮线速度时记录车体当前偏航角 α_1,发布舵轮角速度,获取瞬时偏航角 α_2,当 $\alpha_2-\alpha_1=45°$ 时,发布停车指令缓慢停车,记录此时点位及行走路径,可得图 7 红色路径部分。结合仓储物流项目经验及车体运行寿命,单舵轮 AGV 驱动轮速度大多控制在 0.8 ~ 1.2 m/s。实车极限过弯曲线见图 16。

由图 16 可知,当舵轮线速度在 0.8 m/s 时,最小转弯半径理论值为 0.85 m,实际值为 0.93 m;当舵轮线速度 1.2 m/s 时,最小转弯半径理论值为 1.28 m,实际值为 1.44 m。由于地表存在摩擦力,导致舵轮角速度没有时刻维持理论值,而舵轮线速度不下降,使 AGV 实际转弯半径比理论最小转弯半径大。

4.2.2 路径跟踪结果

图 17 为实车试验舵轮线速度与最小转弯半径

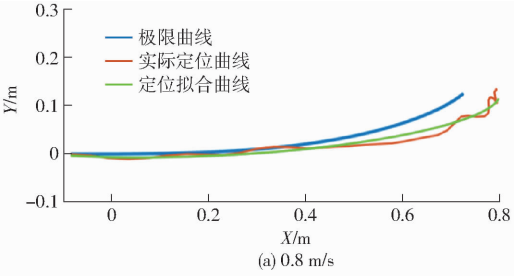


图 16　舵轮线速度 0.8、1.2 m/s 过弯曲线

Fig. 16　Linear velocity of rudder wheel at 0.8 m/s and 1.2 m/s over bending line

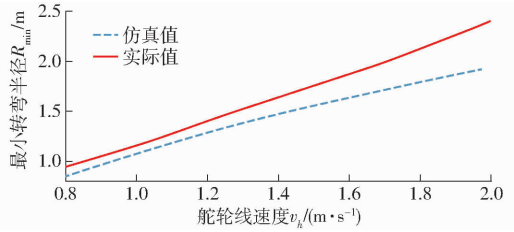


图 17　实车试验舵轮线速度与最小转弯半径关系

Fig. 17　Plot of rudder wheel linear velocity versus minimum turning radius for real vehicle experiments

关系，随着舵轮线速度增大，最小转弯半径增大。

结合上面试验结论和车体实际情况，需要修正不同舵轮线速度下最小转弯半径与最优控制点位置，根据图 17 试验数据，计算最优控制点，结果如表 2 所示。

表 2　v_h，R_{min}与 ε 关系

Tab. 2　v_h, R_{min} and ε relationship

v_h/(m·s^{-1})	R_{min}/m	ε(修正前)/%	ε(修正后)/%
0.8	0.93	95	97
0.9	1.04	92	95
1.0	1.17	89	92
1.1	1.28	88	92
1.2	1.44	87	90

为探究 AGV 维持舵轮最大线速度通过圆弧，需在进圆弧前添加一段直线路径，保证 AGV 在进圆弧前可以从停车状态持续加速到最大舵轮线速度。依据不同舵轮线速度设计多条不同圆弧半径的待跟踪路径测试 AGV 路径跟踪效果，如图 18 所示。路径由多段直线与圆弧交替拼接形成，L_0为起点。车头朝前方向为 $L_0 \rightarrow L_{1\sim8} \rightarrow L_0$；叉齿朝前方向为 $L_0 \rightarrow L_{8\sim1} \rightarrow L_0$，圆弧路径属性如表 3 所示，$r$ 为标准圆弧半径。

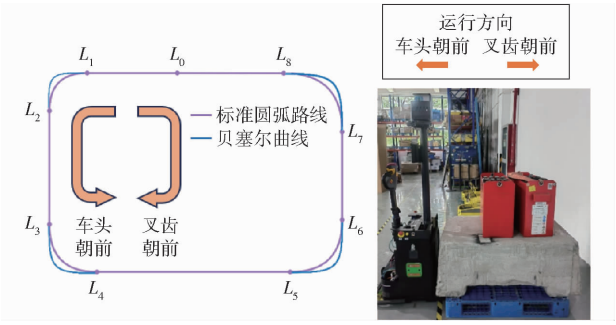


图 18　实车试验路径与运行方向

Fig. 18　Real vehicle experiment path and running direction

表 3　试验圆弧路径属性

Tab. 3　Experimenting with arc route properties

圆弧路径	r/m	v_h/(m·s^{-1})
L_1L_2	0.93	0.8
L_3L_4	1.17	1.0
L_5L_6	1.28	1.1
L_7L_8	1.44	1.2

令单舵轮 AGV 分别沿图 18 中测试路径 $L_0 \rightarrow L_{1\sim8} \rightarrow L_0$ 方向车头朝前运行和 $L_0 \rightarrow L_{8\sim1} \rightarrow L_0$ 方向叉齿朝前运行，采用本文控制算法、纯轨迹跟踪算法(PP)及 MPC 3 种算法获得跟踪误差。基于 Bézier 曲线的圆弧路径误差结果见表 4、5，其中 μ 为平均值，σ 为均方根。图 19、20 为不同圆弧路径属性的车头朝前跟踪误差和叉齿朝前跟踪误差曲线。

表 4　Bézier 曲线圆弧路径跟踪误差结果(车头朝前)

Tab. 4　Circular path tracking error results on Bézier curves (vehicle ahead)　mm

算法	参数	圆弧路径			
		L_1L_2	L_3L_4	L_5L_6	L_7L_8
PP	μ	−20.609	−29.433	−31.281	−19.947
	σ	22.667	30.419	32.961	26.704
MPC	μ	−4.897	−19.098	−15.177	−14.045
	σ	8.302	19.628	18.618	18.619
IPI	μ	−10.152	−24.154	−24.020	−17.710
	σ	13.692	25.229	25.617	21.173

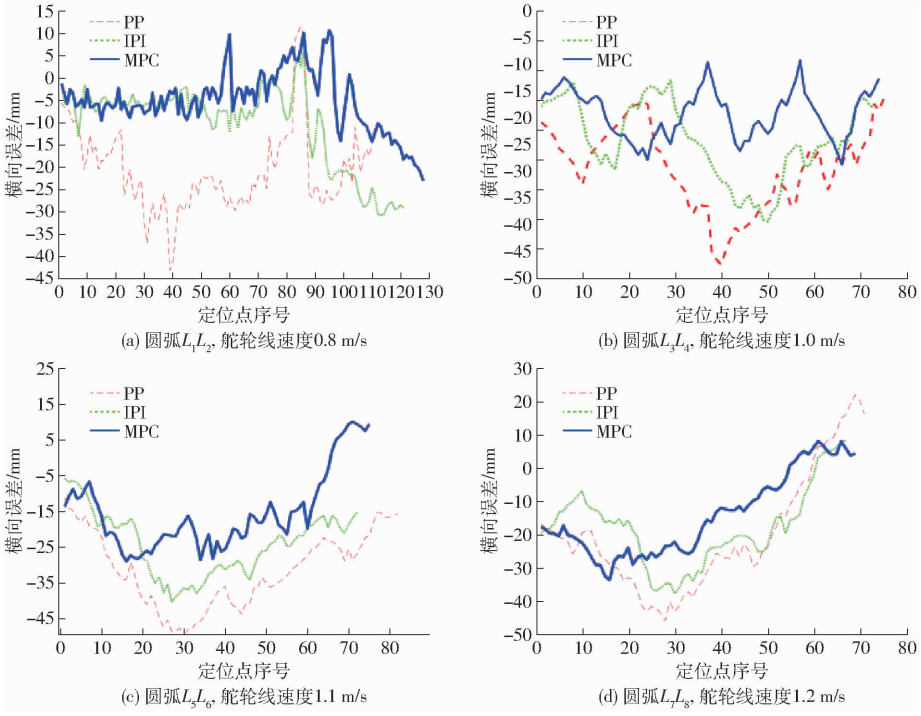
表 5　Bézier 曲线圆弧路径跟踪误差结果(叉齿朝前)

Tab. 5　Circular path tracking error results on Bézier curves (fork teeth forward)　mm

算法	参数	圆弧路径			
		L_1L_2	L_3L_4	L_5L_6	L_7L_8
PP	μ	13.460	−4.939	14.841	−2.106
	σ	25.663	24.502	26.154	22.354
MPC	μ	3.939	6.484	5.253	6.769
	σ	12.771	13.301	12.881	12.490
IPI	μ	3.096	1.083	16.180	−9.342
	σ	19.802	18.572	20.115	17.014

由表 4、5 可得，本文前视预瞄点 IPI 控制算法

相比于 PP 算法,整体平均值和均方根值低。通过比较不同算法的圆弧路径跟踪误差结果的均方根的平均值,相比 PP,车头朝前运行精度提高约 23.98%,叉齿朝前运行精度提高约 23.48%,相比 MPC,车头朝前运行精度下降约 23.96%,叉齿朝前运行精度下降约 31.86%。

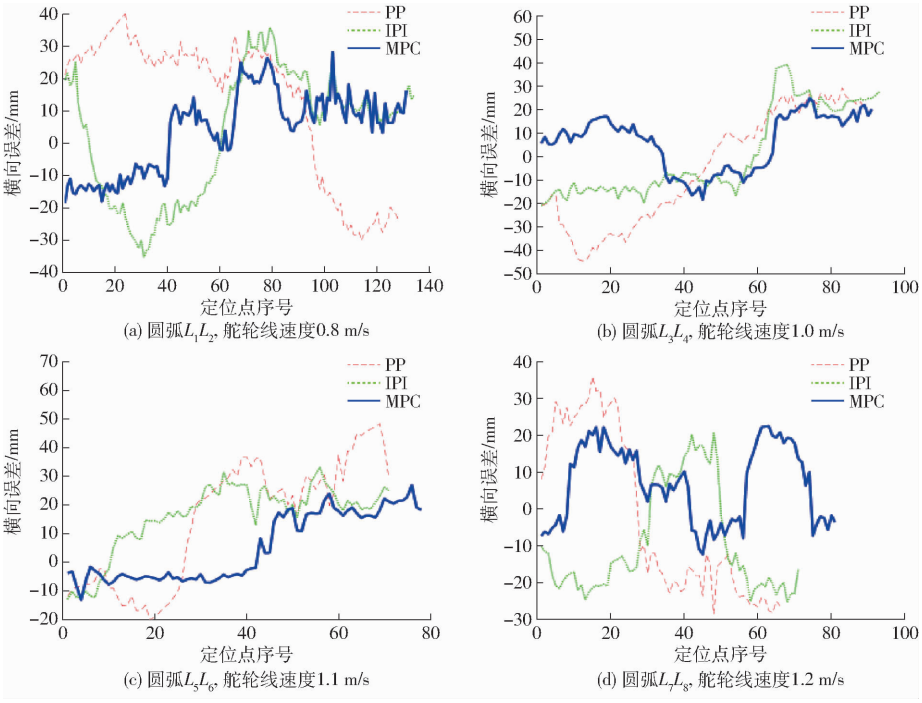


(a) 圆弧L_1L_2, 舵轮线速度0.8 m/s (b) 圆弧L_3L_4, 舵轮线速度1.0 m/s

(c) 圆弧L_5L_6, 舵轮线速度1.1 m/s (d) 圆弧L_7L_8, 舵轮线速度1.2 m/s

图 19 车头朝前跟踪误差

Fig. 19 Tracking error with front end facing forward



(a) 圆弧L_1L_2, 舵轮线速度0.8 m/s (b) 圆弧L_3L_4, 舵轮线速度1.0 m/s

(c) 圆弧L_5L_6, 舵轮线速度1.1 m/s (d) 圆弧L_7L_8, 舵轮线速度1.2 m/s

图 20 叉齿朝前跟踪误差

Fig. 20 Fork tooth forward tracking error

4.2.3 转弯时间

对于仓储物流 AGV 而言,作业效率也是重要关注点之一,要求在路径固定和最大线速度被限制的情况下,能够以最短的时间进行货物搬运作业。以图 18 中 4 个转弯路径为试验对象,在不同线速度下,结合表 2 分别采用不同的贝塞尔曲线控制点百分比进行多次试验后取平均值,试验结果见表 6、7。最优控制点时间为 t_1,控制点重合($\varepsilon = 100\%$)转弯时间为 t_2。

由表 6、7 可知,通过比较跟踪最优控制点下

Bézier 曲线路径相比于控制点重合时所有 Bézier 曲线路径，转弯时间平均值和 2 者之间的最大差值，单舵轮 AGV 在不同舵轮线速度下转弯时，PP 运行效率平均可提升约 10.6%，运行效率最高可提升约 14.1%。IPI 控制运行效率平均可提升约 18.4%，运行效率最高可提升约 25.8%。MPC 运行效率平均可提升约 12.2%，运行效率最高可提升约 17%。可见 IPI 运行效率较高。

表 6　转弯路径转弯时间（车头朝前）

Tab.6　Turning path turning time (vehicle ahead)　s

算法	参数	圆弧路径			
		L_1L_2	L_3L_4	L_5L_6	L_7L_8
PP	t_1	5.36	4.52	4.38	4.18
	t_2	5.61	5.11	5.02	4.86
MPC	t_1	5.12	4.36	4.16	3.95
	t_2	5.48	5.05	4.88	4.76
IPI	t_1	4.83	3.72	3.51	3.20
	t_2	5.42	4.66	4.49	4.31

表 7　转弯路径转弯时间（叉齿朝前）

Tab.7　Turning path turning time (fork teeth forward)

s

算法	参数	圆弧路径			
		L_1L_2	L_3L_4	L_5L_6	L_7L_8
PP	t_1	5.28	4.61	4.45	4.25
	t_2	5.56	5.23	5.09	4.95
MPC	t_1	5.25	4.48	4.22	4.08
	t_2	5.53	5.12	4.93	4.84
IPI	t_1	4.96	3.95	3.57	3.42
	t_2	5.53	4.72	4.53	4.54

5　结论

（1）在路径规划方面，提出了一种单舵轮 AGV 最速转弯路径规划方法，通过研究驱动轮与转弯路径曲率之间的函数关系，获得特定舵轮线速度下最小转弯半径及相应的运行轨迹。

（2）在路径跟踪方面，提出了前视预瞄点 IPI 控制方法，通过调节前视距离和运行参数减少累积误差，提高跟踪精度，针对等曲率圆弧在直线衔接处曲率跳变的问题，在三阶贝塞尔曲线簇中获取最贴近极限转弯轨迹的控制点，建立最优控制点。仿真结果表明，在固定舵轮线速度下，相比于其他符合要求的 Bézier 曲线簇路径跟踪时间，最优控制点的 Bézier 曲线路径运行时间最短，实现最速转弯路径规划。

（3）单舵轮 AGV 试验结果表明，本文提出的前视预瞄点 IPI 控制方法相比于 PP 控制，车头朝前运行精度提高约 23.98%，叉齿朝前运行精度提高约 23.48%；相比 MPC，车头朝前运行与叉齿朝前运行精度精度略有下降。在路径跟踪方面，IPI 最高运行效率可提升 25.8%，MPC 最高仅提升 17%，PP 最高可提升 14.1%，故前视预瞄点 IPI 在保证较高跟踪精度的同时，实现最速转弯，展现了良好的综合性能。

参　考　文　献

[1] 肖献强，程亚兵，王家恩. 基于惯性和视觉复合导航的自动导引小车研究与设计[J]. 中国机械工程，2019，30(22)：2734－2740.
Xiao Xianqiang, Cheng Yabing, Wang Jiaen. Research and design of automatic guided vehicle based on inertial and visual compound navigation[J]. China Mechanical Engineering, 2019,30(22):2734－2740. (in Chinese)

[2] Li W, Han D, Gao L, et al. Integrated production and transportation scheduling method in hybrid flow hop[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2022,35(1):123－142.

[3] 刘元华，李超群，郭乙运. 仓储物流机器人多启发蚁群路径规划与避障[J]. 机械设计与制造，2024(11)：296－300.
Liu Yuanhua, Li Chaoqun, Guo Yiyun. Warehouse logistics robot multi-inspired ant colony path planning and obstacle avoidance[J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2024(11):296－300. (in Chinese)

[4] 张腾龙，李擎. 基于 B－RRT～*FND 算法的移动机器人路径规划[J]. 控制与决策，2023，38(11)：3121－3127.
Zhang Tenglong, Li Qing. Mobile robot path planning based on B－RRT～*FND algorithm[J]. Control and Decision, 2023, 38(11):3121－3127. (in Chinese)

[5] 王森磊，胡昊程，张星晨，等. AGV 的技术应用现状与发展趋势[J]. 数字技术与应用，2023，41(12)：17－21.
Wang Senlei, Hu Haocheng, Zhang Xingchen, et al. The application status and development trend of AGV technology[J]. Digital Technology and Applications, 2023,41(12):17－21. (in Chinese)

[6] Zhang Z, Chen J, Guo Q. Application of automated guided vehicles in smart automated warehouse systems: a survey[J]. Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2023, 134(3): 15291563.

[7] 张志文，刘伯威，张继园，等. 麻雀搜索算法-粒子群算法与快速扩展随机树算法协同优化的智能车辆路径规划[J]. 中国机械工程，2024，35(6)：993－999，1009.
Zhang Zhiwen, Liu Bowei, Zhang Jiyuan, et al. Intelligent vehicle path planning based on collaborative optimization of sparrow search algorithm-particle swarm optimization algorithm and past extended random tree algorithm[J]. China Mechanical Engineering, 2024,35(6):993－999,1009. (in Chinese)

[8] 李航,廖映华,黄波. 基于改进模糊 PID 的叉车式 AGV 路径跟踪控制[J]. 四川轻化工大学学报(自然科学版),2022,35(2):38 - 45.
Li Hang, Liao Yinghua, Huang Bo. Path tracking control of forklift AGV based on improved fuzzy PID[J]. Journal of Sichuan University of Light Chemical Technology (Natural Science Edition), 2022,35(2):38 - 45. (in Chinese)

[9] 迟瑞娟,付国辉,马悦琦,等. 基于 Hybrid A* 与最优控制的农机精准进田转场轨迹规划方法[J]. 农业机械学报,2025,56(10):321 - 331.
Chi Ruijuan, Fu Guohui, Ma Yueqi, et al. Hybrid A* and optimal control-based trajectory planning method for precise field turning of agricultural machines[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025,56(10):321 - 331. (in Chinese)

[10] 夏英凯,郭政江,刘嘉俊,等. 循环水养殖自动投喂机器人路径跟踪控制与试验[J]. 农业机械学报,2025,56(10):130 - 139.
Xia Yingkai, Guo Zhengjiang, Liu Jiajun, et al. Path folling control and experiments for automatic feeding robots in recirculating aquaculture systems[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025,56(10):130 - 139. (in Chinese)

[11] 来飞,刘俊博,王清云,等. 改进 Hybrid A* 自主泊车路径规划及 MPC 跟踪控制[J]. 重庆理工大学学报(自然科学),2025,39(12):29 - 36.
Lai Fei, Liu Junbo, Wang Qingyun, et al, Improved Hybrid A* autonomous parking path planning and MPC tracking control [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2025,39(12):29 - 36. (in Chinese)

[12] 许万,罗西,王琪,等. 单舵轮 AGV 路径跟踪控制方法的研究[J]. 机械科学与技术,2019,38(10):1526 - 1534.
Xu Wan, Luo Xi, Wang Qi, et al. Research on path tracking control method of single steering wheel AGV[J]. Mechanical Science and Technology, 2019,38(10):1526 - 1534. (in Chinese)

[13] Yu L, Wang Z, Zhang G. An improved adaptive filter trajectory tracking algorithm based on a single steering wheel agv[C]// Proceedings of the 2020 7th International Conference on Automation and Logistics (ICAL),2020: 23 - 27.

[14] 姚铭,段金昊,邵珠峰,等. 单舵轮 AGV 叉车的激光雷达定位与路径跟踪[J]. 清华大学学报(自然科学版),2024,64(1):117 - 129.
Yao Ming, Duan Jinhao, Shao Zhufeng, et al. Laser radar positioning and path tracking of single steering wheel AGV forklift [J]. Journal of Tsinghua University (Natural Science Edition), 2024,64(1):117 - 129. (in Chinese)

[15] 侯明冬,王印松. 轮式移动机器人的数据驱动轨迹跟踪滑模约束控制[J]. 控制与决策,2020,35(6):1353 - 1360.
Hou Mingdong, Wang Yinsong. Data-driven trajectory tracking sliding mode constraint control for wheeled mobile robots[J]. Control and Decision, 2020,35(6):1353 - 1360. (in Chinese)

[16] 胡玮,周小宁,胡昊. 基于增量式 PI 算法的 V - M 双闭环调速系统[J]. 电力电子技术,2023,57(8):36 - 40.
Hu Wei, Zhou Xiaoning, Hu Hao. V - M double closed-loop speed control system based on incremental PI algorithm[J]. Power Electronic Technology, 2023,57(8):36 - 40. (in Chinese)

[17] Khan H, Khatoon S, Gaur P, et al. Speed control comparison of wheeled mobile robot by ANFIS, fuzzy and PID controllers [J]. International Journal of Information Technology, 2022, 14(4): 1893 - 1899.

[18] Moshayedi A J, Li J, Liao L. Simulation study and PID tune of automated guided vehicles (AGV)[C]// 2021 IEEE International Conference on Computational Intelligence and Virtual Environments for Measurement Systems and Applications (CIVEMSA). IEEE, 2021: 1 - 7.

[19] Qiu Jiandong, Tang Minan, Yu Fan, et al. Research on port AGV trajectory tracking control based on improved fuzzy sliding mode control[J]. Archives of Transport, 2024, 69(1): 7 - 20.

[20] Pang Y L, Cao G Z. Highly acρate trajectory tracking control for automatic guided vehicle using fuzzy PID[C]// 2023 20th International Conference on Ubiquitous Robots (UR). IEEE, 2023: 82 - 87.

[21] 王义娜,郑依伦,杨俊友,等. 基于节能考虑的全向移动机器人鲁棒补偿轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策,2022,37(11):3065 - 3072.
Wang Yina, Zheng Yilun, Yang Junyou, et al. Robust compensation trajectory tracking control for omnidirectional mobile robot based on energy saving consideration[J]. Control and Decision, 2022,37(11):3065 - 3027. (in Chinese)

[22] Pham T T, Le M T, Nguyen C N. Omnidirectional mobile robot trajectory tracking control with diversity of inputs[J]. International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, 2021, 10(11): 639 - 644.

[23] 康照奇,刘洋,徐京邦,等. 基于预瞄点控制方法的 AGV 路径跟踪[J]. 制造业自动化,2020,42(10):125 - 128,136.
Kang Zhaoqi, Liu Yang, Xu Jingbang, et al. AGV path tracking based on preview point control method[J]. Manufacturing Automation, 2020,42(10):125 - 128,136. (in Chinese)

[24] 梁永彬,付广,林智桂,等. 基于改进预瞄控制模型的车道保持系统设计[J]. 中国机械工程,2024,35(3):548 - 558.
Liang Yongbin, Fu Guang, Lin Zhigui, et al. Lane keeping system design based on improved preview control model[J]. China Mechanical Engineering, 2024,35(3):548 - 558. (in Chinese)

[25] Thai N H, Lü T T K, Thien H, et al. Trajectory tracking control for differential-drive mobile robot by a variable parameter PID controller[J]. International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, 2022, 11(8): 614 - 621.